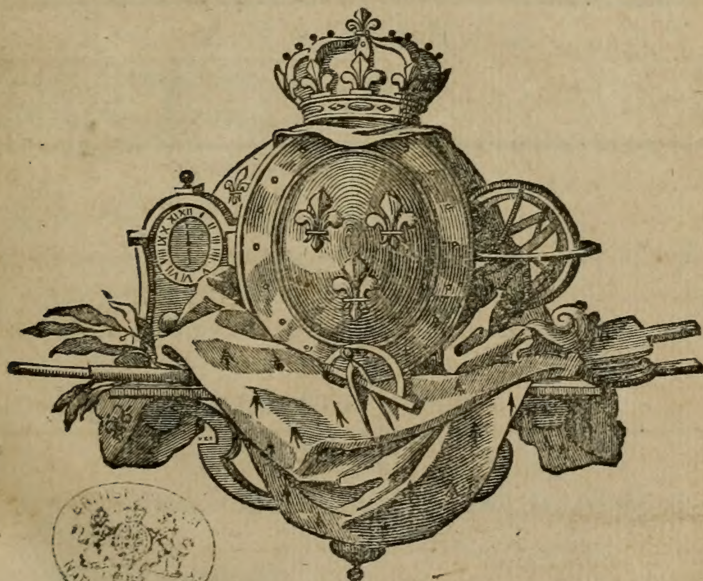
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXX.

TABLE
POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GÉOMÉTRIE.

ASTRONOMIE.

GÉOGRAPHIE.

HYDROGRAPHIE.

HYDRAULIQUE.

DIOPTRIQUE.

MÉCANIQUE.

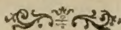


TABLE POUR LES MÉMOIRES.

TABLE.

FAUTES À CORRIGER

dans les Mémoires de 1766.

Page 85, ligne 21, Agricola croit le ciment, *liſez* Agricola croit ce ciment fait avec la pozzolane.

Page 342, ligne 26, après *philoſophiques,* ajoutez *le théâtre des Inſectes de Mouſlet & l'hiſtoire abrégée des Inſectes de M. Geoffroy, tome I, page 167.*

M.rs DE MONTIGNY & MACQUER ont dit à l'Académie, qu'ayant fait exécuter à la Manufacture royale de porcelaine établie à Sève, le *giallolino* d'après le procédé qu'a donné M. Fougeroux dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1766, & l'ayant fait employer dans les couleurs; les Ouvriers ont déclaré que ce jaune donnoit une couleur plus dorée que celui reçu de Naples, & qu'il étoit plus aiſé à employer. L'échantillon de cette couleur ſur la porcelaine, a été dépoſé dans les Cabinets de l'Académie.

dans l'Hiſtoire de 1767.

Page 33, ligne 5, placées, *liſez* placés.

Page 38, ligne 1, faites, *liſez* fait.

Ibidem, ligne 11, vaec, *liſez* avec.

Page 53, ligne 3, maritines, *liſez* maritimes.

Page 67, ligne 20, unie à l'eau, *liſez* unie à l'un.

Page 113, ligne 36, Vaugoudy, *liſez* Vaugondy.

Page 122, ligne 4, ont pu, *liſez* a pu.

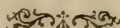
Page 129, ligne 10, nos relâches, *liſez* les relâches.

Page 135, ligne 18, hauteurs, *liſez* diſtances.

dans les Mémoires de la même année.

Page 251, lignes 17 & 26, toiſes, *liſez* parties.

Pages 275 & 276, à la marge, Fig. 2, *liſez* Fig. 3.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.
Année M. DCCLXVII.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LA POUDRE À CANON EMPLOYÉE DANS SES DIFFÉRENS ÉTATS.


IL seroit peut-être difficile de décider si l'invention de la Poudre doit être mise au rang des découvertes utiles au genre humain, ou si l'on doit la regarder comme nuisible ; mais il est au moins certain que cette composition étant entre les mains de tout le monde, il est très-important d'en tirer tout le parti possible, & de corriger le plus qu'il se pourra, les abus qui se sont introduits V. les Mém. page 109.

dans ſon uſage. C'eſt à en détruire un des plus conſidérables qu'eſt deſtiné le Mémoire de M. l'abbé Nollet, duquel nous avons à parler; mais il ne ſera peut-être pas inutile à l'intelligence de ce que nous avons à dire ſur cette matière, de donner ici une idée de la manière dont on fabrique la poudre.

La poudre à canon eſt un compoſé de ſalpêtre, de ſoufre & de charbon de bois; ces matières ſont unies par une longue trituration dans des mortiers de bois; on a ſoin pendant cette opération d'humecter ces matières avec de l'eau, tant pour empêcher qu'il ne s'en diſſipe une partie en pouſſière, que pour prévenir l'inflammation qu'une longue trituration à ſec ne manqueroit pas d'occaſionner en échauffant ces matières.

L'eau dont on les imbibe a encore un autre uſage; les molécules de la poudre, quelque bien mêlées qu'elles ſoient en ſortant des mortiers, ne ſeroient pas ſuſceptibles d'une inflammation aſſez prompte; elles ſont trop ſerrées les unes contre les autres, & n'ouvrent pas au feu des paſſages aſſez conſidérables pour faciliter la promptitude de l'inflammation; c'eſt pour cette raiſon qu'on la retire des mortiers ſous la forme d'une pâte preſque sèche, mais conſervant encore aſſez d'humidité pour ſe réduire en petits grains en paſſant à travers un crible où on la met, & par les trous duquel on l'oblige de paſſer, au moyen d'un plateau de bois peſant dont on la charge, & qu'on agite avec le crible dans le ſens horizontal.

Ces grains une fois formés laiſſent entr'eux des vides & des intervalles qui favoriſent la promptitude de l'inflammation: la matière de la poudre qui reſte dans le crible ſans ſe grainer, ou qu'on ſépare des grains par le tamis, ſe nomme *pulverin verd.*

Une partie de la poudre qui ſe conſerve dans les magaſins, perd à la longue ſa forme grenée & rentre dans l'état de pulverin; ſouvent même le ſalpêtre fleurit & s'en ſépare; la poudre dans cet état ſe nomme *poudre décompoſée.*

Le pulverin & la poudre décompoſée avoient toujours été regardés dans le ſervice de l'Artillerie comme des matières inutiles, ou du moins incapables de l'exploſion néceſſaire au canon & aux mortiers: on envoyoit même la poudre décompoſée aux

moulins pour la rebattre lorſqu'il y en avoit une certaine quantité dans les magaſins.

Cette opinion étoit tellement accréditée, que les plus habiles Officiers d'artillerie, que conſulta ſur ce point M. l'abbé Nollet, l'aſſurèrent que ni le pulverin ni la poudre décompoſée n'étoient ſuſceptibles d'exploſion, & qu'ils ne ſeroient que fuſer comme fait le ſalpêtre ſur les charbons ardens.

Quelque confiance que M. l'abbé Nollet eût en leurs lumières, bien des raiſons le perſuadoient du contraire. On ſait que la propriété de la poudre fut découverte par une exploſion ſubite, & à laquelle le Chimiſte ne s'attendoit pas, ce qui ne peut certainement convenir à une matière qui fuſe, & d'ailleurs il eſt bien ſûr que cette matière n'étoit pas grenée. Il arrive en ſecond lieu, plus ſouvent qu'on ne voudroit, que la matière contenue dans les piles des moulins, & qui ſûrement n'eſt pas grenée, s'enflamme & fait ſauter le moulin avec un bruit très-conſidérable.

L'expérience ſeule pouvoit décider en pareille circonſtance & on la fit d'abord en petit; un mortier d'épreuve qui jetoit un boulet de cuivre peſant vingt livres & qui étoit toujours pointé à 45 degrés d'élévation, fut choiſi pour cette expérience, il fut chargé avec une once de pulverin neuf, qu'on mit dans la chambre du mortier ſans le fouler, & on amorça avec du pulverin ſemblable; l'inflammation fut prompte & très-peu différente de celle de la poudre grenée, & le boulet fut chaſſé à 45 toiſes.

Dans une ſeconde expérience le pulverin ayant été légèrement foulé, la portée du boulet diminua de 10 toiſes & ne fut plus que de 35.

On ſoupçonna que cette diminution de portée venoit moins de ce que le pulverin avoit été foulé, que de ce que la charge n'empliſſoit pas la chambre & laiſſoit un vide entr'elle & le boulet; on remplit ce vide avec un tampon de bois; les coups furent plus forts & le boulet chaſſé à 46 toiſes.

En compoſant la charge de parties égales de pulverin & de poudre grenée, l'effet fut moins grand qu'avec le pulverin ſeul, & le boulet ne fut chaſſé qu'à 39 ou 40 toiſes.

La portée fut de 45 toiſes & de 53 dans deux expériences qui furent faites avec une once de poudre grenée.

Il réſultoit de tous ces faits que le pulverin neuf s'enflammoit ſubitement dans une arme à feu; qu'il pouvoit, même en petite quantité, jeter au loin des corps très-graves, ſoit qu'on ne le foulât point dans la pièce, ſoit qu'on le foulât médiocrement, & qu'enfin il ne paroiſſoit différer en force que très-peu de la poudre grenée.

Ces concluſions, & ſur-tout la dernière, quoique dictées par l'expérience, ne parurent pas aſſez certaines à M. l'abbé Nollet pour s'y tenir abſolument, & il fut réſolu entre lui & M.rs les Officiers d'artillerie de la Fère, de répéter les expériences plus en grand, avec plus de ſoin, & en variant davantage les procédés.

On ſe ſervit pour cela d'un autre mortier d'épreuve, qui étoit fixé ſous le même angle conſtant de 45 degrés, qu'on chargeoit de 19 onces, & dont la bombe vide peſoit 130 liv.

Avec 19 onces de poudre grenée la bombe fut chaſſée à 180 toiſes.

Avec pareille charge de pulverin, légèrement preſſée avec le bouchon de foin, la portée ne fut que de 103 toiſes; mais on avoit remarqué qu'il étoit ſorti par la lumière environ une once de pulverin, dont on ne put faire rentrer qu'une partie: on recommença donc l'expérience en empêchant le pulverin de ſortir par la lumière, & les portées furent alors de 135 toiſes; & en employant 18 onces de pulverin & une once de poudre grenée, elles allèrent à 149 & 150 toiſes. La portée de la bombe, chaſſée par le pulverin, fut donc à celle de la même bombe, chaſſée par la poudre grenée; pour le premier cas, dans le rapport de 3 à 4; & pour le ſecond dans celui de 5 à 6.

Il y a donc une différence marquée entre l'effet du pulverin & celui de la poudre, lorſqu'on s'en ſert pour le jet des bombes: il étoit queſtion de voir ſi la même différence ſubſiſteroit dans le ſervice du canon.

On ſe ſervit pour les expériences d'une pièce de douze livres qui fut chargée alternativement de trois livres de poudre grenée & de trois livres de pulverin, & on tira ſur le but du polygone, qui étoit

à 172 toises; quelques-uns des Officiers se tinrent près de la pièce, & d'autres près du but, à portée de voir sans risque le boulet y arriver: voici le résultat des expériences.

Les coups tirés avec le pulverin parurent un peu plus mous que ceux qui avoient été tirés avec la poudre grenée; cependant il falloit que la différence de vîtesse fut bien petite, puisqu'on n'aperçut aucune différence dans la hauteur du boulet à son arrivée au but; ce qui seroit infailliblement arrivé si la vîtesse avoit été sensiblement moindre avec le pulverin qu'avec la poudre. On remarqua aussi qu'en employant quatre livres de pulverin, au lieu de trois livres de poudre grenée, les coups étoient pour le moins aussi vifs que ceux qu'on tiroit avec la poudre.

Il demeuroit donc certain, par des expériences incontestables, que le pulverin verd ou neuf pouvoit être employé aux mêmes usages que la poudre, en augmentant un peu la charge; mais un objet plus intéressant animoit la curiosité de M. l'abbé Nollet, c'étoit de savoir, si la poudre qu'on nomme *décomposée* seroit dans le même cas. Le temps qu'il avoit encore à rester à la Fère ne lui permettoit pas d'entreprendre la suite d'expériences nécessaire pour cet objet; il les remit à l'année suivante, en ayant cependant fait à la hâte quelques-unes qui lui donnèrent lieu d'avancer qu'il croyoit avoir au moins les mêmes effets avec la poudre décomposée qu'avec le pulverin neuf.

L'Officier qui avoit la direction du parc d'artillerie, ne paroissoit nullement persuadé que la poudre décomposée pût être employée avec succès: ce fut lui que M. l'abbé Nollet pria de présider à la préparation des matières qui devoient servir aux expériences, & on y en employa cinq différentes; 1.° de la poudre grenée; 2.° du pulverin neuf passé au tamis; 3.° du poussier frais tiré du fond d'un baril nouvellement vidé; 4.° de la poudre écrasée, mouillée & ensuite sechée; 5.° enfin, de cette poudre qui a demeuré long-temps en poussier dans les magasins, & qu'on nomme *poudre décomposée.*

Les expériences furent répétées deux fois avec deux mortiers d'épreuves différens, fixés à l'angle de 45 degrés, & avec le même boulet de cuivre pesant soixante livres, & on tira chaque fois

quatre coups avec chacune de ces poudres, la charge étant toujours conſtamment de trois onces : voici quelles furent les portées moyennes, avec la poudre grenée, 96 toiſes $\frac{1}{2}$; avec le pulverin neuf paſſé au tamis, 82 toiſes; avec le pouſſier frais, 81 toiſes; avec la poudre écraſée, mouillée & ſéchée, 91 toiſes $\frac{1}{2}$; & enfin avec la poudre dite *décompoſée*, 86 toiſes.

Ces réſultats font voir évidemment que l'effet du pulverin & celui de la poudre décompoſée, n'eſt que peu différent de celui de la poudre grenée; que ces matières ne doivent pas être regardées comme inutiles, & qu'elles peuvent être employées utilement dans les occaſions de fêtes & de réjouiſſances, dans les écoles, & même dans le cas où une place aſſiégée manqueroit de poudre grenée, en augmentant ſeulement un peu les charges: ils font voir en outre que dans ces expériences, il ne faut pas tabler ſur celles qui ſont faites en petit, puiſqu'elles ont donné des différences beaucoup moindres que celles qui ont été faites en grand, entre l'effet de ces matières & la poudre grenée. Il eſt donc néceſſaire dans une recherche de cette eſpèce, de ne s'aſſurer que ſur des expériences faites en grand & avec toutes les précautions néceſſaires. Quoi qu'il en ſoit, ces poudres inutiles que M. l'abbé Nollet donne le moyen d'employer, ſont un véritable préſent qu'il fait à ceux qui ſeroient dans le cas de s'en ſervir, & dont il eſt aiſé de ſentir toute l'utilité.

SUR LA

LUMIÈRE DE L'EAU DE LA MER

DANS LES LAGUNES DE VENISE.

V. les Mém. page 120.

L'ACADÉMIE s'eſt déjà, depuis long-temps, occupée de la recherche de la cauſe qui rend la Mer lumineuſe. Pluſieurs poiſſons qui ont la propriété d'être luiſans dans l'obſcurité, & ſur-tout les dails, dont M. de Reaumur a donné l'hiſtoire en 1723 *, avoient donné lieu de ſoupçonner que la lumière de la Mer pouvoit bien n'être dûe qu'à une multitude de poiſſons

* Voy. Hiſt. de 1723, p. 8.

ou d'insectes plus petits, qui la rendoient lumineuse par eux-mêmes ou par leurs émanations.

Ce sentiment se trouve confirmé par les observations de M. l'abbé Nollet, dans les mers d'Italie, par celles que M. le Commandeur Godeheu fit en 1754 [a] dans les mers de l'Inde, & par celles de M.rs Vianelli, Griselini, Von-Linné, Adler, Donati & plusieurs autres.

[a] Voy. Sav. Étrang. t. III, page 269.

D'autres ont prétendu que la lumière de la mer étoit dûe à une matière phosphorique contenue dans la mer, qui se rassembloit à sa surface en petits grains qui, en se crevant par le choc des vagues ou des corps solides, s'y étendoient & la rendoient lumineuse. Les observations de M. le Roi, rapportées dans le *III.e Volume des Savans Étrangers* [b], semblent appuyer ce sentiment.

[b] Ibid. p. 143.

À quelque cause qu'on veuille attribuer la lumière de la mer, il est certain qu'on ne peut trop multiplier les observations sur ce sujet; & M. Fougeroux n'avoit garde, étant à Venise, de négliger d'observer les insectes lumineux que M. l'abbé Nollet avoit vus dans les lagunes.

Il eut d'abord quelque peine à les trouver, mais M. Griselini, avec lequel il eut occasion de conférer sur ce sujet, l'ayant instruit de leurs retraites, il se fit apporter une brassée de ces herbes marines qu'on connoît en Bretagne sous le nom de *Goëmon*, & en Normandie sous celui de *Varech*.

Ces herbes étant mises dans une chambre sans lumière, parurent parsemées d'une infinité d'étincelles très-brillantes, en prenant une des feuilles, sur lesquelles on voyoit briller une de ces étincelles, & l'examinant avec attention, on voyoit cette lumière changer de place & se promener sur la feuille; elle paroissoit comme un point un peu alongé, gros comme la tête d'une petite épingle, & ce point paroissoit s'alonger quand l'animal se disposoit à ramper.

M. Fougeroux examina ces points, ou plutôt ces animaux, à la loupe, & n'eut pas de peine à les reconnoître pour les Scolopendres, dont M. Griselini avoit donné la description & la figure, & qui n'a pas été moins exactement dessinée par M. Von-linné dans ses *Amœnitates*; & voici ce qu'il remarqua en

examinant cet inſecte; il brille comme les animaux terreſtres lumineux quand il lui plaît, & il eſt le maître de rendre ſa lumière plus ou moins vive; quelquefois ſon corps n'eſt que tranſparent, & quelquefois auſſi il en ſort des jets de lumière qui forment une étoile, & éclairent à quelque diſtance autour de lui: c'eſt par toute ſa partie poſtérieure qu'il brille; ſa tête ſeule demeure opaque, & ſi on écraſe l'inſecte ſur du papier, il y laiſſe une longue traînée de lumière bleuâtre & tranſparente.

Il ne luit que tant qu'il a l'humidité néceſſaire, & il périt en ſe deſſéchant; mais en conſervant le goëmon chargé de ſes inſectes dans l'eau de mer, & ayant ſoin de la renouveler, ils conſervent long-temps leur lumière; & lorſqu'on agitoit le goëmon dans l'eau, elle donnoit des étincelles qui produiſoient quelquefois une traînée de lumière.

La lumière de ces animaux eſt un peu bleuâtre, & aſſez ſemblable à celles que rendent les animaux terreſtres lumineux. M. Fougeroux a cru en voir de deux différentes grandeurs, mais il ignore ſi cette différence de grandeur vient de la différence d'eſpèce ou de la différence de ſexe.

Quoique les expériences que nous venons de rapporter, prouvent que la mer contient des animaux lumineux, cependant M. Fougeroux incline fort à penſer qu'ils ne ſont pas la ſeule cauſe de la lumière de la mer, & il eſt perſuadé que ceux qui ont penſé que les inſectes en queſtion en étoient l'unique cauſe, ont trop étendu leur idée, de même que ceux qui l'ont uniquement attribuée aux feux électriques. Selon lui les deux cauſes peuvent avoir lieu, & peut-être s'y en joint-il une troiſième; ſavoir une matière phoſphorique, provenue de la pourriture des corps marins des plantes, &c. Dans l'une & dans l'autre hypothèſe, & même en les adoptant toutes deux, il ſera toujours facile d'expliquer pourquoi la mer n'eſt lumineuſe que dans certains temps, puiſque les animaux, d'une part, & l'électricité ou la matière phoſphorique de l'autre, ont beſoin de circonſtances favorables, qui n'exiſtent pas toujours pour produire de la lumière. Les matériaux de cette matière phoſphorique exiſtent dans la mer; mais M. Fougeroux penſe que le concours de l'air eſt néceſſaire pour la faire briller; l'effort

l'effort des rames ou le choc du corps du bâtiment, feront crever les bulles chargées de cette matière, que leur légèreté aura fait monter à la surface, & elles donneront en s'ouvrant cette étincelle ou cette lueur que nous apercevons; peut-être cette matière est-elle trop volatile ou en trop petite quantité, pour qu'on la puise avec une petite quantité d'eau de mer, & M. Fougeroux regarde comme très-probable que la lumière de l'eau de la mer est également dûe aux Insectes lumineux & à la matière phosphorique ou électrique. Ce n'est pas le premier exemple de deux, ou même de plusieurs causes, qui concourent à produire le même effet.

SUR UN

MOYEN DE SE GARANTIR DE LA MAUVAISE ODEUR DES PUISARDS.

IL arrive souvent que les cuisines, les offices, &c. des grandes maisons, sont placées au-dessous du niveau du terrein, & qu'on ne peut faire écouler les eaux qui en proviennent que dans des puisards qu'on creuse pour cet usage; mais les graisses & les autres immondices que ces eaux y entraînent, fermentent en peu de temps & en font des cloaques qui infectent les cuisines & les autres souterrains, dans lesquels l'odeur rentre par le conduit même qui donne passage aux eaux, & les rend souvent inhabitables. V. les Mém. page 133.

M. de Parcieux a imaginé un moyen très-simple de faire disparoître cet inconvénient; pour cela il place, dans l'épaisseur du mur qui sépare la cuisine ou le lavoir du puisard, à l'endroit par où se fait l'écoulement, une cuvette de pierre, à peu près de la figure d'un bac à passer l'eau, dont l'extrémité qui donne dans le puisard, a son rebord un pouce plus bas que le rebord du bout opposé qui est à niveau du pavé, & le milieu de cette cuvette est creux d'environ 6 pouces; c'est par cette cuvette que l'eau doit nécessairement passer dans le puisard, & jusque-là rien n'empêcheroit la mauvaise odeur du puisard de rentrer dans la cuisine: voici comment M. de Parcieux lui intercepte le passage;

vers le milieu de la cuvette il place transversalement une dale de pierre dure qui entre dans deux entailles faites aux côtés de la cuvette, & qui descend d'environ un pouce plus bas que le bout de la cuvette le moins élevé. Il résulte de cette construction, que l'eau pourra toujours passer sous la pierre pour se rendre dans le puisard, mais que cette pierre trempant toujours dans l'eau de la cuvette, interceptera absolument tout passage à l'air du puisard pour rentrer dans la cuisine ou le lavoir, & qu'il ne s'agira, pour éviter toute odeur, que d'avoir soin de renouveler la petite quantité d'eau contenue dans la cuvette, pour l'empêcher de se corrompre; & en effet M. de Parcieux ayant fait sceller un pareil équipage à l'entrée d'un puisard qui rendoit tous les souterrains d'une maison inhabitables, on n'en a plus ressenti la moindre incommodité.

Cette même invention a encore été employée par M. de Parcieux avec un égal succès dans une circonstance différente; M. le Comte de Maurepas avoit fait construire une glacière à Pontchartrain, dans un endroit où le fond glaiseux ne permettoit pas de former un puisard, comme on le fait ordinairement, pour absorber l'écoulement de la glace : on avoit cru parer à cet inconvénient en formant une pierrée qui portoit les eaux de la glacière par-dessous terre, à un endroit plus bas de la colline où elle étoit creusée, & l'eau s'écouloit en effet par-là. Mais on n'avoit pas prévu que l'air y entreroit par le même endroit, & que cette colonne, plus longue que celle qui se présentoit à la porte de la glacière, s'y porteroit avec vîtesse, & charieroit continuellement un air chaud qui fondroit la glace : c'étoit en effet ce qui étoit arrivé, il s'établissoit par cette issue un courant d'eau & la glacière se vidoit d'elle-même, de manière que, sans qu'on y eût pris de la glace, elle étoit absolument vide dès le mois d'Août, quoiqu'elle contînt près de 36 toises cubes de glace. La cuvette de M. de Parcieux, placée à l'entrée de la pierrée dans le mur de la glacière, a fait absolument disparoître cet inconvénient, & la glacière est au rang de celles qui conservent le mieux la glace. On ne pouvoit pas apporter de remède plus simple que celui-ci à des inconvéniens aussi incommodes que ceux dont nous

venons de parler, mais il n'étoit cependant ni ſimple, ni aiſé de le trouver; & on n'en doit pas moins de reconnoiſſance à M. Deparcieux pour avoir imaginé cette ingénieuſe méthode.

SUR LES TROMBES DE MER.

IL arrive rarement ſur terre, mais très-ſouvent en mer, qu'on aperçoit un amas de vapeurs ſemblable à une groſſe nuée, qui s'alonge de haut en bas en partant d'une nuée, ou qui s'élève de bas en haut en allant joindre la nuée qui eſt au-deſſus, & qui forme une colonne plus large par le haut que par le bas; cette colonne fait entendre autour d'elle un bruit ſemblable à celui d'une mer agitée, elle jette ſouvent autour d'elle beaucoup de pluie & de grêle; quelquefois même il en ſort des éclairs & des coups de tonnerre, & ce terrible phénomène eſt capable de renverſer les vaiſſeaux, les maiſons, les arbres, & tout ce qui ſe trouve ſur ſon paſſage. Les Marins le connoiſſent ſous les noms de *Trombe, Puchot* ou *Typhon;* ils font leur poſſible pour s'en éloigner, mais s'ils ne peuvent éviter de s'en approcher, ils tâchent de rompre la colonne à coups de canon, & quelquefois ils y réuſſiſſent.

V. les Mém. page 409.

Un phénomène ſi ſingulier méritoit bien qu'on en recherchât les cauſes, auſſi en a-t-on donné pluſieurs explications.

Une des plus ingénieuſes eſt celle qui fut donnée en 1727, par M. Andoque, de l'Académie de Béziers, & que l'Académie a publiée dans ſon Hiſtoire *. Il admet pour cauſe des trombes, tant de mer que de terre, deux courans parallèles, de direction oppoſée, établis dans l'air à une médiocre diſtance l'un de l'autre, & qui forcent la partie immobile de l'atmoſphère qui eſt entre deux, à prendre le mouvement de tourbillon; de-là il déduit la figure conique du tourbillon, dont la partie ſupérieure doit prendre plus aiſément le mouvement circulaire, parce qu'elle eſt moins chargée, la grande condenſation des nuages, l'eſpèce de fumée & le bruit qui accompagne ſouvent le phénomène; mais quelqu'ingénieuſe que ſoit cette explication, il s'en faut bien qu'elle

* *Voy. Hiſt de l'Acad. d 1727, page 5.*

explique tout ce qu'on obſerve dans ce phénomène, elle le ſuppoſe toujours accompagné de deux vents violens, & ſouvent il arrive en calme; de plus la trombe devroit, ſelon M. Andoque, toujours venir du nuage, & ſouvent c'eſt la mer qui s'élève la première vers le nuage.

D'autres ont attribué les trombes à des exhalaiſons ſouterraines dont on ſait que le fond de la mer & celui des lacs ne ſont pas toujours exempts, mais une ſeule obſervation ſuffit pour rendre ſuſpect tout ce ſyſtème: les trombes ont ſouvent un mouvement qui leur fait ſuivre le nuage auquel elles ſemblent tenir, & on ne peut raiſonnablement ſuppoſer ce mouvement, ni aux volcans, ni aux exhalaiſons ſouterraines qu'on leur donne pour cauſe, & moins encore expliquer par ce moyen la formation des trombes qui paroiſſent partir du nuage, & que M. Briſſon nomme *trombes deſcendantes*, comme il nomme *aſcendantes* celles qui paroiſſent commencer par s'élever de la mer; il eſt, ſelon lui, une explication plus ſimple, plus naturelle & qui répond mieux à tout ce qui s'obſerve dans ce phénomène.

Il la tire de l'Électricité, il n'eſt pas douteux aujourd'hui que l'air & les nuées ne ſoient ſouvent très-électriques, & qu'on ne doive leur attribuer les phénomènes du tonnerre & des orages: rien n'empêche donc de leur attribuer auſſi ceux des trombes qui paroiſſent y avoir beaucoup de rapport.

On ſait que deux corps, dont l'un eſt électrique & l'autre ne l'eſt pas, étant placés à une certaine diſtance, ils ont l'un vers l'autre une eſpèce de tendance qui les porte à s'approcher s'ils ſont libres: ſi donc une nuée orageuſe, & par conſéquent fortement électrique, ſe préſente à une diſtance convenable de la terre, il eſt certain que la partie de la nuée la plus voiſine de la terre, ſera attirée & s'alongera en deſcendant vers la terre, & voilà une trombe deſcendante, il ne peut y en avoir d'autres ſur terre; mais ſi la nuée ſe trouve ſur la mer ou ſur une grande quantité d'eau, une partie de cette eau ſera attirée vers le nuage & formera une trombe montante. On voit bien que le plus ou moins de force électrique du nuage doit introduire de grandes variations dans le phénomène, & que dans ce cas la trombe ſera aſcendante

ſi le courant de matière électrique qui ſort de la mer eſt le plus fort; deſcendante, ſi c'eſt celui de la nuée qui l'emporte; & participant de l'une & de l'autre, ſi les deux courans ſont égaux en force: que cet effet n'aura lieu que dans le point du nuage le plus voiſin de la mer; mais que dans les environs de ce point il y aura une infinité de particules d'eau très-menues, attirées, qui formeront une eſpèce d'atmoſphère à la trombe, & que la colliſion des deux courans électriques fera entendre le bruit qui accompagne preſque toujours ce phénomène.

Quelque naturelle que parût cette explication, M. Briſſon a voulu s'en aſſurer par une expérience, faite en petit, à la vérité, mais dans les circonſtances les plus ſemblables qu'il a été poſſible. Il a donc approché un tube électriſé à quelques pouces de diſtance de la ſurface de l'eau contenue dans un vaſe de métal; auſſitôt l'eau s'eſt élevée en forme de monticule, juſqu'à ce qu'il en ſoit parti une étincelle; après quoi elle eſt retombée, & le côté du tube qui regardoit l'eau, s'eſt trouvé couvert de très-petites parcelles d'eau: cette expérience repréſente d'autant plus parfaitement ce qui ſe paſſe dans la trombe de mer, qu'effectivement celles qui donnent des coups de tonnerre, ne manquent pas de ſe diſſiper auſſitôt. On voit bien que ſi le tube avoit été compoſé de parties mobiles, il auroit pu arriver qu'il ſe ſeroit formé une trombe deſcendante.

La figure de cône renverſé que prend preſque toujours la colonne, eſt encore une ſuite naturelle de cette explication; les rayons partant d'un corps électrique ſont d'abord divergens, mais à l'approche d'un corps non-électrique, ils deviennent convergens, & la même choſe doit arriver à ceux de la nuée: il peut même arriver que deux trombes, l'une aſcendante & l'autre deſcendante, ſe joignent par leur pointe ou s'approchent ſeulement l'une vis-à-vis de l'autre, ſans être abſolument contiguës; en un mot, l'analogie entre les phénomènes des trombes & ceux de l'électricité, ſe ſoutient ſi conſtamment, qu'il eſt bien difficile de ſe refuſer à regarder l'idée qu'a donnée M. Briſſon, comme fondée ſur la Nature & ſur l'expérience, & comme une des plus ingénieuſes explications qui ait été donnée de ce phénomène.

SUR L'EAU.

LES Anciens admettoient quatre élémens, c'est à-dire quatre matières primitives & inaltérables, qui entroient plus ou moins dans la composition de tous les corps; ces matières primitives étoient l'air, l'eau, la terre & le feu : cette idée a été adoptée par presque tous les Physiciens, nous disons presque tous, parce qu'il s'est effectivement trouvé quelques Modernes qui l'ont rejetée, & ont prétendu que ces substances qu'on donnoit pour élémens primitifs & inaltérables, étoient eux-mêmes composés d'autres substances & pouvoient changer de forme. On s'est sur-tout attaché à faire voir que l'eau que nous avons, pour ainsi dire, sous la main plus qu'aucune autre substance élémentaire, pouvoit être convertie en terre, & par conséquent n'étoit ni simple ni inaltérable. On conçoit assez que cette assertion, si elle étoit vraie, renverseroit toutes les idées reçues, & détruiroit sans retour toute la certitude qu'on peut attendre des analyses chimiques, puisqu'on ne seroit jamais sûr que les substances provenues de la décomposition d'un mixte, ne fussent pas le produit de l'opération plutôt que les matières qui les composoient.

Ceux cependant qui ont attaqué l'*inaltérabilité* de l'eau, si on peut employer ce terme, ne l'ont pas fait sans y être autorisés par des raisons assez fortes. Ce point ayant été discuté dans l'Académie à l'occasion du projet formé par M. Deparcieux, d'amener à Paris les eaux de l'Yvette, M. le Roi a cru qu'il méritoit d'être examiné avec la plus grande attention, & cela d'autant plus qu'il est extrêmement important de savoir à quoi s'en tenir sur un sentiment qui tend à renverser l'idée si ancienne de l'inaltérabilité de l'eau, & c'est de la dissertation que M. le Roi lût à ce sujet, que nous allons rendre compte, en présentant, autant qu'il nous sera possible, dans toute leur force, les faits allégués par les partisans de la transformation de l'eau, & les raisons & les preuves par lesquelles cet Académicien fait voir qu'on n'en peut rien conclure contre le sentiment de ceux qui regardent l'eau comme inaltérable.

La plus ancienne de ces expériences eſt celle de Vanhelmont, il planta une branche de ſaule dans de la terre de jardin deſſéchée au four, & cette branche crut & acquit un poids & un volume conſidérable en l'arroſant ſimplement avec de l'eau pure, & ſans que la terre parût avoir perdu la plus petite quantité de ſon poids; l'eau étoit donc capable de ſe corporifier, pour ainſi dire, & de ſe changer en la ſubſtance du bois; elle n'étoit donc pas inaltérable.

Boyle, dans ſon Traité de l'origine des formes, rapporte qu'un de ſes amis ayant diſtillé juſqu'à deux cents fois de l'eau de pluie, avoit trouvé que cette eau donnoit toujours un réſidu terreux, tellement que, ſelon cette relation, une once d'eau produiſit à la fin les trois quarts de ſon poids en terre, ſur quoi il eſt à remarquer que Boyle n'avoit pas fait lui-même cette expérience, mais qu'il la tenoit d'un autre qui vraiſemblablement avoit été trompé par quelque circonſtance; ce réſultat étant hors des bornes de toute poſſibilité, revenons à des expériences plus certaines.

Nous pouvons mettre en ce rang la belle expérience par laquelle M. du Hamel a ſi fort enchéri ſur celle de Vanhelmont, & qui eſt rapportée dans les Mémoires de l'Académie de 1748 *, où il en donne tout le détail. Indépendamment de pluſieurs autres tentatives, il avoit élevé un chêne ſans autre aliment que de l'eau filtrée ou diſtillée; ce chêne avoit crû pendant tout le temps de l'expérience qui a duré plus de huit années, d'abord plus vivement que s'il eût été en terre, enſuite beaucoup plus foiblement; mais enfin il avoit toujours crû, & n'a péri que parce qu'on le laiſſa manquer d'eau pendant un voyage que M. du Hamel fut obligé de faire. On ne pouvoit pas ſoupçonner ici, comme dans l'expérience de Vanhelmont, que la terre lui eût fourni quelque choſe, & il eſt très-certain que toute la ſubſtance ſolide de ce chêne lui avoit été fournie par de l'eau filtrée, & par conſéquent exempte de molécules groſſières.

* *Voy. Hiſt. de 1748, p. 71, & les Mémoires, page 272.*

M. Margraff, de l'Académie royale des Sciences de Berlin, a entrepris une nouvelle analyſe de l'eau, dont le réſultat ſemble donner du poids à l'opinion de la mutabilité de l'eau, & dans

laquelle il a pris toutes les précautions que ſon génie & ſon ſavoir lui ont pu ſuggérer. Il n'a employé dans ſes expériences que de l'eau de pluie ramaſſée dans les mois d'hiver où l'air eſt le moins chargé de matières étrangères, toujours recueillie dans des grands vaſes de verre & avec l'attention de ne recevoir que celle qui tomboit après pluſieurs heures de pluie pour laiſſer le temps à la première pluie d'abattre tous les petits corps étrangers qui auroient pu être ſuſpendus dans l'air.

M. Margraff ayant amaſſé environ trois mille ſix cents onces d'eau de pluie, recueillie avec toutes les précautions que nous venons d'expoſer, il la mit en diſtillation dans des vaiſſeaux de verre qu'il avoit eu ſoin de tenir extrêmement propres, & la diſtillation ſe fit à une chaleur aſſez modérée pour ne pas faire bouillir l'eau : lorſque l'eau contenue dans chaque vaiſſeau diſtillatoire, étoit réduite au quart, il mettoit à part ce quart qui reſtoit, & remettoit de nouvelle eau juſqu'à ce qu'il eût diſtillé à peu-près les vingt-quatre vingt-cinquièmes de ſon eau ; & par ce moyen il eut toutes les parties hétérogènes qui ne s'étoient pas pu élever avec l'eau, concentrées & raſſemblées dans ce vingt-cinquième d'eau non diſtillée. Il n'eſt pas néceſſaire d'ajouter que cette eau, ainſi ſurchargée de parties étrangères, étoit trouble. M. Margraff la concentra encore en continuant de la diſtiller dans de plus petites cornues ; cette eau ayant enſuite été évaporée juſqu'à un certain point & filtrée par le papier gris, laiſſa ſur le filtre une terre calcaire blanchâtre tirant ſur le jaune, très-fine & peſant cent grains ou un gros vingt-huit grains : la liqueur filtrée n'étoit pas claire, elle avoit un œil d'opale qui faiſoit voir que la matière non diſſoute qui étoit reſtée ſur le filtre, n'étoit pas la ſeule qu'elle contînt ; mais qu'outre cette terre, il y avoit encore dans l'eau des parties ſalines diſſoutes qui avoient paſſé avec elle par les pores du filtre : pour s'en éclaircir, M. Margraff y verſa une ſolution de ſel de tartre très-pur, & ayant fait les opérations néceſſaires, il obtint des criſtaux en aiguilles qui étoient de véritable ſalpêtre & quelques autres criſtaux cubiques qu'il reconnut pour du vrai ſel marin, les uns & les autres étoient bruns ; preuve évidente que malgré

les précautions qu'avoit prises M. Margraff pour avoir son eau de pluie bien pure, elle tenoit cependant des particules huileuses & visqueuses.

L'eau distillée cette première fois, fut soumise à douze nouvelles distillations, dans lesquelles elle donna toujours quelques particules de terre, tellement qu'en ramassant les produits des treize distillations, il se trouva que les 3600 onces d'eau avoient produit 1 gros 60 grains ou la 14400.[e] partie de son poids, d'une terre calcaire très-fine & quelques grains d'acide nitreux & d'acide marin; l'eau de neige recueillie avec les mêmes précautions que l'eau de pluie, a donné les mêmes résultats, il s'y est trouvé seulement un peu plus d'acide marin.

Cette opiniâtreté de l'eau à toujours donner de la terre dans les distillations, engagea M. Margraff à continuer de la distiller, pour voir si elle en donneroit encore; mais il introduisit quelques différences dans le procédé, l'eau n'avoit point bouilli dans les treize premières distillations; dans les suivantes qui furent au nombre de trente, cette eau déjà distillée treize fois, fut toujours tenue bouillante, & il observa de plus de se servir d'un vaisseau qui étoit d'une même pièce avec le récipient : on y introduisit l'eau par un trou qui fut exactement bouché, & quand toute l'eau avoit passé par la distillation dans le récipient, on la faisoit repasser dans le vaisseau pour la distiller de nouveau; par ce moyen, M. Margraff étoit sûr qu'aucun atome de la poussière extérieure ne pouvoit s'y mêler.

À mesure que les distillations se multiplioient, l'eau devenoit de plus trouble en plus trouble, la terre se manifestoit davantage, & cette terre paroissoit semblable à celle que les premières distillations avoient donnée.

M. Margraff voyant que l'eau donnoit constamment de la terre à toutes les distillations, voulut voir ce que produiroit sur elle l'agitation: dans cette vue, il attacha à une aîle de moulin une bouteille d'eau distillée, & l'y laissa tourner long-temps; cette eau resta toujours limpide, mais celle à qui on fit éprouver long-temps des secousses qui l'agitoient alternativement en sens contraire, donna de la terre calcaire & des sels.

La même chose, ou presque la même chose, arriva à de l'eau de pluie très-pure, que M. Margraff avoit bien enfermée dans un vase exposé au soleil; il s'excita au bout d'un mois un mouvement intestin dans la liqueur; il s'y éleva des petites bulles, & il s'y forma un limon verdâtre qui s'attacha aux parois & au fond du vaisseau.

L'eau de pluie distillée dix ou douze fois, & exposée au soleil dans un vase, de manière qu'elle puisse s'évaporer sans que la poussière puisse s'y mêler, laisse après son évaporation une terre toute semblable à celle que donne la distillation.

Les expériences de M. Margraff, que M. le Roi s'est fait un devoir de rapporter avec toutes leurs circonstances, prouvent donc incontestablement que l'eau de pluie, quoique très-pure, contient cependant une terre calcaire, une substance visqueuse ou mucilagineuse, un peu d'acide nitreux & un peu d'acide marin.

Nous disons, les expériences de M. Margraff, car celles que rapporte Boyle, n'ayant point été faites par lui-même, & s'écartant si fort du résultat de celles de M. Margraff, ne paroissoient mériter aucune attention, on a quelque lieu de s'étonner qu'un Physicien aussi éclairé que M. Newton ait pu, sur un pareil fondement, adopter l'opinion de la transformation de l'eau en terre.

Mais peut-on conclure des expériences que nous venons de rapporter, que cette transformation soit possible; c'est ce que M. le Roi ne pense nullement, & nous allons rapporter les raisons qui l'engagent à croire que les expériences ne fournissent aucune preuve solide de ce prétendu phénomène; mais avant que de les rapporter, il ne sera peut-être pas inutile de rappeler ici le principe sur lequel elles sont fondées.

La distillation élève les matières en raison de leur volatilité; on sait que tous les corps n'ont pas la propriété d'être enlevés par l'action du feu, & que parmi ceux qui l'ont, il y en a qui s'enlèvent bien plus facilement que les autres, ou qui, pour parler le langage de la Chimie, sont plus volatils que les autres; les sels en général ne s'élèvent qu'en se décomposant, & par une extrème violence du feu, encore n'est-ce que leur partie acide, l'alkaline demeurant obstinément au fond de la cornue.

Les parties des corps réellement diſſous dans l'eau, paſſent avec elle par les pores du filtre, & ce moyen ſeroit inſuffiſant pour les en ſéparer.

Plus les corps mêlés avec l'eau lui ſont adhérens, plus leurs molécules ſont fines, & plus auſſi ils peuvent s'élever facilement avec elle, & par conſéquent être portés à une plus grande hauteur que d'autres molécules plus groſſières & moins adhérentes; l'eau réduite en vapeurs auroit abandonné ces dernières beaucoup plus tôt: appliquons maintenant ces principes.

La partie de la terre mêlée avec l'eau, & qui lui eſt très-peu adhérente, en eſt aiſément ſéparée par le filtre, & on dépouille l'eau qui a paſſé par ſes pores, des acides qu'elle contient, en les obligeant de ſe criſtalliſer.

Mais que ſera-ce ſi nous pouvons prouver, qu'une partie de la terre & des acides, joints à l'eau de pluie, a été élevée juſqu'à la hauteur des nuées avec les vapeurs qui ont formé la pluie en ſe condenſant. Pouvons-nous eſpérer que des ſubſtances, réduites en parties aſſez fines & aſſez adhérentes aux parties de l'eau, pour être élevées avec cette eau réduite en vapeurs à la hauteur des nuées, en puiſſent être ſéparées par les diſtillations qu'on fait dans les laboratoires, où on n'élève les vapeurs qu'à quelques pieds. Il ne doit donc s'en ſéparer à chaque diſtillation, qu'une partie qui ira toujours en diminuant, ſans qu'il ſoit peut-être au pouvoir des hommes de parvenir à en dépouiller l'eau parfaitement; les dernières parties de terre & d'acide, étant vraiſemblablement aſſez fines & aſſez adhérentes aux molécules d'eau pour s'élever avec elles au même degré de chaleur qui ſuffit pour réduire l'eau en vapeurs, & ne s'en ſéparant qu'à meſure que la diminution de l'eau, inévitable dans ces occaſions, où une forte ébullition oblige les moins tenues à ſe ſéparer.

Or il n'eſt pas difficile de prouver que la terre contenue dans l'eau de pluie, employée par M. Margraff, s'étoit élevée avec les vapeurs; ſi on veut bien ſe rappeler les précautions avec leſquelles elle avoit été recueillie, & que nous avons rapportées. M. Margraff ne prenoit que celle qui tomboit après qu'il avoit déjà plu deux ou trois heures, & dans les mois où l'air eſt le

moins chargé de corps étrangers; le peu qui pouvoit s'y trouver de ces corps avoit été sûrement précipité par deux ou trois heures de pluie précédente, & cependant l'eau en contenoit une quantité considérable, & il n'est pas probable que parmi ces molécules de terre & des acides nitreux & marin, il ne s'en soit pas trouvé de plus déliées & de plus adhérentes aux parties de l'eau; les plus grossières en ont été séparées par le filtre & par les premières distillations; mais il en sera demeuré d'autres, dont quelques-unes auront été séparées par les distillations suivantes, par le trémoussement donné à l'eau, & sur-tout par l'ébullition forte & continue qu'on lui a fait subir. Il doit seulement être arrivé, que la quantité de ces résidus ait toujours été en diminuant, sans que cependant on puisse s'assurer de la possibilité de dépouiller entièrement l'eau de ces matières qui étoient mêlées avec elle lorsqu'elle s'élevoit en vapeurs pour former les nuages: que si l'on doutoit que ces matières fussent mêlées avec l'eau lorsqu'elle s'élevoit en vapeurs, & si l'on croyoit qu'elles n'eussent été que ramassées par la pluie en tombant, malgré les précautions dont nous avons parlé, la neige qui se forme à une très-grande hauteur, & qui cependant donne les mêmes résidus, prouveroit combien ce doute seroit mal fondé.

D'ailleurs, toutes les terres résultantes des différentes distillations, sont de même nature que celle qui est séparée de l'eau par le filtre dans les premières opérations, & celle-ci n'a jamais été regardée comme le produit de l'eau, mais comme une matière étrangère qui y étoit jointe. Pourquoi mettre les autres dans une classe différente? On ne doit admettre un principe extraordinaire que lorsque ceux qui sont connus sont absolument insuffisans pour expliquer un fait proposé: nous venons de faire voir que le fait en question s'explique, & même assez facilement, sans supposer d'autres principes que ceux qui sont admis de tous les Physiciens.

L'accroissement du saule de Vanhelmont, & celui du chêne de M. du Hamel, ne sont pas plus difficiles à expliquer, sans admettre la transformation de l'eau en terre; ils ne le doivent l'un & l'autre qu'aux parties terreuses & salines que contient toujours l'eau, selon M. le Roi, lors même qu'elle a été filtrée

ou diſtillée; auſſi cet accroiſſement étoit-il beaucoup plus lent que celui d'arbres ſemblables élevés à l'ordinaire & dans la terre.

Puiſque l'eau de pluie, expoſée à un battement continu & alternatif, donne conſtamment de la terre calcaire & des acides abſolument ſemblables à ceux qu'elle donne par la diſtillation, on ne peut certainement regarder ces derniers comme le produit d'une transformation de l'eau en terre; il ſeroit plus qu'extraordinaire que la ſimple agitation pût produire cet effet; d'ailleurs la ſimple évaporation le produit; & l'eau de pluie, diſtillée & enfermée dans des vaiſſeaux où la pouſſière ne pouvoit pénétrer, s'eſt totalement évaporée, & a laiſſé une terre calcaire abſolument ſemblable à celle qui reſte après les diſtillations les plus réitérées: il eſt d'ailleurs conſtant, par une infinité d'expériences, & ſur-tout par celles de M. Cadet, que le verre réduit en poudre ou porphyriſé, ſe mêle tellement avec l'eau, qu'il n'en altère pas même la tranſparence.

Il y a plus, non-ſeulement l'eau laiſſe après la diſtillation une terre calcaire, mais elle laiſſe encore une quantité, petite à la vérité, mais très-perceptible d'acide nitreux & d'acide marin, & d'une matière mucilagineuſe. Il faudroit donc dire auſſi que l'eau ſe convertit en acide & en mucilage, ce qui eſt ſi abſurde que perſonne n'a jamais oſé l'avancer.

L'opinion de ceux qui ſoutiennent que l'eau peut être transformée en terre, n'eſt donc établie que ſur ce qu'ils regardent comme inexplicable, ſans cela, qu'après un grand nombre de diſtillations, l'eau donne encore de la terre, & qu'ils regardent cet effet comme une preuve de la transformation de l'eau en terre; mais la difficulté qu'ils trouvent dans l'explication de ce phénomène, ne vient que de ce qu'ils ſuppoſent, qu'après un certain nombre de diſtillations, toute la terre qui pouvoit être jointe à l'eau doit en être dégagée: or rien n'eſt plus gratuit que cette ſuppoſition; il eſt ſouverainement difficile d'obtenir des êtres ſimples, & les Chimiſtes éprouvent cette difficulté tous les jours.

Nous avons fait voir d'ailleurs, que des parties de terre, & même de verre, peuvent être aſſez fines pour s'enlever avec les molécules d'eau, auxquelles elles ſont adhérentes, & que par

conſéquent il étoit impoſſible que la diſtillation l'en dépouillât parfaitement.

Il eſt donc bien conſtant que les expériences, rapportées par les défenſeurs de la transformation de l'eau en terre, ne concluent rien en faveur de cette opinion, & qu'on peut regarder cette ſubſtance comme inaltérable, du moins juſqu'à ce qu'ils aient allégué en faveur de leur ſentiment des preuves plus déciſives.

OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

ON ſait que la Cigale eſt extrêmement commune dans l'Italie, la Provence, le Languedoc, & en général dans les pays chauds; mais on ne croyoit pas poſſible qu'elle vécût dans la partie ſeptentrionale du royaume. M.rs du Hamel avoient autrefois envoyé à M. de Reaumur, dans le temps qu'il travailloit à ſon hiſtoire des Inſectes, des dépouilles d'inſectes que ce Phyſicien reconnut pour être celles des nymphes des cigales; mais il ne put ſe perſuader que la cigale qui les avoit produites fût originaire de Denainvilliers, qui n'eſt qu'à vingt-une lieues de Paris. M. Fougeroux a levé ſur ce point toute difficulté; il a fait voir à l'Académie une cigale, qu'il avoit priſe vivante à Denainvilliers, & en dernier lieu une nymphe de cet inſecte, qu'il avoit auſſi trouvée vivante: les habitans du lieu les connoiſſent & tirent même un bon augure pour leurs récoltes, lorſqu'ils en entendent beaucoup. Peut-être avec des recherches plus exactes en trouvera-t-on encore plus près de Paris; du moins les obſervations de M. Fougeroux prouvent-elles, qu'à vingt-une lieues au ſud de cette capitale, elles peuvent vivre & ſe multiplier.

I I.

Voici encore une eſpèce d'animal qu'on croit communément étranger, non-ſeulement à la France, mais même à l'Europe;

c'eſt le caſtor qu'on regarde comme habitant naturel de la partie ſeptentrionale de l'Amérique; il eſt cependant vrai qu'on en voit dans la France, & même dans la partie la plus méridionale de ce royaume; on en trouve ſur les bords du Rhône, dans la partie de ce fleuve voiſine de *Saint-Andeol*, ſur le *Gardon d'Alais* & ſur celui d'*Anduze*, & dans la rivière du *Viſtre;* on ne le connoît point dans ce pays ſous le nom de *Caſtor*, mais ſous celui de *Bièvre*, ou en langage du pays, *Biure*. Il n'y a guère plus de dix-huit ans qu'on s'eſt aviſé d'en tirer parti, avant ce temps on n'en faiſoit pas plus de cas que d'un chien mort: un Chartreux s'aviſa le premier d'en faire mettre un à l'étuvée; on ſait que ces Religieux, qui font maigre toute l'année, mangent des animaux aquatiques, & ſur-tout des loutres très-analogues au caſtor; il n'eut pas lieu de s'en repentir, la chair en fut trouvée excellente, & ſur-tout celle de la queue, qui eſt le morceau le plus délicat: depuis ce temps on mange du caſtor, on en met en pâte & on en conſerve même les cuiſſes toutes cuites dans l'huile. La plupart de ceux qui en tuent, les portent aux Chartreux qui les achettent aſſez cher. On ſe ſert de leur peau pour les mêmes uſages auxquels on emploie celle des caſtors de Canada; les caſtors de France ont, comme ces derniers, les deux poches qui contiennent cette matière connue ſous le nom de *caſtoreum*, elle eſt ſous différente forme dans les deux poches: la ſupérieure contient du *caſtoreum* preſque fluide, il eſt plus épais dans la poche inférieure; en conſervant cette matière dans un vaiſſeau de verre bien bouché, elle conſerve ſa liquidité & une odeur plus vive que n'a le *caſtoreum* deſſéché; elle perd ſeulement un peu de ſa fluidité dans les grands froids. Ces animaux étoient autrefois beaucoup plus communs en Languedoc qu'ils ne le ſont aujourd'hui; on prétend que les inondations en ont fait périr un grand nombre; leur rareté pourroit auſſi venir de ce que les riverains du Rhône les détruiſent autant qu'ils peuvent, parce que ces animaux coupent & rongent les plantations de ſaules qu'ils font ſur les bords de ce fleuve, & qui ſont pour eux d'un grand revenu: il ne ſeroit peut-être pas inutile d'examiner s'il ne ſeroit pas plus avantageux de ſacrifier les ſaules aux caſtors que de ſacrifier les caſtors aux ſaules. Tout

ce détail est tiré d'une lettre de M. Montet, de la Société royale des Sciences de Montpellier, qui a déjà enrichi l'Histoire de l'Académie d'un grand nombre d'observations intéressantes.

III.

M. Fourcroy de Ramecourt, Brigadier des Armées du Roi, Ingénieur en chef à Calais, & Correspondant de l'Académie, a mandé à M. du Hamel que le 2 Janvier 1767, la mer s'étoit élevée à Calais d'une manière extraordinaire. Le baromètre qui s'étoit soutenu les jours précédens à 28 pouces 9 lignes, étoit tombé assez promptement à 27 pouces 7 lignes, & il souffloit un vent de nord-nord-ouest très-fort, mais sans bouffées: le plein de la mer devança d'environ une demi-heure le temps auquel il devoit arriver, & elle s'éleva de 39 pouces au-dessus du terme réduit des vives eaux ou grandes marées: excepté une seule marée de 1736, qui excéda ce terme, on ne se souvenoit point à Calais d'y avoir vu la mer si haute; cent trente-trois travées des jetées en bois, qui, à la vérité, étoient vieilles & en mauvais état, ont été renversées par ce flot extraordinaire.

M. de Fienne, Ingénieur en chef à Gravelines, a mandé à M. Fourcroy, que la mer qui avoit déjà été plus élevée qu'à l'ordinaire la nuit du 1 au 2 Décembre, parut pleine le 2 dès midi & demi; qu'elle eut alors trois alternatives de décroissement & d'accroissement jusqu'à une heure & demie, & qu'à cette dernière vibration elle monta de vingt-cinq pouces au-dessus du terme des plus grandes vives eaux. M. Poisson, Ingénieur en chef à Dunkerque, a aussi informé M. Fourcroy, que la marée étoit montée de cinquante-deux pouces au-delà du repaire des grandes vives eaux, & que quelques personnes l'avoient assuré qu'on avoit entendu un coup de tonnerre vers les sept heures du matin; M. Fourcroy présume que la cause physique de ces marées extraordinaires, quelle qu'elle pût être, avoit son foyer ou centre d'effort au nord de Calais, puisqu'elles ont été d'autant plus hautes qu'on étoit plus au nord-est de cette ville.

IV.

Le 13 Août 1766, la chaleur fut extrême à la Guadeloupe:

sur les cinq heures du soir, le ciel parut au couchant comme enflammé, & le vent qui étoit à l'est sauta au nord-ouest, & souffla avec violence; tous les habitans étoient dans la consternation & attendoient quelque fâcheux évènement; cependant ils n'eurent à essuyer qu'un grand vent avec quelques coups de tonnerre, & leur frayeur se dissipa; ce ne fut pas pour long-temps: dès le 18 Septembre, les mêmes apparences s'observèrent, excepté qu'il règnoit alors un calme plat, ce qui présage ordinairement en ces quartiers un ouragan & un tremblement de terre; on ressentit effectivement dans l'île quatre secousses pendant la nuit; la première à minuit, & les trois autres vers quatre heures & demie du matin; mais le jour étant venu on vit la soufrière jeter de la fumée plus qu'à l'ordinaire, ce qui rassura les habitans.

Pour comprendre la raison de ce dernier article, il est nécessaire de savoir, qu'il y a dans l'île de la Guadeloupe une montagne qui jette de temps en temps de la fumée & des flammes, par deux bouches placées à son sommet; cette montagne est extrêmement haute; les nuages passent à peu près à la moitié de sa hauteur; on emploie deux heures à y monter, ou plutôt à y gravir en se cramponnant aux pierres, & on doit se pourvoir de liqueurs fortes pour parer au froid excessif qu'on éprouve au sommet; près des bouches qui sont à ce sommet, il y a un étang dont on ne connoît pas le fond, & qui contient du poisson de mauvaise qualité. Avant 1738, l'île étoit sujette à beaucoup de tremblemens de terre; vers cette année les deux bouches s'aggrandirent, & la matière brûlante du volcan trouvant une plus facile issue, causa moins de secousses dans l'île. Depuis 1745, les bouches se sont fermées, & on trouve en leur place une multitude de petites crevasses par où il sort de la fumée, & où l'on ramasse facilement à la main la plus belle fleur de soufre. Il est aisé de voir, par tout ce que nous venons de dire, pourquoi la grande quantité de fumée qui sort de la montagne, rassure les habitans sur les tremblemens de terre.

Le 6 Octobre, le vent étant au nord & assez modéré, il devint tout-à-coup extrêmement modéré; la mer paroissoit au loin très-mauvaise, & le temps très-chargé; sur les cinq heures du

ſoir, la pluie qui avoit duré toute la journée, fit déborder l'étang qui eſt au-deſſous de la ſoufrière; les rivières ſortirent de leur lit; preſque toutes même s'en ſont fait de nouveaux : la plus grande partie des vivres de ces quartiers, & plus de cent maiſons ont été emportées par les torrens; le vent & la marée ont fait auſſi les plus grands ravages, & tous les bâtimens qui étoient dans ces parages ont péri, les uns à la côte & les autres à la mer. Ce détail eſt tiré d'une lettre écrite à M. Fougeroux, par un habitant de cette iſle.

V.

La ſoufrière de la Guadeloupe n'eſt pas le ſeul volcan qui ait donné cette année des ſujets de crainte à ſon voiſinage; M.[lle] Ardinghelli a mandé à M. l'abbé Nollet, que le 23 Octobre, le mont Véſuve s'étoit ouvert avec un bruit horrible, & avoit pouſſé, par cette ouverture, un torrent de matières enflammées, qui s'étoit diviſé en pluſieurs branches; la plus grande couloit avec une vîteſſe effrayante, & elle augmenta tellement, en ſe dirigeant toujours vers *Portici*, que le Roi qui y étoit, & tous les habitans, s'en retirèrent à deux heures après minuit: le lendemain ce torrent de feu étoit arrêté, ou du moins ne couloit plus que lentement; jamais le Véſuve n'avoit fait, dans aucune éruption, autant de fracas qu'il en a fait dans celle-ci; il faiſoit entendre le même bruit que celui d'une furieuſe tempête, pendant laquelle le tonnerre ne ceſſeroit de gronder, & les ſecouſſes fréquentes qu'il donnoit faiſoient trembler tous les édifices à plus de ſix à ſept lieues à la ronde; preuve certaine que les matières qui s'enflamment ſont à une très-grande profondeur; la fumée que jetoit la montagne étoit ſi épaiſſe, & en ſi grande quantité, qu'elle obſcurciſſoit le ſoleil qui, pendant trois jours, n'a paru que de couleur de fer rouge, & ſans rayons. Il eſt tombé dans les environs du Véſuve, la hauteur de trois doigts de cendre, ou plutôt de ſable calciné, & cette eſpèce de pluie s'eſt étendue juſqu'à Naples: la lave qui en eſt ſortie avoit, ſelon la meſure qui en a été faite, environ ſoixante toiſes de large & à peu près vingt pieds d'épaiſſeur.

On peut juger quel effroi ont dû cauſer les mugiſſemens

effroyables de la montagne, & les secousses qui se succédoient l'une à l'autre sans interruption : le dommage qu'a causé cette éruption est évalué à plusieurs centaines de mille livres. Au départ de la lettre de M.lle Ardinghelli, l'éruption étoit arrêtée, ou du moins extrêmement diminuée.

VI.

La nuit du 24 au 25 Novembre 1767, une partie du rocher, sur lequel est bâtie la ville de Pontoise, se détacha d'elle-même du reste de la montagne avec un fracas horrible, & tomba sur la partie basse de la ville; tous les appentis adossés à cette masse de rocher ont été fracassés par sa chute, de même que trois maisons qui se trouvoient au-dessous; heureusement l'écroulement s'est fait en trois temps différens, & dans l'espace de quatre à cinq minutes, ce qui a donné le temps aux habitans de ces maisons, avertis par le premier éboulement, de se sauver; un seul homme s'est trouvé pris sous les décombres qui soutenoient une masse énorme de rocher; son lit a été brisé, mais on l'a retiré, & il en a été quitte pour quelques blessures aux jambes: voici ce qu'un Physicien, ami de M. Guettard, & qui se transporta sur le champ sur le lieu, lui en avoit mandé.

La partie du rocher qui s'est détachée étoit saillante, & la séparation s'en est faite au-dessous de la terrasse du Doyenné; cette partie avoit cinquante pieds de face, dix-huit pieds d'épaisseur, & trente de hauteur; le rocher, au moyen de cette chute, se trouve coupé presque à pic, excepté cependant la partie supérieure qui est demeurée en saillie, étant composée de pierres plus dures, engagées profondément sous la montagne, & cette partie, quoiqu'en l'air, est solide, & ne paroît menacer d'aucun accident; une autre partie, aussi en saillie, & voisine de celle qui est tombée, auroit probablement eu le même sort sans un fort jambage de pierre de taille, construit en 1727, pour l'appuyer : cette partie de rocher commence à se détacher de la montagne, & ne porte presque plus que sur ce pilier qui paroît fatigué, soit du poids qu'il porte, soit de la chute de la partie voisine; le reste de la montagne semble être en son état naturel, & rien ne

ſemble menacer ruine qu'une partie du rocher, ſur laquelle porte un des bouts de l'égliſe de Saint-Pierre, & qui porte abſolument à faux; les humidités & l'action de l'air ayant peu à peu détruit le bouzin & le tuf qui portoient les bancs de pierre calcaire qui ſont au-deſſus; car on ne peut attribuer cette deſtruction à aucune autre cauſe, n'y ayant aucunes eaux qui coulent entre les bancs qui compoſent la montagne, dont tout le reſte paroît extrêmement ſolide & ne menacer d'aucun danger, du moins juſqu'à ce que les mêmes cauſes aient miné le deſſous de ce qui reſte ferme, ce qui exige un temps très-conſidérable.

VII.

M. Cotte, Prêtre de l'Oratoire, a envoyé à M. Macquer quelques os foſſiles trouvés en pleine maſſe à Montmorenci, dans une carrière à plâtre: la principale de ces pièces étoit une mâchoire enfermée dans une maſſe de pierre, de laquelle on voyoit une partie, & de laquelle M. Cotte avoit même ſéparé une dent qu'il avoit jointe à l'envoi, enveloppée ſéparément: cette mâchoire, à n'en juger que par ce qui paroiſſoit, avoit quelque reſſemblance avec celle du cochon; mais M. Tenon ayant fait ſcier la pierre, on reconnut évidemment qu'elle n'avoit pu appartenir ni au cochon domeſtique, ni même au ſanglier d'Europe, & que c'étoit le reſte de la tête de quelqu'animal étranger & inconnu. Ce n'eſt pas la première fois que les obſervations d'Hiſtoire naturelle nous ont offert des preuves des étranges bouleverſemens que notre globe a ſoufferts anciennement.

VIII.

Le tonnerre a ſemblé vouloir fournir cette année pluſieurs preuves de ſon identité avec les phénomènes électriques; nous allons rapporter par ordre celles qui ſont venues à la connoiſſance de l'Académie.

La nuit du 17 au 18 Juillet 1767, vers les deux heures du matin, le tonnerre tomba à Paris ſur deux maiſons très-éloignées l'une de l'autre, l'une ſituée rue Plumet près la barrière de Sève, & l'autre, rue de la Lingerie à la Halle; les deux coups ſe ſuivirent

à très-peu de diſtance l'un de l'autre. M. Rigaud, Phyſicien & Chimiſte attaché à la Marine, étoit alors a Paris; il examina preſque ſur le champ les effets de ces deux coups de tonnerre, & voici le précis du compte très-détaillé qu'il en rendit à l'Académie.

Le coup qui tomba dans la rue Plumet, attaqua une ſouche de huit cheminées, appuyées ſur le pignon d'une maiſon très-haute, & à peu près iſolée; & quoiqu'elles occupaſſent un aſſez grand eſpace, étant à côté les unes des autres, il entra dans ſix de ces cheminées, une d'elles qui avoit une groſſe ancre de fer qui la traverſoit, fut démolie juſqu'au comble avec une partie du mur, & l'exploſion fut ſi violente que des moellons peſant plus de quarante livres, furent jetés preſque horizontalement à plus de trente pieds contre le gros mur oppoſé; il abattit environ quatorze pieds de l'entablement où il mit tous les fers à découvert; de-là deſcendant le long des tuyaux de cheminée, il eſt entré dans les chambres où ils répondoient, commençant par le cinquième étage & finiſſant au deſſous de porte par où il eſt ſorti, perçant le pigeonnage des tuyaux de cheminées à l'endroit des ſentons & les âtres aux barres de trémie.

Dans toutes les chambres, le tonnerre a attaqué tout ce qu'il a trouvé de métallique; entre pluſieurs cadres qui étoient dans une chambre, il ne s'eſt porté qu'à un ſeul qui étoit doré, tous les autres qui ne l'étoient pas n'ont point été touchés; une lanterne de fer-blanc qui étoit ſur la tablette d'une des cheminées, a été briſée & fondue en partie, ſans que deux bouteilles, dont une de verre très-mince, qui étoient ſur la même tablette, aient reçu le moindre dommage; il a ſuivi une poêle de fer poſée debout, & dans laquelle il paroît être entré par la queue; mais ne trouvant plus de conducteur à l'autre extrémité, il a briſé la poêle en pluſieurs morceaux. Un des phénomènes les plus ſurprenans, c'eſt qu'ayant trouvé dans une des chambres, une caiſſe pleine d'uſtenſiles de fer, il a éclaté la caiſſe & affecté la plus grande partie de ces uſtenſiles, qui portent des marques de fuſion, ſans allumer une demi-livre de poudre à canon qui étoit dans la même caiſſe, contenue dans une poire ouverte: le tonnerre a briſé preſque

toutes les vitres, mais les chassis n'ont paru brûlés que dans les endroits où étoient les ferrures.

La plupart de ces chambres étoient habitées, les habitans interrogés par M. Rigaud, sont tous convenus qu'ils ont été couverts de platras & autres débris, avant que d'avoir entendu le coup; que les traits de feu qu'ils ont vus dans leurs chambres étoient si vifs, qu'ils n'en pouvoient soutenir l'éclat, & que le tonnerre y avoit laissé une odeur si désagréable, & qui prenoit si fort à la gorge, qu'ils en auroient été suffoqués sans l'air qui entroit en abondance par le grand nombre de carreaux de vitres que le tonnerre avoit cassés: ils ajoutèrent que ce violent coup de tonnerre avoit été précédé d'une forte bouffée de vent, d'un redoublement de pluie, & qu'il s'étoit passé environ 4 minutes sans éclairs ni tonnerre avant que ce coup éclatât.

Un des habitans de cette maison étoit alors debout dans sa chambre, & se disposoit à boire de l'eau d'un pot qu'il avoit été chercher; le tonnerre qui le trouva dans sa route, brisa son pot en mille pièces, lui fit une écorchure large de deux doigts à la hanche droite, & il éprouva une commotion si terrible qu'il urina involontairement, demeura plus d'une demi-heure sans sentiment, eut une tumeur douloureuse au-dessus de l'articulation de l'avant-bras, ressentit pendant deux jours une difficulté considérable de respirer, & rendit des crachats noirs; mais ce qu'il y a de plus singulier, c'est qu'à l'approche d'un petit orage qui arriva quelques jours après que ces symptômes furent dissipés, ils se renouvelèrent: étoit-ce la peur ou la matière électrique de l'orage qui causoit cet accident; c'est ce qu'il n'est pas aisé de décider.

Les mêmes phénomènes dont nous venons de parler, se sont retrouvés dans les effets du coup de tonnerre tombé dans la rue de la Lingerie; il a de même suivi les tringles, les fils de fer des sonnettes & tout ce qu'il a trouvé de métallique; mais ce que nous ne devons pas passer sous silence, c'est que M. Rigaud ayant interrogé les habitans sur l'odeur qu'ils avoient sentie dans cette occasion, M. Paupelin fils, l'un d'entr'eux qui avoit suivi les leçons de M. l'abbé Nollet, dit qu'elle lui avoit paru

abſolument ſemblable à celle des huiles eſſentielles enflammées par l'eſprit de nitre.

Le 6 Août ſuivant, il y eut un autre orage qui fut obſervé par M.rs l'abbé Chappe, Caſſini le fils & de Prunelay, à l'Obſervatoire royal, & des circonſtances duquel M. l'abbé Chappe a rendu un compte très-exact à l'Académie; nous allons en expoſer les principaux faits.

V. les Mém. page 344.

Un des principaux objets des obſervations que M. l'abbé Chappe ſe propoſoit de faire, étoit de voir s'il n'apercevroit pas la foudre s'élever de terre, comme quelques Phyſiciens aſſurent l'avoir obſervé, & comme il l'avoit lui-même ſouvent vu en Sibérie, & même à Paris l'année précédente.

L'orage avoit commencé à s'annoncer à cinq heures du ſoir par une nuée noire ſituée à l'horizon, mais les éclairs ne commencèrent à paroître qu'à ſept heures, ils étoient vifs & fréquens, mais tout cela ſe paſſoit en ſilence; & ce ne fut que vers neuf heures qu'on commença à entendre le tonnerre; il étoit alors très-éloigné; l'orage s'approchoit cependant, & bientôt un coup de vent violent remplit l'air d'une ſi grande pouſſière, que la lumière même des éclairs en fut affoiblie.

Les obſervateurs ſe retirèrent alors au rez-de-chauſſée de la terraſſe, & ſe placèrent dans un petit cabinet d'obſervation, qui eſt à l'eſt du bâtiment; la fenêtre en eſt petite; les obſervateurs y étoient mieux à l'abri de la pluie, & moins expoſés aux accidens, qu'ils ne l'euſſent été dans la tour occidentale, fermée de chaſſis mal joints, & compoſés en entier de fer & de plomb, dont le voiſinage eſt toujours dangereux en pareil cas. Ils aperçurent alors un coup de foudre s'élever de terre, comme une fuſée, du côté de Châtillon; c'eſt-à-dire, à environ une lieue; le coup qui l'accompagna ne fut pas conſidérable; vis-à-vis de ce cabinet étoit un mât iſolé, & diſtant d'environ trente-deux toiſes: ce mât ſert à élever de grandes lunettes pour les obſervations aſtronomiques, & ſa tête porte un équipage de fer garni d'une poulie de même métal, ſur laquelle paſſe la corde deſtinée à cet uſage.

Vers dix heures & demie un coup de foudre s'éleva de terre

dans la direction de ce mât, & ce phénomène fut si évident, que les trois observateurs s'écrièrent à la fois, *le voilà*. Le bruit se fit entendre presqu'en même-temps, & fut des plus violens. Nous disons presqu'en même-temps, car ces M.rs y observèrent un petit intervalle, & il y a grande apparence que la partie de la foudre qui s'éleva de terre, n'éclata que lorsqu'elle eut joint celle qui sortoit de la nuée.

M. l'abbé Chappe étoit bien persuadé que le mât avoit été touché du tonnerre; mais la pluie qui continuoit ne lui permit pas de l'examiner dans le moment; il ne put faire cet examen que le lendemain & le sur-lendemain, & voici ce qu'il y remarqua.

Le mât de l'Observatoire a environ trente-deux pieds de haut en comprenant la poulie & la girouette; il est fendu en plusieurs endroits, & pour empêcher la pluie d'entrer dans ces fentes, on les a remplies de mastic, qu'on y a fait tenir au moyen des clous dont on a hérissé ces fentes; il est cerclé par le haut de deux frettes de fer, & tenues ensemble par quelques morceaux de fer plat, entaillés dans le mât, & surmonté d'une poulie de fonte de fer, dans sa monture aussi de fer, au-dessus de laquelle s'élève une girouette de fer-blanc.

M. l'abbé Chappe remarqua que le feu du tonnerre n'avoit pas, à beaucoup près, embrassé le mât tout autour; un barreau de fer qui étoit au pied, du côté de l'est, n'avoit point perdu sa rouille, non plus qu'un gros clou placé au-dessus; mais du côté du nord, de l'ouest & du sud, son action étoit visible; tous les clous, dont la tête n'avoit pas été garantie par le mastic, avoient senti plus ou moins l'action du feu, & sembloient sortir de la forge, tandis que ceux que le mastic avoit garantis avoient encore toute leur rouille; telles furent les remarques que M. l'abbé Chappe fit au pied du mât; mais une tache noire qu'il voyoit au haut l'engagea à s'y faire élever, au moyen d'une corde passée dans la poulie, pensant bien que tout le fer de la tête du mât avoit ressenti l'action du tonnerre.

Sa conjecture étoit vraie, le feu du tonnerre avoit suivi assez exactement les fentes où il avoit trouvé les clous, sans endommager

endommager beaucoup le bois; mais lorsqu'il s'étoit trouvé à l'extrémité supérieure de la plus haute, il s'étoit élancé vers les frettes de fer qui étoient à la tête du mât, & avoit brûlé de ce côté la partie du bois qui étoit entre deux; des chevilles de bois, qui avoient servi à boucher des trous, placées en cet endroit, étoient brûlées au point de pouvoir être tirées sans peine, & M. l'abbé Chappe en apporta quelques-unes à l'Académie: la monture de la pousie, les frettes & l'axe de la girouette, avoient éprouvé l'action du feu, & sembloient sortir de la forge.

Les deux observations que nous venons de rapporter, prouvent évidemment que le feu du tonnerre, comme celui de l'électricité, suit le plus long-temps qu'il peut les corps métalliques; & celle de M. l'abbé Chappe, en particulier, fait voir que l'étincelle foudroyante part quelquefois en partie de la terre & en partie de la nuée orageuse, & que l'explosion se fait à la rencontre de ces deux parties: phénomènes caractéristiques de l'Électricité; mais voici quelque chose de bien plus fort.

M. Jallabert, Correspondant de l'Académie, a mandé à M. l'abbé Nollet, que M. son fils ayant entrepris de visiter les Alpes avec M. le Professeur Saussure, ils s'étoient trouvés surpris d'un orage sur la cime d'une de ces hautes montagnes, & qu'ils furent extrêmement étonnés de voir qu'ils étoient devenus à tel point électriques, que lorsqu'ils étendoient le bras, il sortoit de leurs doigts des étincelles spontanées, & qu'il en sortoit en particulier de fréquentes & de fortes d'un bouton de métal qui étoit au chapeau de M. Jallabert; ils éprouvoient en même temps la sensation que procure les étincelles électriques à ceux de qui on les tire: ce phénomène dura autant que l'orage qui cessa au bout d'un quart-d'heure. On ne peut certainement desirer une preuve plus forte de l'identité du tonnerre & de l'Électricité.

Nous ne pouvons finir cet article sans ajouter ici un fait qui n'est pas, à la vérité, relatif à l'identité dont nous venons de parler, mais qu'on peut regarder comme un effet singulier du tonnerre; la plupart des grandes églises sont couvertes en Suède de lames de cuivre, comme les nôtres le sont de lames de plomb: dans un orage arrivé à Upsal le 21 Mai 1766, le tonnerre tomba

ſur l'égliſe cathédrale & endommagea la couverture; M. Bergman examinant ce débris, trouva autour de l'ouverture que le tonnerre avoit faite, une pouſſière ſemblable à des fleurs de ſoufre; il en ramaſſa autant qu'il put, mais il fut bien ſurpris de voir que ces prétendues fleurs de ſoufre, étoient de véritable cuivre calciné, qu'il revivifia par les moyens ordinaires. C'eſt peut-être la première fois qu'on ait vu ce métal calciné par le feu du tonnerre.

V. les Mém. page 510.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

Les Obſervations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1766, par M. du Hamel.

CETTE année parut une *Traduction françoiſe des Mémoires de feu M. Symmer, ſur l'électricité des ſubſtances animales, telles que la Soie & la Laine;* par M. du Tour, Correſpondant de l'Académie, avec des *Notes* de M. l'abbé Nollet.

Cet Ouvrage avoit été imprimé dès la fin de 1762, mais M. l'abbé Nollet en ſuſpendit la publication, & ſe contenta d'en envoyer quelques exemplaires à un petit nombre de Phyſiciens électriſans, qu'il invita à entrer dans la nouvelle carrière que M. Symmer venoit d'ouvrir.

Cette invitation ne fut pas inutile; M. Cigna, Docteur en Médecine dans l'Univerſité de Turin, publia ſur ce ſujet un Ouvrage qui donna lieu à une lettre que M. l'abbé Nollet a publiée à la fin de l'Ouvrage de M. du Tour, & qu'il nomme *dix-huitième Lettre ſur l'Électricité,* parce qu'il en a déjà publié dix-ſept autres ſur la même matière, deſquelles nous avons rendu compte dans l'Hiſtoire de l'Académie * des années 1753 & 1760.

* Voy. Hiſt. de l'Acad. années 1753, p. 80; & 1760, page 31.

L'article *Électricité* du Dictionnaire publié par le P. Paulian, a donné lieu à une dix-neuvième, adreſſée à ce Père: les expériences de M. de Villette ont occaſionné la vingtième & la

vingt-unième, & enfin quelques expériences électriques que M. l'abbé Nollet communique à M.lle Laura Bassi, de l'Académie de l'Institut de Bologne, font la matière de la vingt-deuxième : nous allons essayer de donner une légère idée de tous ces objets; mais pour éviter les redites inutiles, nous ne répèterons pas ici ce que nous avons dit de l'Ouvrage même de M. Symmer, d'après M. l'abbé Nollet en 1761 *, & nous prierons le Lecteur de vouloir bien y recourir, n'ajoutant ici que les remarques que M. l'abbé Nollet n'avoit pas alors données dans son Mémoire.

* Voy. Hist. année 1761, page 10.

Pour pouvoir entendre ce que nous avons à en dire, il est nécessaire de se rappeler un fait essentiel, qui est comme la clef des explications qu'on peut donner aux phénomènes observés par M. Symmer; c'est que le bas blanc & le bas noir employés par M. Symmer, s'électrisent chacun d'une manière différente; le blanc, à la façon du verre, & le noir de la même manière que le soufre; il suit donc de-là que ces bas doivent contracter de l'adhérence entre eux, aussi cette adhérence est-elle quelquefois si forte, qu'il a fallu pour la vaincre, employer un poids au moins quatre-vingts fois plus grand que celui du bas qu'on vouloit détacher: il suit encore qu'on peut substituer au bas blanc, un corps quelconque électrisé à la manière du verre, & au bas noir un fourreau d'étoffe de soie préparé avec la noix de gale; c'est aussi ce qu'a fait M. l'abbé Nollet, qui a opéré les mêmes effets avec un tube de cristal revêtu d'un fourreau de ras de Saint-Cyr blanc, simplement engalé, car ce n'est que cette préparation qui procure à la soie blanche la propriété de s'électriser comme le soufre, & nullement la teinture noire, qui n'agit en cette occasion que par la noix de gale qui y entre.

L'enflure qu'on remarque aux bas électrisés, n'est que l'effet des rayons ou aigrettes de matière effluente qui en sortent de toutes parts & qui, se servant mutuellement de point d'appui, écartent l'une de l'autre les parois de ces bas, & cela de quelque sorte d'électricité qu'ils soient animés; mais le bas noir & le bas blanc étant animés d'électricité différentes, doivent s'attirer & s'attirent en effet réciproquement; il arrive cependant quelquefois

que le contraire arrive, & c'est une exception à faire à une règle qu'on avoit regardée jusqu'ici comme générale. Il doit encore arriver que les émanations des deux bas les pénétrant facilement, ils s'enfleront d'autant plus qu'ils seront plus près l'un de l'autre, & que dans ce cas les pores étant plus occupés par les aigrettes électriques, laisseront peu de place à ces rayons de matière affluente; d'où il suit nécessairement que les bas attireront beaucoup plus foiblement que lorsqu'ils étoient séparés: il suit encore que les bas étant réunis, leur enflure cessera totalement, les émanations électriques passant librement de l'un dans l'autre & laissant toute liberté à la matière affluente, de les pousser & de les presser l'un contre l'autre, mais sans que pour cela l'électricité soit éteinte: aussi dès qu'on les sépare, ils donnent de nouveau les mêmes phénomènes.

L'assemblage du bas de soie noir avec le blanc, paroît à M. l'abbé Nollet, comme à M. Symmer, très-analogue à la bouteille de Leyde, & il est persuadé qu'il ne manque à cet appareil qu'une électricité assez forte pour exciter la commotion.

On ne doit pas non plus être étonné que la bouteille chargée avec le bas noir, puis ensuite avec le bas blanc, ne donne aucun signe d'électricité, une de ses surfaces est électrisée à la manière du verre & l'autre à la manière des résines, & par conséquent elles absorbent les émanations électriques l'une de l'autre, & n'en transmettent point au dehors; d'où il suit nécessairement que la bouteille électrisée par un bas, est désélectrisée par l'autre.

L'adhérence des deux bas de soie noire & blanche, n'est pas plus difficile à ramener aux principes de M. l'abbé Nollet; leurs émanations étant de différentes espèces, elles se pénètrent réciproquement, & il arrive alors aux deux bas ce qui arrive à deux brosses qu'on applique l'une contre l'autre, & qui dans ce cas ne glissent que difficilement; mais si on fait cesser les émanations du bas noir en lui en présentant un blanc qui les absorbe totalement ou les diminue, on ôtera la cause de l'adhérence & l'effet ne subsistera plus.

Jusqu'ici M. Symmer s'est contenté d'exposer les faits singuliers qui résultent de ses expériences; dans son quatrième Mémoire il

essaie de pénétrer jusqu'aux causes de ces phénomènes, & pour y parvenir il suppose dans tout corps électrisé deux pouvoirs actifs & opposés entr'eux, quelle que soit la nature de l'électricité, qu'il partage en *électricité négative* & en *électricité positive ;* mais quoiqu'il emploie en cette occasion les mêmes termes dont se servent les partisans de M. Franklin, il ne paroît pas être si bien d'accord avec eux sur le fond : le corps électrisé négativement, n'a d'autre différence avec le corps électrisé positivement, qu'en ce que le premier reçoit du dehors plus de matière électrique qu'il n'en dépense, ce qui revient absolument à l'idée de M. l'abbé Nollet, qui a toujours reconnu, que quoique le mécanisme de l'électricité, quant aux effluences & aux affluences simultanées, fut absolument le même dans les corps électriques à la manière du verre, & dans ceux qui le sont à la manière des résines; cependant ils différoient en ce que dans les premiers les effluences étoient plus marquées que les affluences, & que le contraire arrivoit dans les seconds.

La différence qui se trouve entre le crochet de la bouteille électrique & sa surface, relativement à la force de leur électricité, ne se refuse pas plus que le reste aux effluences & aux affluences simultanées : cette bouteille étant chargée par le crochet, la matière électrique qui pénètre difficilement le verre, & qui se trouve pressée par celle qui vient du conducteur, reflue pour la plus grande partie par le crochet, tandis qu'il n'en passe que très-peu à la surface externe ; d'où il suit que les effluences du corps de la bouteille sont beaucoup moindres que celles du crochet, ce qui s'explique, comme on voit, sans avoir besoin de supposer la bouteille animée de deux électricités de différente nature ; nous dirons la même chose du carreau de verre doré, & de ses effets rapportés par M. Symmer. M. l'abbé Nollet ayant fait voir en 1753 *, que ce carreau & la bouteille de l'expérience de Leyde étoient au fond la même chose.

* Voy. Hist. année 1753, page 7.

Ces affluences & effluences simultanées, ne sont pas, comme se le persuade M. Symmer, un simple phénomène particulier de l'électricité; si cela étoit, il se trouveroit quelques expériences électriques où ce phénomène manqueroit, & on n'en a jusqu'ici

faites aucune où l'on n'ait observé ces deux courans ; on doit donc le regarder comme le principe & la principale cause de l'électricité ; mais quoique la matière électrique soit la même dans tous les cas, il ne seroit pas impossible qu'elle se chargeât de différentes substances dans les corps où elle passe, suivant la nature différente de ces corps, ce qui lui donneroit ou paroîtroit lui donner une différence qui ne seroit en ce cas qu'apparente.

L'expérience des deux carreaux de verre, couverts chacun d'un côté d'une feuille d'étain, & appliqués l'un sur l'autre, que l'électricité rend si adhérens, qu'on enlève le carreau de dessous vaec celui du dessus, & dont l'adhésion cesse au même instant qu'on excite l'explosion de l'expérience de Leyde, ne paroît pas à M. l'abbé Nollet difficile à expliquer, sans employer deux électricités de nature différente; il ne s'agit pour cela que de supposer, que la matière affluente qui presse les deux carreaux l'un contre l'autre, est plus forte que la matière effluente des deux surfaces internes qui tend à les séparer : cette supposition même n'est pas absolument gratuite, M. l'abbé Nollet la fonde, sur ce que la matière affluente s'appuie, non-seulement sur les parties solides du verre, mais encore sur les filets de matière électrique qui en remplissent les pores, & qui ont perdu presque tout leur mouvement en traversant le verre, tandis que la matière effluente des deux surfaces internes est reçue presqu'entière de part & d'autre dans les pores du verre, dilatés & ouverts par l'électrisation : il suit de-là que l'explosion de Leyde, éteignant en grande partie l'électricité, la cohésion des carreaux, qui en étoit une suite, cessera, & que la même cessation aura lieu si on électrise les carreaux en sens contraire. La nouvelle matière poussée en sens contraire de la première, éprouvera de la part de celle-ci une résistance qui fera cesser l'adhésion jusqu'à ce qu'elle se soit frayé de nouvelles routes dans les deux épaisseurs du verre : l'adhésion de deux corps n'est pas toujours une marque certaine de la différence de leurs électricités. M. l'abbé Nollet a vu plusieurs fois les deux moitiés d'un ruban de soie blanche, engalé & rendu électrique par le frottement, s'approcher l'une de l'autre au lieu de s'écarter, lorsqu'on le plioit par son milieu sur une règle de

verre, de manière que ces deux bouts fussent libres & pendans, & cette adhérence duroit autant que leur électricité, ou jusqu'à ce qu'on leur présentât un corps plus fortement électrique.

Nous venons de donner une légère idée des réflexions de M. l'abbé Nollet, sur l'ouvrage de M. Symmer, qu'il n'avoit pas comprises dans le Mémoire qu'il donna en 1761 sur ce sujet; il nous reste à rendre compte des lettres dont il a été l'occasion.

Ces lettres sont au nombre de cinq; la première que M. l'abbé Nollet nomme la dix-huitième, parce que, comme nous l'avons déjà dit, il en a précédemment publié dix-sept autres sur cette matière, est adressée à M. Cigna, Docteur en Médecine dans l'Université de Turin.

L'objet de cette lettre est, comme nous l'avons dit, l'examen de quelques questions d'électricité, relatives aux expériences de M. Symmer & aux remarques de M. l'abbé Nollet; la première est sur l'adhérence d'un ruban électrisé aux surfaces polies des corps électrisables, par frottement ou par communication: ce phénomène si singulier rentre parfaitement dans le système des affluences & des effluences simultanées, donné par M. l'abbé Nollet. La seconde question n'est pas moins intéressante, il s'agit de la communication ou plutôt du passage du fluide électrique à travers l'épaisseur du verre, que M. l'abbé Nollet prouve par l'expérience de Leyde, faite avec un matras vidé d'air & scellé hermétiquement. La troisième a pour objet l'existence des deux courans opposés, dont M. l'abbé Nollet tire la preuve de l'expérience du carreau de verre doré, & de celle des deux feuilles de métal renfermées dans une main de papier & séparées l'une de l'autre par plusieurs feuillets qui se trouvent, après l'explosion, enfoncées en sens contraire & non pas percées; enfin le dernier article roule sur les attractions & les répulsions qui ont lieu dans le vide: nous n'insistons sur aucun de ces articles, parce que nous en avons déjà rendu compte dans le temps, à l'occasion de plusieurs Mémoires de M. l'abbé Nollet.

La seconde Lettre, que M. l'abbé Nollet nomme la dix-huitième pour la raison que nous avons dite, est adressée au P. Paulian, Jésuite, Professeur de Physique au Collége d'Avignon;

elle contient l'examen du ſyſtème que ce Père prétend avoir imaginé pour ſervir à l'explication des phénomènes électriques; & qui eſt énoncé à l'article *Électricité* de ſon Dictionnaire de Phyſique; M. l'abbé Nollet fait voir dans cette Lettre que ce ſyſtème n'eſt rien moins que nouveau, & qu'il eſt emprunté, au moins en grande partie, de ce que lui-même a écrit ſur cette matière & de quelques autres ouvrages bien antérieurs à celui du P. Paulian; il y prouve encore que l'hypothèſe des atmoſphères foibles que ce Père attribue aux corps qui avoiſinent le globe frotté, & qui eſt la ſeule qu'il puiſſe dire lui être propre, eſt mal fondée & inſuffiſante pour l'explication des phénomènes électriques.

La troiſième & la quatrième Lettre, c'eſt-à-dire la vingtième & la vingt-unième, ſont adreſſées à M. de Villette, Négociant à Liége & Opticien du Prince régnant: ce Phyſicien avoit écrit depuis quelques années pluſieurs Lettres dans leſquelles il lui communiquoit ſes expériences ſur l'Électricité: ces expériences offroient des nouveautés intéreſſantes, mais pluſieurs d'entr'elles avoient paru à M. de Villette, difficiles à expliquer par les principes de M. l'abbé Nollet; c'eſt ce qui a engagé ce dernier à en examiner les réſultats & à les rappeler à ſes principes.

Nous ne pourrions, ſans excéder les bornes qui nous ſont preſcrites, rapporter ici tous les articles de ces Lettres; nous nous bornerons à un ſeul qui nous a paru mériter une attention particulière.

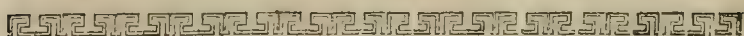
M. de Villette, dans une de ſes expériences, avoit électriſé un vaſe de métal rempli d'huile; il trempa dans ce fluide l'anneau d'une clef; l'en ayant enſuite retiré, il l'approcha, ſans l'eſſuyer, de la ſurface de l'huile contenue dans le vaiſſeau; il vit alors diſtinctement un grand nombre de filets d'huile très-fins ſe détacher de l'anneau de la clef, entraînés par la matière électrique qui en ſortoit pour ſe rendre à la ſurface de la liqueur, & lorſque l'huile qui étoit adhérente à la clef fut épuiſée, les rayons de matière électrique, ſortant de la clef, faiſoient encore onduler la ſurface de l'huile. On ne peut certainement deſirer une preuve plus complette de l'exiſtence du courant qui
ſe

se porte vers le corps électrique, c'est-à-dire de la matière affluente de M. l'abbé Nollet.

La vingt-deuxième Lettre de M. l'abbé Nollet, qui est la cinquième & dernière de ce Volume, est adressée à Mlle Laura Bassi, de l'Academie de l'Institut de Bologne, elle contient les procédés par le moyen desquels on peut préparer des petits tableaux dont le dessin est marqué par des étincelles électriques, se procurer des aiguilles que la vertu électrique fait tourner sur leurs pivots, & dont les révolutions sont marquées par des cercles de feu, qu'on peut multiplier & accumuler, pour ainsi dire, en forme de pyramides; former des faisceaux de fil de métal, qui, vers la moitié de leur hauteur, se divisent en plusieurs branches pour servir de charpente à des bouquets de fleurs naturelles ou artificielles, afin qu'ils paroissent tous parsemés d'aigrettes lumineuses lorsqu'on les électrisera; enfin, d'animer, pour ainsi dire, ou d'embellir des figures peintes ou enluminées, en faisant étinceler des feux électriques sur telle partie qu'on voudra: nous n'insisterons pas ici davantage sur cet article, duquel nous avons rendu compte dans l'Histoire de 1766 *, à laquelle nous prions le lecteur de vouloir bien recourir.

* *Voy. Hist. année 1766, page 1.*





ANATOMIE.

SUR LES HERMAPHRODITES.

V. les Mém. page 303.

UN évènement singulier a donné lieu au Mémoire de M. Ferrein, dont nous allons rendre compte : il fut consulté sur l'état d'un enfant, dont le sexe paroissoit équivoque, & qu'il étoit cependant très-important de déclarer mâle ou femelle, parce que, s'il étoit mâle, il devoit jouir d'une fortune très-considérable, à laquelle il n'avoit aucun droit s'il étoit femelle.

L'examen du sujet en question fit aisément reconnoître à M. Ferrein qu'il n'avoit que l'apparence, & même très-imparfaite, du sexe masculin, & que l'enfant étoit véritablement une fille; mais cet examen engagea M. Ferrein à se rappeler tout ce qu'il avoit lû ou vu sur cette matière, & sur-tout les observations qu'il avoit faites sur le nommé *Michel,* & voici le résultat de ses réflexions sur ce sujet.

Les Anciens, dans le nombre desquels on compte Léonide & Paul Æginete, reconnoissoient des Hermaphrodites mâles & des Hermaphrodites femelles, & ils avouoient que ces derniers étoient les plus communs; en effet, tous ceux dont on a fait des observations suivies & bien constatées, sont de cette dernière espèce ; on n'y aperçoit, à la verge près, que les parties extérieures de la femme, quelquefois seulement un peu défigurées par l'accroissement de cette prétendue verge, que les Auteurs les plus éclairés reconnoissent pour le clitoris considérablement accru, & auquel cet accroissement extraordinaire a donné une fausse apparence de la verge virile.

Malgré cette fausse ressemblance, & l'accroissement qui la cause, ces prétendues verges masculines ont toujours les caractères essentiels du clitoris; on n'y trouve ni le canal ni la substance spongieuse de l'urètre ; le corps de cette espèce de verge est fort

tourné vers le bas; il n'y a pas de frein au-deſſous du gland; le vide qu'on obſerve à l'extrémité n'eſt que le bout d'une rainure ou ſillon qui ſépare le deſſous du gland en deux parties; le prépuce diſparoît au-deſſous du gland, & enfin les nymphes partent du deſſous du gland pour s'étendre juſqu'à la région du vagin.

Telles ſont les obſervations faites, preſque généralement, ſur tous les prétendus Hermaphrodites, à quoi nous devons ajouter, d'après les obſervations de Graaf & de Van-Horne, que les parties internes qui caractériſent le ſexe féminin, ſe trouvent chez eux comme chez les autres filles.

M. Ferrein a même obſervé ſur le nommé Michel, dont nous avons déjà parlé, que lorſqu'on manioit les tégumens des aînes, on ſentoit deux cordons qui ſortoient par l'ouverture des anneaux, & alloient ſe perdre près du pli de la cuiſſe, & que la figure de ces cordons & leur ſituation, ne permettoient pas de douter que ce ne fuſſent les ligamens ronds de la matrice.

Ce même Michel avoit eu l'écoulement périodique des règles pendant quatre ans, au bout deſquels elles s'étoient perdues.

Il n'eſt donc rien moins que certain qu'il y ait eu de véritables Hermaphrodites, au moins tous ceux qui ont été examinés ne méritoient nullement ce titre, & M. Ferrein termine ſon Mémoire par une réflexion bien ſingulière; c'eſt que, s'il ſuffiſoit pour être Hermaphrodite d'avoir une verge ſemblable à celle de l'homme, jointe aux parties du ſexe féminin, il n'y auroit aucune femme qui n'eût été Hermaphrodite, au moins pendant quelques mois: les diſſections multipliées qu'a faites M. Ferrein, lui ont fait voir, que dans les premiers mois de la groſſeſſe, tous les embryons femelles ont une verge ſaillante, & figurée à peu près comme celle des mâles, attachée au pubis, en ſorte que ceux qui les voient, ſans être au fait de l'Anatomie, les prennent pour mâles; mais en les examinant de près on reconnoît, comme dans les deux ſujets qui ont donné lieu au Mémoire de M. Ferrein, que ce n'eſt qu'une fauſſe apparence. Ce n'eſt qu'avec l'attention la plus grande, & après l'examen le plus ſcrupuleux, qu'on eſt en droit, dans les recherches phyſiques, de compter ſur ce qu'on croit avoir vu.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. GUATTANI, Premier Chirurgien du Pape, & Correspondant de l'Académie, a envoyé à M. Morand l'obſervation ſuivante: un domeſtique de M. le Cardinal de Gonzague vint le conſulter ſur une tumeur qui lui étoit ſurvenue à la région du foie; en examinant ce viſcère M. Guattani trouva qu'il s'étendoit juſqu'au nombril & à la ligne blanche, qu'il étoit tendu, réſiſtant ſous le doigt, & que la tumeur paroiſſoit circonſcrite; les tégumens gardoient cependant leur couleur naturelle; mais on ſentoit vers le centre de la tumeur une eſpèce de fluctuation, & le malade ne ſe plaignoit d'aucune douleur ni d'aucune incommodité: ces ſymptômes n'ayant pas paru à M. Guattani ſuffiſans pour bien conſtater une maladie de cette eſpèce, il ſe contenta de preſcrire au malade un régime convenable, auquel celui-ci ſe ſoumit; mais voyant au bout de quelques mois qu'il n'en recevoit aucun ſoulagement, & que ſon mal alloit toujours en augmentant, il conſulta d'autres Chirurgiens, & ce ne fut qu'au bout d'environ neuf mois que M. Guattani le revit.

La tumeur alors s'étendoit juſqu'à quatre doigts ou environ de l'ombilic; elle étoit de forme ovale, enflammée, & on y apercevoit une fluctuation bien marquée; la nature de cette tumeur paroiſſant à M. Guattani aſſez équivoque, & ayant remarqué que la peau & les tégumens étoient très-éminces, il jugea qu'elle s'ouvriroit d'elle-même & s'abſtint d'y porter l'inſtrument.

Elle s'ouvrit en effet peu de jours après dans un violent accès de toux qui prit au malade, & il en ſortit une prodigieuſe quantité d'hydatides ou véſicules pleines d'eau: le malade aſſura qu'il en étoit ſorti plus de trois cents avec une telle violence, qu'elles avoient été lancées contre la muraille, aſſez diſtante de ſon lit.

Ces hydatides, dont on avoit conſervé quelques-unes, qu'on fit voir à M. Guattani, étoient groſſes comme des balles de mouſquet, & ce qu'il y avoit de plus ſingulier, c'eſt qu'aucune n'eût été crevée, ni en paſſant par l'ouverture, qui à peine pouvoit admettre un tuyau de plume, ni en frappant contre la muraille où elles avoient été lancées, auſſi la membrane qui les formoit étoit-elle très-ſolide.

M. Guattani introduiſit une ſonde dans l'ouverture, & il reconnut que la capacité, alors vide, de la tumeur, s'étendoit ſous la partie concave du foie, mais il n'en put atteindre le fond; il fit dans cette cavité des injections aſtringentes pendant quelque temps, & le malade guérit, à une petite fiſtule près qui donnoit une très-médiocre quantité de lymphe, & qui s'eſt fermée d'elle-même au bout d'environ ſix ans.

Cette obſervation en rappela à M. Guattani une autre qu'il avoit faite dans les premiers temps de ſes études anatomiques; en ouvrant le ventre d'un cadavre humain il aperçut une tumeur adhérente à la partie concave du foie; cette tumeur étoit de la groſſeur d'une grenade, ronde & très-dure: M. Guattani l'ayant ouverte, il en ſortit une grande quantité d'hydatides groſſes comme des balles de mouſquet; le ſac où elles étoient contenues étoit très-fort & très-épais, ce qui avoit vraiſemblablement empêché cette tumeur de ſe percer. Ces deux exemples ſi ſemblables donnent tout lieu de conjecturer que ces tumeurs ſont plus fréquentes qu'on ne penſe, & qu'on peut les porter très-long-temps ſans s'en apercevoir par des effets ſenſibles.

II.

M. Portal a fait voir à l'Académie deux reins monſtrueux trouvés dans le cadavre d'une femme; ces reins étoient trois fois plus gros qu'à l'ordinaire; leur ſurface extérieure étoit remplie d'éminences & de cavités ſemblables à celles des reins des fœtus, ou même des enfans, & les uretères avoient leur goulot ſi dilaté, qu'un ſeul pouvoit contenir un verre d'eau.

Le rein droit étoit dans la même direction que le gauche; ils avoient chacun deux artères & deux veines émulgentes; leurs

extrémités ſupérieures ſont plus éloignées l'une de l'autre que leurs extrémités inférieures, & celles-ci ſont jointes enſemble par un prolongement de la propre ſubſtance des reins qui reſſemble à un ligament; cette production étoit aplatie poſtérieurement; elle étoit unie & polie, & repoſoit ſur la partie antérieure de l'aorte qui étoit dans cet endroit plus épaiſſe qu'ailleurs; la ſurface extérieure de cette artère étoit auſſi très-polie, ce qui peut-être ne venoit que du frottement répété de ces pièces: la veſſie du même ſujet étoit extrêmement dilatée, & cependant les uretères étoient en bon état à leurs extrémités inférieures où elles s'insèrent dans ce viſcère.

Il ne paroiſſoit pas que cette femme eût jamais reſſenti aucune incommodité dans les voies urinaires, ne s'étant trouvé dans la veſſie ni dans les reins aucun gravier ni aucun calcul, & ces parties ne portant aucune marque d'inflammation: la cauſe de ſa mort n'étoit pas équivoque; le poumon plein de tubercules purulens, & l'extrême maigreur du cadavre, étoient des preuves certaines qu'elle étoit morte d'une phtiſie pulmonaire.

CETTE année parut un ouvrage de M. Lieutaud, intitulé: *Hiſtoria Anatomico-Medica ſiſtens numeroſa cadaverum humanorum extiſpicia, quibus in apricum venit genuina Morborum ſedes; horumque reſerantur cauſæ vel patent effectus*, auquel ouvrage M. Portal, duquel nous venons de parler dans l'article précédent, & qui a veillé à l'édition, a joint pluſieurs de ſes propres obſervations, & une Table très-ample ſelon l'ordre des différentes maladies, *deux volumes in-4.°*

L'Académie a déjà rendu compte au Public en 1759 *, d'un ouvrage du même Auteur & du même genre, intitulé: *Précis de la Médecine-pratique;* mais cet ouvrage n'étoit, pour ainſi dire, que le réſultat & l'abrégé de celui dont nous avons à parler, qui contient tous les faits ſur leſquels la pratique de M. Lieutaud eſt appuyée.

* Voy. Hiſt. année 1759, page 91.

L'Anatomie eſt en effet le flambeau de la Médecine, non-ſeulement elle enſeigne au Médecin la ſtructure du corps humain par la diſſection des cadavres ſains, mais celle des cadavres de

ceux qui ſont morts de maladie, donne lieu de reconnoître les ravages qu'elles ont cauſés dans les différens organes, les cauſes qui ont pu les produire, & ſouvent ce qu'il auroit été à propos de faire pour guérir le mal ou en retarder le progrès.

Un ſecond avantage que le Médecin retire de l'ouverture des corps de ceux qui meurent de maladie, c'eſt de juger des cas où le ſecours de l'art eſt inutile, & de pouvoir mettre d'une part l'honneur de la Médecine à couvert par un prognoſtic ſûr, & de l'autre épargner au malade le déſagrément de remèdes qui lui ſeroient totalement inutiles.

Ces avantages, que l'Anatomie eſt ſeule capable de procurer, ont été ſi bien reconnus de tout temps, que l'étude de cette ſcience remonte juſqu'à la plus haute antiquité: M. Lieutaud la pouſſe juſqu'au temps des Égyptiens, & ne doute point que les Prêtres de cette Nation n'ouvriſſent en ſecret les cadavres qui leur étoient confiés pour leur procurer les honneurs de la ſépulture; mais ces diſſections furtives ne pouvoient procurer une grande inſtruction, & les progrès de l'Anatomie furent fort lents, juſqu'à Eſculape, qui n'étoit né ni en Grèce ni à Épidaure, comme les Poëtes l'ont avancé, mais en Égypte & à Memphis; l'exemple d'Eſculape fut ſuivi par la famille des Aſclépiades, qui donna à l'Égypte des Rois & des Prêtres, & enfin le célèbre Hippocrate.

Depuis le temps de ce Prince de la Médecine, on ne trouve plus de veſtiges de l'Étude Anatomique, juſqu'à celui d'Éraſiſtrate, Médecin du roi Seleucus, qui ſut ſi bien démêler l'amour du Prince Antiochus ſon fils pour la Reine ſa belle-mère; après lui, vint Hérophile, fondateur de l'École Anatomique d'Alexandrie, qui, ſous la protection de Ptolomée-Lathure, avoit diſſéqué plus de ſix cents cadavres, mais dont les ouvrages ont malheureuſement péri par l'injure des temps.

On n'entendit plus parler de l'hiſtoire des Études Anatomiques pendant environ cinq cents ans: ce ne fut qu'après ce temps que le Génie & l'application de Galien la firent, pour ainſi dire, renaître de ſes cendres; mais ce ne fut que pour diſparoître encore pour plus long temps; ce dernier intervalle dura plus de mille ans, juſqu'au temps de Véſale & d'Euſtache, qui, malgré leurs

autres occupations, firent des progrès ſurprenans dans l'art de diſſéquer les cadaves.

Depuis ce temps, l'étude de l'Anatomie n'a plus éprouvé d'interruptions, bien loin de-là, l'uſage s'eſt établi dans preſque tous les Hôpitaux, d'ouvrir les corps de ceux qui y meurent; mais ces obſervations éparſes dans un grand nombre de volumes, ne ſe trouvoient que rarement entre les mains de ceux qui pratiquoient la Médecine, & leur étoient par ce moyen auſſi inutiles que ſi elles n'euſſent jamais exiſté.

Pour éviter cet inconvénient, l'illuſtre Bartholin, dont le nom ſeul fait l'éloge, entreprit de raſſembler ces obſervations éparſes, en y joignant les ſiennes, & d'en former un ſeul corps: cet important ouvrage étoit preſque fini lorſqu'il fut malheureuſement conſumé par le feu, & le grand âge de l'Auteur ne lui permit pas de le recommencer.

Bonnet entreprit un ouvrage de même genre, d'après ſes propres obſervations, & cet ouvrage fut depuis complété par Manget, qui lui donna le titre de *Sepulchretum Anatomicum;* mais quoique ce livre contienne un grand nombre d'obſervations utiles & curieuſes, il en renferme auſſi pluſieurs moins certaines, mêlées de conjectures haſardées, mal écrites, & capables de rebuter les lecteurs les moins délicats.

Il n'a paru depuis Manget que peu d'ouvrages de ce genre, juſqu'à M. Morgagni, qui a publié ſes propres obſervations, jointes à celles de Vaſalva; mais ces obſervations ſont pour la plupart traitées plus au long qu'il n'eût été néceſſaire, & un grand nombre ont été faites ſur des cadavres de gens qui n'étoient pas morts de maladie.

Tels ſont les ſeuls recueils d'obſervations anatomiques, dans leſquels les jeunes Médecins & les jeunes Chirurgiens qui veulent s'inſtruire, puiſſent trouver du ſecours: ce n'eſt pas cependant que nous n'ayons encore une infinité d'obſervations de Ruyſch, de Boërhaave, de M.rs Senac, Winſlow, Hunaud, Ferrein, Haller, Petit, & le baron de Vanſ-wieten, de cette Académie; de Pringle, de M.rs Tiſſot, Huxham, Haem, Storck, Haſenolt, Sauvages: ce dernier ayant joint à l'étude de l'hiſtoire naturelle

celle

celle des Mathématiques, Imbert, Fournier, Baderi, & enfin M. Portal, éditeur de cet ouvrage, que sa grande jeunesse n'a pas empêché d'être mis au rang des célèbres Anatomistes, & que l'Académie vient d'admettre, depuis la publication de cet ouvrage, au nombre de ses Membres.

Nous ne pourrions, sans injustice, passer sous silence, la part qu'ont eue au progrès de l'Anatomie, ceux qui ont cultivé l'autre partie de la Médecine; c'est-à-dire, la Chirurgie; les noms de M.[rs] Petit, Morand & Tenon, de cette Académie; de M.[rs] le Cat, le Dran, & de plusieurs autres savans Anatomistes de cet ordre, tiendront toujours un rang distingué dans les fastes de l'Anatomie; mais quelque précieuses que soient les observations que nous tenons de leur main, elles sont éparses dans un grand nombre d'ouvrages, où il n'est pas toujours aisé de les trouver.

Il étoit donc très-utile qu'il y eut une collection de ces observations Anatomiques, & sur-tout de celles qui pouvoient donner des lumières sur la connoissance & la guérison des maladies; cette nécessité avoit même été si bien reconnue, que quelques personnes avoient entrepris ce travail; mais on sent aisément combien un pareil ouvrage est difficile, aussi personne, de ceux qui l'avoient entrepris, n'y avoit-il réussi; & en effet, pour peu qu'on y fasse réflexion, on verra bientôt combien de savoir, de lecture & de travail, il exige pour assembler les matériaux, les soumettre à l'examen d'une sage critique, en exclure les faits visiblement faux ou même hasardés, & présenter les autres avec une brièveté nécessaire en pareille circonstance, & qui ne fasse cependant rien perdre de la clarté.

Nous ne dirons rien de trop quand nous assurerons que toute la capacité de M. Lieutaud lui a été nécessaire en cette occasion, & nous ajouterons même qu'il a été plusieurs fois tenté de l'abandonner, par la difficulté qu'il y rencontroit.

Une collection si nombreuse avoit besoin d'être rangée suivant un certain ordre, pour qu'on en pût tirer toute l'utilité dont elle est susceptible: M. Lieutaud a préféré l'ordre Anatomique à tout autre; c'est-à-dire, qu'il a mis ensemble toutes les observations qui regardoient les maladies d'une certaine partie; il a mieux

aimé les ranger dans cet ordre, que de ſuivre celui des maladies, toujours beaucoup plus équivoque; & comme il arrive très-ſouvent que la même obſervation préſente un dérangement dans deux parties différentes, des renvois indiquent à la fin de chaque article ce qui peut avoir été dit dans un autre.

Ceux même qui deſireroient de trouver les obſervations rangées dans l'ordre des maladies, ne ſeront pas privés de cet avantage; il leur ſera procuré, par une Table très-ample que M. Portal a jointe à l'ouvrage de M. Lieutaud, & dans laquelle on trouvera les obſervations indiquées ſuivant cet ordre.

Ce que nous venons de dire de l'ouvrage de M. Lieutaud, en fait aſſez comprendre l'utilité; c'eſt une eſpèce de tréſor public de la Médecine, dont toutes les pièces ont été choiſies avec la plus grande attention: on y trouvera, preſque toujours, les cauſes des maladies, & les ſignes auxquels on les peut reconnoître; ſi on en excepte cependant les maladies de nerfs, dont l'irritation n'exiſte plus après la mort; encore même, dans ce cas, y trouvera-t-on les marques, des effets ſenſibles que cette irritation a produits; facilité immenſe pour ceux qui ſe deſtinent à la pratique de la Médecine, qui pourront, pour ainſi dire, s'approprier d'un coup-d'œil l'expérience de tous ceux qui les ont précédés.

Ce travail avoit beſoin d'être préſenté d'une manière claire & préciſe, & cet avantage ne lui manque pas; l'extrême brièveté à laquelle M. Lieutaud a été obligé de ſe réduire, ne l'a pas empêché de rendre les objets de la manière la plus claire, &, ce qui en relève encore le prix, avec la plus belle latinité. Cet ouvrage a paru très-propre à contribuer au progrès de la vraie Médecine, & digne de la réputation ſi bien méritée dont jouit ſon auteur.



CHIMIE.

SUR LES SELS

QU'ON RETIRE DES CENDRES DES VÉGÉTAUX.

IL n'y a peut-être que bien peu de personnes qui ignorent que les cendres des végétaux contiennent un sel alkali, qu'on en retire en les lessivant; c'est-à-dire, en faisant passer dessus une certaine quantité d'eau qui se charge de ce sel, & à laquelle on l'enlève en la faisant évaporer, pour donner lieu à la cristallisation ou à la dessiccation de ce sel. V. les Mém. Page 233.

Mais si toutes les Plantes contiennent du sel alkali, elles ne contiennent pas toutes le même; la plupart des plantes qui croissent dans ce climat, fournissent un sel alkali de la nature de celui du tartre, qui, comme ce sel, ne se cristallise point, qui comme lui tombe en *deliquium*, à l'air, qui, joint à l'acide nitreux, forme un véritable nitre, avec l'esprit de sel, le sel de *Sylvius*, & enfin avec l'acide vitrolique, un tartre vitriolé.

La soude au contraire, plante qu'on recueille au bord de la mer, fournit un alkali qui se cristallise, qui ne tombe point en *deliquium*, qui forme avec l'esprit de sel un vrai sel marin, avec celui de nitre, un nitre quadrangulaire, & avec l'acide vitriolique, un sel de Glauber.

Cette différence vient-elle de la nature même de la plante, ou doit-on l'attribuer au terrein qui l'a produite? l'une & l'autre opinion peut être appuyée de bonnes raisons; en effet, les plantes différentes, cultivées dans le même terrein, conservent chacune l'odeur & la saveur qui leur sont propres: des plantes & des arbres même, que M. du Hamel a élevés dans l'eau pure, ont donné les mêmes principes que ceux qui avoient été élevés dans la terre; d'où il semble qu'on pourroit conclure que la différence

des principes que fourniſſent les végétaux, n'eſt nullement dûe à la différence du terrein, mais à celle de leur diſpoſition organique.

D'un autre côté le goût de terroir que contractent les fruits & les légumes dans de certaines terres, ſemble prouver que le terrein fournit aux plantes quelque choſe qui paſſe dans leur ſubſtance, ſans ſe dénaturer : les plantes qui croiſſent ſur les vieux bâtimens ruinés, donnent du ſalpêtre en abondance, tandis que celles qui croiſſent au bord de la mer, abondent en ſel marin, & que celles qui viennent dans des terres rouges & ferrugineuſes, fourniſſent beaucoup de ſels vitrioliques.

Pour lever cette incertitude, il falloit trouver le moyen d'avoir une même plante, élevée d'une part au bord de la mer, & de l'autre dans des endroits qui en fuſſent très-éloignés.

Cette occaſion s'eſt préſentée, & M. du Hamel n'a pas manqué d'en profiter.

Il apprit que M. Fontanne, Inſpecteur des Manufactures de Poitou, avoit imaginé d'établir au bord des marais ſalans de ſa Province, un ſémis conſidérable de kali, & qu'il s'étoit procuré une quantité conſidérable de bonne graine de cette plante : il engagea M. Trudaine à lui faire avoir une livre de cette graine, & il la ſema dans trois ou quatre terreins de différente nature, mais tous ſitués dans le Gâtinois, & par conſéquent très-éloignés de la mer.

La parité étoit alors abſolument exacte du côté des plantes, & ſi les produits en étoient différens, on ne pouvoit s'en prendre qu'au terrein.

Il s'y trouva en effet de la différence, la cendre du kali du Gâtinois, donna par la leſſive un ſel, dont une partie ſe fondoit à l'air, & qui, par ſon mélange avec l'huile de vitriol, donna un véritable tartre vitriolé; l'autre portion de la maſſe ſaline ayant été diſſoute dans l'eau froide filtrée & évaporée, donna de beaux criſtaux de ſel alkali de la ſoude.

La ſoude envoyée par M. Fontanne, ne donna que l'alkali que donnent ordinairement les cendres du kali ; c'eſt-à-dire, celui qui ſert de baſe au ſel marin, & qui, comme on vient de le voir, eſt très-différent de l'alkali du tartre.

Il résulte donc des expériences de M. du Hamel, que le kali ou soude élevé loin de la mer, tient une espèce de milieu entre les plantes maritimes & celles qui naissent naturellement dans nos Provinces, puisque ce kali a donné, outre l'alkali qui est naturellement propre à cette plante, un autre alkali tout semblable à celui du tartre, tel que le donnent les plantes naturelles de ce canton; d'où il suit que le terrein d'une part, & de l'autre la nature des plantes, peuvent concourir à la formation des différens sels qu'on retire des végétaux.

Il restoit encore à M. du Hamel à examiner, si en semant la graine de kali, venue dans ce climat, la quantité de sel de soude & de sel marin qu'elle donne, ne diminueroit pas; l'expérience étoit trop aisée à tenter pour être négligée; il a semé de la graine de kali qu'il avoit recueillie, & cette nouvelle récolte a donné les mêmes produits, si ce n'est que le sel de la nature de l'alkali du tartre a paru y être un peu plus abondant, & qu'en faisant le tartre vitriolé avec l'eau-mère & l'acide vitriolique, il s'est précipité vingt-quatre grains d'un sel semblable au sel fait avec le mercure & le vinaigre.

Quoi qu'il en soit, les expériences de M. du Hamel font voir que le kali croît très-bien dans l'intérieur du Royaume, & que, quoique la soude qu'il donne soit un peu différente de celle du kali, crû au bord de la mer, elle est cependant très-alkaline & très-propre à être utilement employée dans les blanchisseries & dans les savonneries.

Pendant le cours des expériences de M. du Hamel, & tandis que l'Académie étoit occupée de cette matière, M. Cadet lut un Mémoire sur une soude d'une autre espèce, faite avec une plante marine, connue en Normandie sous le nom de *Varech*, & en Bretagne sous celui de *Goëmon* ou *Sar*. V. les Mém. page 487.

Cette espèce de soude diffère beaucoup de la soude de kali, elle a un goût très-salé & une forte odeur de foie de soufre, que n'a pas la soude de kali; cette dernière ayant au contraire une saveur âcre & brûlante.

Comme les Marchands altèrent très-souvent la bonne soude avec celle-ci, il étoit très-important d'en connoître la nature,

pour voir ce qui peut résulter de ce mélange, & cet examen a été l'objet du travail de M. Cadet.

Sur dix livres de cendres de varech, il a fait bouillir douze pintes d'eau; cette lessive ayant été filtrée & mise au frais, il s'y est formé une pellicule, & cette liqueur avoit une forte odeur de foie de soufre; trente-six autres pintes d'eau ont passé encore sur la terre restante, & ces dernières lessives furent évaporées jusqu'à pellicule.

La première lessive portée au frais, donna des cristaux très-petits de tartre vitriolé; le reste de la liqueur fut joint aux autres lessives.

Pendant l'évaporation de ces lessives, M. Cadet observa un phénomène singulier; la spatule de fer avec laquelle il remuoit cette liqueur bouillante, se chargeoit d'un précipité vert, qui, en perdant son humidité, devenoit d'un rouge de mars: il crut alors que ce précipité vert étoit composé d'une matière bleue, qui se trouve presque toujours dans la meilleure soude, jointe à une terre jaune ferrugineuse, & dans cette vue il versa dans une partie de cette lessive, de l'acide nitreux, pour absorber cette terre qu'il soupçonnoit; mais il fut bien surpris de voir paroître des flocons jaunes, qu'il reconnut pour de véritable soufre; il n'eut pas alors de peine à deviner comment la liqueur qui contenoit du soufre & un alkali tartareux, avoit pris une odeur de foie de soufre, qui, comme on sait, n'est composé que de ces deux ingrédiens.

Cette même liqueur filtrée & évaporée, donna à la première évaporation des petits cristaux, que M. Cadet reconnut aisément pour du sel marin, mais qui avoient une assez forte odeur de foie de soufre; la liqueur qui les avoit donnés paroissant âcre & alkaline, il jugea à propos de l'évaporer jusqu'à siccité; elle donna pendant toute cette évaporation une odeur très-marquée de foie de soufre, & l'eau entièrement évaporée a laissé un sel d'un gris sale & foncé, qui, poussé à un feu vif, devenoit d'un rouge brun; ce sel avoit une saveur alkaline & salée: M. Cadet l'ayant dissous dans l'eau bouillante, y a mêlé de la crême de tartre; le sel n'en a absorbé qu'environ les trois cinquièmes de son

poids, au lieu que le ſel de ſoude d'alicante en auroit abſorbé preſque le double de ce même poids.

La liqueur ayant été ſéparée de la crême de tartre qui reſtoit, fut évaporée juſqu'à pellicule, elle donna alors, par la criſtalliſation, des criſtaux de crême de tartre qui étoient mêlés de quelques autres de ſel marin: une ſeconde évaporation fournit une belle criſtalliſation de ſel marin, ſans odeur de foie de ſoufre, & il eſt aiſé de voir que cette odeur lui avoit été ôtée par la crême de tartre qui avoit décompoſé le foie de ſoufre en lui enlevant l'alkali. La troiſième criſtalliſation, & toutes celles qui ſuivirent, donnèrent du ſel de Seignette pur, & il reſta une eau-mère qui tenoit le milieu entre celle du ſel marin & celle du ſel de Seignette.

Il réſulte donc de ces expériences, que la ſoude de varech, diffère beaucoup de celle de kali, 1.° par le ſoufre qu'elle contient, 2.° par le tartre vitriolé qu'elle produit, ſel totalement étranger à la ſoude de kali; 3.° par la grande quantité de ſel marin qu'elle fournit, & le peu d'alkali de ſoude qu'elle contient libre & dégagé de ſon acide; d'où il ſuit que l'uſage en doit être proſcrit dans les ſavonneries & dans les blanchiſſeries. Dans les ſavonneries, parce qu'elles exigent des cendres bien chargées d'alkali, & que celles de varech n'en contiennent que fort peu; & dans les blanchiſſeries, parce que ces cendres qui ne contiennent preſque que du ſel marin, ne feroient jamais une leſſive aſſez forte, & que d'ailleurs le fer qu'elles contiennent, & qui y eſt démontré par le tartre vitriolé qu'elles donnent, tacheroit le linge & ſur tout le baſin qu'on y expoſeroit: ce dernier article a même été confirmé par l'expérience, la ſoude de varech employée ſeule n'a point fait de leſſive, du moins propre à blanchir le linge, & on a été obligé de le tranſporter promptement dans un autre cuvier & d'y verſer de la leſſive de kali, ſans quoi il auroit été entièrement taché & gâté.

La ſoude de varech, du moins dans ſon état naturel, eſt donc inutile aux ſavonneries & aux blanchiſſeries, mais elle peut ſervir aux verriers; le ſel marin qu'elle contient en très-grande quantité, aide à la fuſion des terres, & la violence du feu, en enlevant l'acide, y laiſſe une grande quantité d'alkali.

On pourroit encore tirer du sel de cette soude, de l'esprit de sel, & on auroit en ce cas l'avantage que le résidu de la distillation fourniroit du sel de Glauber, formé par la base du sel marin & par l'acide du vitriol qui existe dans la soude de varech.

Ce seroit cependant un très-grand avantage, si la soude de varech pouvoit devenir aussi bonne que la soude d'Alicante, on épargneroit des sommes considérables qui passent à l'Étranger pour l'achat de cette matière: M. Cadet ne croit pas la chose impossible, il a déjà fait sur ce sujet quelques tentatives qu'il compte suivre; le moyen le plus sûr, selon lui, seroit de joindre au varech d'autres plantes marines cultivées à terre & moins chargées de sel; celles-ci feroient à la fois deux effets avantageux, elles fourniroient de l'alkali, & la matière inflammable qu'elles contiennent en plus grande abondance, faciliteroit la décomposition du sel marin, & la base de ce sel qui est le véritable alkali de la soude s'y trouveroit en bien plus grande abondance; mais pour opérer cette calcination d'une manière plus parfaite, il seroit nécessaire de se servir de la troisième construction de fourneau donnée par M. Fontanne: ce fourneau est très-simple, on fait dans un terrein élevé & exposé au vent, un fossé de cinq à six pieds de long, profond de dix-huit pouces & large de quinze; on enduit les parois & le fond de ce fossé d'argile mêlée avec du sable. On pose dessus des barreaux de fer en travers, à deux pouces l'un de l'autre, & on élève autour sur le terrein un mur d'environ quinze ou dix-huit pouces de hauteur; le feu s'allume au fond de ce fossé que nous nommerons *le four*, & quand il est bien allumé, on emplit de kali l'espèce de cheminée formée par le mur, il se consume & tombe en cendres à travers les barreaux: on continue la même manœuvre jusqu'à ce que les cendres touchent aux barreaux, alors on laisse éteindre le feu, & quand tout est refroidi on détruit le four pour en tirer la soude.

C'est de cette manière que M. Cadet croit qu'il faudroit brûler le varech mêlé avec d'autres plantes pour en tirer de bonne soude, ce seroit un avantage considérable, mais M. Cadet n'a pas encore fini ce travail, & il doit faire la matière d'un autre Mémoire, il s'est contenté de faire voir dans celui-ci la possibilité d'y réussir.

SUR

SUR L'ACTION
D'UN FEU VIOLENT DE CHARBON,
Appliqué à plusieurs Terres, Pierres & Chaux métalliques.

NOUS avons rendu compte *, l'année dernière, d'un Mémoire que M. d'Arcet Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, lût à l'Académie à peu près sur le même sujet, & duquel il résulte qu'une infinité de terres & de pierres qu'on avoit jusqu'à présent regardées comme réfractaires & infusibles, ne le sont point, & qu'un feu d'une force & d'une durée suffisantes, les peut mettre ou en fusion ou dans un état très-approchant de la fusion.

V. les Mém. page 298.

* *Voy. Hist. 1766, p. 75.*

M. d'Arcet avoit profité, pour ses expériences, de la chaleur très-vive & très-long-temps soutenue des fours à Porcelaine de M. le comte de Lauragais; mais les travaux qu'il avoit entrepris, méritoient d'être suivis, & les fours de M. le comte de Lauragais ayant cessé de travailler, M. Macquer a cru devoir essayer de produire au bout de quelques heures dans un fourneau à charbon, le même degré de chaleur que donnoient les fours à Porcelaine où l'on se sert de bois après plusieurs jours de feu continuel.

Le fourneau dont se servit M. Macquer étoit presqu'absolument semblable à celui dont il avoit donné la description en 1758 *, dans son Mémoire sur les argiles, il n'en différoit que parce qu'il étoit un peu plus fort & un peu plus grand, & que sa construction étoit telle que sans le secours d'aucun soufflet, il s'établissoit un courant d'air qui entroit par son ouverture inférieure, traversoit le foyer & sortoit par un long tuyau qui lui sert de cheminée, qui augmentoit extraordinairement l'activité du feu.

* *Voy. Hist. 1758, p. 53; & Mém. page 124.*

Comme il étoit principalement question d'examiner si ce fourneau pourroit donner en peu d'heures un degré de chaleur égal à celui que donnoient les fours à bois chauffés plusieurs jours de suite, M. Macquer exposa à l'action du feu de son fourneau les

mêmes matières qui avoient ſubi l'action des fours de M. de Lauragais, c'eſt-à-dire, les chaux blanches d'antimoine & d'étain, & le gypſe pur, auquel il joignit une pierre venue de Norvège de la nature de la craie de Briançon, un ſpath très-dur tiré du granit d'Alençon, une argile blanche très-pure dépouillée de ſon ſable, la même avec ſon ſable, & un morceau de craie de Champagne.

Toutes ces matières reconnues pour très-réfractaires, furent miſes chacune dans un petit creuſet, & tous ces creuſets ſous une moufle d'argile blanche mêlée de ſable que M. Macquer avoit faite lui-même, & cette moufle fut placée au centre du fourneau.

Le feu ayant été mis au fourneau avec toutes les précautions uſitées, M. Macquer vit qu'il tiroit très-fortement, il faiſoit un bruit auſſi conſidérable que celui d'un carroſſe qui paſſe ſur un pont, & faiſoit trembler les vitres & quelques uſtenſiles ſuſpendus dans le laboratoire. M. Macquer obſerva qu'en cet état il conſumoit environ cent trente livres de charbon par heure.

Le feu ayant été ſoutenu pendant trois heures dans cette violence, on vit tomber du fourneau beaucoup de filets & de larmes de verre, & on ceſſa de l'entretenir.

Juſque-là l'expérience avoit été conduite aſſez heureuſement, elle demeura cependant preſque inutile par un accident qui étoit arrivé; la moufle étoit trop foible pour ſoutenir le poids du charbon, elle n'avoit pas d'ailleurs été ſéchée & cuite avec aſſez de lenteur, elle ſe fendit & preſque tous les creuſets furent renverſés, ce qui jeta une grande incertitude ſur les réſultats.

On en reconnut cependant quelques-uns, la chaux d'étain faite par l'acide nitreux, avoit pris une teinte rougeâtre, & commençoit à ſe fondre; la pierre de Norvège étoit durcie à l'extérieur & étoit reſtée tendre au dedans; les argiles blanches étoient ſimplement durcies, ſans aucune diſpoſition à ſe fondre; la craie de Champagne étoit devenue chaux vive, & enfin le gypſe étoit à moitié fondu.

Quoique cette expérience n'eût pas eu un ſuccès complet, elle étoit cependant bien propre à engager M. Macquer à en tenter une ſeconde, il employa encore les mêmes matières, mais au lieu

de les mettre ſous une mouſſe, il plaça tous les petits creuſets dans un grand rempli de ſablon à la hauteur de cinq pouces, & les couvrit avec une capſule de grès de Picardie, dont la convexité étoit entrée dans le creuſet, & étoit lutée tout autour avec de bonne argile mêlée de ſable; il avoit ajouté aux matières de la première expérience, un mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique, & des os calcinés & lavés.

Pour donner plus d'activité au feu, M. Macquer fit alonger le tuyau de plus du double & le porta à quatorze pieds, & le feu fut ſoutenu dans cette expérience pendant ſept heures entières.

Cependant, malgré l'augmentation de la longueur du tuyau & celle de la durée du feu, la chaleur avoit été beaucoup moindre que dans la première expérience; aucune des matières, excepté le *minium*, ne s'étoit ni fondue ni vitrifiée, tout cependant paroiſſoit devoir concourir à un plus grand degré de chaleur, ne fût-ce que par la durée du feu, & M. Macquer ne put s'en prendre qu'à l'alongement du tuyau, ſeule circonſtance par laquelle le fourneau différoit de ſon premier état; & en effet, il avoit ſenſiblement moins tiré que la première fois : il en eut bientôt trouvé la raiſon; il n'avoit augmenté que la longueur de ſon tuyau, & il auroit fallu augmenter en même-temps ſon diamètre; faute de cette précaution l'alongement du tuyau diminue infailliblement le tirage du fourneau.

Cette ſeconde expérience, quoiqu'elle n'eût pas eu tout le ſuccès que M. Macquer en attendoit, n'en avoit cependant pas abſolument manqué; elle lui avoit appris, comme nous venons de le dire, que la longueur & la groſſeur du tuyau avoient entr'elles une proportion néceſſaire & aſſez préciſe, & il en tira encore un autre fruit auquel il ne s'attendoit pas; le grand creuſet qui contenoit toutes les matières, étoit, comme on a vu, recouvert d'une capſule de grès, dont la concavité étoit tournée vers le haut; cette capſule ſe trouva, après l'opération, enduite d'une couleur métallique & cuivreuſe, & parſemée en quelques endroits de petits grains de métal qui furent reconnus pour du fer, & ce qui eſt de plus ſingulier, c'eſt qu'elle étoit remplie de pouſſière de charbon qui n'avoit pas brûlé, faute de communication avec

l'air : la même chose est arrivée à un rond de terre de Montereau, qui fut substitué à la capsule dans les opérations suivantes ; il résultoit de ce fait que M. Macquer avoit trouvé, sans le chercher, le secret de donner aux poteries une belle couleur de bronze ; secret pratiqué par quelques particuliers, qui avoient toujours soigneusement caché leur opération, & qui ne consiste qu'à cémenter ces pièces avec du charbon en poudre, à un très-grand feu, de manière que le tout soit bien rouge pendant l'opération, sans que cependant le charbon puisse se consumer ; ce qu'on obtient en lui supprimant l'air.

M. Macquer ayant reconnu que sa seconde expérience n'avoit manqué que faute d'avoir augmenté le diamètre de son tuyau, en fit construire un dans les proportions convenables, & fit une troisième expérience.

Il exposa au feu dans celle-ci, de l'asbeste, du gypse, de la craie verte de Briançon, de l'amiante, du tripoli, de la chaux d'étain, de l'ardoise d'Angers, & du spath des environs de Bordeaux ; le feu fut continué seulement pendant trois heures & demie, & tout fut fondu, à l'exception du spath de Bordeaux & de la chaux d'étain.

Les creusets qui contenoient le gypse, se trouvèrent rongés & percés ; & pour s'assurer que la terre des creusets n'avoit contribué en rien à la fusion de cette matière, M. Macquer en mit dans une quatrième expérience, placée sans creuset sur le sable qui les soutenoit ; le gypse fondit complétement, & fit une assez belle porcelaine avec le sable dans lequel il avoit coulé ; du reste le succès fut le même que dans l'expérience précédente à l'égard des autres matières.

Dans toutes les expériences que nous venons de rapporter, la chaux d'étain avoit résisté à la violence du feu ; cependant elle s'étoit vitrifiée dans celles que M. d'Arcet avoit faites avec le four à Porcelaine, d'où pouvoit venir cette différence : M. Macquer a cru en trouver la cause dans la différence même des chaux ; celle de M. d'Arcet étoit vraisemblablement moins parfaite & moins dépouillée que la sienne du principe inflammable, & par conséquent bien plus aisément fusible que celle qu'avoit employé M. Macquer.

Pour s'en aſſurer, M. Macquer eut recours à une cinquième expérience, dans laquelle il employa de la chaux d'étain, faite ſans addition, & moins blanche que celle qui ſe fait avec le nitre & l'acide nitreux, mais cependant d'un gris très-clair: il n'a mis dans cette expérience ni gypſe ni antimoine diaphorétique; la fuſibilité de ces matières étoit trop démontrée par les expériences précédentes; mais pour profiter de la place on y en mit pluſieurs autres, comme de l'amiante des Pyrénées, une pierre dure, criſtalliſée en cubes, tirée du cabinet de M. de Malesherbes; de la craie blanche & de la craie verte de Briançon, un aſbeſte venant du Nord, un ſpath calcaire qui ſe trouve entre Lyon & Grenoble, du tripoli, du liége de montagne, du talc de Moſcovie, un ſpath dur, ſéparé d'un granit des environs de Cheſy, un morceau du même granit, & une pierre qui paroît de la nature de l'ardoiſe, tirée du cabinet de M. de Malesherbes.

Le feu fut continué pendant cinq heures, & tout ſe trouva en bon état à la fin de l'opération, ſi ce n'eſt que le grand creuſet qui contenoit tous les petits, s'étoit, on ne ſait pourquoi, incliné ſur le côté, & par conſéquent éloigné du centre du foyer, ce qui avoit dû diminuer l'effet du feu.

Malgré cette diminution, toutes les matières qui y avoient été expoſées étoient fondues, & pluſieurs vitrifiées en tout ou en partie; la ſeule pierre dure en cubes avoit réſiſté, elle n'avoit reçu d'altération que dans ſa couleur, qui avoit beaucoup blanchi, mais elle n'avoit pas été fondue, ni même pris la moindre diſpoſition à la fuſion, dans aucune de ſes parties.

Il réſulte de toutes ces expériences, que le four à charbon de M. Macquer a produit en peu d'heures les mêmes effets que le four à bois dont s'étoit ſervi M. d'Arcet, avoit produits, après pluſieurs jours de feu, & qu'on peut, ſans le ſecours des ſoufflets, obtenir, avec un pareil fourneau, en cinq ou ſix heures de temps, une chaleur égale à celle que donnent les grands fours; ce qui peut infiniment faciliter les expériences de cette nature, & que M. Macquer avoit eu principalement en vue.

Ces fourneaux méritent donc la préférence ſur ces derniers, mais ils la méritent encore ſur les fourneaux où le feu eſt excité

par des soufflets, & même sur les verres & les miroirs ardens; sur les fourneaux à soufflets, parce que l'action brusque & turbulente du feu dans ces fourneaux, à laquelle aucun creuset ne peut résister, quand il est dans sa plus grande force, ne manque presque jamais de troubler les expériences, & d'en rendre les résultats incertains; & sur les miroirs ou verres ardens, parce qu'indépendamment de la difficulté de tenir les matières à leur foyer, ils sont encore sujets à un plus grand inconvénient, qui est l'inégalité de leur action sur les corps, à raison de leur couleur & de leur poli, qui, comme on voit, n'ont aucun rapport à leur plus ou moins grand degré de fusibilité.

Le feu de charbon des fourneaux à vent, doit donc être préféré, parce qu'il se gradue de lui-même, & que le courant d'air qui l'anime traverse toutes les parties du foyer avec beaucoup d'égalité, & fait monter la chaleur en bien moins de temps, au même point que dans les fours à flamme.

Le seul inconvénient auquel ils soient sujets, est qu'ils fatiguent davantage que ces derniers les creusets ou étuits, par le poids & le contact du charbon; mais cet inconvénient, auquel on peut aisément parer, par le choix de ces vaisseaux, n'est pas comparable à la facilité que procure la promptitude de leur action, qui peut infiniment servir à multiplier les expériences, & à la grande diminution de la dépense qu'exigent les fours à bois. Les fours proposés par M. Macquer, sont donc un véritable présent qu'il fait à tous ceux qui auront à tenter des expériences de cette espèce, & lui donnent un droit réel à leur reconnoissance.

SUR L'EAU MINÉRALE

De l'abbaye des Fontenelles en Poitou, & sur la nature de la Sélénite.

V. les Mém. page 256.

LES eaux minérales sont des remèdes souvent efficaces, préparés par la Nature même; mais plus on a lieu de compter sur leur secours, plus il est nécessaire d'en connoître,

pour ainſi dire, la compoſition, afin de n'en ordonner l'uſage qu'à propos & dans les cas convenables : il eſt donc important, lorſqu'on découvre quelque nouvelle ſource de ces eaux, d'examiner avec ſoin les qualités de ce préſent de la Nature, pour ne pas le rendre funeſte par notre imprudence; c'eſt préciſément ce que M. Cadet a eu en vue dans l'examen qu'il a fait d'une eau minérale qui s'eſt trouvée en Poitou, près l'abbaye des Fontenelles, à environ douze lieues de la mer.

Cette eau à la ſource même eſt extrêmement claire; cependant on voit continuellement nager ſur la ſurface une eſpèce de rouille en forme d'écume; celle qui fut envoyée à M. Cadet étoit claire & limpide, elle avoit ſeulement dépoſé au fond de la bouteille un peu de poudre jaune, elle n'avoit aucun goût ferrugineux, & paroiſſoit auſſi douce & auſſi légère que l'eau de Seine filtrée.

La première épreuve à laquelle M. Cadet la ſoumit, fut d'y verſer quelques gouttes d'huile de tartre par défaillance, qui la troublèrent, & lui donnèrent un œil d'opale, preuve qu'elle contenoit une matière ſéléniteuſe, dont l'alkali du tartre avoit abſorbé l'acide, & fait reparoître la terre qui ſert de baſe à cette eſpèce de ſel.

L'alkali volatil ne lui donna aucune nuance de bleu qui pût indiquer la préſence du cuivre, & la lame de fer poli qu'on y plongea, n'y prit pas de couleur de cuivre.

La noix de galle ne lui donna aucune nuance de violet qui pût y faire ſoupçonner du fer; nous verrons cependant bientôt qu'elle en contenoit, & on ne doit pas toujours conclure qu'une eau ne ſoit pas martiale, parce que la noix de gale n'y décèle pas le fer.

En évaporant cette eau, elle ſe trouble & ne s'éclaircit qu'en précipitant une poudre jaunâtre, qui a paru à M. Cadet être produite par un fer très-diviſé & privé de ſon phlogiſtique: l'eau évaporée juſqu'à ſiccité a laiſſé du ſel marin au fond de la capſule.

La quantité de cette eau qu'avoit reçue M. Cadet, étoit trop petite pour que ſes expériences fuſſent concluantes, & comme l'éloignement ne lui permettoit pas de ſe rendre à la ſource, il

écrivit qu'on en fît évaporer environ cent pintes, juſqu'à ce qu'elles fuſſent réduites à une pinte, conſervant avec ſoin dans cette pinte tout ce qui ſe précipiteroit dans le vaiſſeau pendant l'évaporation.

Cette eau ainſi concentrée lui fut envoyée dans une bouteille bien bouchée; la liqueur étoit claire, mais il y avoit au fond un dépôt conſidérable.

M. Cadet agita la bouteille pour mêler le tout, & le verſa ſur un filtre; la liqueur filtrée étoit d'une couleur citrine, & laiſſoit ſur la langue une impreſſion de ſel marin; elle fut miſe en évaporation dans un vaiſſeau de verre: vers le milieu de cette opération, M. Cadet y aperçut un grand nombre de feuillets talqueux, craquetant ſous la dent, & ne donnant aucune marque de caractère ſalin, en un mot de cette matière connue par les Chimiſtes ſous le nom de Sélénite, & qu'on croit communément être une eſpèce de ſel, formé par l'acide vitriolique, uni à une terre calcaire: nous verrons bientôt ce qu'il y a à rabattre de cette idée.

La ſélénite que contenoit la liqueur, en ayant été enlevée, l'évaporation fut continuée; il s'y forma une pellicule, compoſée de petits criſtaux de ſel marin très-réguliers, qui ſe précipitoient au fond, & lorſqu'elle eut ceſſé d'en donner, il reſta une petite quantité d'une eau-mère, ſemblable à celle qui reſte après la fabrication du ſel marin; avec l'alkali fixe, on précipite de cette eau-mère une terre blanche calcaire, de la nature de celle que donnent les eaux de Sedlitz, le ſel d'Ebſom & le nitre: quoique cette dernière ſoit différente des deux autres, en ce qu'elle eſt en partie calcaire, au lieu que le précipité des deux ſels n'eſt que la baſe alkaline du ſel marin, mais très-altérée; elle donne avec l'acide vitriolique un ſel de Glauber, plus amer que le ſel de Glauber ordinaire, & qui fournit un précipité par les alkalis fixes, ce que ne fait pas le ſel de Glauber préparé avec le ſel marin ou avec l'alkali de la ſoude.

Le dépôt de ces eaux paroiſſoit ocreux, quoique l'eau ne donnât aucun goût ferrugineux; mis dans un creuſet au feu de forge, il ſe convertit en une poudre d'un aſſez beau rouge: pour s'aſſurer ſi cette terre étoit martiale, M. Cadet la mêla avec de l'huile

l'huile de lin cuite, & la diſtilla dans une cornue de verre lutée: le feu ayant été pouſſé juſqu'à fondre la cornue, il reſta une poudre noire attirable par l'aimant; cette poudre ayant été mêlée avec l'huile de vitriol, s'eſt diſſoute avec chaleur & efferveſcence; la diſſolution étendue dans l'eau & filtrée enſuite a pris une couleur violette qui a bientôt paſſé au noir, & a donné, par l'évaporation, du vitriol de mars. Il étoit donc bien conſtant que le dépôt de ces eaux étoit ferrugineux, quoiqu'il n'en eût d'abord donné aucune marque; pour s'aſſurer s'il ne tenoit pas du cuivre, M. Cadet employa une autre méthode que celle de l'alkali fixe, qu'il avoit depuis long-temps fait voir être infidèle; il fit diſſoudre ce vitriol de mars dans de l'eſprit de vitriol dont il étoit ſûr; il y joignit deux fois autant d'eſprit de vin rectifié, & ayant trempé un papier blanc dans le mélange, il l'alluma; la flamme ne donna aucun indice de couleur verte, d'où il ſuit que cette eau ne contient pas le moindre atome de cuivre, qui n'auroit pas manqué de colorer la flamme en vert.

Le rouge que prend le dépôt des eaux des Fontenelles, par la calcination, lui fit juger que cette terre pourroit être employée avec ſuccès dans la Peinture en émail; il l'aviva avec l'huile de vitriol blanche, & après l'avoir ſéchée & calcinée ſous une moufle, il l'employa ſur un morceau de belle Porcelaine avec le fondant ordinaire; elle ſe fondit & donna le beau rouge de mars au morceau de Porcelaine. On avoit auſſi envoyé à M. Cadet une certaine quantité du dépôt ocreux, qui ſe trouve à la ſource même; il s'en éleva pendant la calcination une grande quantité de vapeurs acides ſulfureuſes & très-pénétrantes, & il reſta un véritable colcotar.

L'eau minérale des Fontenelles contient donc du fer très-atténué & privé de la plus grande partie de ſon phlogiſtique, elle le prend vraiſemblablement en paſſant ſur quelques pyrites ferrugineuſes; elle contient encore du ſel marin, puiſqu'on l'en retire en nature, & qu'enfin elle contient de la ſélénite: cette dernière eſt dûe, ſelon M. Cadet, à une partie de la terre vitrifiable, qu'il croit être contenue dans ces eaux, & qui, s'uniſſant à l'acide vitriolique, oblige le fer de ſe précipiter; d'où il ſuit que ces eaux

ne peuvent être transportées, & qu'il faudra les prendre sur les lieux. Les Médecins du pays les regardent comme apéritives, bonnes pour l'estomac, efficaces contre les maladies de la peau & contre les coliques néphrétiques.

Ce que nous venons de dire sur la formation de la sélénite qui se trouve dans ces eaux, ne s'accorde pas avec l'opinion commune qui compose uniquement cette substance de l'acide vitriolique, joint à une terre calcaire; mais M. Cadet a cru devoir s'en écarter, & voici les raisons qui l'y ont engagé.

Les eaux des rivières & de la plupart des sources, passent à travers des lits de sable, & elles en entraînent avec elles des portions si fines, qu'elles passent à travers les pores du filtre, & si on y verse quelques gouttes d'acide vitriolique, elles donnent après quelque temps de digestion & d'évaporation, un sel en aiguilles soyeuses; or ce sel n'a sûrement pas pour base une terre calcaire, le sable étant de la nature de celles qui sont fusibles & vitrifiables.

La même chose s'opèrera, si au lieu de mêler avec l'eau de l'acide vitriolique, on y mêle de l'acide nitreux ou de l'acide marin, la sélénite n'est donc essentiellement composée ni de l'acide vitriolique ni d'une terre calcaire, puisqu'une terre vitrifiable, jointe indifféremment aux trois acides, a produit de la sélénite à filets soyeux, & c'est vraisemblablement à la formation de la sélénite qu'on doit attribuer la séparation & la précipitation du fer qui s'opère dans les eaux minérales, la terre vitrifiable ayant plus d'affinité que ce métal, avec l'acide du vitriol qu'elles contiennent, le lui fait abandonner.

Quelques-unes de ces eaux cependant conservent encore du fer après qu'on en a enlevé la sélénite; mais ce fer restant n'est dû qu'à la grande quantité de ce métal dont elles étoient surchargées, & cette quantité est telle, que M. Cadet en a tiré du bleu de Prusse par les procédés ordinaires.

Les eaux les plus pures donnent un sédiment terreux, même à la vingtième distillation, nous en avons dit la raison ci-dessus *, & il y en a qui, bien que très-claires & très-limpides, déposent pendant l'ébullition une si grande quantité de ce principe terrestre

* *Voy. ci-dessus page 18.*

& falin, qu'on ne peut s'empêcher d'être étonné que leur limpidité n'en soit pas altérée; l'eau du grand puits des Invalides est de ce nombre, & il y a bien de l'apparence que l'accroissement des plantes dans l'eau, dont nous avons parlé ci-dessus *, n'est dû qu'à cette matière terreuse, si intimément unie à l'eau quelle passe avec elle par le filtre, & ne l'abandonne pas même, du moins en entier, dans les distillations les plus réitérées: il se trouve donc, dans presque toutes les eaux, de la terre vitrifiable ou calcaire, & il seroit encore plus difficile d'en trouver qui ne continssent pas un ou deux, & quelquefois les trois acides minéraux; M. Cadet les a trouvés dans quelques-unes; mais voici encore d'autres preuves du sentiment de M. Cadet.

* Voy. ci-dessus page 15.

Il a trituré du verre commun, jusqu'à le réduire en poudre impalpable; le verre en cet état s'humecte avec l'eau, se paîtrit comme la glaise & est attaquable par les trois acides minéraux, & par quelqu'acide qu'aient été faites les dissolutions, elles ont donné par la cristallisation de la sélénite en filets soyeux: or il est bien certain que la terre du verre est vitrifiable, puisqu'elle a été vitrifiée; donc il peut y avoir de la sélénite formée par une terre vitrifiable unie à l'eau des trois acides minéraux.

Le hasard procura encore à M. Cadet l'imitation de la Nature dans la production d'une autre espèce de sélénite, qui est un assemblage de petits feuillets talqueux, insolubles dans l'eau froide, & qui craquent sous les dents; une cornue dans laquelle il concentroit de l'huile de vitriol sur un bain de sable, se cassa, & toute cette liqueur fut répandue dans le sable du bain; M. Cadet lessiva ce sable pour en retirer l'acide, & la lessive ayant été évaporée aux trois quarts, il s'y forma pendant la nuit une grande quantité de cette sélénite; or il n'y avoit là aucune terre calcaire, le sable n'en pouvant fournir que de vitrifiable; cette terre, jointe à l'acide vitriolique, peut donc produire de la sélénite en feuillets talqueux; il en a encore obtenu du mélange de ce même acide & des deux autres acides minéraux, avec les quartz ou autres terres vitrifiables.

Une dernière expérience confirma encore M. Cadet dans l'opinion où il est, que la sélénite n'est pas toujours composée

d'une terre calcaire, unie au ſeul acide vitriolique; il avoit acidulé des bouteilles d'eau, les unes avec l'acide vitriolique, les autres avec l'acide nitreux, & la troiſième avec l'acide marin, dans la vue d'eſſaier de ſubſtituer, dans la fabrique de la Porcelaine, ces liqueurs au vinaigre qui y occaſionnoit des taches, ce qui, pour le dire en paſſant, réuſſit parfaitement: ces eaux qui avoient été d'abord très-claires, ſe troublèrent avec le temps, M. Cadet les filtra ſéparément, il ſe trouva ſur les trois filtres un ſel en petites lames inſoluble à l'eau froide, en un mot une véritable ſélénite en petites lames.

Cette expérience, jointe aux précédentes, prouve évidemment que les trois acides minéraux peuvent également concourir à la formation de la ſélénite, qu'elle peut avoir, & qu'elle a ſouvent pour baſe une terre vitrifiable; mais c'eſt uniquement à ces faits que s'en tient M. Cadet, & il ne prétend pas exclure l'acide vitriolique ni la terre calcaire de la formation de ce ſel. Plus on eſt Phyſicien, moins on ſe preſſe de poſer des principes & de les donner pour généraux.

SUR LA

BILE DE L'HOMME ET DES ANIMAUX.

V. les Mém. page 471.

DE tous les récrémens, c'eſt-à-dire, de toutes les humeurs qui ſe ſéparent du ſang dans les différens filtres du corps animal, pour être employés à différens uſages, la bile eſt ſans contredit une des plus importantes à bien connoître, tant par la néceſſité dont elle eſt dans l'état de ſanté, que par les maladies que ſon abſence, ſa trop grande quantité, ou la mauvaiſe qualité qu'elle contracte, peuvent occaſionner; c'étoit dans cette vue que M. Bordenave, Chirurgien de Paris, qui a déjà enrichi nos Recueils de pluſieurs obſervations intéreſſantes, avoit entrepris d'en rechercher la nature, dans la vue de mieux reconnoître les altérations dont elle peut être ſuſceptible, & celles qu'elle peut en ce cas occaſionner dans le corps humain.

Il s'étoit adressé pour cet examen à M. Pia, dont les talens lui étoient bien connus, & qui pour lors travailloit avec M. Cadet, qui par conséquent se trouva lui-même engagé à cette recherche.

M. Bordenave avoit remis à M. Pia quatre ou cinq onces de bile humaine; cette quantité ne permettoit pas d'étendre beaucoup le travail; voici ce que M.rs Pia & Cadet observèrent sur cette matière.

Cette bile, sans avoir une odeur fétide, en exhaloit cependant une fade & désagréable; exposée dans une cornue à un feu médiocre, elle se boursoufle promptement en grosses bulles & passe presqu'entièrement dans le récipient; mais si par une lente évaporation on la prive de l'air qu'elle contient, elle fournit par la distillation une très-grande quantité de flegme, un peu d'alkali volatil & beaucoup d'huile animale.

L'esprit de sel versé sur la bile y a produit une légère effervescence, laquelle étant passée, on a filtré ce mélange, & on l'a étendu avec un peu d'eau distillée; la liqueur étoit alors transparente & d'un beau vert; en l'évaporant lentement elle a donné une pellicule saline, qu'on a recueillie avec soin; cette pellicule séchée & mêlée avec de la chaux vive, a donné, dès qu'on l'a humectée d'un peu d'eau, une odeur très-pénétrante d'alkali volatil; ce qui prouve que la pellicule étoit un vrai sel ammoniac, formé par l'acide marin qu'on y avoit mêlé, & par l'alkali volatil qu'avoit fourni la bile.

Quelque bien faites que fussent ces expériences, elles parurent faites trop en petit; & les Commissaires que l'Académie avoit nommés pour l'examen du Mémoire de M. Bordenave, parurent, en approuvant ses vues, desirer qu'on en fît d'autres plus en grand & plus décisives, qui pussent mettre les Physiciens en état de porter un jugement certain sur l'origine de la bile, sur ses propriétés & sur les altérations qu'elle subit & qu'elle produit; & M. Cadet qui avoit déjà eu grande part aux premières expériences entreprit ce travail: comme il auroit été difficile de se procurer une assez grande quantité de bile humaine fraîche, M. Cadet employa celle du bœuf; & c'est sur cette dernière que ses expériences ont été faites.

Avant que de penſer à de nouvelles expériences, M. Cadet crut néceſſaire de conſulter les Auteurs qui avoient traité la même matière, & de voir ce qu'ils avoient fait ſur ce ſujet.

Ceux qui ont parlé de la bile ne ſont pas d'accord ſur ſa nature; les uns y admettent de l'acide & de l'alkali; & d'autres ſans rien décider ſur la nature des ſels, la regardent comme compoſée de parties ſalines & huileuſes. Verrheyen, un des Phyſiciens qui s'eſt occupé de cette recherche, deſſécha & calcina de la bile, & la leſſive de la cendre donna un ſel alkali: cet Anatomiſte doutoit cependant ſi ce ſel étoit l'ouvrage du feu ou l'un des principes conſtituans de la bile; la couleur verte que la bile prend lorſqu'elle eſt mêlée avec le ſirop violat le faiſoit pencher vers le dernier ſentiment; mais il eſt évident que cette expérience ne conclut rien, le jaune de la bile devant néceſſairement & indépendamment de tout alkali, produire avec le bleu une couleur verte; il n'avoit garde non plus de déterminer la nature de cet alkali, qui eſt, comme nous le verrons bientôt, la baſe du ſel marin, qu'on ne connoiſſoit pas alors pour un ſel de cette eſpèce: la ſaveur ſucrée que donne la bile épaiſſie par l'évaporation, puis diſſoute dans l'eau & qui tient à un autre ſel que contient la bile, n'avoit pas non plus échappé à Verrheyen.

L'alkali volatil que les premières expériences de M. Cadet lui avoient fait reconnoître dans la bile, n'eſt point un de ſes principes conſtituans; & il a reconnu depuis qu'il n'eſt dû qu'à une fermentation putride ſpontanée qui ne peut avoir lieu dans le corps animal vivant.

M. Marbricd, dans ſon Ouvrage ſur la nature & les propriétés de l'air fixe, dit que la bile de bœuf ne donne aucun ſigne d'alkali; cependant ayant diſtillé au feu de lampe de la bile de bœuf gardée dans une bouteille pendant deux ou trois mois, elle a fourni un eſprit volatil piquant & d'une odeur fétide, ſur quoi il obſerve que l'alkali provenant des ſubſtances putrides, eſt d'une odeur plus déſagréable, mais moins piquante, que celui qu'on tire par le moyen du feu de celles qui ne le ſont pas; l'Auteur de l'Eſſai ſur l'hiſtoire de la Putréfaction, juge que les acides végétaux & minéraux agiſſent à peu près de la même manière ſur la bile

& en ſéparent les flocons huileux; mais ce qui eſt bien ſingulier c'eſt que les alkalis fixes & volatils opèrent la même ſéparation que les acides quoiqu'en moindre abondance; & que ces derniers flocons ſont plus ſuſceptibles que les premiers de ſe diſſoudre dans l'eau; il obſerve auſſi que de la décompoſition des ſels à baſe terreuſe ou métallique par la bile, il réſulte qu'elle contient un alkali qui a plus d'affinité avec l'acide de ces ſels qu'il n'en a lui-même avec les ſubſtances terreuſes ou métalliques, puiſqu'il abandonne ces dernières pour ſe joindre à cet alkali. Tel étoit l'état des connoiſſances qu'on avoit ſur cette matière quand M. Cadet a entrepris le travail dont nous allons eſſayer de donner une idée: mais en employant dans ſes expériences au lieu de la bile humaine celle de bœuf qu'il pouvoit avoir plus aiſément; les trois acides minéraux furent ſucceſſivement mêlés avec cette ſubſtance.

L'acide marin mêlé avec la bile au vingt-quatrième de ſon poids, la coagule d'abord, & il s'en exhale une odeur ſenſible de foie de ſoufre, mais peu d'heures après ce *coagulum* ſe diſſout & devient aſſez fluide pour paſſer aiſément par le papier gris, il ſe dépoſe ſur le filtre une matière blanchâtre gélatineuſe, qui nageoit dans le fluide & qui en avoit pris une légère teinture verte: cette ſubſtance eſt purement animale & donne en brûlant une odeur de corne brûlée; la liqueur filtrée eſt d'un beau vert, elle a donné par l'évaporation un précipité ſemblable à de la poix noire, mais qui n'avoit cette couleur que parce que ſes parties étoient très-rapprochées; car il coloroit en vert le papier & le bois blanc; ce précipité ſe paîtriſſoit ſous les doigts comme de la cire molle & prenoit très-bien l'empreinte d'un cachet: la liqueur a fourni par une ſeconde évaporation un ſecond précipité pareil au premier, alors elle a perdu ſa couleur verte, & eſt demeurée d'un jaune de petite bière; ſon goût en cet état ſe trouvoit très-acide: on y reconnoiſſoit celui de l'eſprit de ſel qu'on avoit employé, elle faiſoit ſur une pierre de liais une efferveſcence aſſez vive, ce qui fit connoître à M. Cadet qu'il y avoit encore de l'eſprit de ſel libre; il y ajouta de nouvelle bile qui produiſit les mêmes phénomènes que la première; alors la liqueur ayant été évaporée elle a donné un ſel blanc en petites aiguilles, puis ayant été

verſée par inclination & évaporée de nouveau, il ſe forma une pellicule & un ſel brun ayant la ſaveur & le goût du ſel marin, décrépitant ſur les charbons, en un mot un vrai ſel marin bruni par une partie graſſe qu'il retient obſtinément, & formé par l'acide marin, qu'on avoit employé, joint à l'alkali de ſa baſe qui exiſtoit dans la bile. M. Cadet y reconnut auſſi des criſtaux en trapèſe qui avoient la ſaveur du ſel qu'on nomme *ſucre de lait.*

L'acide nitreux a été de même joint à la bile, mais celle-ci étoit gelée; & il a fallu couper les véſicules pour l'en tirer; la gelée en avoit ſéparé le *ſerum* en petits glaçons tranſparens minces, ſans couleur, ſans odeur & ſans goût, le reſte étoit ſeulement épaiſſi. M. Cadet l'ayant miſe en cet état dans un vaiſſeau de verre ſur un ſable médiocrement chaud, l'eſprit de nitre verſé deſſus s'eſt teint en un beau rouge tirant ſur le violet, qui à meſure que les glaçons ſe fondoient devenoit d'une couleur griſe: ce gris auquel M. Cadet ne s'attendoit pas le ſurprit, il ſoupçonna que cette couleur n'étoit dûe qu'à ce qu'il avoit fait dégeler trop promptement la bile; & en effet, en mêlant d'autre bile fondue plus lentement avec la liqueur, elle reprit une très-belle couleur verte: la liqueur filtrée laiſſa ſur le filtre la même matière gélatineuſe animale qui avoit paru dans l'expérience faite avec l'eſprit de ſel, il s'éleva du mélange de l'acide avec la bile une odeur fade & déſagréable, mais qui ne tenoit point de celle du foie de ſoufre; ce que M. Cadet croit devoir attribuer à ce que la bile de la première expérience pouvoit avoir éprouvé un commencement de fermentation putride, dont la gelée avoit préſervé celle-ci.

La liqueur ayant été évaporée n'a point donné de précipité réſineux comme celle de la première expérience, il s'eſt élevé au contraire à ſa ſurface une ſubſtance jaune réſineuſe parſemée de petits points blancs qui ſe paîtriſſoit dans les doigts, mais en s'y attachant ſi on n'avoit pas la précaution de les mouiller: la liqueur avoit une belle couleur de jaune-citron, dont M. Cadet fut fort ſurpris; & il penſa que la couleur verte ne manquoit ici que parce que l'acide nitreux avoit enlevé à la bile un flogiſtique ſubtil, qui avoit échappé à l'eſprit de ſel de la première expérience, elle étoit

étoit très-acide & très-transparente; évaporée au tiers dans une capsule de verre, elle a donné des cristaux quadrangulaires; en continuant l'évaporation, il s'est encore élevé de cette substance jaune résineuse, dont nous avons parlé, la liqueur a donné, en se refroidissant, de nouveaux cristaux quadrangulaires, & un autre sel en aiguilles très-adhérent aux parois du vaisseau; enfin l'eau-mère jointe à l'huile de tartre par défaillance a donné des cristaux de sucre de lait comme dans la première expérience.

Le sel quadrangulaire étoit de véritable nitre quadrangulaire, formé par l'esprit de nitre & la base du sel marin existante dans la bile: Mais d'où peut venir, dans ce récrément, la base de ce sel séparée de son acide; M. Cadet pense qu'une grande partie du sel marin que contiennent les substances dont se nourrissent les hommes & les animaux se décompose dans leur corps, que l'acide s'y joint à un alkali volatil, & que la base devenue libre s'unit en partie avec l'huile animale pour former cette espèce de savon qu'on nomme *bile*. Nous disons en partie, car cette même base du sel marin se retrouve dans le sang & dans l'urine.

Les deux expériences que nous venons de rapporter, prouvent évidemment que cette base existe dans la bile; pour s'en assurer encore plus & l'avoir immédiatement, M. Cadet a fait dessécher de la bile à un feu très-doux, & l'ayant ensuite fait calciner, elle a donné une odeur de foie de soufre, & les cendres lessivées ont donné un sel parfaitement semblable au sel de soude qui, comme on sait, est la base du sel marin.

Pour constater encore mieux la nature de ce sel, M. Cadet l'a saturé avec l'acide vitriolique, & il a obtenu par la cristallisation de très-beau sel de Glauber; nouvelle preuve de l'existence de la base du sel marin dans la bile; le sel de Glauber n'étant composé que de l'acide vitriolique uni à cette base.

De toutes ces expériences il résulte:

1.° Que lorsque la bile a éprouvé seulement un commencement de fermentation putride, elle donne un alkali volatil qui pourroit bien ne pas exister dans le corps animal, & que cet alkali volatil forme avec l'acide marin, contenu dans la bile, une espèce de sel ammoniac.

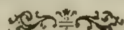
2.° Que les acides minéraux coagulent d'abord la bile, en se saisissant de l'alkali qui entre dans sa composition, puis peu de temps après la rendent assez fluide pour passer à travers du papier gris.

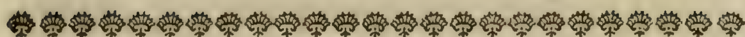
3.° Qu'elle contient en elle-même le sel alkali qui sert de base au sel marin, & qui est le même que le sel de soude, & que ce sel y est uni à une huile animale, avec laquelle il forme une espèce de savon liquide.

4.° Que les sels en aiguilles qu'on en tire par la voie des acides, sont dûs à la combinaison de ces acides avec une terre calcaire qui se trouve dans la bile, & sont de vrais sels séléniteux, & qu'il y a grande apparence que cette terre calcaire est ce qui donne lieu à la formation des pierres biliaires ou stercorales; d'où il suit que, comme Henckel l'a remarqué, l'usage des absorbans terreux expose à des concrétions pierreuses; ce qui est confirmé par un exemple rapporté par M. Cadet.

5.° Que les cristaux trapézoïdes qui se séparent du *serum* de la bile, approchent beaucoup de ceux du sucre de lait, ou plutôt n'en diffèrent, qu'en ce qu'ils n'ont pas la même saveur douce de ce dernier: ce sel, très-difficile à dissoudre dans l'eau, peut aussi contribuer aux concrétions pierreuses qui se forment dans le corps humain, en se décomposant dans les différens organes où la bile peut être portée.

6.° Enfin, que la bile est un véritable savon, formé d'une graisse ou huile animale & de la base alkaline du sel marin; qu'elle contient encore un sel de la nature du lait, & une terre calcaire légèrement ferrugineuse, ce qui pourroit être l'origine de la couleur verte & jaune de la bile & de son amertume qui ne se trouvent pas dans le savon. On n'avoit certainement pas eu jusqu'ici une connoissance aussi détaillée de la bile, que celle que donne l'analyse de M. Cadet; le rôle que joue ce récrément dans l'économie animale, suffit pour faire voir l'importance de ce travail.





BOTANIQUE.

SUR UN MOUVEMENT SPONTANÉ OBSERVÉ DANS LA PLANTE APPELÉE TREMELLA.

ON connoît depuis long-temps l'eſpèce de mouvement, par lequel les ſommités des étamines de la *marchantia*, de la preſſe, de la figue-d'Inde, de *l'helianthemum*, jettent leurs pouſſières; on connoît de même la propriété qu'ont les plantes légumineuſes, de s'incliner la nuit & de ſe relever le jour, & enfin la propriété qu'a la ſenſitive, de plier & de raſſembler ſes feuilles lorſqu'on la touche, la fait regarder par un grand nombre de Naturaliſtes, comme celle qui ſert de nuance & de paſſage du règne végétal au règne animal. V. les Mém. page 564.

Les obſervations microſcopiques de Leuwenhoeck, de Joblot, & de M.[rs] de Buffon & Needham, ont encore offert des mouvemens ſinguliers qu'ont une infinité de petits corps, que le microſcope fait apercevoir dans les infuſions de différentes matières, & qui ſemblent ſe multiplier, les uns à la manière des animaux, les autres à la façon des plantes.

Aucun de ces mouvemens ne peut cependant être regardé comme participant du mouvement de la plante & de celui de l'animal; on ignore premièrement ſi la plus grande partie des êtres microſcopiques ſont du genre des animaux ou des plantes, & il ſemble que le mouvement de la plus grande partie de ces êtres, ſoit indépendant de la volonté de l'être qui en eſt affecté; celui de la ſenſitive même qui paroît le plus ſpontané de tous, ſemble plutôt tenir à l'irritabilité de la plante qu'à toute autre cauſe.

Le haſard a offert à M. Adanſon un mouvement ſpontané,

& pour ainsi dire, animal, dans une plante de la famille des *byssus*, appelée *Tremella*.

Cette plante est celle que Dillen nomme *conferva gelatinosa omnium tenerrima & minima, aquarum limo innascens;* on la trouve au printemps & en automne, dans les eaux qui séjournent dans des ornières ou dans les fossés; en un mot dans les endroits où se trouvent de médiocres amas d'eau stagnante.

Cette plante ne paroît que lorsque le thermomètre est aux environs de 6 à 10 degrés au-dessus de la glace; au-dessus ou au-dessous de ce terme elle périt ou paroît périr; car on ignore encore, si lorsqu'elle reparoît c'est une nouvelle génération, ou s'il s'en conserve quelque partie capable de la reproduire.

À ne voir la tremella qu'à la vue simple, elle n'offre qu'une lame ou croûte plus ou moins grande d'un vert foncé, attachée à une portion de limon qu'elle retient avec elle, glaireuse, & qui ne présente aux yeux rien de remarquable.

Mais dès qu'on examine cette plante avec une lentille de deux à trois lignes de foyer, l'apparence gélatineuse disparoît, & on voit qu'elle est absolument composée de filets cylindriques, obtus par les bouts, croisés & mêlés les uns avec les autres comme les poils d'un feutre.

Avec de très-fortes lentilles, ces filets grossis paroissent composés d'articulations séparées par des diaphragmes, & dont la longueur est égale à leur diamètre: la longueur réelle de ces filets est depuis une jusqu'à trois lignes, & ils sont parfaitement droits & assez roides, & jusque-là il n'y a rien de bien particulier à cette plante, mais voici ce que M. Adanson a observé de très-singulier; malgré la roideur apparente de ces filets ils ont un mouvement spontané latéral, par lequel ils s'approchent & s'écartent les uns des autres, tantôt à droite & tantôt à gauche: ce mouvement plus sensible vers les bords de la plante, ne se fait pas dans tous les filets en même-temps; quelques-uns paroissent reculer en arrière, mais le plus grand nombre semble s'avancer, & M. Adanson a observé que ce mouvement progressif étoit au foyer de son microscope d'une ligne en une minute, c'est-à-dire, en ôtant l'augmentation causée par l'effet de cet instrument, d'un quatre

centième de ligne, mais que tous les mouvemens de ces filets se compensoient si bien, que le total de la masse ne changeoit pas de place.

Ces filets ont encore une autre espèce de mouvement que M. Adanson nomme *mouvement d'accroissement;* quelques-uns qu'il avoit mis dans de l'eau très-claire le lui ont fait apercevoir; cet accroissement peut aller jusqu'à trois lignes en une nuit, mais il faut remarquer qu'il est d'autant plus grand que la température de l'air approche de 9 degrés du thermomètre au-dessus de la glace; environ 5 ou 6 degrés au-dessus ou au-dessous, cette espèce de végétation n'a plus lieu, & dans les degrés intermédiaires elle va en diminuant.

Lorsque ces filets sont parvenus à leur dernier terme d'accroissement qui excède rarement trois lignes, alors le dernier nœud qui n'a guère qu'une demi-ligne de long s'en sépare & s'alonge, ses deux bouts s'arrondissent & il devient absolument semblable à celui dont il s'étoit séparé & capable d'en produire à son tour de nouveaux: il seroit peut-être curieux de savoir si tous les nœuds se séparent ainsi les uns après les autres comme le *conferva;* mais M. Adanson n'a pu s'en assurer; ces filets ainsi multipliés ne manquent pas de s'approcher des autres pour se croiser & s'entrelasser.

Les lames ou plaques de tremella vivent assez long-temps lorsque la température se soutient à 9 degrés; mais lorsque les gelées ou les chaleurs viennent, elles périssent; celles qui manquent d'eau se réduisent en poussière, & celles qui en sont couvertes viennent à la surface, elles se couvrent de bulles d'air qui en crevant laissent des entonnoirs d'un vert noirâtre; en un mot elle se détruit au moins en apparence, car comme elle reparoît de nouveau, il faut qu'il se conserve quelques-unes de ses parties qui puissent la reproduire. M. Adanson avoit entrepris d'examiner un point si intéressant, mais ces observations exigeant des attentions & des recherches microscopiques qui ne s'accommodent plus à l'état de sa santé ni à celui de ses yeux, affoiblis par ses voyages & ses longs travaux, il en a remis la suite à M. Spalanzani, plus en état que personne de les pousser aussi loin qu'elles puissent aller.

Pendant le cours des obſervations ſur le tremella, M. Adanſon a remarqué entre ſes filets un grand nombre de petits êtres microſcopiques de différentes figures, & qui avoient des mouvemens très-viſs en tous ſens : il réſulte de ce que nous venons de dire, que les filets du tremella ont un mouvement latéral & un mouvement progreſſif & de recul, qui ſubſiſte même après leur jonction, & que ſi quelque plante pouvoit faire la nuance entre le règne végétal & le règne animal, celle-ci à raiſon de cette eſpèce de mouvement ſpontané, auroit plus de droit qu'aucune autre d'y prétendre; mais M. Adanſon obſerve qu'on ne doit pas ici prendre le terme de ſpontané à la rigueur, & qu'il y a encore bien loin du mouvement qu'il a obſervé dans la plante en queſtion aux mouvemens volontaires des animaux.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I

LES fortes gelées d'hiver font ſouvent éclater des arbres dans les bois, cet accident ſe reconnoît dans la ſuite ſur ces arbres par des eſpèces d'éminences en forme de côtes qui s'étendent ſuivant la longueur du tronc, & qui ſe trouvent preſque toujours du côté du midi. M. de Regemorte l'aîné, a fait à ſa maiſon de Dachſtein près Straſbourg, une obſervation importante qu'il a communiquée à M. du Hamel : il avoit remarqué dans la pépinière de Moret, que pendant des hivers longs & rudes, quelques arbres de Judée d'un pouce & demi de diamètre, & même plus forts, avoient été fendus dans la longueur de leur tronc par la gelée, & que la plupart étoient morts depuis; il craignit avec raiſon le même ſort pour quelques arbres de la même eſpèce qui étoient dans ſon jardin de Dachſtein, il les viſita dans la plus grande rigueur du froid de cette année, & trouva les plus beaux fendus depuis l'enfourchement des branches juſque dans le pied, de manière qu'on pouvoit mettre le bout du petit doigt dans la fente, & toutes ces fentes étoient dans la partie du tronc tournée au midi; il

ordonna à ſon Jardinier de couvrir ces fentes avec de la bouſe de vache, celui-ci négligea d'exécuter cet ordre; cependant, étant retourné à Dachſtein après la gelée, il trouva toutes les fentes ſi exactement refermées qu'il n'en reſtoit pas le plus léger veſtige, le même accident arrive ſans doute à bien d'autres arbres qui ſont moins ſoigneuſement obſervés que ceux de M. de Regemorte, & les fentes ſe refermant au dégel, on ne ſoupçonne pas même qu'ils ſe ſoient ouverts pendant la gelée; & on attribue la mort de ceux qui périſſent à toute autre cauſe: ceux qui ſont aſſez heureux pour échapper ſont ceux auxquels ſe trouve cette arête ſaillante dont nous venons de parler.

I I.

M. le Préſident de Malesherbes a communiqué à M. Guettard, une lettre qui lui avoit été écrite de Bretagne, par laquelle on lui mandoit qu'un plan de jeunes frênes d'environ quatre à cinq ans & très-bien venus, avoit été preſque dans le cas d'être perdu ou au moins recepé, parce que des frêlons avoient enlevé la plus grande partie de l'écorce de ces arbres. On ſavoit depuis long-temps que ces animaux employoient l'écorce des arbres à former l'eſpèce de papier dont leurs nids ſont conſtruits; mais il falloit qu'ils ſe fuſſent étrangement multipliés dans ce canton pour avoir pu faire un pareil dégât.

I I I.

La même lettre contenoit encore une obſervation ſingulière ſur les plantes qui viennent des pays ſitués au-delà de l'Équateur, & qui par conſéquent ont leur hiver quand nous avons l'été, & l'automne quand nous avons le printemps; ces plantes même, après avoir été multipliées de marcottes ou de boutures, conſervent toujours un penchant à pouſſer & à fleurir pendant notre automne & notre hiver; le laurier-thym qui dans les provinces maritimes réuſſit très-bien dans les jardins, & dans les bois développe ſes boutons en Novembre, & on en a des fleurs juſqu'en Janvier quand les gelées ne ſont pas exceſſives: il paroît par l'obſervation ſuivante que ceux qui lèvent ici de graine doivent être exceptés de cette règle; quelques baies de laurier-thym ayant mûri dans les bois,

elles ont produit de jeunes arbres qui ont donné quelques fleurs au printemps, & n'en ont point donné l'hiver, quoique tous les autres de leur eſpèce en fuſſent garnis. Peut-être ces jeunes arbres dont la graine a été ſemée, & a levé, pour ainſi dire, à contre-temps, du moins relativement aux autres, ont-ils acquis par cette circonſtance cette eſpèce d'indigénat.

I V.

On ſait depuis long-temps qu'on multiplie les champignons en diviſant leurs racines qui donnent par ce moyen autant de pieds qu'elles ont été ſéparées en différentes parties; mais on ne s'étoit pas encore aviſé de penſer que cette eſpèce de plante pût ſe greffer en approche d'un pied ſur l'autre, le haſard a procuré à M. Fougeroux, la preuve de cette poſſibilité, dans deux pieds de champignons de l'eſpèce nommée par Bauhin *fungus Pileolo lato & rotundo:* cinquante ou ſoixante champignons de cette eſpèce étoient réunis fort près les uns des autres, & M. Fougeroux en trouva deux qui ayant chacun leur pédicule en terre avoient leurs têtes ou chapeaux réunis par une partie de leur circonférence, il s'y étoit fait une vraie greffe naturelle : il y avoit dans le même amas de champignons deux autres pieds bien plus dignes d'attention, l'un des deux qui étoit le plus gros avoit ſon pédicule en terre & ſon chapeau comme à l'ordinaire; mais le ſecond qui attira l'attention de M. Fougeroux étoit plus ſingulièrement ſitué, il étoit tourné à contre-ſens du premier, ſa convexité adoſſée à celle du premier auquel il tenoit par cet endroit, ayant par conſéquent ſon pédicule & ſes feuillets tournés vers le ciel, & ne tirant aucune nourriture que du premier champignon avec lequel il étoit greffé; auſſi le pédicule du ſecond commencoit-il à ſe flétrir.

L'adhérence des deux têtes étoit ſi intime que rien n'indiquoit dans leur ſubſtance l'endroit de leur ſéparation, & que M. Fougeroux n'a pu le remarquer même en les diſſéquant; il n'eſt pas aiſé d'imaginer comment cette jonction ſi ſingulière a pu ſe faire, cependant M. Fougeroux penſe qu'on peut l'expliquer en ſuppoſant que ces deux champignons venus d'abord près l'un de l'autre,

&

& peut-être avec leurs têtes inclinées l'une vers l'autre, se soient collés dès le commencement de leur formation, & qu'ensuite l'accroissement rapide de l'un des deux ait arraché le plus petit, qui, dans cet état, a dû se trouver dans une situation renversée, & vivre absolument aux dépens de celui qui l'avoit enlevé, ne pouvant plus rien tirer de la terre par son pédicule. Cette ingénieuse explication n'offre rien que de très-naturel, & rend raison de cette espèce de phénomène de la manière la plus satisfaisante.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé, *du transport, de la conservation & de la force des Bois*, faisant la conclusion du traité complet des bois & des forêts.

Nous avons rendu compte en 1764, du précédent volume de cet Ouvrage, qui contenoit l'exploitation des bois *; nous allons en reprendre la suite en parlant de celui-ci.

* *Voy. Hist. 1764, p. 78.*

Les bois une fois abattus, doivent être promptement retirés du terrein qui les a vu naître; le séjour qu'ils y feroient, & le passage des voitures & des ouvriers, nuiroient beaucoup à la repousse des bois qui doit se faire sur les souches, & ruineroient le taillis qui doit y renaître, aussi les Ordonnances prescrivent un temps où les bois doivent être tirés des ventes, prononcent des peines contre ceux qui seroient négligens à les enlever; & pour en faciliter les moyens aux Marchands de bois, les mêmes Ordonnances leur accordent un grand nombre de priviléges, que M. du Hamel indique dans son ouvrage.

Les différentes masses des pièces de bois, & les différens usages auxquels elles sont destinées, introduisent nécessairement de la différence dans la manière de les transporter.

Les grosses pièces de bois destinées à la construction ou à la charpente, se transportent en les traînant sur le terrein, ou en les menant avec des espèces de voitures à roues, qu'on nomme *fardiers*, & qui diffèrent des autres voitures, en ce que le corps de celle-ci est au-dessus de la charge qui est suspendue au-dessous, & qu'on y soutient, au moyen d'une chaîne tournée autour d'un rouleau qu'on fait agir avec des léviers. On est étonné de voir avec

quelle facilité cette eſpèce de voiture enlève, avec un petit nombre d'hommes, & tranſporte au loin des pièces énormes, qu'on ne pourroit autrement tirer des bois qu'avec des peines & des dépenſes incroyables.

Les planches & les moindres pièces ſe tranſportent ſur des charrettes ordinaires, de même que les lattes & les échalas; les ouvrages de boiſſellerie, ou, comme on les nomme dans les forêts, de *raclerie,* ſe tranſportent à ſomme ou à dos de mulet.

Le bois qui n'eſt pas employé aux uſages dont nous venons de parler, eſt deſtiné au chauffage: les bois d'une certaine groſſeur ſe coupent en bûches, & les brins trop menus ſont deſtinés à faire du charbon; le menu branchage ſe travaille en cotterets & en fagots.

Les bûches, les cotterets, les fagots & le charbon, ſe tirent du bois & ſe conduiſent aux ports des rivières, ou à leur deſtination, dans des charrettes ou ſur des chevaux.

Le bois une fois arrivé au bord des rivières, peut être tranſporté de deux manières, ou en le chargeant dans des bateaux, ou en l'aſſemblant, pour en former des eſpèces de radeaux, qu'on nomme trains, & qui ſuivent en flottant le cours de l'eau, juſqu'à l'endroit de leur deſtination.

Comme on n'a pas toujours à portée des bois, une rivière navigable, on y ſupplée par les ruiſſeaux qui y affluent, & dans leſquels on jette les bûches, ſans les aſſembler, après les avoir marquées de la marque du Marchand: on arrête toutes ces bûches à l'embouchure de la petite rivière dans la grande, au moyen d'une eſtacade de pieux, & après avoir raſſemblé toutes les bûches appartenant à chaque Marchand, on les laiſſe ſe ſécher avant que de les aſſembler en trains; ſans cette précaution, ces bois trop imbibés ne flotteroient pas: il arrive même que lorſqu'on les jette dans l'eau avant que de les avoir fait aſſez deſſécher, une partie reſte au fond des ruiſſeaux; ces bois ſubmergés ſe retirent enſuite, mais ils ont perdu de leur qualité, & on les nomme *fondriers* ou *canards.*

Le bois qu'on ne veut pas flotter, s'embarque dans des bateaux, & c'eſt ce qu'on nomme *bois neuf.* Ce bois eſt le

meilleur & le plus cher de tous: on embarque de même le charbon, & pour pouvoir charger le bateau de ce qu'il peut porter de cette marchandiſe légère, on garnit le tour du bateau de claies, qui la contiennent à une aſſez grande hauteur.

La plus grande partie du bois de corde, tout le bois de charpente, & une grande partie des planches, ſe flottent; c'eſt-à-dire, qu'on en forme des aſſemblages ou radeaux qui flottent à la ſurface de l'eau, tant par leur légèreté propre, que par celle qu'on leur procure, au moyen de futailles vides qu'on engage dans ces trains, & on les fait deſcendre au fil de l'eau juſqu'à leur deſtination: un train que trois ou quatre hommes peuvent conduire, contient juſqu'à cinquante voies de bois; on voit aiſément combien cette manière de voiturer ce bois, épargne de frais & de dépenſe.

Lorſque les trains ſont arrivés au lieu de leur deſtination, on coupe les harts ou rouettes qui les aſſemblent, & on tire les pièces ou les bûches à terre, pour les mettre en dépôt dans les chantiers, où on les arrange pour les conſerver.

La conſervation des bois fait l'objet du ſecond livre de l'ouvrage de M. du Hamel: on ſent bien qu'il n'eſt plus ici queſtion du bois à brûler, & qu'il ne s'agit que des bois de conſtruction, de charpente & de menuiſerie.

La sève qui ſert à entretenir l'arbre tant qu'il eſt ſur pied, devient ſon plus redoutable ennemi lorſqu'il eſt abattu; elle en occaſionne infailliblement la deſtruction.

M. du Hamel regarde cette liqueur comme compoſée de parties réſineuſes, mucilagineuſes ou gommeuſes, étendues dans beaucoup de flegme: ce compoſé, dès que le mouvement qu'il avoit dans l'arbre eſt arrêté, devient très-propre à occaſionner la fermentation & la pourriture, ſi on ne ſe hâte de lui enlever ce flegme qui peut y donner lieu; il y occaſionne encore un autre inconvénient, il rend le bois ſuſceptible de ſe tourmenter, & ſi on l'emploie, ſur-tout à la menuiſerie, avant qu'il ſoit bien ſec, il ſe retire, les aſſemblages ſe déjoignent, & il s'y fait des vides conſidérables.

Les bois conſervés ſous des hangards pendant environ deux ans, ſont communément aſſez ſecs pour la charpente; mais ceux qu'on

destine à la menuiserie doivent subir un bien plus long desséchement, bien entendu cependant que la plus grande ou moindre chaleur ou sécheresse du climat doivent accourcir ou prolonger ce terme.

Comme on n'est pas toujours à portée d'attendre si long-temps, on essaie d'accélérer le desséchement du bois, soit en l'exposant à la plus grande ardeur du soleil, soit en le mettant flotter dans l'eau pour dissoudre la sève tenace qui se dissiperoit difficilement, soit enfin en employant le secours du feu pour le dessécher; tous ces objets sont la matière du second livre, excepté le dernier article qui est renvoyé au troisième, dans lequel sont décrites les étuves qui servent à cet usage, & à plusieurs autres qui y sont traités.

Il est aisé de voir que les différentes questions que ces objets présentent, ne peuvent se résoudre par des raisonnemens physiques seuls, & que l'expérience doit les décider; c'est aussi la route qu'a prise M. du Hamel: chaque question particulière, dépendante des objets que nous venons d'énoncer, est décidée par une nombreuse suite d'expériences, & cette décision est accompagnée de différens procédés pour la conservation des bois, soit par le desséchement, soit en enduisant sa surface de quelque matière impénétrable à l'eau, soit au contraire en le faisant séjourner dans l'eau. Des tables d'expériences très-étendues indiquent suivant quelle loi se fait l'évaporation de la sève, quel temps est nécessaire pour l'imbibition de l'eau dans les bois qui y sont plongés, & pour l'évaporation de cette eau imbibée; quelles qualités les bois acquièrent en passant par ces différens états, ce que le séjour du bois dans l'eau peut avoir d'avantageux pour obvier à la piqûre des vers, & enfin quelle différence il se trouve entre les bois conservés dans l'eau douce, & ceux qui le sont dans l'eau de la mer.

Le premier objet du troisième livre est, comme nous l'avons dit, le desséchement des bois par une chaleur artificielle, & M. du Hamel y a joint la manière d'employer cette même chaleur à les attendrir & à leur donner différentes courbures: on juge bien que ces deux procédés doivent varier suivant la qualité & les dimensions des bois.

Le bois ſe peut deſſécher au feu de pluſieurs manières ; on peut le leur appliquer immédiatement, même juſqu'à en réduire une couche en charbon; cette méthode eſt employée pour la partie des pieux qu'on chaſſe en terre, & l'expérience a fait voir à M. du Hamel, que cette précaution procuroit au bois enfoncé en terre, une durée un peu plus longue; mais elle lui a en même-temps appris, que quoique cette couche charbonneuſe ſe trouve entière, il arrive très-ſouvent que le bois qu'elle recouvre ſe trouve altéré, & que cette méthode n'eſt pas plus avantageuſe à pratiquer pour les bois deſtinés à la conſtruction.

Lorſqu'on ne veut pas deſſécher le bois par l'application immédiate du feu, on lui fait éprouver une chaleur modérée & ſoutenue aſſez long-temps; M. du Hamel a varié immenſement les expériences pour s'aſſurer des effets, & il en réſulte que la chaleur immédiate du feu, ne peut être employée que pour le deſſéchement des bois minces, les gros bois ne pouvant l'être ſuffiſamment par cette méthode.

Puiſque l'action immédiate du feu ſeroit inſuffiſante pour le deſſéchement des gros bois, il a fallu employer des intermèdes, qui puſſent, ſans les altérer, leur communiquer une chaleur modérée; & les moyens que les beſoins de la Marine ont fait inventer pour produire cet effet, ont encore procuré un autre avantage, ils mettent le bois en état de ſe ployer ſans ſe caſſer; avantage immenſe pour la conſtruction.

Les intermèdes qu'on emploie pour le deſſéchement du bois ſont de trois eſpèces, l'eau dans laquelle on fait bouillir les pièces, la vapeur de l'eau bouillante, & le ſable chaud imbibé d'eau bouillante dans lequel on les enterre : on a imaginé pour employer ces différens moyens des étuves avec des fourneaux, qui facilitent extrêmement ces opérations, & qui économiſent ſingulièrement les matières combuſtibles qu'on emploie à cet uſage & la main-d'œuvre néceſſaire pour y parvenir. M. du Hamel donne, avec la conſtruction de ces étuves, tout le détail des expériences qu'il a faites des trois différentes méthodes, il paroît donner la préférence à la troiſième, & avertit des précautions qu'on doit prendre pour employer les bordages au ſortir de l'étuve, pour

éviter qu'ils ne s'éclatent ou qu'ils ne s'altèrent en leur faiſant prendre la courbure néceſſaire.

Juſqu'ici M. du Hamel n'a parlé que des bois de charpente & de conſtruction; le quatrième livre traite des bois propres aux rames & aux mâtures, & de la manière de les conſerver.

Les rames ſe ſont ordinairement de bois de hêtre, mais tout bois de cette eſpèce n'y eſt pas propre, il y en a qu'on connoît à ſa couleur rouſſe qui devient caſſant à meſure qu'il ſe sèche, & celui-là doit être ſévèrement rejeté, le meilleur eſt celui qui vient dans un bon terrein plus ſec qu'humide, & ſur-tout, on doit choiſir les arbres qui étant venus dans des maſſifs ont bien filé & ont peu de nœuds, étant évident que les rames qu'on en fera auront plus de fil & ſeront moins caſſantes.

On refend les arbres qu'on deſtine à cet uſage, & qui doivent avoir 46 ou 48 pieds de longueur, en deux, en trois ou en quatre, ſelon leur groſſeur; ces morceaux en cet état ſont nommés *eſtelles* ou *atelles*, & c'eſt ſous cette forme qu'on les tranſporte dans les ports après les avoir fait ſéjourner environ un mois dans l'eau, pour les garantir de la piqûre des vers à laquelle le hêtre eſt fort ſujet; on les conſerve alors ſous des hangards avec des calles entre deux, pour faciliter le paſſage de l'air & les tenir ſéchement; on doit de même, lorſqu'on tranſporte par mer les eſtelles, ne les embarquer que lorſqu'elles ſont bien ſéchées.

Auſſitôt que les eſtelles ſont arrivées dans les ports on les façonne en rames, avant qu'elles ſoient tout-à-fait sèches, & on les conſerve dans les magaſins comme on avoit fait les eſtelles en ménageant entr'elles un courant d'air.

Les mâts & les vergues des navires ſe font ordinairement de pin; on préfère celui du Nord, & ſur-tout celui qui eſt venu dans un bon terrein plus ſec qu'humide: les pièces de mâtures ſe diſtinguent en *mâts*, *mâtereaux* & *eſparts*, les pièces qui ont depuis 60 juſqu'à 80 pieds de long, & depuis environ 24 pouces juſqu'à 30 de diamètre au pied portent le nom de *mâts;* celles qui n'ont que depuis 40 juſqu'à 70 pieds de long, ſur 15 à 22 ou 24 pouces de diamètre prennent celui de *mâtereaux;* toutes les pièces au-deſſous de ces dimenſions ſe nomment *eſparts*.

Les arbres qu'on choisit doivent être droits & avec le moins de nœuds qu'il est possible, ces nœuds ne manqueroient pas de les affoiblir & de les rendre cassans.

On substitue quelquefois du sapin au pin pour la mâture des bâtimens; mais ces mâts ne valent jamais ceux de pin, & on doit toujours employer ce dernier à la mâture des grands vaisseaux.

Comme les pièces propres à faire des mâts sont rares & chères, on prend toutes les précautions possibles pour les conserver; aussitôt qu'un navire est entré dans le port pour y désarmer on le démâte de tous ses mâts, excepté les trois mâts majeurs, on porte les autres sous des halles, & on les enduit d'un mélange de goudron & de graisse, ou même de suif, pour les préserver de la piqûre des insectes.

Comme il ne seroit pas possible de conserver de cette manière l'immense quantité de mâts non travaillés qu'on garde dans les ports; on a imaginé de creuser des fosses où on les assujettit sous l'eau qui les met à l'abri des insectes, ils se conservent très-bien en cet état dans l'eau douce, mais encore bien mieux dans l'eau salée qui leur procure une bien plus grande souplesse.

Le cinquième & dernier livre de l'ouvrage de M. du Hamel, a pour objet les moyens de connoître & ceux d'augmenter la force des bois, matière de la plus grande importance. Des expériences sans nombre, ont appris à M. du Hamel quelle étoit la force des bois de différentes espèces & de différens échantillons, connoissance utile & même nécessaire; mais il ne s'est pas contenté de cette force naturelle, & ses recherches lui ont procuré les moyens de donner au bois une force artificielle infiniment supérieure, & bien plus appropriée aux usages auxquels ces bois sont destinés; essayons de présenter une idée de cette ingénieuse méthode: dans toute pièce de bois prête à rompre sous sa charge, il y a dans l'endroit auquel elle va rompre des fibres dont les unes sont en extension & les autres dans une contraction violente, une expérience extrêmement simple peut en convaincre les plus incrédules, qu'on prenne un parallélépipède de cire, & qu'on le plie, on apercevra à la partie concave l'effet de la compression

par le gonflement qui y arrivera; & à la partie convexe celui de l'extenſion des fibres par la diminution de la largeur du parallélépipède en cet endroit: appliquons ce principe au bois.

La première & la principale queſtion eſt de ſavoir combien dans un morceau de bois prêt à rompre il y a de fibres en extenſion, & combien il y en a en contraction; car il eſt évident qu'il n'y a que celles qui ſont en extenſion qui réſiſtent à la rupture, les autres ne ſont que matière purement paſſive, elles peuvent ſeulement, par leur plus ou moins de réſiſtance, approcher ou éloigner, des fibres étendues, le point d'appui, ſur lequel ſe fait l'effort de la puiſſance qui tend à faire rompre la pièce de bois?

Pour entendre cet article qu'on ſe repréſente le morceau de bois comme compoſé de deux pièces, miſes l'une au bout de l'autre, & jointes à l'endroit de la rupture, non pas immédiatement, mais un peu éloignées & unies par une infinité de petits reſſorts; il eſt clair que ſi ces reſſorts ſont également ſuſceptibles d'extenſion & de compreſſion, il y en aura une partie qui ſe contractera & une autre qui s'alongera, & il ſe trouvera vers le milieu de la pièce un plan dans lequel les reſſorts ne ſeront ni alongés ni contractés; ſi au contraire ils ont plus de facilité à s'étendre qu'à ſe contracter, ce plan ſera plus près de la partie concave, & il ſera plus près de la partie convexe s'ils ſe contractent plus facilement qu'ils ne s'alongent.

Suivant ce raiſonnement, ſi on ôte de la pièce tous les reſſorts en contraction & qu'on ſubſtitue au plan imaginaire dont nous avons parlé, un point d'appui réel & incompreſſible, on aura préciſément la même force; on peut même l'augmenter en éloignant ce point d'appui des fibres étendues qui occaſionnent la réſiſtance.

Il ſuit de-là qu'on pourroit, ſans diminuer la force d'une pièce de bois, la ſcier dans une partie de ſon épaiſſeur, pourvu qu'on remplît le trait de ſcie d'un corps dur; qu'on pourroit même, par ce moyen, augmenter la force & la roideur de cette pièce, en faiſant en ſorte que ce corps étranger ſerrât plus vers l'entrée du trait de ſcie qu'au fond; ſingulier paradoxe: car enfin, quel étrange moyen de fortifier une pièce que de la ſcier juſqu'à ſa moitié, & peut-être au-delà?

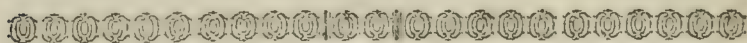
C'eſt

C'eſt cependant ce que l'expérience a démontré, M. du Hamel a fait faire des barreaux de bois, les plus égaux qu'il a été poſſible; il en a fait rompre ſix, & la force moyenne néceſſaire pour les faire rompre, a été de 525 livres : des barreaux pareils ſciés juſqu'au tiers de leur épaiſſeur, & dans leſquels le trait de ſcie avoit été rempli par un coin de bois dur, n'ont rompu que ſous le poids de 551 livres; ſciés à moitié, ils ont rompu ſous 542 livres ; ſciés aux trois quarts, ils ont encore porté 530 livres. Il y a plus, ſi avant la rupture du barreau, on le décharge pour chaſſer dans le trait de ſcie un nouveau coin qui rempliſſe le vide que la compreſſion des deux bouts avoit fait, il peut porter un plus grand poids; un des barreaux ſciés aux trois quarts a porté par ce moyen un poids de 576, de 55 livres ou un peu plus d'un dixième plus peſant que celui qu'il portoit étant entier : il eſt évident que les fibres reſtées entières font en ce cas l'office d'une bande de fer qui uniroit les deux bouts du bois coupé; & comme les fibres du bois ne s'étendent que très-difficilement, la réſiſtance qu'elles apportent à la rupture eſt égale à l'adhérence des fibres entières aux fibres coupées : auſſi le bois éclate-t-il preſque toujours en long avant que de ſe rompre.

Cette énorme réſiſtance des fibres du bois, & la forte adhérence qu'elles ont les unes aux autres, ont engagé M. du Hamel à faire uſage de cette propriété pour empêcher les pièces droites de ſe courber, & les pièces courbes d'altérer la courbure qu'on leur a donnée. Il y parvient en compoſant ces pièces de pluſieurs autres endentées les unes dans les autres, de manière qu'elles ne puiſſent altérer leurs figures ſans changer de longueur, ce que les endentures ne leur permettent pas. Il propoſe d'employer cette méthode dans la conſtruction des mâts & des vergues d'aſſemblage, & dans les pièces qui ont une courbure déterminée comme la quille des galères, qui doit ſe relever par les deux bouts : il arrive preſque toujours qu'elles perdent cette courbure à la mer, ce qui altère leur vîteſſe & leur ſolidité. Une ſeconde contre-quille endentée ſur la première, a été appliquée à une galère qui avoit déjà fléchi, & l'a miſe en état de ſoutenir la mer ſans perdre la courbure qu'on lui avoit rendue. Avantage immenſe qui

dérive absolument des expériences & des principes de M. du Hamel.

Cet ouvrage a paru renfermer un très-grand nombre de vues, & d'expériences très-ingénieuses & très-propres à former des principes certains, desquels on peut tirer une infinité de conséquences utiles.



GÉOMÉTRIE.

SUR LES *MÉTHODES* DE MAXIMIS ET MINIMIS.

V. les Mém. pages 551 & 588.

DANS le nombre des quantités qui sont l'objet de la Géométrie, il s'en trouve qui vont en croissant ou en décroissant, suivant une loi donnée. Cette augmentation ou cette diminution peuvent être illimitées, ou elles peuvent avoir des bornes; dans ce dernier cas, le terme auquel l'accroissement est le plus grand possible, est ce qu'on nomme un *Maximum;* & celui où la diminution est la plus grande, ce qu'on nomme un *Minimum;* & la Géométrie a des méthodes pour déterminer ces points. Essayons de donner un exemple qui puisse rendre sensible ce que nous venons de dire.

Qu'on imagine, par exemple, une parabole dont l'espace soit entièrement rempli d'ordonnées perpendiculaires à son axe, il est clair que, par la nature de la courbe qui va toujours en s'élargissant, ces ordonnées iront toujours en croissant, & par conséquent il n'y aura point de *maximum,* puisqu'il ne se trouvera aucun point où les ordonnées cessent de croître; mais que la première de toutes les ordonnées, celle qui se trouve au sommet sera un *minimum.*

Si nous supposons présentement que la parabole soit changée en ellipse, alors la plus grande ordonnée sera le demi-petit axe,

& la courbe aura à cet égard un *maximum*, après lequel les ordonnées décroîtront ; elle aura aussi, comme la parabole, un *minimum* qui sera la première ordonnée qui se trouve au sommet.

La même chose peut encore se retrouver dans les différences entre les ordonnées de l'ellipse ; par exemple, le *minimum* de la différence entre les ordonnées, se trouve au voisinage de la plus grande ou du demi-petit axe, où la courbe devenant parallèle au grand axe, il s'en trouve trois qui ne diffèrent qu'infiniment peu de l'égalité.

On retrouve encore la même propriété dans l'aire des figures. Le cercle, par exemple, est de toutes les figures isopérimètres, celle qui renferme le plus grand espace, & est à cet égard un *maximum :* en un mot, les questions *de maximis & minimis*, peuvent avoir lieu dans toutes les propriétés de l'étendue & des nombres.

Puisqu'il y a dans la Nature des quantités de cette espèce, il faut nécessairement qu'il y ait dans l'analyse des symboles pour les représenter, & des règles pour déterminer celles qui sont susceptibles de cette propriété, & pour reconnoître quand elles y seront parvenues : ce sont ces règles qui constituent ce que l'on nomme les méthodes *de maximis & minimis.* Cette matière a été, dans moins d'une année, examinée deux fois dans l'Académie, nous allons dire à quelle occasion. Les recherches sur la courbe de la plus vîte descente, & celles sur le solide de la moindre résistance, publiées par M.rs Bernoulli & Newton, avoient commencé à tourner les vues des Géomètres vers ces recherches, mais on ne les avoit encore appliquées qu'à des questions particulières, lorsque M. Euler fit paroître son livre, intitulé : *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio Problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti.* La méthode qu'il y donna, quoique très-belle & très-savante, parut à M. de la Grange susceptible d'une plus grande simplicité, & il reprit la question, de laquelle il donna une solution fondée sur les seuls principes du Calcul intégral, qui résolvoit avec une facilité surprenante, tous les problèmes que s'étoit proposé M. Euler ; celui-ci l'adopta bientôt, il en donna une explication assez détaillée dans

les volumes de Péterſbourg, où il la préfère hautement à la ſienne, en ce qu'elle donne des équations déterminées qui lui ſont propres, & au moyen deſquelles on peut réſoudre les problèmes d'une manière plus générale.

Quelque belle & quelqu'avantageuſe que ſoit cette méthode de M. de la Grange, on lui a reproché de n'avoir pas ſuffiſamment démontré l'uſage des équations déterminées qu'il emploie, & même de ne l'avoir pas ſuffiſamment indiqué.

M. Fontaine a été plus loin, & a prétendu que ces équations étoient illuſoires, & n'appartenoient point à la queſtion, & en même temps il a donné une méthode qu'il regarde comme plus ſimple & plus élégante, au moyen de laquelle il réſout tous les problèmes auxquels celle de M. de la Grange peut s'appliquer.

Cette différence entre le ſentiment des Géomètres du premier ordre, a piqué la curioſité de M. le chevalier de Borda, il a cherché une autre ſolution, & l'a trouvée; elle eſt ſimple & inconteſtable, & renferme eſſentiellement toutes les équations qui ont rapport au problème. M. le chevalier de Borda en donne pluſieurs exemples.

Cette méthode étant appliquée aux problèmes de M. Euler & à ceux de M. de la Grange, a fait voir qu'il y avoit en effet dans la queſtion générale, d'autres queſtions particulières qui pouvoient être réſolues par les équations de M. de la Grange; mais qu'auſſi le premier & le dernier point de l'intégrale, exigeoient des équations un peu différentes des ſiennes.

Telle eſt, mais très en abrégé, l'hiſtoire de cette eſpèce de conteſtation qui, comme on voit, tourne à l'avancement de la Géométrie & de l'Analyſe, mais dont le détail, qui n'eſt abſolument que du calcul, doit être lû dans les Mémoires mêmes. Il nous ſuffit d'avoir préſenté ici les vues des Auteurs & le réſultat de leur travail. Il eſt bien ſingulier que des matières de cette nature puiſſent être ſuſceptibles de conteſtation; auſſi ne doivent-elles cette incertitude qu'à la Métaphyſique qui s'y mêle & qui y porte ſon obſcurité.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. d'Alembert, ſur le Calcul intégral. V. les Mém. page 573.

CETTE année M. le marquis de Condorcet préſenta à l'Académie un ouvrage intitulé : *Du Problème des trois corps.*

Cet ouvrage eſt compoſé de trois Mémoires ; le premier contient l'analyſe d'une méthode générale de réſoudre le problème des trois corps.

Ce problème eſt un des plus célèbres que les Géomètres ſe ſoient propoſés dans ce ſiècle. En voici l'énoncé le plus général : *Trois corps mus dans l'eſpace d'un mouvement uniforme s'attirent réciproquement en raiſon directe de leurs maſſes, & inverſe du carré de leurs diſtances ; quel en eſt le mouvement !*

On voit aiſément que ce cas eſt préciſément celui de la Lune attirée par la Terre, tandis que l'une & l'autre ſont attirées par le Soleil, & de toutes les perturbations que les Planètes & les Comètes peuvent éprouver de leur action mutuelle.

Le premier pas de M. de Condorcet dans cette recherche, eſt de ſuppoſer la maſſe de chacun des corps réunie en un point : il exprime alors, dans une ſeule équation, la relation générale de toutes les forces dont les parties de ce ſyſtème de corps peuvent être animées ; les variations dans les mouvemens de chaque corps ſe trouvant exprimées, pour chacun, d'une manière ſemblable, l'équation totale, qui en eſt la forme, ſe trouve naturellement partagée en autant d'équations particulières, toutes ſemblables les unes aux autres, & qui expriment les mouvemens propres de chaque corps. Ces équations, néceſſaires à la ſolution du problème, étant déduites de l'équation générale, M. de Condorcet travaille à ramener ces équations, qui ſont toutes des équations différentielles du ſecond ordre, à des équations finies. Mais le grand nombre des variables qui entrent tout-à-la-fois dans ces équations, augmente ici prodigieuſement la difficulté ; & il faut

avouer que ce problème, pris dans toute sa généralité, ne peut que conduire à des calculs très-compliqués, de quelque manière qu'on l'attaque. Aussi M. de Condorcet, après avoir examiné les secours que l'on pourroit attendre de l'application des méthodes qu'il a lui-même données dans un Ouvrage précédent, abandonne l'avantage de la généralité qu'elles lui procureroient, pour suivre une autre route qui le mène à une solution moins générale, mais aussi moins pénible. C'est par le développement de cette méthode que se termine le premier Mémoire de cet ouvrage.

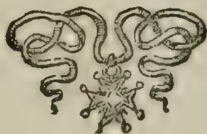
Dans le second Mémoire, la question n'est plus présentée sous le même point de vue. Nous avions supposé dans le premier la masse des corps réunie dans leur centre de gravité, ici M. de Condorcet leur rend leur figure quelle qu'elle puisse être. On imagine aisément combien ce changement peut compliquer la question; cependant la méthode que donne l'Auteur, est telle que la manière de trouver les équations est absolument la même, & que le calcul seul est plus compliqué.

On juge bien que des équations de cette espèce doivent être très-composées, les mouvemens sur-tout étant rapportés à des positions arbitraires, M. de Condorcet trouve moyen de les simplifier en rappelant la question au mouvement du centre de gravité de ces corps, & à la recherche de leurs mouvemens de rotation autour de trois axes perpendiculaires entr'eux, & passant par le centre de gravité de chacun. Il travaille enfin à se débarrasser des variables qui entrent dans ces équations, & donne des vues très-générales sur la nature & les symptômes généraux & semblables des courbes qui peuvent être décrites par chacun de ces corps,

Tout ce que nous avons vu jusqu'ici, n'a produit que des équations différentielles. Le troisième Mémoire est destiné à les intégrer. M. le marquis de Condorcet emploie à cette intégration des suites infinies : la méthode qu'il y donne est fondée sur les mêmes principes que celle qu'il a proposée dans l'Ouvrage qu'il a publié sur le Calcul intégral. Il y expose d'abord des vues générales sur la nature & sur les propriétés que doit avoir une série pour pouvoir satisfaire à l'équation proposée. Il n'est pas difficile de

voir que cette matière comprend néceſſairement la réſolution algébrique générale des équations déterminées, pour laquelle M. de Condorcet propoſe une méthode, dont il indique l'application pour les troiſième & quatrième degrés. De-là il paſſe à la méthode d'approximation; & après avoir expoſé la forme générale que doit avoir le réſultat de la ſubſtitution de la valeur générale qui doit ſatisfaire à l'équation, il en conclut la manière de trouver le terme général duquel dépend la détermination de la ſérie. Il fait voir en même temps que cette méthode peut être utilement employée à ſommer immédiatement pluſieurs ſuites. Il termine enfin ſes recherches par l'examen des moyens qui peuvent ſervir à rendre convergentes les ſéries que donne ſa méthode. A ſes recherches ſur le problème des trois corps, M. de Condorcet a joint une appendice qui a pour titre: *Éclairciſſemens ſur le Calcul intégral;* l'objet de cet Ouvrage eſt de perfectionner la méthode qu'il avoit donnée dans ſon Traité du Calcul intégral pour la conſtruction des Tables d'intégration.

Cet Ouvrage a paru digne de la réputation que l'Auteur a ſi juſtement acquiſe; ce ſera au reſte le dernier de lui dont les Recueils de l'Académie feront mention ſous le titre d'Étranger: ſes talens, dont il a donné les preuves les plus convainquantes & les plus multipliées, ayant engagé l'Académie à l'admettre au nombre de ſes Membres.





ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR DES COMÈTES.

V. les Mém. page 241.

LA Comète de 1759, dont le retour avoit été prédit par M. Halley, étoit un objet trop intéressant pour ne pas exciter l'attention, & fixer les regards des Astronomes : ils s'étoient tous disposés à l'observer exactement, & ce concours d'observations avoit engagé M. de Thury à ne pas se presser de publier les siennes, comptant sur le nombre & l'exactitude de celles des autres Astronomes. Mais il fut bien surpris en voyant le peu d'accord qui se trouvoit entre les résultats qu'elles donnoient en les comparant tant entr'elles qu'avec les siennes. Ce peu d'accord l'engagea à en rechercher les causes, & à publier les siennes & celles de M. Maraldi dans le plus grand détail.

Une des principales causes de cette différence, étoit le peu de clarté de la Comète, qui rendoit très-difficile l'observation exacte de son passage par les réticules ; on sait que la plus légère erreur sur le temps de ces passages, en jette nécessairement une très-grande dans les résultats, & cette circonstance avoit engagé M. de Thury à multiplier ses observations pour réparer par ce moyen les erreurs qui pourroient s'y trouver : moyen pénible, mais sûr, de ne pas s'écarter beaucoup de la précision.

Les différences qui se trouvent entre les observations des plus habiles Astronomes, ont fait voir à M. de Thury combien il étoit difficile de déterminer, avec une certitude suffisante, la théorie d'une Comète, & l'ont confirmé dans l'idée où il étoit depuis long-temps, qu'on auroit les retours de plusieurs des anciennes Comètes, si on pouvoit compter sur les observations des anciens Astronomes en cette partie : il est même étonnant que M. Halley, qui a calculé les orbites de vingt-quatre Comètes, n'ait pas eu l'attention de rapporter les observations sur lesquelles il fondoit son

ſon calcul, & d'en diſcuter l'exactitude & la préciſion. La même omiſſion ſe retrouve dans l'hiſtoire plus ample des Comètes que nous a donnée M. Struyck.

Il réſulte de-là que la prédiction des retours des Comètes eſt beaucoup plus difficile qu'on ne ſe l'imaginoit. Pour déterminer qu'une Comète eſt la même qu'une autre qui a déjà été obſervée, ce n'eſt pas ſa poſition apparente dans le Ciel qu'on doit conſulter. La différence de poſition de la Terre, dans le temps des deux apparitions, la peut faire varier conſidérablement; & pour en donner un exemple ſenſible, la Comète de 1759 qui, dans ſon apparition de 1682, avoit été obſervée dans les conſtellations ſeptentrionales, a paru en 1759 dans la partie méridionale du Ciel, quoiqu'elle fût à peu-près dans la même partie de ſon orbite. Ce n'eſt donc que lorſque l'on peut avoir l'orbite d'une Comète bien déterminée, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au Soleil, le lieu de ſon périhélie, celui de ſes nœuds, & ſur-tout l'inclinaiſon de ſon orbite à l'écliptique, qui eſt, pour le dire en paſſant, le caractère le plus diſtinctif de l'identité d'une Comète, qu'on peut parvenir à connoître ſa marche & à prédire ſes retours.

Or pour peu qu'on veuille faire attention à la manière dont ces élémens peuvent être déterminés, on verra aiſément combien il eſt difficile qu'ils le ſoient avec toute la préciſion que demanderoit cette recherche.

Premièrement, on ne peut ſe ſervir pour cet effet, que des obſervations faites pendant l'apparition d'une Comète, & l'eſpace qu'elle parcourt ſur ſon orbe pendant ce temps, en eſt preſque toujours une très-petite partie. Ce n'eſt pas encore tout, les obſervations faites à la fin de l'apparition d'une Comète, & lorſqu'elle n'eſt qu'à peine viſible, ſont très-incertaines; enfin les obſervations faites dans le voiſinage du périhélie, ſont preſqu'inutiles pour fixer l'inclinaiſon de l'orbite, puiſque la différence dans les latitudes eſt l'élément le plus néceſſaire à cette recherche, & que dans les environs du périhélie, la Comète parcourt un aſſez grand eſpace ſans changer de latitude.

Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, qu'on n'a ſouvent qu'un temps très-borné dans lequel on puiſſe apercevoir une

Comète, & que dans le nombre des obſervations qu'on en peut faire, il s'en trouve beaucoup qui ne peuvent être employées à déterminer les élémens principaux de ſa théorie.

Pour faire voir combien cette recherche eſt difficile, & combien il eſt aiſé de s'y tromper, M. de Thury cite l'exemple de la ſeconde Comète de 1767 : il l'avoit obſervée avec la plus grande exactitude, & déterminé, à ce qu'il croyoit, très-exactement toute ſa théorie. Le calcul fait par M. Pingré, ſur la préciſion duquel on peut aſſurément compter, annonçoit qu'elle devoit reparoître dans le mois de Juin ; cependant elle n'a point paru, & cette théorie que M. de Thury croyoit ſi exacte, étoit fautive.

On attend vers 1790 le retour de la Comète qui a paru en 1532 & en 1661, de laquelle la révolution eſt par conſéquent de cent vingt-neuf années, parce que tous les élémens de ſon orbite ſe retrouvent les mêmes dans les deux apparitions; cependant il manque à la preuve de l'identité de cette Comète, que la diſtance au Soleil ſoit la même; elle a été déterminée par les obſervations de 1552, de 5091 parties, dont le rayon de l'orbite terreſtre eſt 10000; & en 1661, de 4485. Cependant malgré cette différence, qui peut être produite par quelque légère erreur dans les obſervations, on la regarde comme la même Comète: nous en dirons autant de celle de 1718, que M. de Thury ſoupçonne être la même que celle de 1664, parce que les élémens de l'orbite ſe trouvent les mêmes dans les deux apparitions, à la ſeule différence près de l'inclinaiſon qui n'y étoit pas la même.

De tout ce que nous venons de dire, il ſuit qu'on ne doit pas être étonné qu'il n'y ait encore qu'un très-petit nombre de Comètes dont on puiſſe eſpérer de prédire les retours : tant de circonſtances influent ſur cette recherche, qu'on ne peut compter ſur les obſervations les plus exactes, qu'avec beaucoup de reſtrictions. Ce ne ſera que par de nombreuſes obſervations qu'on pourra ſe tirer de cette incertitude, & malgré le progrès immenſe qu'on a fait dans cette partie de l'Aſtronomie, nous ſommes obligés d'avouer qu'elle n'eſt encore, pour ainſi dire, qu'au berceau.

SUR LES
HAUTEURS SOLSTICIALES DU SOLEIL.

L'IMPORTANCE de l'obſervation des hauteurs ſolſticiales du Soleil, eſt connue de tous ceux qui ont la plus légère teinture d'Aſtronomie : ce ſont ces obſervations qui ſervent à déterminer l'obliquité de l'Écliptique; elles ont procuré la découverte de la nutation de l'axe terreſtre, & elles peuvent ſeules décider ſi l'obliquité de l'Écliptique eſt conſtante ou va en diminuant, comme pluſieurs illuſtres Aſtronomes l'ont penſé.

On ne doit donc pas être étonné du ſoin avec lequel les Aſtronomes cherchent à faire ces obſervations, ni des précautions qu'ils apportent à les rendre exactes. Il arrive cependant très-ſouvent que les nuages, le mauvais temps & mille autres circonſtances rendent ces obſervations impoſſibles, ſur-tout celles du ſolſtice d'hiver, qui ſont beaucoup plus ſujettes à ces inconvéniens que celles du ſolſtice d'été.

Les Aſtronomes de l'Académie ont été aſſez heureux pour avoir les obſervations de la hauteur du Soleil au ſolſtice d'hiver 1766, & au ſolſtice d'été 1767.

Les obſervations ont été faites par M. de Thury avec un quart-de-cercle à pied, de 6 pieds de rayon, ayant ſoin de marquer à chaque obſervation, le degré de chaleur indiqué par le thermomètre; & la hauteur méridienne du Soleil a été comparée avec celle de l'étoile β de la queue de la Baleine, pluſieurs jours devant & après le ſolſtice, tenant exactement compte du changement en déclinaiſon, ſur lequel il eſt impoſſible de ſe tromper ſenſiblement, & prenant d'ailleurs toutes les précautions qui pouvoient aſſurer l'exactitude de l'opération. V. les Mém. page 130.

Pendant que M. de Thury obſervoit avec ſon quart-de-cercle de 6 pieds, M. le duc de Chaulnes, qui avoit voulu prendre part à l'obſervation, la faiſoit de ſon côté avec un inſtrument de 10 pouces $\frac{3}{4}$ de rayon, conſtruit & diviſé de la manière dont nous avons rendu compte en 1765 *; & les obſervations

* Voy. Hiſt. année 1765, page 65.

faites avec un inſtrument ſi petit, relativement à l'autre, n'ont jamais différé de plus de 3′ de celles de M. de Thury.

Il réſulte des unes & des autres, que la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, au ſolſtice d'hiver 1766, s'eſt trouvée de $18^d\ 1'\ 30''$; la même, à une ſeconde près, que celle qui avoit été obſervée en 1748. La différence de déclinaiſon entre le bord du Soleil & l'étoile β de la Baleine, a paru plus grande de 6′; mais ces 6′ ſont dûes au changement de déclinaiſon de l'Étoile, qui, à raiſon de 20″ par an, a varié en dix-huit ans préciſément de la même quantité; il ne paroît donc pas que pendant cet eſpace de temps, l'obliquité de l'écliptique ait varié, du moins ſenſiblement : la même concluſion ſe tire des hauteurs ſolſticiales du Soleil, obſervées au ſolſtice d'été 1766, & comparées à celles d'*Arcturus*.

V. les Mém. page 484.

La hauteur méridienne du Soleil a été obſervée au ſolſtice d'été avec les mêmes inſtrumens; elle a été trouvée de $64^d\ 55'\ 15''$, & la différence en déclinaiſon entre le bord ſupérieur du Soleil & *Arcturus*, de $3^d\ 19'\ 53''$.

V. les Mém. page 417.

Tandis que M. de Thury obſervoit les hauteurs ſolſticiales avec ſon quart-de-cercle de 6 pieds de rayon, M. le Monnier les obſervoit de deux manières; l'une avec le gnomon de S.t Sulpice, où l'image eſt tranſmiſe par un verre objectif de 80 pieds de foyer, fixement attaché au mur du portail fondé ſur le roc, & reçue ſur une table de marbre blanc attachée au pavé de l'égliſe, & recouverte, pendant tout le temps où on n'obſerve pas, d'un couvercle de bronze qui y eſt attaché.

Les obſervations faites avec cet inſtrument, ont donné la hauteur du Soleil à $\frac{3}{4}$ de ſeconde près de ce que le calcul, fondé ſur les obſervations précédentes, avoit donné; & ces $\frac{3}{4}$ de ſeconde répondent aſſez préciſément au changement occaſionné par la nutation depuis l'obſervation faite en 1764.

M. le Monnier ne s'eſt pas contenté de cette manière de déterminer la hauteur ſolſticiale, il a voulu l'obtenir par des hauteurs abſolues, obſervées avec le quart-de-cercle, & par les différences de hauteur, obſervées entre le bord ſupérieur du Soleil & *Arcturus*.

Toutes les Étoiles varient en déclinaiſon par le mouvement de la préceſſion des Équinoxes qui les entraînant dans des cercles parallèles à l'Écliptique, leur fait ſucceſſivement rencontrer différens parallèles à l'Équateur, & ce mouvement ſe peut aiſément calculer. Mais les obſervations des Aſtronomes ont fait connoître qu'indépendamment de cette variation en déclinaiſon, *Arcturus* en avoit encore une autre, & M. le Monnier a entrepris de la déterminer.

Il avoit heureuſement le même quart-de-cercle avec lequel feu M. Picard avoit obſervé, en 1674, les hauteurs méridiennes de cette Étoile, & avec lequel par conſéquent il n'avoit rien à craindre des erreurs de la diviſion, qui ſe devoient trouver les mêmes dans l'obſervation de 1674 & dans celles qu'il alloit faire; il le vérifia avec le plus grand ſoin, & ayant obſervé pluſieurs hauteurs méridiennes d'*Arcturus*, il trouva la déclinaiſon de cette Étoile plus grande de 29′ 43″ qu'elle n'avoit été obſervée en 1674 : la préceſſion de l'équinoxe donne ce changement de 26′ 37″ pendant les quatre-vingt-treize ans qui ſe ſont écoulés d'une obſervation à l'autre. Il reſte donc 3′ 6″ pour le mouvement propre d'*Arcturus* en déclinaiſon en quatre-vingt-treize ans, ou une minute en trente ans.

Des hauteurs méridiennes du Soleil, priſes avec ce quart-de-cercle & un autre de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, il réſulte que la plus grande hauteur méridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil au ſolſtice d'été 1738, étoit de $64^d\ 54'\ 18''$, & que la hauteur méridienne d'*Arcturus* étoit $61^d\ 43'\ 48''$, ce qui donne une différence de $3^d\ 10'\ 36''$ entre la déclinaiſon de l'Étoile & celle du bord ſupérieur du Soleil au moment du ſolſtice : en 1766, cette différence, obſervée avec les mêmes inſtrumens, étoit de $3^d\ 19'\ 34\frac{1}{2}$ ou 36″; & ce qui eſt à remarquer, c'eſt que la différence de 9′, qui ſe trouve entre l'une & l'autre obſervation, répond à 5″ près à celle que doit occaſionner le mouvement d'*Arcturus* en déclinaiſon, que le calcul donne de 8′ 55″; d'où il ſuit que le changement d'obliquité de l'écliptique, s'il exiſte, n'eſt ni ſi grand ni ſi rapide que quelques Aſtronomes l'avoient penſé. La même concluſion ſe tire de la comparaiſon des hauteurs

observées en 1675, 1676 & 1677, par M. Picard; & en 1739, par M. le Monnier avec le même instrument, & de celles que le même Astronome a faites avec un autre quart-de-cercle en 1738, 1739, 1740, 1741, 1742 & 1766.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que le changement qu'on soupçonne dans l'obliquité de l'Écliptique n'est rien moins que prouvé, & que s'il existe, il ne peut être que très-petit & très-lent. La perfection des observations modernes & l'exactitude des Astronomes, donnent lieu d'espérer que cette question pourra être un jour incontestablement décidée; mais en attendant, il est toujours certain que cet élément peut être négligé sans erreur sensible.

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

V. les Mém. page 539.

* Voy. Hist. année 1766, page 90.

NOUS avons rendu compte l'année dernière * du commencement de ces recherches de M. de la Lande, & nous avons fait voir avec quel travail il étoit parvenu à déterminer le lieu & le mouvement de l'aphélie de cette Planète, & la quantité de son mouvement moyen, sa révolution & sa distance.

Pour achever la théorie de cette Planète, il ne falloit plus que connoître la plus grande équation de son orbite & l'époque de sa longitude moyenne, c'est à quoi est destiné le Mémoire dont nous avons actuellement à parler.

La plus grande équation d'une Planète dépend de son excentricité, puisque c'est cette dernière qui détermine les dimensions de l'orbite qu'elle décrit.

Si nous pouvions toujours observer Mercure dans ses plus grandes digressions, rien ne seroit plus facile que de déterminer son excentricité en l'observant dans le temps où il se trouve en même temps dans sa plus grande digression & dans la ligne des apsides, tant dans son périhélie que dans son aphélie, l'observation elle-même donneroit la proportion avec laquelle cette ligne est partagée par le Soleil, & par conséquent son excentricité; mais la proximité de Mercure au Soleil est si grande, & l'axe de son

orbite si peu favorablement placé à cet égard, qu'il est presque impossible, du moins dans ce climat, de l'apercevoir & de l'observer dans ces circonstances.

Au défaut de cette méthode, M. de la Lande en a employé une autre très-ingénieuse. Les passages de Mercure sur le Soleil, donnent, comme on sait, avec la plus grande précision la longitude héliocentrique de cette Planète, puisque le Soleil, Mercure & la Terre sont alors dans une même ligne droite, ou peuvent aisément être rappelés à cette position.

M. de la Lande a choisi les passages de 1743 & de 1753, dont l'un étoit arrivé près du nœud descendant, & l'autre près du nœud ascendant, il avoit donc deux lieux vrais de Mercure, tels qu'ils eussent été vus du Soleil, éloignés de près de six signes.

En supposant connu le lieu de l'aphélie, comme M. de la Lande l'a effectivement déterminé dans ses premiers Mémoires, les deux lieux observés donnent deux anomalies vraies, & par un calcul facile & précédemment donné par M. de la Lande, deux anomalies moyennes, & par conséquent deux équations, l'une additive & l'autre soustractive pour ces deux points observés.

Partant à présent d'une excentricité supposée, on calculera quelles doivent être ces équations. Il seroit bien surprenant qu'on les trouvât du premier coup conformes à l'observation, & on doit s'attendre à y trouver de la différence. Pour faire évanouir cette différence, on fera varier l'excentricité jusqu'à ce qu'on en trouve une qui puisse satisfaire aux deux observations. C'est par cet ingénieux moyen que M. de la Lande a pu venir à bout de corriger en ce point la théorie de M. Halley, & de représenter non-seulement les passages qui ont servi à cette recherche, mais encore tous les autres qui ont été observés. Non-seulement l'excentricité de 7960, donnée par cette méthode, représente les observations des passages de Mercure sur le Soleil, mais elle s'accorde aussi avec les observations des plus grandes digressions, faites aux environs des apsides & dans les moyennes distances.

Des recherches faites par M. de la Lande dans ce Mémoire & dans les deux précédens, il tire les élémens suivans de la

théorie de Mercure; l'époque du mouvement moyen pour 1764; de $10^s\ 1^d\ 35'\ 54''$; de l'aphélie, $8^s\ 13^d\ 49'\ 30''$; du nœud, $1^s\ 15^d\ 31'\ 45''$: le mouvement pendant une année, $1^s\ 23^d\ 43'\ 8'',2$; celui de l'aphélie, $1'\ 10'',5$; & enfin le mouvement du nœud $45''$. La moitié du grand axe est de 38710 des mêmes parties, dont la distance du Soleil à la Terre, contient 100000; la moitié du petit axe contient 37883 de ces mêmes parties; l'excentricité, c'est-à-dire la distance du foyer de l'ellipse au centre 7960, & la plus grande équation de $23^d\ 40'\ 49''$, qui a lieu au 104.e degré 45 minutes d'anomalie moyenne. Quant aux latitudes, M. de la Lande a cru ne devoir rien changer à l'inclinaison de $6^d\ 59'\ 20''$ que M. Halley attribue à l'orbite de Mercure, & qui lui paroît représenter assez bien toutes les observations.

Telle est la théorie de Mercure, fruit des recherches & des travaux de M. de la Lande : il ne resteroit pour lui donner toute l'exactitude dont elle est susceptible, qu'à déterminer les perturbations que Mars, la Terre & Vénus peuvent occasionner dans le mouvement de Mercure; mais ces inégalités ne peuvent être que très-petites; les Tables représentent sans cela très-bien les observations: on pourroit donc les négliger sans scrupule; cependant, pour ne rien laisser à desirer, M. de la Lande se propose de les examiner dans un quatrième Mémoire. En attendant, ceux qui s'intéressent au progrès de l'Astronomie, ont quelque lieu d'être satisfaits en voyant que les mouvemens de Mercure, si peu connus il y a moins d'un siècle, le soient aujourd'hui avec tant de précision, que le Calcul ne diffère plus des observations que de quelques secondes.

V. les Mém. page 119. NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

L'Écrit de M. Fontaine, sur les mouvemens des apsides de la Lune:

Page 137. Celui de M. du Séjour, sur les Éclipses sujettes aux parallaxes:

Page 252. L'Observation de l'opposition de Saturne au Soleil, du 23 Décembre

Décembre 1765, & de celle de Jupiter, du 5 Février 1766, faites à l'École royale Militaire, par M. Jeaurat:

L'Observation de l'opposition de Saturne au Soleil, du 7 Décembre 1766, par le même: V. les Mém. page 266.

L'Observation du passage de la Lune par les Pléïades, du 22 Septembre 1766, par M. l'abbé Chappe d'Auteroche: Page 268.

Les Observations de la Comète qui a paru en Mars 1767, dans le lien des Poissons, par M. de Thury: Page 315.

Celle de la Comète qui a paru en Avril de la même année, par le même: Page 322.

L'Observation de l'opposition de Jupiter au Soleil, du 8 Mars 1767, faite à l'École royale Militaire, par M. Jeaurat: Page 340.

L'Observation de l'éclipse de Soleil, du 5 Août 1767, par S. E. M.gr le Cardinal de Luynes. Page 343.

Et l'Observation & les Calculs de l'opposition de Saturne au Soleil, du 22 Décembre 1767, faite à l'Ecole royale Militaire, par M. Jeaurat. Page 485.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Pingré, intitulé: *Mémoire sur le choix & l'état des lieux où le passage de Vénus, du 3 Juin 1769, pourra être observé avec le plus d'avantage, & principalement sur la position Géographique des îles de la mer du Sud.*

Pour bien comprendre le but de cet Ouvrage, il est bon de se rappeler que la proximité de Vénus à la Terre est assez grande pour que les différens Peuples qui se trouvent sur le disque éclairé au temps de sa conjonction inférieure avec le Soleil, la voient répondre à différens points du disque de cet Astre; d'où il suit que plus un lieu de la Terre voit Vénus près du centre du Soleil, plus la trace qu'elle y décrit approche d'un diamètre, & plus aussi elle paroît mettre de temps à la décrire; & qu'au contraire plus la trace de cette Planète sur le Soleil s'éloigne de son centre, moins elle emploie de temps à la parcourir. La durée du passage

dans les différens lieux de la Terre, où on pourra voir l'entrée & la sortie de Vénus, doit donc varier par l'effet de la parallaxe, & on peut par conséquent déduire cette parallaxe de la durée du passage, observée en des endroits assez éloignés, pour que la différence de cette durée soit considérable. Il étoit donc de la plus grande importance de déterminer sur le globe terrestre les lieux où on pourroit, à cet égard, observer avec le plus d'avantage. Le passage de 1761 n'avoit pas ôté toute l'incertitude qu'on avoit sur la quantité de la parallaxe du Soleil, il l'avoit seulement diminuée : celui de 1769 a paru offrir des circonstances plus favorables ; mais on devoit être d'autant plus soigneux d'en profiter qu'il est le dernier, & que ce phénomène ne reparoîtra de plusieurs siècles. C'est à quoi est spécialement destiné l'Ouvrage de M. Pingré ; il a entrepris de déterminer les lieux de la Terre où cette différence de durée seroit la plus sensible.

Pour y parvenir, il se sert des élémens donnés par les meilleures Tables, & corrigés par l'observation du passage de 1761 ; observation d'autant plus propre à cette correction, que les circonstances dans lesquelles se trouvoit alors Vénus, se retrouvent à très-peu près les mêmes dans le passage de 1769. D'après ces élémens ainsi corrigés, & en se servant de la Mappemonde relative à cet objet, dont nous avons parlé en 1764 *, & sur laquelle M. de la Lande avoit exactement marqué les phases du commencement & de la fin de ce passage pour tous les lieux où elles devoient être visibles, M. Pingré détermine les lieux du nord de la Terre où la durée du passage sera la plus grande, & recherche ensuite les lieux situés au Sud où elle paroîtra la plus petite.

* *Voy. Hist. 1764, p. 122.*

La ville de Torneå, située au fond du golfe de Bothnie, à la partie méridionale de la Lapponie suédoise, est un des endroits de la Terre où cette durée paroîtra la plus grande : mais il s'y trouve un inconvénient, le Soleil, à cause de la grande obliquité de la sphère, y sera très-peu élevé sur l'horizon aux momens critiques de l'entrée & de la sortie ; & M. Pingré pense, avec raison, qu'en s'avançant plus au nord de la Lapponie, on n'auroit qu'environ 28 ou 30 secondes à perdre sur la durée du phénomène, tandis qu'on gagneroit considérablement par l'avantage d'avoir le

Soleil à une plus grande hauteur. La durée de ce paſſage, obſervée dans cette partie du Nord, ſeroit, ſelon M. Pingré, de $5^h\ 55'\ 10''$. On a tout lieu d'eſpérer que les Aſtronomes Suédois, les Danois & les Ruſſes ne laiſſeront pas échapper cette occaſion d'obſerver un phénomène ſi intéreſſant. En faiſant la même opération pour trouver les lieux où la durée du paſſage ſera la plus petite, il trouve que ce ſeroit dans la partie du globe, baignée par la mer du Sud, ſous la latitude auſtrale de $28^d\ 30'$, & par les 242^d de longitude, elle ne ſeroit en cet endroit que de $5^h\ 26'\ 36''$, avec une différence de $28'\ 34''$.

Mais exiſte-t-il dans cette partie du monde des terres habitées ou même habitables, où les Obſervateurs puiſſent aller faire l'obſervation, & s'il ne s'en trouve pas avec cette condition, à laquelle des terres connues faudra-t-il donner la préférence? C'eſt à cette diſcuſſion, en même temps géographique & aſtronomique, qu'eſt deſtinée la ſeconde partie de l'Ouvrage de M. Pingré.

Nous ne pouvons, ſans un véritable regret, ſupprimer ici le curieux détail des voyages de Mendana, de Jean Fernandès, de Quiros, de le Maire, & même de Magellan, dont M. Pingré donne un abrégé dans ſon Ouvrage.

Ces voyages ont procuré la connoiſſance de pluſieurs îles & de pluſieurs côtes de la terre-ferme dans la partie de la mer du Sud, indiquée pour l'obſervation de la plus courte durée, ou au moins dans le voiſinage : il s'agit de diſcuter les avantages & les inconvéniens de chacune.

Les îles de Jean Fernandès, de Saint-Félix & du Trépied ſont trop orientales, & la fin du paſſage n'y pourra être obſervée; le commencement au contraire ne le ſeroit point dans la nouvelle Zélande, parce qu'elle eſt trop occidentale.

La poſition de l'île Saint-Paul ſeroit plus avantageuſe, du moins ſi on s'en rapporte à celle que lui donne Herrera; cependant elle a un inconvénient, à l'heure du ſecond contact intérieur, le Soleil ne ſeroit élevé que d'environ 5 degrés, & à cette hauteur il eſt bien à craindre que les vapeurs & les réfractions irrégulières qu'elles cauſent ne rendiſſent l'obſervation douteuſe. L'île de Pâques ſeroit préférable à toutes, ſi on étoit ſûr de la longitude de 239 degrés

que lui donne M. Behrens, ou même de 240 à 250 degrés: mais si après l'avoir rencontrée il se trouvoit que sa longitude fût considérablement plus forte, il faudroit la quitter & chercher à une moindre latitude australe une station plus avantageuse.

On pourroit peut-être espérer de la trouver dans les îles découvertes par Quiros, mais on ne peut guère se flatter d'y trouver ni port ni habitation.

Les îles nommées les *Marquises de Mendoce*, offrent bien des commodités pour l'observation; elles ont un port assuré, des rafraîchissemens de toute espèce, un beau ciel, mais leur position peut n'être pas assez exactement connue, & il seroit trop facile de les manquer. Il est vrai que si ce malheur arrivoit, on pourroit trouver une ressource dans les îles de Salomon; cependant on ne devroit les regarder que comme un pis-aller, parce que leur situation trop occidentale feroit perdre une partie considérable de l'avantage de l'observation. M. Pingré pense cependant qu'après l'observation faite dans un endroit plus avantageux, ces îles mériteroient qu'on les visitât, & qu'on en établît exactement la position.

Toutes ces îles sont dans la partie méridionale de la mer du Sud, entre l'Équateur & le Tropique du Capricorne; il ne s'en trouve que peu dans la partie de cette mer, située entre ce même Équateur & le Tropique du Cancer, & aucune d'elles n'est propre à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, leur situation trop boréale & trop occidentale diminueroit considérablement la différence de durée entre cette observation & celles du Nord. Nous n'en dirons rien ici pour cette raison.

Reste donc à examiner le continent de l'Amérique. Un Observateur placé à Mexico ou dans le voisinage, peut voir l'entrée & la sortie de Vénus; & la saison des pluies n'y commence qu'en Juillet, mais le Soleil y seroit bien près de l'horizon au dernier contact intérieur, & cette seule circonstance pourroit rendre inutile ou incertaine cette observation essentielle.

La saison des pluies qui commence en Juin à Acapulco, donne une exclusion formelle à cette ville; il seroit imprudent d'aller traverser l'Océan & l'Amérique pour risquer de ne rien voir.

Les mêmes pluies, encore plus continues sur l'isthme de Darien, dans la même saison, lui donnent encore une exclusion plus formelle.

Il ne pleut jamais dans la partie occidentale du Pérou, mais le Ciel y est continuellement embrumé ; cependant, comme le Soleil paroît à travers cette brume, qui ne fait que le dépouiller de ses rayons, un Astronome que le hasard conduiroit à cette côte, pourroit très-bien y observer la route de Vénus sur le Soleil qui seroit suffisamment élevé, & il y trouveroit la moindre distance des centres plus grande de 40″ qu'en Sibérie.

La seule station qui puisse être favorable à l'observation, sans offrir des inconvéniens trop considérables, est le cap Saint-Lucar, situé à la partie méridionale de la Californie : ce pays est habité par des gens d'un caractère très-doux ; il y a même des Missionnaires Européens établis : le temps de l'observation s'y trouvera dans la saison sèche, & le Soleil y sera suffisamment élevé sur l'horizon; il est vrai qu'on n'y trouvera pas la plus grande différence possible entre la durée du passage observée en cet endroit, & au nord de l'Europe & de l'Asie ; mais aussi cette position est sûre, & n'offre aucun des inconvéniens qui sont attachés à toutes les autres, aussi M. Pingré semble-t-il lui donner la préférence. On savoit déjà que deux Mathématiciens célèbres se proposoient d'aller faire l'observation en Californie, & le Public sera vraisemblablement bien aise d'apprendre que M. l'abbé Chappe a pris aussi le parti d'y aller observer, & qu'à l'heure que j'écris ceci *, l'Académie a appris depuis peu de jours, qu'il y étoit heureusement arrivé dix-huit jours avant l'observation. L'importance de la matière & le travail que M. Pingré a été obligé de faire pour discuter tous les points d'Astronomie & de Géographie qui se trouvent dans son Ouvrage, lui donnent également droit à la reconnoissance de tous ceux qui s'intéressent à l'avancement de ces deux Sciences.

* 26 Novemb. 1769.



GÉOGRAPHIE.

SUR LES DIFFÉRENS BASSINS DES RIVIÈRES DE FRANCE.

V. les Mém. page 504.

* Voy. Hist. 1752, p. 117.

NOUS avons rendu compte, en 1752*, du systême de Géographie-physique de M. Buache, sur les chaînes de montagnes qui partagent le globe terrestre en différens bassins, dont la pente & les eaux se portent vers la mer & vers les rivières principales, & en particulier de ceux de la Seine & de la Loire.

Voici une application utile de ces principes. L'extrême importance de l'approvisionnement de la Capitale, & le zèle de M. Bignon, qui est chargé par sa place de Prevôt des Marchands, de veiller, conjointement avec le Bureau de la ville, à ce que les ports de la ville soient suffisamment garnis des différentes espèces de provisions nécessaires à la consommation, l'ont engagé à consulter M. Buache pour savoir de lui l'étendue du terrein qui peut fournir à la Seine des eaux ou des marchandises, c'est-à-dire, la position des chaînes de montagnes qui forment le bassin de la Seine, y compris ceux des rivières & des ruisseaux qui y affluent, tant pour juger de la quantité des eaux de cette rivière que pour déterminer les différentes denrées qui peuvent se tirer des terreins adjacens, & pour déterminer les petites rivières ou les ruisseaux par lesquels on peut flotter des bois sans les assembler en trains, ou, comme on dit, *à bois perdu.*

Pour répondre à ces questions, M. Buache a représenté sur une Carte à très-grand point le bassin géneral de la Seine & des rivières affluentes.

C'étoit déjà donner de grands éclaircissemens aux Magistrats citoyens qui les lui avoient demandés, mais M. Buache a cru

devoir faire plus, & il a imaginé une construction de Cartes relative à cet objet, & qui les rend infiniment plus utiles. Il a pensé que pour remplir les vues du Bureau de la ville, il étoit inutile de conserver la représentation des sinuosités des rivières, & qu'on auroit bien plus de facilité à en déterminer le cours en les supposant redressées de même que toutes les rivières & les ruisseaux flottables qui y affluent. L'objet principal de ce singulier tableau, qui n'est un portrait ressemblant qu'aux yeux de l'esprit, est d'indiquer la longueur absolue du cours d'eau des rivières, relativement à la route de la Navigation. Par un calcul facile, M. Buache trouve que le bassin particulier de la Seine, y compris ses ruisseaux, a 684 lieues d'eau courante, celui de l'Oise & de l'Aisne 348, celui de la Marne 287, celui de l'Aube 85, celui de l'Yonne 210, celui du Loin 81, & enfin celui de l'Eure 97. En joignant ensemble toutes ces quantités, le bassin général de la Seine, aura 1792 lieues d'eau courante.

Ce tableau une fois fait, sera de plus extrêmement commode pour tirer des Mariniers une infinité de connoissances utiles, comme la longueur de la Navigation, la position des villes & celles des ruisseaux qui y auroient pu être oubliés ou déplacés, les bas-fonds ou autres obstacles à la Navigation : ces avantages sont des fruits surnuméraires de la Carte singulière de M. Buache, & qu'il auroit été très-difficile d'obtenir sans ce secours. M. Buache s'en est assuré par le calcul qu'il a tenté de faire sur la Carte naturelle.

Ce Mémoire de M. Buache est terminé par trois autres considérations; la première est celle de la plus grande & la moindre hauteur des eaux de la Seine à Paris, depuis 1732 jusqu'en 1767, représentées sur une figure qui en offre à l'œil le tableau le plus net & le plus fidèle; chaque année y est divisée en ses douze mois, & on ne pourroit certainement représenter exactement & clairement un aussi grand nombre d'observations dans un aussi petit espace. L'échelle de cette figure représente celle qui est gravée à la culée du pont de la Tournelle, dont le zéro répond à la hauteur des basses eaux de 1719 : on y trouve la hauteur des grandes eaux de 1740, celle des basses eaux de 1719, & la hauteur d'eau propre à la Navigation.

La seconde est l'annonce de deux Cartes de la France pour servir à la description des mines de charbon de terre, avec les rivières, les chaînes de montagnes qui entourent leurs bassins & les lieux où sont les mines de ce fossile.

La troisième enfin est la description du bassin de la *Loire*, du *Cher* & de l'*Œil*, pour servir à l'exploitation des bois d'une partie du Bourbonnois & du Berri, qui, quoique des plus beaux du royaume, demeurent absolument inutiles faute d'un débouché que cette Carte peut engager à leur procurer.

Tels sont les fruits des réflexions de M. Buache sur la disposition des rivières & des montagnes : on est trop heureux dans l'étude des Sciences quand les réflexions qui semblent n'avoir que la curiosité pour objet se trouvent susceptibles d'une utilité aussi grande & aussi prochaine que l'est celle du travail de M. Buache.

SUR LA LONGITUDE ET LA LATITUDE de Foulpointe dans l'île de Madagascar.

V. les Mém. page 127.

LE Public a été informé, dans son temps, du voyage que M. le Gentil avoit entrepris pour aller observer dans l'Inde orientale le passage de Vénus sur le Soleil, du 6 Juin 1761; plusieurs circonstances étrangères à sa mission, l'ayant alors empêché de la remplir comme il l'auroit desiré, il prit le parti d'attendre le second passage du 3 Juin 1769, & de s'occuper jusqu'à ce temps à faire dans ces mers plusieurs observations propres à déterminer des points importans à la Géographie & à la Navigation.

Un de ces fruits surnuméraires du voyage de M. le Gentil a été la détermination de la longitude & de la latitude de Foulpointe dans l'île de Madagascar, M. le Gentil s'y étant trouvé au mois d'Octobre 1763, y observa une éclipse d'*Antarès** par la Lune & plusieurs hauteurs méridiennes de la Claire ou α de l'Aigle.

* α ou le cœur du Scorpion.

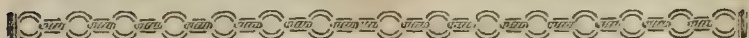
Ces observations ont été calculées par M. de la Lande, à qui M. le Gentil les avoit envoyées.

Des

Des hauteurs observées à Foulpointe, de la Claire de l'Aigle & de sa déclinaison connue par les Tables, il résulte que la latitude de ce lieu est de $17^d\ 46'\ 14''$.

La longitude a été un peu plus difficile à déduire de l'observation, parce qu'on n'en avoit pas ici la correspondante, M. de la Lande y a suppléé par un calcul de tous les élémens de cette éclipse pour Paris, tiré des meilleures Tables; ce calcul donne l'instant où l'éclipse a dû commencer & finir à Paris, & tient par conséquent lieu de l'observation correspondante qui manque. En appliquant les réductions nécessaires introduites par la parallaxe, M. de la Lande trouve que la longitude de Foulpointe est $66^d\ 56'\ 30''$, qui ne diffère pas d'un demi-degré de la position que lui donnent les Cartes de la Marine, celles de M. de Vaugoudy, & enfin celles de M. d'Après.





HYDROGRAPHIE.

PRÉCIS DES OBSERVATIONS

Continuées en 1768, dans la Méditerranée.

V. les Mém. page 288.

NOUS avons rendu compte l'année dernière * du travail de M. de Chabert, pour l'établissement des côtes de la Méditerranée; nous avons à reprendre à présent la suite de ces mêmes travaux & du succès de sa dernière campagne.

* *Voy. Hist. 1766, p. 123.*

Le but principal que s'étoit proposé M. de Chabert, étoit de continuer à établir par des observations de longitude & de latitude, les principaux points de la côte de Barbarie, jusque-là très-mal connue & encore plus mal décrite.

La route de M. de Chabert, pour aller de Toulon à l'endroit de la côte de Barbarie où il avoit fini ses observations la campagne précédente, le conduisoit naturellement le long des côtes du royaume de Naples & de Sicile; il détermina en partant de Toulon les latitudes du cap Corse & de la ville de Ferraio dans l'île d'Elbe sur la côte de Toscane, & ensuite la position des îles de Ponce & de celles qui forment l'entrée du golfe de Naples; & il eut l'honneur de faire dans cette dernière ville, l'observation d'une immersion du premier satellite de Jupiter, en présence de Sa Majesté Sicilienne, de lui en expliquer les principes & les détails, & de procurer à ce jeune Prince, qui aime déjà les Sciences, le plaisir de faire lui-même l'observation, & de déterminer ainsi la position de sa propre Capitale sur le globe terrestre.

On auroit bien desiré à Naples, que M. de Chabert eût pu faire les observations & les opérations nécessaires pour déterminer la position de la côte jusqu'au détroit du Phare; mais la saison

qui le pressoit de se rendre à Tunis, pour y reprendre ses observations sur la côte de Barbarie, ne lui permettoit pas d'entreprendre ce travail, il se contenta d'observer en passant la latitude de l'île de Capri, autrefois Caprée, & sa situation à l'égard du Palais du Roi à Naples, & de lier cette position avec celle de la petite île *Plane*, par une observation de latitude & de gisement fait sur cette dernière; il auroit encore fixé de même quelques autres points sur les côtes de Calabre, mais les obstacles que les habitans mirent à son travail l'obligèrent de le discontinuer.

De-là il passa par le détroit du Phare de Messine; il y fit quantité de remarques sur la violence des courans & sur la manière d'y résister; il détermina la latitude de la tour de garde de la petite île qui est devant le cap *Passero* au sud-est de la Sicile, celle de l'entrée de la Calle Saint-Paul dans l'île de Malte, & celle de l'entrée du port de l'île de la *Lampedouze*, dont il releva le gisement avec les îles du *Lampion* & de la *Linouse* qui en sont proches, & enfin se rendit à Tunis.

M. de Chabert, qui connoissoit déjà la barbarie des habitans des côtes de la partie orientale du royaume de Tunis, demanda au Bey des ordres & des passeports pour pouvoir travailler en sûreté; le Bey même le fit accompagner par un de ses Officiers. Nous verrons bientôt le peu d'effet qu'eurent ces précautions.

Le premier endroit où M. de Chabert s'arrêta, à l'orient de Tunis, fut au fort de Galipia, autrefois *Clipea*, où il observa la latitude qui, liée par des relèvemens à celle du cap Bon, assure la position de ces points : de-là il alla à la ville de Hamemet, dont il observa de même la latitude; & ensuite à Souza, ville située dans le même golfe, où il fit pareille opération; mais il se trouvoit une difficulté à joindre ces deux endroits par des relèvemens afin d'en obtenir la distance, elle étoit trop grande pour qu'on pût les apercevoir l'une de l'autre pour les relever : le génie de M. de Chabert lui suggéra un expédient pour sortir d'embarras; en traversant l'espace de mer qui les sépare, il choisit un point d'où il voyoit à la fois ces deux villes par les degrés opposés de la boussole; il étoit par conséquent alors dans la ligne droite qui joignoit les deux villes, & la position de cette ligne,

à l'égard de la méridienne, lui étoit donnée par la bouſſole. Si on ajoute à cette connoiſſance la différence des deux latitudes obſervées, on verra qu'il ſe formera un triangle rectangle dont on aura un côté connu, qui eſt la différence de latitude évaluée en toiſes ſuivant la meſure du degré, l'angle droit & l'angle de la ligne qui joint les deux villes avec la méridienne, & qu'en réſolvant le triangle, on obtiendra par cet ingénieux moyen leur diſtance avec un degré de préciſion ſuffiſant.

Pour achever entièrement les obſervations à faire dans le golfe de Hamemet, M. de Chabert détermina la latitude de la ville de Moneſtier, qui a un très-bon mouillage, & celle de quelques îles fort baſſes, nommées les *Conillières :* malgré le peu de hauteur de ces îles, M. de Chabert trouva le moyen d'y dreſſer des échafauds aſſez élevés pour apercevoir de ces îles la ville d'*Africa* ou *Médea,* en relever la poſition avec préciſion, & lier par ce moyen avec le golfe la côte qui le ſuit au midi des Conillières.

Il auroit été très-avantageux d'avoir par obſervation la latitude d'Africa avec le giſement de cette ville, relativement à quelques pointes de la côte du côté du nord & du côté du midi; mais il auroit fallu pour cela deſcendre à terre, & les Maures ne le permirent pas; ils s'attroupèrent au nombre de ſix cents hommes, & firent voler ſur la chaloupe une grêle de pierres lancées avec la fronde. M. de Chabert auroit bien pu ſur le champ punir leur inſolente témérité & le peu de reſpect qu'ils témoignoient pour le Pavillon du Roi, il avoit à bord de ſa chaloupe quatre canons à queue chargés à mitraille, mais il eut peur d'attirer de mauvais traitemens aux marchands François qui aborderoient dans ces parages, & cette ſeule conſidération le retint; il ſe contenta de s'éloigner & de retourner à bord, d'où il obſerva la latitude d'Africa, la frégate étant eſt & oueſt avec cette ville, & par conſéquent à la même latitude qu'elle. Il obtint de même la latitude de *Capoula ;* & pour avoir la poſition des objets qu'il vouloit relever & qu'on ne voyoit pas du pont, il employa le même moyen dont nous avons déjà parlé, avec un léger changement; il fit monter un Pilote habile au haut du mât, & dans l'inſtant que ce Pilote voyoit ces objets joints avec le château

d'Africa, on relevoit ce château de deſſus le pont, & par conſéquent les objets qui étoient dans la même ligne. Ce fut par ce moyen qu'il parvint à connoître un grand nombre de giſemens qu'on croyoit impoſſible de relever.

D'Africa, M. de Chabert alla aux *Querquenis :* ces îles qui ſont au nombre de trois, ſont très-baſſes & entourées de hauts-fonds qui s'étendent aſſez loin; la mer ſe briſe à la tête de ces hauts-fonds, qui deviennent un aſile pour les plus gros vaiſſeaux, ils peuvent hardiment y mouiller dans la plus rude tempête: on trouve encore le même avantage autour de l'île de Zerbi & ſur toute la côte à l'eſt juſqu'à Zoara.

Pendant que M. de Chabert étoit aux Querquenis, il y obſerva une marée aſſez ſenſible, & fit un grand nombre de relèvemens & de ſondes, qui le mirent à portée de connoître aſſez exactement cette partie.

Derrière les Querquenis eſt la ville de *Sfacs,* aſſez conſidérable, & ſuſceptible d'un grand commerce; M. de Chabert crut que ſous la protection du Gouverneur venu à ſon bord, & avec lequel il deſcendoit à terre, il pourroit obſerver la latitude de cette place; mais on vint à grande hâte les avertir tous deux que les habitans les attendoient au rivage pour les poignarder, & il fallut retourner à bord & déduire la latitude de Sfacs, de celle qui fut obſervée à bord de la frégate pendant deux jours.

Suivant l'arrangement de la route que s'étoit propoſée M. de Chabert, l'endroit qui ſuivoit la ville de Sfacs, étoit le golfe de *Gabès,* autrefois la petite Sirthe, & il étoit d'autant plus important de le reconnoître, que comme on n'y fait aucun commerce, il étoit preſqu'inconnu; il y détermina la latitude des petites îles déſertes de *Pſaila,* & y obſerva la marée qu'il avoit déjà remarquée aux Querquenis, & qui eſt très-réglée dans tout ce golfe, & ſe fait encore apercevoir très-ſenſiblement ſur la côte en diminuant toujours juſqu'au golfe de la Sidre; le jeu n'en étoit, pendant le ſéjour de M. de Chabert, que de trois pieds; mais aux marques qui exiſtoient ſur la côte, il jugea que dans les grandes vives eaux, le jeu de la marée devoit être de cinq.

De ces îles, M. de Chabert alla, en traverſant le golfe, à celle

de Gerbi dont il fit le tour, & dont il obſerva la latitude ſans deſcendre à terre, & vint mouiller vis-à-vis le château de *Birban* ou *Bibien*, dernière place du royaume de Tunis. La réception qu'on lui avoit faite ſur les côtes de ce royaume, ne devoit pas le lui faire regretter; mais les habitans de *Birban* voulurent encore diminuer ſes regrets. Pour ſe rendre favorable la Soldateſque, par le payement de quelques petits droits dont les vaiſſeaux de guerre ſont exempts, il donna ſon vaiſſeau pour marchand & ſe fit paſſer pour Aide-pilote; on lui permit effectivement d'obſerver à terre quelques Étoiles; mais pendant qu'il étoit occupé à cette opération, un Maure, qui s'ennuyoit apparemment de le voir, tira ſon poignard & l'eût égorgé ſans un Officier de la frégate qui retint le coup; il ſe retira à l'inſtant & ſortit de cette terre, infeſtée plutôt qu'habitée par une race d'animaux féroces, qu'on ne peut appeler hommes ſans déshonorer l'humanité.

Du mouillage de Bibien, M. de Chabert vint à celui de *Zoara*, celui-ci étoit de la dépendance de Tripoli, & il n'éprouva plus d'obſtacles pour deſcendre à terre; il y obſerva ſans difficulté la hauteur méridienne du Soleil, au moyen de laquelle il en obtint la latitude de Zoara: il ſe rendit à Tripoli, & n'eut qu'à ſe louer des honneurs & des politeſſes qu'il reçut du Pacha de cette Régence; il y dreſſa ſa tente aſtronomique, & obſerva quatre lieux de la Lune au méridien, pour conſtater la longitude de cette Capitale, déterminée à la vérité en 1702, par le P. Feuillée, mais ſur laquelle il reſtoit encore quelqu'incertitude.

La diſtance de Tripoli au cap Meſurat, fut trouvée beaucoup plus petite que ne le marquoient les Cartes, ce cap eſt à l'entrée du golſe de la Sidre, autrefois la grande Sirthe. M. de Chabert, parcourut toutes les côtes de ce golſe, faiſant route, autant qu'il le pouvoit, à demi-lieue des rivages, & ne marchant que de jour afin de ne rien laiſſer ſans l'avoir vu, il reconnut par-là que ce golſe eſt au moins un tiers moins profond que les Cartes ne l'indiquent, que les mouillages n'y ſont nullement ſûrs, qu'on ne trouve ſur ſes côtes ni eau douce ni habitans; qu'il n'exiſte dans ce golſe aucune des îles & des dangers dont on l'avoit rempli, & qu'il ne s'y en trouve qu'un ſeul nommé *le banc de la Roſe*, & qui

eſt composé de quelques hauts-fonds de roche, recouverts de trois braſſes d'eau. M. de Chabert fixa la poſition de ce golfe par quelques latitudes obſervées. Les Hydrographes n'avoient pas été plus exacts ſur l'ouverture de l'entrée du golfe que ſur ſa profondeur, ils l'avoient fait plus grande de quatorze lieues qu'elle ne l'eſt réellement.

Vis-à-vis le cap Meſurat, & à l'autre côté de l'entrée du golfe de la Sidre, eſt un mauvais port nommé *Bengaſi;* M. de Chabert y entra malgré les riſques de la mer & malgré ceux des Arabes de Barca qui y font de fréquentes incurſions; il deſcendit à terre, & y obſerva les émerſions de deux étoiles des Pléïades & le lieu de la Lune au méridien du 27 Septembre, qui en fixèrent la longitude.

Dès le même jour il rembarqua ſes inſtrumens, comptant partir le lendemain pour aller obſerver quelques latitudes au fond de la Méditerranée, & de-là à l'embouchure du golfe Adriatique; mais un accident imprévu changea ſa deſtination; un coup de vent violent fit chaſſer la frégate, quoique mouillée ſur quatre ancres, & elle toucha ſur un fond qui heureuſement ſe trouva de ſable. Cet accident fit craindre que la carenne ne fût endommagée, & M. de Chabert ne put ſe diſpenſer de retourner à Malte pour y faire, avant tout, viſiter ſon vaiſſeau; il s'y trouva peu de choſe à réparer, & il en repartit le 25 Octobre.

Il détermina, en paſſant le long de la côte orientale de Sicile, les latitudes du cap de *Morre di Porco,* du fanal de l'entrée du port de Siracuſe & de celui d'*Agoſta,* & fit enfin à Siracuſe l'obſervation de l'éclipſe du premier Satellite de Jupiter, du 27 Octobre, pour en déterminer la longitude.

De-là M. de Chabert ſe rendit à Tarente, à l'entrée du golfe Adriatique; il y établit ſes inſtrumens, & en détermina la longitude par trois émerſions d'étoiles des Pléïades, & par cinq lieux de la Lune, obſervés au méridien. Il remarqua à Tarente un flux & un reflux, mais très-petits; & une quantité de coquillages ſi grande, qu'ils font la nourriture principale du Peuple.

Tarente fut la dernière ſtation de M. de Chabert; les temps devenus orageux, & la Navigation rendue périlleuſe & difficile,

l'obligèrent à repaſſer en France, n'ayant pu faire en route d'autre obſervation que celle de la latitude de Palerme où il relâcha, & dont le mauvais temps ne lui permit pas de fixer la longitude.

A ſon retour à Paris, M. de Chabert y trouva des obſervations correſpondantes à preſque toutes les ſiennes; circonſtance heureuſe qui en augmentoit l'utilité: un petit nombre de campagnes achevera de le mettre en état de donner des Cartes exactes de la Méditerranée, & tout le détail des obſervations ſur leſquelles elles ſeront fondées. La protection du miniſtère de la maiſon de Choiſeul, pour cette entrepriſe, aſſure à M. de Chabert les moyens de faire ces campagnes; le fruit de ſon travail précieux aux Navigateurs ſera donc un bienfait de plus qu'ils recevront de ce même miniſtère.

CETTE année M. le Marquis de Courtanvaux lût à l'Aſſemblée publique du 14 Novembre, un Mémoire intitulé: *Précis d'un Voyage entrepris pour la vérification de quelques Inſtrumens deſtinés à la détermination des Longitudes ſur mer.*

Cet Écrit, comme le porte ſon titre, n'étoit que l'abrégé d'une Relation plus étendue de ce même voyage, qui parut peu de mois après. Mais quoique ce dernier Ouvrage n'ait paru qu'en 1768, nous avons cru que le Public nous ſauroit gré d'anticiper ici le compte que nous en devons rendre. Le précis qu'en avoit donné M. de Courtanvaux en 1767, eſt une eſpèce de date qui nous en donne preſque le droit. Nous allons eſſayer de donner une idée de cet Ouvrage, rédigé par M. Pingré qui avoit été du voyage, & de la circonſtance qui a engagé M. le Marquis de Courtanvaux à l'entreprendre.

La poſition d'un lieu ſur le globe terreſtre, eſt fondée ſur la détermination de ſa latitude, c'eſt-à-dire de ſa diſtance à l'Équateur ou au Pôle; & de ſa longitude, c'eſt-à-dire de ſa diſtance à un certain méridien; & pour me ſervir ici de la comparaiſon même de l'Auteur, déterminer la poſition d'un lieu ſur le globe, eſt déterminer la poſition d'une lettre dans une page d'impreſſion. La latitude indique la ligne, c'eſt-à-dire la diſtance au haut & au bas de la page; mais pour achever de déterminer la poſition de cette

cette lettre, il faut encore connoître le rang qu'elle tient dans la ligne, & à quelle distance elle est du commencement de la page, qui est le premier méridien : cette seconde partie est ce que l'on nomme la *Longitude*.

La première se détermine aisément : le pôle est un point très-déterminé par la Nature; & comme le mouvement des Astres se fait autour de ce point, il ne change point leur distance au pôle; mais du côté de l'est & de l'ouest, tout est dans un mouvement continuel, & les Astres ne peuvent rien déterminer pour la position des lieux terrestres en ce sens, où ils ne peuvent fournir aucun point fixe & déterminé par leur mouvement diurne.

Ce n'est donc qu'en employant des ressources, tirées de leur mouvement propre, que l'Astronomie peut nous donner quelques moyens de connoître la longitude en mer, où le Ciel doit servir de guide ; la Physique en a procuré quelques autres; & enfin la Mécanique, & sur-tout l'Hologerie, peuvent fournir des moyens de suppléer au défaut des connoissances astronomiques & physiques.

Dans la vue d'exciter l'émulation de tous ceux qui peuvent concourir à cet important objet, les Souverains se sont empressés de promettre des récompenses considérables à celui qui pourroit résoudre ce Problème si important à la Navigation.

Ces invitations n'ont pas été sans succès, & sans parler de plusieurs autres Ouvrages moins utiles; Morin, Professeur de Mathématiques au Collége Royal, offrit en 1634 de démontrer la méthode d'obtenir les Longitudes en mer par le moyen de la Lune. Morin étoit Mathématicien, & ses méthodes furent bien démontrées ; mais la théorie de la Lune n'étoit pas à beaucoup près assez parfaite de son temps pour tenir lieu de l'observateur correspondant, ni les instrumens assez parfaits pour les observations qu'exigent les méthodes; ainsi quoique le Livre de Morin soit un excellent ouvrage, & qu'il eût très-justement mérité une pension de deux mille livres qu'on lui accorda depuis, les Commissaires eurent raison de juger qu'il n'avoit pas fourni la méthode aisément pratiquable d'obtenir en mer la Longitude par observation.

Tout ce qui a été fait depuis Morin jusqu'à nous, a été toujours infiniment au-dessous de ce qu'il avoit donné; ce n'est que depuis quelques années que la perfection à laquelle on a porté les instrumens & la théorie de la Lune, ont pu donner lieu d'espérer que les moyens astronomiques pourroient devenir suffisans; & les épreuves qui en ont été faites, ne laissent aucun lieu d'en douter.

Dans le nombre des promesses qui ont été faites pour la solution de ce Problème, nous ne devons pas oublier la fondation d'un Prix annuel destiné à la perfection de la Navigation, faite par M. Rouillé de Meslay, dont il laissa le jugement à l'Académie. Cette Compagnie proposa, en 1765, pour le sujet du Prix de 1767 : *La meilleure manière de mesurer le temps à la mer.* Le Roi voulut bien promettre de favoriser toutes les entreprises qui seroient jugées nécessaires pour s'assurer des méthodes qui seroient proposées pour remplir cet objet.

Nous aurions bien voulu conserver ici l'histoire abrégée de tout ce qui a été fait pour résoudre le Problème des Longitudes, & qui se trouve dans l'Ouvrage dont nous parlons; mais quelque intéressant que soit cet article, les bornes qui nous sont prescrites nous obligent de le supprimer pour en venir aux moyens fournis par l'Horlogerie, & qui seuls ont été l'occasion du voyage de M. le Marquis de Courtanvaux.

Une horloge quelconque, dont le mouvement seroit parfaitement égal, conserveroit toujours, en quelqu'endroit que fût le vaisseau sur lequel elle seroit embarquée, l'heure du port d'où il seroit parti; & la différence entre cette heure & celle du vaisseau, qu'il est toujours aisé d'obtenir, réduite en degrés, à raison de 15 degrés par heure, donneroit bien précisément la différence de longitude entre le port du départ & le point où se trouve le navire.

La construction d'une pareille horloge étoit, il y a cent ans, regardée comme impossible. Le degré de perfection auquel l'Horlogerie est portée aujourd'hui, donne sur ce point les espérances les mieux fondées. Henri Sulli fut le premier qui, en 1716, présenta à l'Académie une horloge destinée à cet effet, qui fut extrêmement applaudie; on crut qu'il étoit sur la voie qui pourroit

ſe conduire à un entier ſuccès, & les éloges qu'on lui donna redoublèrent ſon zèle & ſes travaux; mais ſa mort arrivée en 1728 les interrompit, & ſon horloge demeura imparfaite. Le célèbre Julien le Roi perfectionna depuis pluſieurs parties de cette horloge, que Sulli ſon ami avoit inventées, & à l'invention deſquelles lui-même avoit eu part.

Le prix de 20 mille livres ſterlings, ou de 457 mille livres de notre monnoie, promis ſolennellement en 1714 par le Parlement d'Angleterre, avoit excité le zèle des Artiſtes de cette Nation. Le célèbre Jean Harriſon, d'abord Charpentier, & devenu enſuite Horloger par le ſecours de ſon génie, crut devoir conſacrer ſes talens & ſes travaux à cette recherche. En 1761 & 1762, une Montre marine qu'il avoit faite, fut portée à la Jamaïque & rapportée à Portſmouth, ſans que dans l'eſpace de 147 jours que dura le voyage, elle ſe fût dérangée de plus d'une minute 54 ſecondes; & dans un ſecond voyage, fait de Londres à la Barbade, l'erreur de la montre fut, en 156 jours, de 2′ 20″. Sur ces deux expériences, la Chambre-baſſe adjugea à M. Harriſon la moitié du prix, & réſerva l'autre pour le temps où d'autres Montres marines, faites ſur le modèle de M. Harriſon, auroient ſubi les mêmes épreuves avec un égal ſuccès. Celui-ci cria à l'injuſtice; & en effet, à ne conſulter que les termes de l'acte de 1714, ſes plaintes paroiſſoient fondées; mais la ſuite a montré que l'horloge étoit ſenſible au chaud & au froid, & cela d'une manière irrégulière; que la mécanique en étoit trop compliquée, & excédoit la portée des Horlogers ordinaires; & enfin que l'erreur pouvoit n'être petite que par la compenſation de pluſieurs erreurs plus grandes en ſens contraires, d'où il réſulteroit que les Commiſſaires Anglois, en s'écartant de la lettre de l'acte de 1714, s'étoient exactement conformés à ſon eſprit.

Dans le même temps que M. Harriſon travailloit en Angleterre à la ſolution de cet important Problème, d'autres Artiſtes célèbres s'efforçoient en France de l'égaler ou même de le ſurpaſſer; de ce nombre étoient M.rs Pierre le Roi, fils du célèbre Julien le Roi, Berthoud, Tavernier & Romilly; & un acte

déposé au Secrétariat de l'Académie, en 1751, fait foi qu'il y avoit alors déjà plusieurs années que M. le Roi travailloit à sa Montre marine. Le temps prescrit pour remettre à l'Académie les pièces destinées à concourir au Prix de 1767, se trouva trop court pour que la montre marine de M. Berthoud & celles de quelques autres Artistes fussent portées à leur point de perfection ; un accident dérangea absolument celle de M. Romilly : il n'en resta qu'une, & c'étoit celle de M. le Roi, qui ne s'étoit pas sensiblement dérangée dans toutes les épreuves qu'on lui fit subir à terre. La construction même de cette montre, expliquée dans un Mémoire qui y étoit joint, parut appuyée sur des principes exacts, clairs & suffisans. On fut sur le point de la couronner, mais on fit sagement réflexion que ces instrumens étoient destinés à la mer, & que par conséquent c'étoit à la mer qu'ils devoient être éprouvés, & en conséquence le Prix fut remis à 1769 en le doublant, mais avec la condition expresse que toutes les machines qu'on se proposeroit de faire concourir, auroient été suffisamment éprouvées sur mer.

Ces épreuves que l'Académie demandoit, n'étoient pas cependant sans difficulté, il falloit trouver des Capitaines qui pussent & qui voulussent les faire ; & pour éviter qu'on pût reprocher aux montres, comme on l'avoit fait à celles de M. Harrison, que leur justesse n'étoit qu'une compensation d'erreurs, il falloit que le navire chargé de cet examen, fit un grand nombre de relâches qui pussent donner la facilité d'examiner la marche des montres dans ces différentes parties. On juge aisément combien ces différentes conditions étoient difficiles à rencontrer ensemble.

L'amour de M. le Marquis de Courtanvaux pour les Sciences & le bien de l'humanité, applanit cette difficulté ; il fit construire exprès à ses dépens une corvette coupée en vaisseau, très-légère & capable par son peu de tirant-d'eau de se prêter à une infinité de relâches dont un plus grand bâtiment n'auroit pas été susceptible : ce bâtiment que M. de Courtanvaux nomma l'*Aurore*, fut honoré par Sa Majesté du titre de *frégate du Roi* ; & on y pratiqua toutes les commodités possibles pour ceux qui se trouvoient nécessaires à l'opération.

M. de Courtanvaux desira qu'un Astronome de l'Académie fût à bord avec lui, & cet Astronome fut M. Pingré, que le même zèle qui l'avoit déjà porté dans l'île Rodrigue, & qui l'a depuis conduit en Amérique, engagea à concourir à ses vues.

Tout étant ainsi préparé, M. de Courtanvaux invita tous les Artistes à profiter, pour éprouver leurs ouvrages, des avantages qu'il vouloit bien leur procurer. Le seul M. le Roi se trouva en état d'en profiter; nous en avons déjà dit la raison d'avance, & il s'embarqua sur l'Aurore avec deux montres marines de son invention: on étoit d'ailleurs muni de tous les instrumens nécessaires aux observations astronomiques qu'il faudroit faire. Indépendamment de M. Pingré, M. de Courtanvaux avoit encore avec lui M. Messier, Astronome célèbre attaché à l'Observatoire de la Marine, & très-avantageusement connu de l'Académie par le grand nombre d'excellens Mémoires & de bonnes observations qu'il lui a communiqués.

La frégate avoit été construite au Havre, & étoit dans le port de cette ville: une des Montres marines de M. le Roi essuya un accident en y allant; la corde de clavessin qui suspendoit le régulateur se cassa; il n'en avoit pas emporté de semblables, & il fut obligé de réparer ce dommage avec la première de cette espèce qu'il put rencontrer: on juge aisément combien un pareil accident fit craindre pour l'exactitude de la machine, on en fut cependant quitte à beaucoup meilleur marché qu'on ne l'avoit craint.

On commença par bien déterminer la position du Havre; on dressa ensuite un procès-verbal de la remise de la montre de M. le Roi; car quoiqu'il en eût apporté deux, il n'en livra d'abord qu'une, pensant que l'autre n'étoit pas si exacte; il se trompoit cependant, car cette seconde montre, soumise depuis aux épreuves, s'est trouvée plus juste que la première, aussi n'avoit-elle pas essuyé d'accident.

La montre ayant été mise à l'heure au Havre, on examina son avancement journalier; & toutes les précautions prises pour qu'on ne pût y toucher, elle fut portée à bord, & peu de temps après on appareilla pour sortir du port & pour aller à Calais, la

mer fut grosse dans ce trajet, & les montres essuyèrent de grands mouvemens. Arrivés à Calais, on examina la marche des montres, & il se trouva que les violens roulis avoient fait avancer de 18 secondes & demie la montre qu'on examinoit actuellement, & par les observations qu'on fit pendant neuf jours que M. de Courtanvaux y séjourna, il se trouva qu'elle avoit retenu une accélération diurne d'une demi-seconde.

De Calais on alla à Dunkerque; la montre marine fut portée dans un canot de la rade où la frégate avoit mouillé jusqu'à terre; la mer étoit forte, le canot éprouva un roulis considérable, & le transport qui restoit à faire par terre fut exécuté avec si peu d'attention que M. le Roi fut obligé de s'en plaindre, aussi trouva-t-on que l'accélération de la montre avoit été pendant ce trajet de 21 secondes, & qu'elle avoit contracté une accélération diurne de 3 à 4 secondes; le mauvais temps dura quatorze jours, & ce ne fut que le 20 Juillet que M. de Courtanvaux put mettre à la voile pour aller à Amsterdam.

Le mauvais temps poursuivit M. de Courtanvaux dans sa route, & il fut obligé de quitter la route d'Amsterdam pour entrer dans la Meuse & aller à Roterdam; il y établit son observatoire, & le petit nombre d'observations que le mauvais temps permit de faire, fit voir dans la montre marine une accélération de 49 secondes depuis Dunkerque, & une accélération journalière de 5 secondes $\frac{1}{2}$; au reste tout ceci suppose la longitude de Roterdam de 9 minutes à l'orient de Paris : cette supposition est très-vraisemblable, mais le Ciel presque toujours couvert ne permit pas de s'en assurer par observation.

M. de Courtanvaux ne séjourna que huit jours à Roterdam, & alla rejoindre à l'embouchure de la Meuse l'Aurore qui y fut retenue par les vents contraires pendant près de neuf jours.

Jusque-là l'horloge marine n'avoit éprouvé aucun retardement, mais elle avoit eu des accélérations sensibles, & si on avoit voulu déterminer par son moyen la différence de longitude entre le Havre & Roterdam, on se seroit trompé de 2′ 34″ de temps; M. le Roi jugea que cette accélération étoit dûe à l'alongement de la corde de clavessin qu'il avoit substituée à celle qui avoit

été rompue dans le voyage de Paris au Havre; & ajouta que cet alongement & l'accélération qu'elle causoit auroient un terme, & en effet on voyoit très-sensiblement que l'accélération alloit en diminuant; cependant & pour plus de sûreté, M. le Roi crut devoir soumettre à l'examen sa seconde montre qu'il livra entre les mains de M. de Courtanvaux.

Le 8 Juillet la frégate sortit de l'embouchure de la Meuse, & mouilla vers le soir en rade du Texel; le vent fraîchit & la frégate chassa sur son ancre, on fut obligé d'en mouiller une seconde, cette tempête dura deux jours, & ce ne fut pas sans danger que le troisième on franchit le passage du Texel pour entrer dans le Zuider-zée & mouiller devant Amsterdam. M. le Comte de Gronsfeld, Chef de l'Amirauté, procura à M. de Courtanvaux un observatoire dans l'Amirauté même, & on y fit plusieurs observations pour déterminer la longitude d'Amsterdam, qui fut déterminée de 10′ 6″ de temps plus orientale que l'Observatoire royal de Paris.

De la comparaison des observations depuis Roterdam jusqu'à Amsterdam, il résulte que la première montre de M. le Roi avoit avancé, depuis le 28 Juin jusqu'au 15 Juillet, d'environ 9 secondes $\frac{1}{4}$ par jour; & depuis le 13 Juillet, de 13 secondes $\frac{1}{3}$: cette accélération pourroit bien être dûe aux secousses que la frégate avoit essuyées à l'entrée du Texel, car dans le séjour à Amsterdam, la première montre n'a avancé que de 9 secondes $\frac{1}{3}$ par jour; & la seconde, de 14 secondes $\frac{1}{2}$.

Le dessein de M. le Marquis de Courtanvaux étoit d'aller jusqu'à Hambourg, & même plus au nord, mais la saison s'avançoit, & les mauvais temps qu'il avoit essuyés lui en faisoient appréhender de plus fâcheux. Le retour d'Amsterdam en France pouvoit d'ailleurs suffire à éprouver la seconde montre, & à examiner si l'accélération de la première étoit venue à son dernier terme, comme l'assuroit M. le Roi; il fut donc décidé qu'on n'iroit pas plus loin & qu'on reprendroit la route du Havre. En conséquence l'Aurore appareilla le 22 Juillet, & après avoir eu quelque peine à repasser le Texel, elle arriva le 6 Août à la vue de Boulogne, où elle fut chargée d'un grain qui l'obligea de

porter au large, ce ne fut que le lendemain matin qu'on put entrer dans le port, & auſſitôt on établit l'obſervatoire dans la baſſe ville.

On reconnut les jours ſuivans que la première montre avoit avancé dans le trajet d'une demi-ſeconde de plus qu'à Amſterdam, & qu'elle avoit au contraire retardé depuis qu'elle étoit à terre d'un ſixième de ſeconde. La ſeconde montre avoit au contraire retardé depuis Amſterdam d'une ſeconde & un quart par jour; & ſuivoit exactement, depuis ſon arrivée à Boulogne, le même mouvement qu'elle avoit à Amſterdam.

Le deſſein de M. de Courtanvaux n'étoit pas de faire un long ſéjour à Boulogne, & il avoit fait emballer les inſtrumens dès le 15; les vents contraires l'y retinrent cependant juſqu'au 26, & ce ne fut que le 28 qu'il arriva à Calais où il devoit déſarmer. Le 29, on examina l'état des deux montres, & on trouva qu'elles avoient l'une & l'autre avancé d'une ſeconde par jour plus qu'à Amſterdam. On n'y avoit obſervé pendant tout le voyage aucune variation relative à celles du thermomètre qui, à la vérité, n'avoient pas été conſidérables pendant la durée de ce voyage.

De toutes les obſervations faites pour cet objet, il réſulte:

1.° Que les montres, long-temps examinées à terre, ſe ſont trouvées ſenſiblement iſochrones:

2.° Que ſur mer où elles ont éprouvé des roulis beaucoup plus conſidérables qu'elles n'en auroient eu dans de grands vaiſſeaux, la première montre n'avoit donné en trente-cinq jours qu'une erreur de 2′ 34″ de temps, qui répond à environ treize lieues ſur la longitude:

3.° Qu'en ſuppoſant l'état des montres établi de nouveau à Amſterdam, cet état a perſévéré ſans altération juſqu'au Havre, en ſorte qu'en quarante-ſix jours l'erreur de la première montre n'a été dans le retour que de 38 ſecondes de temps, qui ſous l'Équateur même où les degrés de longitude ſont les plus grands, ne répondroient qu'à trois lieues & un ſixième; erreur bien au-deſſous de celle de dix lieues portée dans l'acte du Parlement d'Angleterre:

4.° Que

4.° Que la ſeconde montre de M. le Roi a ſuivi plus exactement que la première ſon mouvement moyen établi à Amſterdam, puiſque dans les mêmes quarante-huit jours elle ne s'en eſt écartée que de 7″ $\frac{1}{4}$, ce qui ne feroit pas, même ſous l'Équateur, une erreur d'un tiers de lieue ſur la longitude:

5.° Qu'on ne peut pas regarder ces erreurs comme les différences de pluſieurs erreurs plus grandes qui ſe feroient mutuellement détruites, puiſque la comparaiſon journalière des deux montres & les obſervations faites dans nos relâches ſont foi du contraire:

6.° Que les inégalités dans le mouvement de ces montres ont été bien peu conſidérables, puiſque la plus forte n'a excédé le moyen mouvement que d'une ſeconde & demie, ſi on en excepte vingt-quatre heures orageuſes du 29 Août, où l'erreur de la première montre fut portée juſqu'à 5 ſecondes & demie.

Dans le nombre des inſtrumens que M. de Courtanvaux avoit embarqués, ſe trouvoit un *Mégamètre* *, inſtrument inventé par M. de Charnières, Lieutenant des vaiſſeaux du Roi, pour meſurer les diſtances des Étoiles à la Lune juſqu'à 10 degrés d'éloignement, & duquel nous aurons lieu de parler dans l'article ſuivant. Les longs crépuſcules & les mauvais temps ne permirent de s'en ſervir qu'une ſeule fois dans tout le voyage. On prit le 4 Août, avec cet inſtrument, la diſtance de la Lune à *Antarès:* cette obſervation ne ſe fit qu'avec quelque peine, tant parce que M. de Charnières n'avoit pas encore imaginé le ſupport qui facilite infiniment l'uſage de cet inſtrument, que parce que le roulis étoit conſidérable; cependant l'obſervation ayant été calculée, il s'eſt trouvé que la diſtance obſervée, toute réduction faite, ne différoit de la diſtance calculée d'après le paſſage au méridien, obſervé le même jour à Paris, que d'environ 38 ſecondes; une autre obſervation faite dans les mêmes circonſtances, donna 1′ 7″ pour la différence entre la diſtance de la Lune à l'Étoile obſervée & la même diſtance calculée. Nous verrons bientôt des obſervations plus exactes & plus multipliées, faites avec le même inſtrument.

* Μέγας, *magnus*, μετρέω, *metior.*

Telle eſt, mais dans le plus grand abrégé, la partie Aſtronomique du voyage entrepris par M. de Courtanvaux pour l'épreuve des Montres marines; & le Public ne ſera certainement pas fâché

d'apprendre que celles de M. le Roi, auxquelles il n'avoit manqué pour être couronnées en 1767 que l'épreuve faite à la mer, l'ont été en 1769. Nous espérons qu'on nous voudra bien pardonner cette légère anticipation en faveur de l'importance de cette matière.

Pour ne point excéder les bornes de cette Histoire, nous avons sévèrement retranché toutes les descriptions des villes de la Hollande, leur histoire, & une infinité d'anecdotes curieuses & bien dignes d'être lûes dans l'original; nous n'avons pas même parlé de l'accueil que M. de Courtanvaux reçut de toute la Noblesse & de tous les Magistrats du pays, qui s'empressèrent de le recevoir & de contribuer non-seulement à l'exécution de ses vues, mais encore à son amusement, en lui faisant voir tout ce qu'il y avoit de curieux, & lui racontant toutes les anecdotes historiques qui y avoient rapport : nous avons été forcés de supprimer tout ce détail intéressant; nous ne mettrons ici qu'une seule de ces anecdotes, elle intéresse la famille de M. Vanderhoëwen, qui fait à Roterdam la fonction de Consul de France, & de qui M. de Courtanvaux avoit reçu mille services. Ce point & sa singularité nous l'ont fait juger digne d'avoir place dans cette Histoire, & de servir de clôture à cet article.

Les aïeux de M. Vanderhoëwen faisoient leur résidence aux environs de Dordrecht : le 19 Novembre 1421, la Meuse enflée rompit ses digues au moment que la mer montoit avec violence; tout le pays des environs de Dordrecht fut inondé, soixante-douze villages, quinze églises à clochers & plusieurs châteaux furent renversés; on en voit encore de basse mer quelques restes, & ce pays peuplé de plus de cent mille personnes qui y périrent, devint en un instant une nouvelle mer, qui forme aujourd'hui une espèce de golfe nommé le *Biesbos.*

Dans ce désastre général aucune ame vivante ne put échapper à la fureur des eaux qu'un seul enfant au berceau, qui a été la tige de la famille de M. Vanderhoëwen ; le berceau se trouva heureusement assez bien joint pour servir de nacelle à l'enfant; mais on conçoit aisément que les eaux qui le portoient n'étoient pas aussi tranquilles que celles du Nil, & que le Moïse batavique

couroit un risque évident de périr, si la Providence n'y eût pourvu d'une manière bien singulière. Un chat qui se trouva apparemment à portée, sauta sur le berceau; on sait combien ces animaux craignent de se mouiller, celui-ci, chaque fois que le berceau penchoit, avoit soin de rétablir l'équilibre, & il fit une si bonne manœuvre, qu'il conduisit à terre ce frêle bâtiment & l'enfant qui y étoit couché. Un nombre infini de spectateurs qui avoient vu du rivage tout ce qui se passoit, s'empressèrent de le recueillir.

CETTE année M. de Charnières, Lieutenant des vaisseaux du Roi, présenta à l'Académie un ouvrage intitulé: *Mémoire sur l'observation des Longitudes en mer,* & cet ouvrage fut ensuite publié par ordre du Roi.

Nous avons vu dans l'article précédent, les secours que l'Horlogerie avoit offerts à la Marine pour la détermination des Longitudes: nous avons à parler ici de ceux qui lui sont présentés par l'Astronomie, les uns & les autres peuvent être concurremment employés, & en pareille matière on n'a rien de trop en se servant de tout ce qu'on peut avoir. Le mouvement propre de la Lune est assez prompt pour qu'elle parcoure environ un demi-degré dans l'espace d'une heure; si donc quelqu'un observe à un endroit connu le lieu de la Lune, & qu'une autre personne l'observant en mer la trouve plus avancée que le premier d'un demi-degré, il peut conclure qu'il est placé à l'ouest du premier endroit d'une heure ou de 15 degrés.

La même chose aura lieu si le calcul est assez exact pour qu'on puisse s'y fier & le regarder comme un Observateur, en ce cas le Navigateur qui a trouvé la Lune par observation à un certain point du ciel, à une certaine heure, peut savoir aisément par le calcul quelle heure il étoit, à un endroit connu comme Paris, lorsqu'elle est arrivée à ce point, & la différence de cette heure & de celle de son vaisseau, lui donne exactement la différence de longitude entre la ville connue & le point de la mer où il est, & par conséquent, la position du navire dont il est toujours aisé d'obtenir la latitude.

On voit par ce court exposé, que la précision de cette opération dépend de deux choses, premièrement de l'exactitude avec laquelle les Tables représenteront le mouvement de la Lune, & secondement de la précision avec laquelle son lieu sera observé à la mer.

La première partie est entièrement du ressort de l'Astronomie; plusieurs grands hommes ont consacré leurs veilles à cette importante recherche, & le succès a passé leurs espérances; la théorie de la Lune a été portée à un tel point de perfection, que la plus grande erreur possible dans le lieu calculé de cette Planète, n'en produiroit pas une d'un demi-degré dans la longitude, qu'on peut par conséquent obtenir par ce moyen, à moins de treize lieues près, si on peut se flatter d'écarter toutes les autres erreurs qui peuvent naître de l'observation & du peu d'exactitude du caclul.

C'est à remplir ces deux conditions qu'est destiné l'ouvrage de M. de Charnières; il propose pour la première, l'instrument nouveau qu'il nomme *Mégamètre,* & dont nous allons essayer de donner une idée.

Pour mieux entendre ce que nous avons à dire sur cet objet, il est bon de rapeler au Lecteur l'extrême différence qui se trouve entre la manière d'observer la Lune à terre & à la mer; l'Astronome qui est à terre a ses instrumens fixes, & il déduit le lieu des Planètes de l'heure de leur passage par le méridien marquée par des pendules à secondes, & fixée par un quart-de-cercle mural ou par un instrument des passages bien orienté, & le quart-de-cercle lui donne en même temps leur hauteur.

L'Observateur en mer n'a rien de tout cela, & il ne peut conclure le lieu de la Lune que de sa distance observée à quelque Étoile connue; en effet, cette distance & la position de l'orbite lunaire suffisamment connue par les Tables, étant données, il est toujours facile d'obtenir sa position sur cette orbite.

On s'étoit jusqu'ici servi de l'Octant pour cette opération, mais on y avoit rencontré de grandes difficultés, & il n'étoit pas aisé d'observer par ce moyen avec une précision suffisante.

L'instrument nommé *Micromètre-objectif,* composé d'un objectif coupé en deux, dont les deux moitiés s'écartent à droite

& à gauche, sembloit offrir une plus grande précision; mais cet instrument ne peut mesurer que de très-petites distances, & d'ailleurs la clarté de la Lune dès qu'elle a une fois passé le quartier, devient suffisante pour ternir le brillant de la plupart des Étoiles qui en seroient assez près pour que cet instrument pût servir à mesurer leur distance à la Lune.

C'est pour parer à cet inconvénient que M. de Charnières, a imaginé un nouvel instrument qu'il nomme *Mégamètre*, qui, comme le micromètre objectif, est composé de deux moitiés d'un même objectif, mais dont la course est assez grande pour que l'instrument puisse mesurer des arcs de 10 degrés; & nous ne saurions trop tôt annoncer au Public qu'il se propose de lui en faire mesurer de beaucoup plus grands.

La propriété essentielle du mégamètre, est de donner deux lunettes qui peuvent s'écarter l'une de l'autre d'un angle connu, & qui n'ont cependant qu'un tuyau & qu'un oculaire, dans le champ duquel on réunit les deux objets dont on veut mesurer la distance.

On concevra aisément que ce tuyau ne peut pas être fait comme celui des lunettes ordinaires, il est composé d'une caisse dont la figure est un triangle isoscèle ou plutôt un secteur de cercle, la base circulaire de secteur est fermée par deux coulisses qui se meuvent circulairement dans deux rainures pratiquées au-dessus & au-dessous; ces deux coulisses portent chacune la moitié d'un même objectif coupé en deux, ces coulisses & les deux demi-objectifs qui y sont fixés, sont menés par une vis placée au dedans de la boîte dont les deux moitiés sont taraudées du même pas, mais en sens contraire, & dont la longueur est parallèle à la corde de l'arc parcouru par les coulisses; & comme le mouvement de l'écrou n'est pas parallèle à celui des coulisses, il le leur communique au moyen d'une tige qui entre plus ou moins dans une espèce de canon attaché à chacune des coulisses, en sorte que le mouvement mesuré par la vis répond aux cordes des arcs parcourus; on peut de même mener les deux coulisses au moyen de deux alidades chargés de deux arcs de cercle qu'un même pignon fait aller en sens contraire, & en ce cas la division

qui meſure les arcs parcourus par les demi-objectifs doit être gravée ſur le bord fixe de la boîte.

Il eſt évident que chaque demi-objectif produit ſon image qu'il porte au foyer de l'oculaire, que par conſéquent l'Obſervateur les voit toutes deux à la fois, & que lorſqu'il voit jointes celles de deux objets éloignés, l'arc qu'ont parcouru les deux demi-objectifs eſt égal à leur diſtance.

Telle eſt l'idée, mais très-abrégée de cet inſtrument; on juge bien que M. de Charnières n'a rien négligé de ce qui le pouvoit rendre exact & commode, il y a joint un pied & une eſpèce de ſuſpenſion qui en rend tous les mouvemens faciles, & l'Obſervateur un peu exercé aux opérations nautiques, peut aiſément conſerver la Lune & l'Étoile dans le champ de l'inſtrument qui eſt aſſez grand, parce que l'oculaire eſt compoſé de deux lentilles placées dans le même tuyau. L'heure du lieu où eſt le navire ſe connoît par des hauteurs correſpondantes, obſervées avec l'octant & une bonne montre, ou même par des hauteurs abſolues du Soleil ou d'une Étoile connue, & c'eſt dans la vue de rendre ces hauteurs & celles qui ſervent à déterminer leur latitude beaucoup plus exactes, que M. de Charnières a changé quelque choſe à la conſtruction de l'octant, & qu'il y a joint une eſpèce de micromètre & une lunette. Voilà ce qui concerne l'obſervation dans l'ouvrage de M. Charnières; paſſons à l'uſage qu'on en peut faire pour la recherche de la Longitude en mer.

Les diſtances obſervées avec le mégamètre ſont affectées de la parallaxe & de la réfraction, en ſorte que la même diſtance obſervée au même inſtant en deux endroits éloignés ne paroîtra pas la même; on ſait que la parallaxe abaiſſe l'aſtre, que la réfraction l'élève, & cela d'autant plus qu'il eſt moins élevé; la Lune & l'Étoile qui eſt ſans parallaxe ſont donc l'une élevée & l'autre abaiſſée, & cela preſque toujours inégalement, & ſi on en concluoit la longitude de cette Planète, on auroit une fauſſe longitude.

Il y a cependant un point dans le ciel où la parallaxe n'altère point la longitude de la Lune, ce point eſt le 90.e degré de l'écliptique à compter depuis l'horizon, le vertical qui paſſe par ce point eſt en même temps perpendiculaire à l'écliptique, & la

parallaxe qui abaisse l'astre dans ce vertical ne le jette ni à droite ni à gauche; & de part & d'autre de ce cercle, le dérangement causé à la Longitude par la parallaxe est égal, mais avec des signes contraires.

Pour connoître donc la quantité dont la parallaxe peut déranger la Longitude conclue d'une distance observée, il faut savoir non-seulement la hauteur de la Lune à l'instant de l'observation, mais encore la position de ce 90.e degré de l'écliptique qu'on nomme *Nonagésime* ou *point culminant*, car l'écliptique entraînée par le mouvement diurne le fait varier à chaque instant.

Les Calculs nécessaires pour obtenir ces élémens sont simples, mais ils sont longs & fastidieux; heureusement il est possible, en dressant des Tables de plusieurs des quantités qui y entrent, de les abréger infiniment, & M. de Charnières n'a pas négligé ce moyen; il le propose & s'offre de concourir encore en cette partie au bien des Navigateurs : ces Tables mêmes seroient d'autant plus nécessaires que l'exactitude du mégamètre qui peut donner les hauteurs à 5 à 6 secondes près, oblige d'avoir égard aux différences causées dans la parallaxe par l'aplatissement de la Terre & dans la position de l'Étoile par la nutation de l'axe terrestre & par l'aberration. C'est par des remarques sur ces deux articles, que M. de Charnières termine son ouvrage.

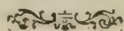
La publication de cet ouvrage a été suivie de celle d'un autre sur le même sujet, qui à la vérité n'a paru qu'en 1768, mais qui est une suite trop naturelle de celui-ci pour que nous puissions l'en séparer.

L'Ouvrage dont nous venons de parler, avoit été reçu très-favorablement du Public marin; mais il avoit essuyé quelques objections : on avoit dit qu'il étoit très-difficile d'observer en mer avec le mégamètre, que l'arc de 10 degrés qu'il mesure n'étoit pas assez grand, parce qu'il ne se trouvoit pas toujours à cette distance des Étoiles propres à l'observation; que souvent la lumière même de la Lune empêcheroit de voir les Étoiles ou de les observer; & enfin que la longueur des Calculs étoit capable de rebuter ceux même qui auroient le plus grand desir de se servir de la méthode.

La conſtruction de l'inſtrument & la facilité avec laquelle il a été employé à la mer, même par d'aſſez gros temps, eſt la meilleure réponſe qu'on puiſſe faire à la première objection; la ſeconde roule, ſuivant M. de Charnières, ſur un fait abſolument faux; à peine pourroit-on trouver ſur le Zodiaque un ou deux jours où la Lune ne fût pas à moins de 10 degrés de quelque Etoile obſervable; on pourroit même étendre la courſe de l'inſtrument s'il étoit néceſſaire, & M. de Charnières n'y a pas renoncé. Le brillant de la Lune obſcurcit à la vérité celui des Étoiles quand elles ſont proches, cependant l'Étoile η des Pléïades, qui n'eſt que de la troiſième grandeur, & que la Lune qui n'en étoit qu'à $1^d\ 30'$, faiſoit diſparoître à la vue ſimple, a été aſſez exactement obſervée avec le mégamètre pour que ſa diſtance à la Lune ait donné la longitude & l'atterrage à la Guadeloupe à environ ſept lieues près.

La dernière objection n'en eſt pas, à proprement parler, une, la longueur des Calculs ne vient que de la préciſion juſqu'à préſent inconnue à la mer, que le mégamètre permet d'introduire dans l'obſervation, & comme nous l'avons déjà dit, des Tables une fois calculées peuvent diminuer au moins des deux tiers la longueur & l'ennui de ce Calcul, ſur-tout lorſque M. de Charnières aura donné ſa méthode dans le plus grand détail, comme il s'engage à le faire.

Le reſte de ce ſecond ouvrage de M. de Charnières, comprend le Journal des obſervations qu'il a faites dans une campagne que ſon zèle lui a fait entreprendre pour ce ſujet,. & qui lui ont toujours donné la Longitude avec une préciſion ſi grande, qu'elle avoit beſoin d'être conſtatée, comme il l'a fait, par le témoignage des Officiers avec leſquels il étoit embarqué, la facilité avec laquelle on lui a vu faire ſes obſervations par de très-forts roulis, les Étoiles aſſez petites & très-proches de la Lune qu'il a employées, ſes Calculs auxquels quelques-uns des Officiers du vaiſſeau ont voulu prendre part, & le ſuccès conſtant de ſes opérations authentiquement atteſté, ſont des preuves ſans replique de la bonté de ſa méthode & du droit qu'il a à la reconnoiſſance de tous les marins.



HYDRAULIQUE.

HYDRAULIQUE.

SUR LE PROJET

D'amener les Eaux de L'YVETTE *à Paris.*

NOUS avons rendu compte en 1762 *, du premier Mémoire dans lequel M. Deparcieux exposoit en général le Projet d'amener à Paris, à la même hauteur où arrivent les eaux d'Arcueil, douze cents pouces d'eau pris de la rivière d'Yvette au-dessus de Vaugien; la route qu'on devoit faire tenir à ces eaux, les travaux à faire pour les conduire, la dépense qu'ils occasionneroient, & enfin les avantages qui en pourroient résulter pour cette Capitale. V. les Mém. page 1.

* Voy. Hist. 1762, p. 147.

Nous avons de même exposé l'année dernière *, les recherches & les examens que M. Deparcieux avoit engagé la Faculté de Médecine & l'Académie à faire pour s'assurer de la bonne qualité & de la salubrité de ces eaux.

* Voy. Hist. 1766, p. 131.

Le troisième, duquel nous avons à parler ici, tend à faire voir que le projet de l'Yvette & celui des Pompes à feu, sont les deux seuls qui puissent avoir lieu à Paris, à exposer les raisons qui doivent faire rejeter celui des Machines, & enfin à rappeler ce qui a été fait en différens temps depuis Philippe-Auguste pour donner de l'eau à cette Capitale.

Pour procéder avec ordre dans cette recherche, M. Deparcieux examine toutes les rivières dont les eaux peuvent être amenées à Paris à une hauteur suffisante, c'est-à-dire, à un peu plus de cent pieds au-dessus des moyennes eaux de la Seine à Paris.

Ces rivières sont la Seine elle-même, la Marne, & toutes les petites rivières qui y affluent; savoir, les rivières d'Étampes, d'Orge, d'Hières, de Bièvre, celles de Gonesse ou la Crou, le Morin & l'Ourque, & enfin la rivière d'Eure: nous allons les examiner toutes séparément.

La pente de la Seine eſt ſi peu conſidérable que pour la pouvoir conduire à la hauteur deſirée, il faudroit la prendre à plus de 40 ou 50 lieues au-deſſus de Paris; projet ridicule & qui ne mérite pas d'être examiné.

Les rivières d'Étampes & de Malesherbes pourroient, par leur abondance & leur qualité, mériter d'être conduites à Paris, mais il faudroit les prendre à une diſtance plus que double de celle à laquelle on propoſe de prendre l'Yvette, & elles doivent par cette raiſon être rejetées; on en peut dire autant de la rivière d'Orge, quoique l'éloignement du point où on la pourroit prendre fût un peu moindre.

La rivière de Bièvre pourroit arriver à la même hauteur que l'Yvette, peut-être même coûteroit-elle un peu moins à conduire, mais elle ne donneroit pas au point où il faudroit la prendre, le quart de ce que peut fournir l'Yvette; la ſalubrité de ſes eaux pourroit être ſuſpecte, & enfin on ruineroit en la détournant toutes les Manufactures du faubourg Saint-Marcel.

La rivière d'Hières eſt abondante, mais la qualité de ſon eau pourroit être inférieure à celle de l'Yvette; d'ailleurs l'aqueduc à faire pour la dernière ſeroit plus que double de celui de l'Yvette, & le pont-aqueduc qu'il faudroit faire pour lui faire paſſer la Marne ou la Seine, coûteroit ſeul plus que tous les travaux propoſés pour l'Yvette.

La petite rivière du Crou ou de Goneſſe eſt trop baſſe pour pouvoir être amenée à Paris, à moins qu'on ne la prît à ſon commencement; mais alors elle ſeroit trop foible, & la dépenſe néceſſaire pour la ſoutenir dans la plaine du Bourget, ſeroit très-conſidérable.

Il ne reſte plus de toutes les rivières qui tombent dans la Seine que la rivière d'Eure; priſe à Pont-Gouin elle pourroit, ſuivant les nivellemens de M.rs Picard & de la Hire, être amenée aux étangs de Trappes, plus élevés de 295 pieds que l'Eſtrapade; elle pourroit donc, même étant priſe moins loin, être amenée à Paris; mais les mêmes raiſons qui ont fait diſcontinuer ce projet pour Verſailles, ne permettent pas de l'entreprendre pour Paris. Ce que nous avons dit de la Seine & des rivières qui s'y

déchargent, doit s'entendre de même de la Marne & des rivières qui y affluent, telles que le Morin & l'Ourque qui ſont trop éloignées pour y pouvoir penſer.

Toutes ces eaux ayant une fois l'excluſion, il n'en reſte plus qu'on puiſſe eſpérer d'amener à Paris que celles qui ſortent du terrein compris entre Verſailles & Ruel, Saint-Cloud & Marli; ces ſources ſeroient aſſez élevées pour pouvoir être amenées à Paris; mais même en prenant en paſſant celles du Val-de-Meudon, Fleuri & Vanvres, elles ne fourniroient qu'environ 200 ou 250 pouces d'eau: l'aqueduc qu'il faudroit faire pour les recueillir auroit 12 à 15 mille toiſes de long, & il faudroit un pont-aqueduc à Sèves; tous objets très-diſpendieux, deſquels on ne ſeroit pas ſuffiſamment dédommagé par la médiocre quantité d'eau qui en réſulteroit; on priveroit d'ailleurs une étendue de terrein très-peuplée de l'eau qui lui eſt donnée par la Nature; enfin on trouveroit une grande difficulté à traverſer, comme il le faudroit, les parcs de Saint-Cloud, de Bellevue & d'Iſſy, toutes raiſons plus que ſuffiſantes pour faire rejeter ce projet. Voyons préſentement ce qu'on pourroit attendre des Machines.

Les Machines deſtinées à élever les eaux un peu haut, ont beſoin d'une très-grande force, & occaſionnent un nombre infini d'inconvéniens: on ne peut les établir que ſous les ponts, qui ſervent en même temps à les ſoutenir & à leur procurer un courant d'eau plus vif; mais cette même circonſtance gêne prodigieuſement la Navigation, & lors des inondations & des débâcles, elles peuvent être cauſe d'accidens très-fâcheux par l'obſtacle qu'elles apportent aux glaces & au cours de l'eau qu'elles font enfler; elles produiſent d'ailleurs très-peu d'eau, eu égard aux dépenſes, comme nous allons le faire voir dans un moment.

Pour faire voir combien le projet d'établir des pompes à roues pour fournir de l'eau à Paris ſeroit chimérique, M. Deparcieux examine où on en pourroit placer.

On juge bien qu'il faut exclure de cet examen le petit bras qui paſſe par l'Hôtel-Dieu, le Petit-pont & le pont Saint-Michel, tant par l'infection qu'y portent les égouts de cet hôpital & les boucheries de la Montagne, que parce qu'il eſt preſque à ſec en été.

La trop grande profondeur de l'eau au pont Marie & au pont Royal, lui ôtent presque toute sa vîtesse; & on doit encore rejeter ces deux ponts.

Il ne reste donc de tous les ponts de Paris que le pont Notre-Dame, le pont au Change, le pont Neuf ou du moins une de ses moitiés, & le pont de la Tournelle.

Le pont Notre-Dame ne peut recevoir de nouvelles machines, les deux qui y sont adossées ne gênent déjà que trop la Navigation; le pont au Change en pourroit avoir deux, le pont Neuf une seule à côté de la Samaritaine, & le pont de la Tournelle une; & ces quatre machines jointes aux deux actuellement existantes au pont Notre-Dame, ne donneroient pas plus de 200 pouces d'eau.

Les pompes allant par le moyen de la rivière même, ne pouvant donc avoir lieu, tant par leur peu de produit que par l'embarras qu'elles causeroient à la Navigation; il ne reste plus à choisir qu'entre le projet de l'Yvette & les pompes à feu.

Il est certainement peu de machines desquelles l'invention fasse plus d'honneur à l'esprit humain que celle des pompes à feu; mais leur construction est dispendieuse, & leur entretien encore plus, sur-tout quand il s'agit d'élever l'eau un peu haut: examinons ce qu'elles pourroient coûter pour l'un & pour l'autre objet, & comparons-le à la dépense nécessaire pour amener l'eau de l'Yvette à Paris; ceux qui proposoient les pompes à feu & qui n'en faisoient monter le produit qu'à 600 pouces d'eau seulement, qu'il ne faisoient pas monter à la hauteur nécessaire pour fournir tout Paris, en évaluoient la dépense à dix-huit cents mille livres par an pendant la construction, sans compter les accessoires; & les six années qu'ils demandoient pour mettre ces pompes en état de servir, seroient plus que suffisantes pour mettre le projet de l'Yvette à exécution.

Ce n'est pas tout, l'entretien de ces pompes est immense; elles dépenseroient pour près de deux cents écus de charbon par jour, sans compter les appointemens des Chefs, les gages des Journaliers & des Subalternes, & les réparations de toute espèce auxquelles ces machines sont nécessairement d'autant plus sujettes,

qu'elles élèvent l'eau en plus grande quantité & plus haut.

Tout ce que nous venons de dire bien considéré, il en résulte que le projet de l'Yvette qui ne demande presque aucun entretien, doit être adopté par préférence, & que selon la sage réflexion de M. Deparcieux, on ne doit jamais confier à l'attention des hommes, le soin de fournir d'eau tous les quartiers de Paris, lorsqu'on peut s'en rapporter à une rivière & à un aqueduc solidement construit.

Non-seulement les pompes à feu exigent une dépense plus grande que le projet de l'Yvette, mais il s'en faut beaucoup qu'elles soient aussi continuellement utiles, elles chomment nécessairement pendant tout le temps des réparations, mais ce temps de l'interruption de leur service n'est pas le plus long; dès que les gelées commencent à faire charier la rivière, on met toutes les conduites en décharge, pour éviter que l'eau qui y séjourneroit, les machines n'allant plus, ne s'y gelât & ne les fît crever, il en reste cependant toujours assez, dans les contre-pentes, pour produire ce mauvais effet; & lorsqu'après les gelées on y remet l'eau, on est presque toujours obligé de vider de nouveau les conduites pour les racommoder, d'ailleurs l'eau qui demeure stagnante dans les tuyaux, y dépose un limon qui s'y durcit & les bouche; l'eau de la Seine est d'ailleurs trouble la moitié de l'année, & on ne la peut boire qu'après l'avoir filtrée ou laissé reposer.

L'eau de l'Yvette, une fois conduite à Paris, n'offre aucun de ces inconvéniens, elle y coulera toujours lors même que la surface en sera gelée, comme celle de toutes les rivières grandes & petites, & elle n'occasionnera pas plus de rupture dans les canaux où son cours ne sera pas interrompu, que l'eau de la Seine qui vient de Marli à Versailles, n'en occasionne dans les tuyaux qui l'y conduisent.

On pourroit objecter que dans les temps de gelée un peu forte, l'eau qui s'échapperoit par les décharges pourroit charger les rues d'un enduit de glace très-incommode; mais il est, selon M. Deparcieux, très-aisé d'y remédier, un puits creusé auprès du bassin d'arrivée, en recevroit la décharge en levant une bonde qui l'y conduiroit, & avant que cette eau eût pu élever

la nappe d'eau ſouterraine qui fournit les puits ſeulement de 6 pouces, les gelées les plus longues ſeroient paſſées; on pourroit même en ce cas, en mettre une partie en décharge dans les champs aux endroits les plus convenables.

Il nous reſte à répondre à une dernière objection: l'eau qu'on prendra dans l'Yvette au-deſſus de Vaugien, en privera néceſſairement, au moins en grande partie, les moulins qui ſont au-deſſous, & on peut ſuppléer à ceux qui ſeront détruits, par des moulins à vent; mais, dit-on, l'eau de l'Yvette ſert à arroſer des prairies conſidérables, qui demeureront très-altérées étant privées de ce ſecours: l'objection ſeroit forte ſi le fait étoit vrai, mais il s'en faut beaucoup qu'il ne le ſoit; ces prairies ne ſont réellement arroſées que par des ſources & des ruiſſeaux particuliers qui, à la vérité, tombent dans l'Yvette, & ne ceſſeront pas d'y tomber, & on peut s'en rapporter aux Meuniers du ſoin d'empêcher qu'on ne faſſe aucune ſaignée à la rivière qui puiſſe en détourner les eaux; l'objection porte donc à faux, & les prairies des environs de Gif & au-deſſous, n'auront nullement à ſouffrir de la priſe d'eau faite dans la rivière d'Yvette, dans laquelle même il en reſtera une portion conſidérable au-deſſous de Vaugien.

Le projet de M. Deparcieux eſt donc le ſeul qu'on puiſſe raiſonnablement adopter pour donner de l'eau à Paris, en tout temps & en quantité ſuffiſante: mais eſt-il ſi eſſentiel d'en donner à Paris qui s'en eſt paſſé juſqu'ici, ne peut-il pas s'en paſſer encore, ſur-tout étant traverſé par une grande rivière?

Pour répondre à cette objection, il ne faut que conſidérer l'étendue immenſe de cette grande ville, & la diſtance où ſont les habitans de ſes extrémités du bord de la rivière; le nombre immenſe d'hommes employés à porter de l'eau; les tonnes traînées ſur des charrettes pour le ſervice des habitans, & pour porter ſecours dans les incendies (établiſſement dû aux ſoins & à l'amour du bien public de M. de Sartine); & enfin les puits ſans nombre, que preſque toutes les maiſons renferment, ſont des preuves évidentes du beſoin qu'on a d'avoir une bien plus grande quantité d'eau que celle dont on jouit actuellement.

Cette vérité a toujours été ſi bien reconnue, que Philippe-

Auguſte n'eut pas plutôt fait l'enceinte qui porte encore ſon nom, qu'il fit venir les eaux de Belleville & du Pré-Saint-Gervais pour fournir les fontaines de la rue Maubuée, des Innocens & de la Halle qu'il fit conſtruire. Henri IV fit conſtruire en 1606, la pompe de la Samaritaine pour pouvoir rendre à la fontaine de la Croix-du-Trahoir l'eau que lui ôtoit le Louvre, & il en donna à une fontaine qu'il fit faire au quai de l'Ecole : on avoit même commencé à travailler à la recherche des eaux de Rungis, autrefois amenées par Julien l'Apoſtat à ſes bains, ſitués à l'hôtel de Cluny. La mort funeſte de ce grand Roi interrompit ce projet, mais il fut continué & mis à fin par Marie de Médicis, qui dépenſa alors un million pour bâtir le célèbre aqueduc d'Arcueil, ſomme qui ſur le pied où eſt aujourd'hui l'argent, pourroit être évaluée à deux millions ou environ, & cependant cet aqueduc n'a jamais donné plus de 60 ou 70 pouces d'eau, & n'en donne preſqu'aujourd'hui que la moitié.

Comme cette quantité n'étoit pas à beaucoup près ſuffiſante, on imagina de convertir en pompes, environ quarante-cinq ans après l'établiſſement de l'eau d'Arcueil, deux moulins pendans qui étoient au pont Notre-Dame, & cet établiſſement ſubſiſte encore aujourd'hui.

Les bornes qui nous ſont preſcrites, nous forcent à ſupprimer tout le détail de l'exécution de ce projet & de la diſtribution des eaux que donne M. Deparcieux dans ſon Mémoire, & les exemples qu'il rapporte de projets pareils exécutés pour donner de l'eau à une infinité d'endroits moins intéreſſans que la capitale, pour en venir plus promptement aux avantages qui réſulteroient de l'exécution du projet de M. Deparcieux.

Ces avantages ſont ſans nombre; on aura en tout temps & dans tous les quartiers de l'eau pure, ſaine & en grande abondance, & un ſecours toujours aſſuré contre les incendies; les grandes & moyennes rues ſeront toujours, excepté le temps des grandes gelées, tenues propres & fraîches par un courant d'eau, & les égouts des boucheries ne croupiront pas comme ils font aujourd'hui.

On pourra débarraſſer le pont Neuf & le pont Notre-Dame

des machines qui y ſont placées, qui incommodent prodigieuſement la Navigation, & peuvent dans le cas de glaces ou d'inondations, occaſionner les plus grands accidens :

Cette eau qui vient de ſources baſſes, ne ſera pas ſujette à manquer ou à diminuer comme l'eau d'Arcueil :

On pourra établir aux voiſinages des fontaines, des auges ou abreuvoirs pour les chevaux :

Cette eau ne ſera jamais mêlée comme l'eau de la Seine des eaux pluviales ou de la fonte des neiges, & elle ſera toujours claire :

La propreté qu'elle occaſionnera dans les rues y fera reſpirer un air ſain & dégagé de toutes les vapeurs infectes qu'il entraîne aujourd'hui avec lui :

Il faudra incomparablement moins de porteurs d'eau & de tonneaux, & ce ſeront autant de bras qui ſeront rendus à l'Agriculture ou aux Arts ; enfin la facilité d'avoir de l'eau fera établir des bains chez une infinité de particuliers, & on ſait combien ce ſecours eſt utile à la ſanté.

Nous ne pouvons mieux terminer cet article, que par une réflexion très-ſenſée que rapporte M. Deparcieux : « Si, dit-il, on » avoit à choiſir exprès un emplacement pour y bâtir une capitale, » on chercheroit ſans doute un endroit traverſé par une grande » rivière, & au-deſſus duquel il s'en trouvât une autre qui y arrivât ; » on deſireroit auſſi que ce lieu fût aiſément acceſſible, à portée » de tous les matériaux propres à la conſtruction & de tous les approviſionnemens néceſſaires à la vie ».

La ſituation de Paris eſt préciſément telle qu'on la pourroit deſirer, à la petite rivière près qui y manque, mais l'art peut nous donner ici ce que la Nature nous a refuſé, & le projet de M. Deparcieux procure cet avantage. Il a donné dans ce Mémoire une énumération des François qui avoient mérité d'être mis au nombre des bienfaicteurs de l'humanité par les établiſſemens utiles dont ils avoient décoré leur patrie ; nous ne craignons point d'être déſavoués du public quand nous dirons que le projet qu'il a propoſé & la manière dont il l'a été, lui donnent autant de droit qu'à perſonne d'être inſcrit dans cette honorable liſte.

SUR LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

NOUS avons exposé en 1763 *, le commencement du travail que M. le Chevalier de Borda avoit entrepris ſur la réſiſtance des Fluides; il n'avoit alors examiné que la réſiſtance que les corps éprouvent en ſe mouvant dans l'air. Il eſt queſtion dans celui-ci de l'obſtacle que l'eau peut oppoſer à leur mouvement lorſqu'ils y ſont plongés; cet objet qui n'avoit preſque été qu'annoncé dans le premier Mémoire, va être diſcuté dans celui-ci.

V. les Mém. page 495.

* Voy. Hiſt. année 1763, page 118.

On juge bien que l'appareil avec lequel M. de Borda faiſoit circuler les corps dans l'air, & dont le mouvement ſe faiſoit dans le ſens vertical, ne pourroit être ici d'aucun uſage, & voici celui qu'il lui ſubſtitua. Il fit faire un baſſin circulaire de 12 pieds de diamètre & de 2 pieds ½ de profondeur; le centre de ce baſſin étoit occupé par une colonne cylindrique auſſi haute que ſon bord; le deſſus de cette colonne portoit une crapaudine qui recevoit le pivot inférieur d'un arbre vertical, dont l'autre pivot étoit reçu en haut par un collet; cet arbre portoit vers le haut une bobine, autour de laquelle ſe rouloit un cordon qui, après avoir paſſé ſur une poulie, recevoit un poids dont l'action devoit faire tourner cet arbre, & vers le bas une barre longue de 8 pieds qui le traverſoit & tournoit avec lui.

A une des extrémités de cette traverſe, il avoit placé une lame de fer mince qui préſentoit ſon tranchant dans la direction du mouvement pour n'éprouver de la part de l'eau du baſſin qu'une réſiſtance phyſiquement nulle, & c'étoit à cette lame qu'on attachoit les corps qu'on vouloit mettre en expérience, qui par ce moyen, étoient forcés de circuler dans l'eau par le mouvement de la machine, qui cependant étoit toute entière dans l'air: les révolutions étoient comptées de deux en deux à l'aide d'un pendule à demi-ſecondes.

Le corps que M. de Borda ſoumit à cette expérience, fut une boule de près de 5 pouces de diamètre, tournée exactement ronde; cette boule étoit coupée en deux, de manière que ſes

deux moitiés puſſent ſe joindre ou être employées ſéparément, en ſorte qu'il pouvoit expoſer au mouvement la boule entière, la demi-boule du côté convexe, ou la même demi-boule par ſon côté plat, où elle faiſoit alors le même effet qu'un diſque de même diamètre.

Le deſſein de M. de Borda étoit d'obtenir la réſiſtance que l'eau pouvoit oppoſer au mouvement des corps qu'il y faiſoit mouvoir; mais pour avoir avec quelque préciſion cette réſiſtance, il falloit la dégager d'une autre qui s'y trouvoit mêlée, & qui étoit celle que le corps même de la machine éprouvoit de la part de l'air ou de celle des frottemens.

Pour parvenir à reconnoître cette partie de la réſiſtance, il a fait tourner avec différens poids la machine à vide & ſans aucuns corps plongés dans l'eau, & il eſt réſulté de cet examen une connoiſſance exacte de la réſiſtance qui étoit occaſionnée par l'air & les frottemens; & cette partie ôtée à chaque obſervation de la réſiſtance totale, a laiſſé celle de l'eau dépouillée de cette augmentation étrangère.

De ſix expériences faites avec la ſphère entière, la demi-ſphère tournée du côté convexe, & la même demi-ſphère préſentant au fluide ſon grand cercle, & en appliquant ſix poids différens depuis 4 onces juſqu'à 8 livres pour imprimer un mouvement plus ou moins vif à la machine, il réſulte:

1.° Que la ſphère, la demi-ſphère & tous les autres corps plongés dans l'eau, éprouvent de la part de ce fluide une réſiſtance à très-peu près proportionnelle au quarré de leurs vîteſſes:

2.° Que la réſiſtance qu'éprouve la demi-ſphère lorſqu'elle préſente ſon côté convexe au fluide, eſt à très-peu près la même que celle qu'éprouve la ſphère entière; d'où il ſuit que dans les vîteſſes médiocres, la partie antérieure des corps eſt la ſeule qui cauſe la réſiſtance:

3.° Enfin que la proportion de la réſiſtance de la demi-ſphère, préſentée par ſon grand cercle ou par ſon côté convexe, eſt à très-peu près celle de 5 à 2.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que du rapport des réſiſtances;

M. de Borda a voulu s'assurer de la résistance absolue qu'éprouve la sphère, & voici comment il s'y est pris.

Il étoit d'abord nécessaire de connoître le diamètre de la bobine autour de laquelle se devidoit le cordon, l'abaissement du poids pendant deux révolutions lui donna ce diamètre de 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$; & comme le cercle décrit par le centre de la sphère avoit exactement 8 pieds de diamètre, les deux diamètres de ce cercle & de la poulie étoient entr'eux dans le rapport de 1611 à 100, & qu'on doit, pour avoir les résistances, diminuer les poids dans ce rapport.

M. de Borda voulut voir si ces résistances seroient les mêmes que celles que donne la Théorie de M. Newton *; le principe en est que la résistance d'un globe est égale au poids d'une colonne de fluide qui auroit pour base le grand cercle de la sphère, & pour hauteur la moitié de celle qui est dûe à sa vîtesse. Partant de ce principe & l'appliquant à une de ses expériences, il trouve que la résistance donnée par la théorie, est à celle que donne l'expérience, comme 1127 est à 1240, ou à très-peu près comme 9 est à 10.

* *V. les Princ. Mathématiques, liv. II, prop. 38.*

Il restoit à examiner si les résistances ne dépendoient pas de la profondeur à laquelle la sphère étoit plongée, & il étoit aisé de s'en éclaircir.

Dans cette vue M. de Borda fit mouvoir la sphère enfoncée de 6 pouces dans l'eau avec trois poids différens, l'un de 8 onces, le second de 2 livres & le troisième de 8 livres; il répéta ensuite la même expérience avec les mêmes poids & la même sphère, observant seulement qu'elle ne fût couverte que de 2 ou 3 lignes d'eau.

Ces expériences présentèrent deux phénomènes singuliers; ils firent voir d'abord que la sphère enfoncée sous l'eau éprouvoit moins de résistance que lorsqu'elle se mouvoit à la surface; & en second lieu, qu'à la surface de l'eau les résistances croissoient en plus grand rapport que les carrés des distances.

La raison du premier est que la résistance est toujours égale à la somme des forces vives perdues à chaque instant, comme M. de Borda lui-même l'a démontré dans son Mémoire sur

l'écoulement des fluides *, dont nous avons rendu compte l'année dernière. Or il eſt évident que lorſque la ſphère étoit à 6 pouces au-deſſous de la ſurface, à la profondeur de 6 pouces, elle n'imprimoit pas à l'eau d'auſſi grandes vîteſſes que lorſqu'elle circuloit à la ſurface par la liberté que celle-ci avoit de couler autour de la circonférence du globe, au lieu que dans le ſecond cas elle ne peut s'échapper par la partie ſupérieure du globe; il doit donc arriver que la ſphère étant enfoncée, l'eau n'acquiert ni ne perd autant de forces vives que lorſqu'elle ſe meut à la ſurface.

* Voy. Hiſt. 1766, page 143.

Quand au ſecond phénomène qui conſiſte en ce que les réſiſtances du globe mu à ſa ſurface, augmentent en plus grande raiſon que les carrés des diſtances, il dépend abſolument du creux qui ſe forme en ce cas derrière le corps dans lequel l'eau ſe précipite, & des remoux qui impriment de plus grandes vîteſſes au fluide lorſque le corps eſt mu rapidement que lorſqu'il va plus lentement, il y a donc plus de forces vives imprimées & perdues; & par conſéquent les réſiſtances doivent croître en plus grand rapport que les carrés des vîteſſes; d'où il ſuit que cette loi de l'augmentation des réſiſtances en raiſon du carré des vîteſſes, ne pourroit avoir lieu rigoureuſement que dans le cas où le fluide auroit une étendue infinie, & que le corps y ſeroit très-profondément plongé, encore faudroit-il faire abſtraction des frottemens.

M. de Borda s'étoit propoſé de faire bien d'autres expériences; mais ſon ſervice ne lui ayant pas permis de les continuer, il s'eſt contenté d'en rapporter quelques-unes ſur la réſiſtance qu'éprouvent les angles plans & ceux qui ſont compoſés de ſurfaces courbes en ſe mouvant dans l'eau; il en réſulte que ces différences ne répondent nullement à la théorie, & qu'il ſeroit extrêmement dangereux de vouloir appliquer cette théorie à l'art de la conſtruction des Vaiſſeaux.

SUR LES ROUES HYDRAULIQUES.

LES Roues hydrauliques ſont employées dans preſque toutes les machines que l'eau fait mouvoir, c'eſt par leur moyen que le courant leur tranſmet une partie plus ou moins grande de ſa force; il eſt donc très-important de connoître la forme qu'on leur doit donner pour ne perdre que le moins qu'il ſoit poſſible de cette force; c'eſt auſſi à cette recherche qu'eſt deſtiné le Mémoire de M. le Chevalier de Borda, duquel nous avons à rendre compte. Les roues hydrauliques ſe diviſent en général en roues horizontales & en roues verticales.

V. les Mém. page 270.

Les roues horizontales ont leur circonférence hériſſée d'aubes, qui ne ſont pas perpendiculaires, mais obliques au plan de leur mouvement, & elles reçoivent le mouvement d'un filet d'eau, qui, deſcendant d'une certaine hauteur, vient frapper ces aubes & leur donne le mouvement; ces aubes ſont planes dans quelques-unes de ces machines & courbes dans d'autres, & M. de Borda les a examinées les unes & les autres, avec d'autant plus de ſoin que ces roues, quoique peu uſitées dans ce pays, ſont très-fréquemment employées dans les provinces méridionales du royaume.

Cet examen a eu pour objet d'examiner la façon la plus avantageuſe de placer les vannes & de diriger ſur elles l'action du courant d'eau & la force qu'elles ſont capables de produire.

Lorſque les vannes ou aubes ſont plates, leur inclinaiſon doit être telle que la direction de l'eau les frappe perpendiculairement; alors toute la force de l'eau ſera employée contre elles, mais elle ne ſervira pas toute entière à faire tourner la roue, l'inclinaiſon des aubes oblige à la décompoſer, & M. de Borda trouve qu'abſtraction faite des frottemens, une roue de cette eſpèce ne pourroit enlever qu'un poids égal à la moitié de celui de l'eau deſcendue, encore faut-il que la machine ſoit conſtruite avec toute la perfection poſſible.

La figure courbe des vannes change extrêmement la diſpoſition qu'on doit donner, tant à ces vannes qu'au canal qui

conduit l'eau; celles-ci ne doivent plus être exposées perpendiculairement au courant, l'eau doit entrer entr'elles presque sans les frapper, agir sur elles par son poids & par une espèce de pression, & en sortir presqu'horizontalement par leur partie inférieure. Le Calcul appliqué à cette espèce de disposition, a fait voir à M. de Borda qu'elle étoit beaucoup plus avantageuse que la précédente, puisque son effort pourroit presqu'égaler la totalité du poids de l'eau, tandis que les roues à aubes planes, ne peuvent communiquer à la roue qu'une force égale à la moitié de ce poids.

La roue verticale à aubes plates, placée dans une coursière assez bien faite pour que les aubes ne laissent perdre aucune portion d'eau, rentre absolument dans la classe des roues horizontales à aubes plates, & ne peut, quelque parfaite qu'on en suppose l'exécution, prendre que la moitié de la vîtesse du fluide, & si quelques Géomètres ne leur en ont donné que le tiers, c'est qu'ils n'ont considéré le choc de l'eau que sur une seule aube, tandis que réellement elle agit sur plusieurs à la fois.

Il ne nous reste plus à examiner que la roue verticale à godets; celle-ci n'agit presque que par le poids de l'eau contenue dans les godets, qui s'emplissent successivement au haut de la roue & se vident en descendant.

De ce que nous venons de dire, il suit que la circonférence de la roue doit être telle que les godets, ou, pour parler plus juste, ceux qui se trouvent dans le cas d'être emplis, absorbent toute l'eau que fournit la gouttière qui l'y amène; on doit encore faire en sorte que la force du courant qui donne dans le premier godet, agisse autant qu'il est possible dans la direction de la tangente à la roue, & concoure avec le poids de l'eau contenue dans les godets, à la faire tourner; avec toutes ces conditions, M. de Borda a cherché le *maximum* de la force de cette roue, & il a trouvé que plus elle alloit lentement, plus, toutes choses d'ailleurs égales, elle acquéroit de forces; d'où il suit que le *maximum* absolu seroit le cas où la roue n'auroit qu'une vîtesse infiniment petite, & dans ce cas elle élèveroit un poids égal à la quantité d'eau sortie du réservoir : on juge bien que

cette vîteſſe infiniment petite, ne ſera jamais recherchée; mais en ne ſuppoſant que ce que l'uſage auquel on deſtine ces roues peut permettre, M. de Borda penſe que les roues à auget ſont celles qui peuvent tirer le meilleur parti d'une chute & d'une quantité d'eau donnée, ce qui eſt abſolument conforme à l'expérience.

M. de Borda ne s'eſt pas contenté de réſoudre, par les règles ordinaires, les Problèmes qu'il s'étoit propoſés, il en a encore tenté la ſolution en y employant le principe de la conſervation des forces vives, dans la vue d'examiner s'il ne ſe trouvoit point dans ce cas une perte de ces forces, & voici quel a été le réſultat de ſes recherches.

Il a, par exemple, examiné l'action du fluide ſur la roue horizontale à palettes courbes, & il a trouvé préciſément le même réſultat que lui avoit donné la première ſolution.

Il n'en a pas été de même de la roue à augets, il ſe fait dans cette circonſtance une perte réelle de forces vives, cauſée par le choc du fluide dans les cavités des augets, & M. de Borda en détermine la quantité, & c'eſt cette quantité qui fait la différence entre la première ſolution & celle-ci : il y a de même une perte réelle de forces vives dans le mouvement de la roue horizontale à palettes planes.

Il réſulte de toutes ces recherches, que le plus grand effet qu'on puiſſe attendre des roues hydrauliques, eſt celui des roues à godets & des roues horizontales à palettes courbes : il n'arrive que trop ſouvent que les ſolutions les plus exactes ſe trouvent démenties par l'expérience. On n'en doit rien conclure contre la certitude des démonſtrations mathématiques, mais rejeter cette différence ſur ce qu'on n'a pas fait entrer dans le Calcul une infinité de données que la Phyſique y introduit, & qui ſouvent ne peuvent ni ſe prévoir ni s'évaluer : on en peut cependant reconnoître quelques-unes, & c'eſt un pas fait vers la préciſion de l'exécution que de les examiner.

M. de Borda n'a pas oublié d'examiner à cet égard les différentes roues hydrauliques; nous allons donner une idée de cet examen & des concluſions qui en réſultent pour chaque article.

Nous avons, par exemple, dit que l'effort des roues verticales à aubes, pouvoit être de la moitié du poids de l'eau qui les fait agir; cette assertion seroit vraie si les palettes ou aubes rasoient si exactement le fond & les côtés de la coursière, qu'ils ne permissent à aucune partie de l'eau de s'échapper; mais on sent bien que cette exactitude est impossible, & M. de Borda trouve qu'en introduisant cette perte d'eau dans le Calcul, il en résulte une perte d'un huitième sur la force de ces roues, qui se trouve par-là réduite à 3 huitièmes du poids de l'eau, au lieu de la moitié de ce poids que donnoit la solution du Problème.

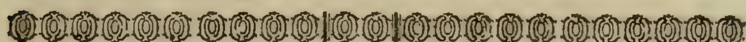
Les roues horizontales à palettes planes n'ont pas cet inconvénient, ou du moins l'ont dans un bien moindre degré que les roues verticales, on peut d'ailleurs en augmenter l'effet en changeant l'inclinaison de la gouttière qui leur amène l'eau, elles doivent donc être beaucoup meilleures dans la pratique.

Les roues horizontales à palettes courbes, ont une autre cause de diminution de force; il est comme impossible de diriger si bien le courant d'eau qu'il entre dans les courbes & qu'il en sorte dans la direction la plus avantageuse, & telle que l'a supposée le calcul; cependant, malgré ce défaut & quelques autres, M. de Borda les trouve très-supérieures aux roues horizontales à palettes plates & aux roues verticales, & il pense que ces roues peuvent avoir une force qui soit à celle de ces dernières au moins comme 3 est à 2.

Les roues à godets sont celles qui s'éloignent le moins, dans la pratique, du résultat de la théorie, toutes les imperfections qu'on peut leur supposer ne diminueront leur force que d'un douzième ou tout au plus d'un dixième, elles produisent donc dans la pratique le plus grand effet possible, & on doit les employer toutes les fois que les circonstances le permettront.

Nous disons toutes les fois que les circonstances le permettront; car il est évident que le choix des différentes roues hydrauliques qu'on doit employer, dépend de la chute d'eau dont on peut disposer, de la nature des machines qu'on doit faire mouvoir, & de tant de circonstances locales qu'il n'est pas possible d'assigner généralement

généralement l'avantage d'une espèce de roue sur l'autre; c'est à la prudence & à l'habileté de ceux qui font construire ces machines qu'il appartient de diriger leur choix vers l'une ou vers l'autre; mais les principes que donne M. de Borda, & que nous venons d'exposer, fournissent, en les appliquant judicieusement aux circonstances, des moyens sûrs & certains de faire la comparaison des unes & des autres dans les différens cas qui se peuvent présenter, & de décider toujours en connoissance de cause, & sans se rapporter à une routine souvent infidèle.



DIOPTRIQUE.

SUR LES LUNETTES ACHROMATIQUES.

CE travail est la suite de celui duquel nous avons rendu compte en 1764 & en 1765 *, & nous y avions établi quelques principes qu'il est bon de se rappeler pour mieux entendre ce que nous avons à dire de celui-ci.

[V. les Mém. page 43.]

* *Voy. Hist. année 1764, p. 92 & 175; & Hist. 1765, page 119.*

De ce qu'une lentille sphérique ne réunit pas en un seul point géométrique tous les rayons qui tombent sur une de ses surfaces parallèlement à son axe, il résulte ce qu'on nomme *aberration de sphéricité,* & cette aberration produit nécessairement deux effets: premièrement, quelques-uns des rayons qui se rompent le moins, vont se réunir sur l'axe au-delà du point où se forme l'image la plus vive, & le foyer qui devoit n'être qu'un point devient une ligne, & c'est ce qu'on nomme l'*aberration en longueur:* secondement, les images d'un même point de l'objet se réunissant à des points différens, les différentes images de l'objet qui seront plus grandes que la plus vive, formeront autour d'elle une espèce de bordure ou de couronne qui empêche qu'elle ne paroisse tranchée, & c'est ce qu'on nomme *aberration en largeur;* la première altère la longueur du foyer, & la seconde le diamètre & la netteté de l'image.

Ce que nous venons de dire de l'aberration de ſphéricité, doit s'entendre à plus forte raiſon de celle de réfrangibilité; les rayons les moins réfrangibles iront ſe réunir plus loin que les autres, & formeront auſſi une aberration en longueur & en largeur; celle-ci eſt non-ſeulement plus grande que la première, mais elle produit encore un autre inconvénient plus fâcheux; toutes les images ſéparées que produit l'aberration de réfraction ſont différemment colorées, & celles qui ſont plus grandes que l'image la plus vive, l'entourent non-ſeulement d'une eſpèce de nuage, mais encore d'une couronne colorée: ce ſont ces deux aberrations, & particulièrement la dernière, qu'il eſt queſtion de détruire pour former des objectifs auxquels on puiſſe donner une très-grande ouverture, ſans courir riſque d'avoir à leur foyer des images colorées.

Les objectifs achromatiques compoſés de trois lentilles, avoient déjà été traités par M. d'Alembert en 1765, mais il n'avoit pour ainſi dire qu'établi les principes de ce travail, & il le reprend ici dans le plus grand détail.

Les objectifs achromatiques ſont eſſentiellement compoſés de deux ou de pluſieurs lentilles, mais ces lentilles peuvent être jointes, c'eſt-à-dire leurs ſurfaces convexes & concaves, appliquées exactement les unes ſur les autres, ou bien ces ſurfaces peuvent être ſéparées, & laiſſer entr'elles un intervalle plus ou moins grand.

Le premier cas que M. d'Alembert examine ici, eſt celui où les trois lentilles qui compoſent l'objectif, ſont contiguës, & il ſe propoſe pluſieurs combinaiſons de cette eſpèce; nous ne répèterons pas ici ce que nous avons dit dans les précédens Mémoires, que dans les équations auxquelles il parvenoit en partant de ſes données, l'aberration, tant de ſphéricité que de réfrangibilité, étoit exprimée par des termes particuliers; qu'en ſuppoſant ces termes ou anéantis ou réduits à leur moindre valeur, on parvenoit à aſſigner aux rayons des courbures des lentilles, une valeur propre à leur faire produire cet effet & anéantir ou au moins diminuer les deux aberrations le plus qu'il eſt poſſible.

Pour peu qu'on veuille y faire réflexion, on verra aisément que cet anéantissement, ou plutôt cette diminution d'aberration, ne peut pas avoir lieu dans toutes les combinaisons qu'on pourroit faire, & qu'il y auroit au contraire telle combinaison ou tel assemblage de trois lentilles, dont on ne pourroit absolument ni détruire ni diminuer l'aberration ; c'est à cette recherche qu'est destinée la première partie du Mémoire de M. d'Alembert. Son calcul est le fil qui le conduit dans ce labyrinthe : dès qu'il s'aperçoit que l'anéantissement ou la très-grande diminution donnent dans la proportion des rayons, des quantités impossibles ou qui ne peuvent aller ensemble, il abandonne cette combinaison ; & en effet de trois qu'il a examinées dans cet article, il y en a une qui devient absolument inutile, parce qu'une des lentilles devroit avoir les rayons de ses convexités infinis, c'est-à-dire être absolument plane des deux côtés, & par conséquent inutile. On doit de même prendre garde de rendre les rayons des convexités trop petits ; il n'en résulteroit pas, comme dans la combinaison précédente, une impossibilité métaphysique, mais une difficulté énorme à former de telles courbures.

Pour ne pas s'égarer dans cette recherche, M. d'Alembert propose de construire une figure dont les ordonnées ne puissent s'étendre au-delà des limites prescrites, & puissent d'ailleurs déterminer sans difficulté la valeur des quantités positives ou négatives dont on a besoin.

De ce calcul appliqué aux deux suppositions restantes, il résulte qu'il y en a une qui diminue d'un quart l'aberration en largeur, qui subsistoit malgré le mélange des deux espèces de cristal, & d'un tiers l'aberration en longueur.

Dans l'article précédent, M. d'Alembert suppose les trois lentilles qui composent l'objectif, absolument contiguës ; dans celui-ci il les suppose éloignées les unes des autres de quelque distance, quoiqu'ayant toujours un axe commun, & il calcule sur ce même principe un objectif supposé formé de trois lentilles non contiguës : on juge bien que cette hypothèse doit introduire du changement & de la difficulté dans le calcul, & M. d'Alembert y remédie par des tables & des formules qui l'abrègent

très-confidérablement: il réfulte du calcul de M. d'Alembert, que malgré la plus grande épaiffeur & le plus grand nombre de furfaces, les objectifs à trois lentilles doivent être préférés à ceux qui ne font compofés que de deux, foit que ces lentilles foient contiguës, foit qu'elles ne le foient pas.

Dans l'article fuivant, M. d'Alembert donne le calcul d'une quinzaine d'objectifs à deux lentilles formées fuivant différentes fuppofitions; & dans celui qui vient après les formules générales, très-approchées pour les dimenfions d'un grand nombre d'objectifs, il fait voir les termes qui ne font néceffaires que pour l'exactitude géométrique, & qu'on peut négliger fans crainte dans le calcul, mais en avertiffant que l'équation qui fert à détruire l'aberration de réfrangibilité doit être calculée rigoureufement, celle-ci étant la plus à craindre, & partant la plus effentielle à détruire; il indique même une quantité dans le calcul de laquelle il n'eft permis de rien négliger fi l'on veut que les couleurs foient détruites autant qu'il eft poffible de les détruire; l'aberration de fphéricité eft moins effentielle, on peut fans rifque en laiffer fubfifter une médiocre partie : M. d'Alembert fait même voir qu'on ne peut éviter dans la conftruction des objectifs achromatiques, d'y laiffer fubfifter une aberration de réfrangibilité égale à l'aberration de fphéricité des lunettes fimples ou à celle des télefcopes, fans que ces petites quantités empêchent ces objectifs d'être très-bons; cette légère erreur devenant comme infenfible à nos yeux.

Mais ce que M. d'Alembert ne peut s'empêcher de recommander ici, quoiqu'il l'ait déjà fait dans les Mémoires précédens, c'eft l'attention la plus fcrupuleufe à s'affurer du rapport de la réfringence des différens verres qu'on emploie; la plus petite erreur fur ce point produiroit, malgré tout ce qu'on pourroit faire, une aberration de réfrangibilité plus grande que l'aberration de fphéricité d'un télefcope ou d'une lunette ordinaire, même en fuppofant que la lunette achromatique n'eût pas plus d'ouverture que la lunette fimple ou le miroir du télefcope: auffi M. d'Alembert ne penfe-t-il pas qu'on réuffiffe à faire des lunettes achromatiques dont l'ouverture & le pouvoir amplifiant, excède

ceux d'un télescope bien fait, de même longueur; mais elles seront toujours, sur-tout pour le Ciel, préférables aux télescopes, par le degré de clarté & de vivacité qu'elles donnent à l'image.

Le reste du Mémoire de M. d'Alembert, contient des réponses à quelques objections qui lui ont été faites par M. Euler & quelques réflexions sur les Mémoires précédens; nous allons essayer de donner une idée des unes & des autres.

Les objections faites par M. Euler, sont au nombre de cinq; la première roule sur le nombre des surfaces des objectifs achromatiques, sur ce que M. d'Alembert avoit avancé que M. Euler avoit employé dans la solution du problème une indéterminée de plus qu'il n'étoit nécessaire; & M. d'Alembert fait voir qu'effectivement il étoit nécessaire qu'il y eût deux surfaces parallèles, que la solution du problème n'exigeoit que trois indéterminées, & qu'enfin M. Euler avoit eu tort de négliger de détruire, dans sa solution, l'aberration de sphéricité, au moins pour les objets placés dans l'axe, & cela d'autant plus qu'il pouvoit avec les quatre indéterminées qu'il emploie, la détruire même pour les objets placés hors de l'axe, & que cette aberration qu'il laisse subsister, introduiroit dans les verres une courbure trop considérable qui ne permettroit pas de donner une assez grande ouverture à l'objectif.

M. Euler pense, en second lieu, que la vision ne peut être parfaite, si l'aberration de réfrangibilité n'est entièrement détruite dans l'œil, & que si elle n'étoit pas absolument nulle pour les objets placés dans l'axe de la vision, elle seroit insupportable pour ceux qui en seroient à 30 degrés & plus jusqu'où la vue peut s'étendre. Voici de quelle manière M. d'Alembert répond à cette objection.

M. Euler convient que l'aberration de sphéricité, pourvu qu'elle soit très-petite, ne nuit point à la vision; pourquoi celle de réfrangibilité, aussi très-petite, lui nuiroit-elle? & n'est-il pas au contraire plus que probable, que si le nuage que produit la première autour de l'image est insensible dans le cas supposé, la couronne colorée le sera de même?

Il y a plus, les fibres de l'œil se communiquent l'ébranlement

caufé par les rayons à une petite diftance, d'où il fuit que l'ébranlement caufé par les différens rayons colorés très-près l'un de l'autre, fe confondant, il en réfulte l'impreffion & la fenfation d'une feule couleur.

Le même raifonnement fubfifte pour les rayons très-éloignés de l'axe, l'aberration n'eft pas plus grande pour eux que pour ceux qui font dans l'axe; & d'ailleurs fi l'aberration de fphéricité qui ne peut être détruite entièrement pour ceux-ci ne nuit pas à la vifion, pourquoi celle de réfrangibilité lui feroit-elle obftacle?

Il n'eft pas poffible, comme le croit M. Euler, d'anéantir entièrement l'aberration de réfrangibilité. M. d'Alembert a démontré que quand on parviendroit à anéantir celle des rayons rouges & des violets, il en refteroit encore une petite quantité produite par les rayons intermédiaires, & il eft très-probable que cet inconvénient a lieu dans l'œil comme dans les lunettes, quoiqu'il n'en réfulte aucun défaut dans la vifion.

M. Euler croit qu'il eft inutile de chercher à détruire l'aberration des rayons qui ne partent point de l'axe: mais M. d'Alembert a démontré en 1762, que cette aberration pouvoit être peu confidérable ou même prefque nulle pour les objets placés dans l'axe, & en produire une affez confidérable pour ceux qui en feroient un peu éloignés, & qu'il faut par conféquent travailler à la détruire.

Pour faire voir encore mieux qu'il n'eft pas néceffaire que les couleurs foient abfolument détruites au fond de l'œil: M. d'Alembert entreprend de faire voir qu'elles ne peuvent vraifemblablement l'être dans les yeux de certains poiffons; & voici les preuves fur lefquelles il fe fonde.

L'humeur aqueufe de quelques poiffons eft très-fluide, leur cornée eft très-plate, du moins chez le plus grand nombre; toutes circonftances qui doivent rendre la réfraction dans cette humeur très-peu différente de celle de l'eau, la figure même prefque fphérique de leur criftallin femble ne leur avoir été donnée que pour fuppléer au peu de réfraction de l'humeur aqueufe: or en fuppofant tout ce que nous venons de dire, il eft clair que l'aberration de réfrangibilité a lieu dans les yeux de

ces animaux, mais le calcul fait voir qu'elle peut être assez peu considérable, ce qui est suffisant pour la vision distincte.

La dernière objection de M. Euler, étoit que M. d'Alembert ayant promis une théorie complète pour la perfection des instrumens de Dioptrique, il n'avoit pas parlé de la multiplication des oculaires; M. d'Alembert répond à cette objection de deux manières, premièrement il n'avoit pas annoncé une théorie complète, & quand il n'y auroit que cette réponse, elle seroit suffisante; mais M. d'Alembert y en ajoute une autre qui sera certainement encore plus du goût du Public, il pense si peu avoir épuisé cette matière, qu'il n'a garde de regarder ses Recherches comme terminées, bien loin de-là, il reprend dans ce Mémoire même l'article des oculaires qu'il avoit commencé en 1764; & nous allons essayer de rendre compte de cette recherche.

Quoique M. d'Alembert ait démontré qu'il étoit absolument impossible d'anéantir l'aberration de sphéricité en largeur par le moyen d'un objectif achromatique, il ne pense pas qu'il le soit de même de la détruire entièrement par le moyen d'un oculaire composé & bien combiné avec l'objectif, il en a fait le calcul, & voici quel en a été le résultat.

Il faut que l'oculaire soit au moins de deux matières, & par conséquent qu'il ait trois surfaces, & que l'objectif en ait quatre pour satisfaire aux sept équations qui résultent du calcul: ces équations donneroient les rayons des courbures de l'un & de l'autre verre, mais il peut s'y trouver des racines imaginaires; & de plus il y a une condition à remplir, c'est que la distance focale de l'oculaire, soit beaucoup plus petite que celle de l'objectif d'une lunette simple de même foyer, sans quoi la lunette ne grossiroit pas assez.

M. d'Alembert proposeroit pour remplir cette dernière condition, de composer l'oculaire de trois lentilles pour lui donner quatre surfaces, dont une resteroit indéterminée, au moyen de laquelle on pourroit donner à l'oculaire un foyer beaucoup plus court qu'à l'objectif, sauf à le réduire à trois surfaces, si cette combinaison se trouvoit suffisante.

M. d'Alembert, au reste, ne propose ces oculaires à quatre

ſurfaces, que comme une vue qui peut mériter d'être ſuivie, n'ayant pu ſe livrer juſqu'à préſent au très-long calcul qui auroit été néceſſaire pour l'examiner; & il ſe borne quant-à-préſent à une lunette compoſée d'un objectif à trois lentilles, dont deux de verre commun & une de criſtal d'Angleterre, & d'un oculaire à deux lentilles de même matière.

Cette lunette cependant ne détruira jamais entièrement l'aberration en largeur, même celle de réfrangibilité, il faudroit pour cela que l'oculaire fût achromatique par lui-même, & il ne l'eſt pas n'étant compoſé que d'une ſeule matière, mais cet inconvénient ne peut nuire en aucune manière à la bonté de la lunette, puiſqu'il a lieu, même en longitude, dans les téleſcopes catoptriques, ſans altérer ſenſiblement leur bonté; & M. d'Alembert finit cet article par indiquer les rayons des différentes ſurfaces du double oculaire.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que le ſinus d'incidence étoit au ſinus de réfraction en raiſon conſtante, cette conſtance de rapport n'eſt pas ſi bien démontrée qu'on ne puiſſe y ſoupçonner quelques variétés; il étoit donc néceſſaire d'examiner les erreurs que ces variétés pourroient produire, quelque petites qu'on les ſuppoſât; c'eſt auſſi à quoi M. d'Alembert s'eſt occupé dans un des articles du Mémoire dont nous parlons, & il réſulte de ſon calcul que cette erreur, du moins dans les termes où on la peut ſuppoſer, n'eſt pas fort à craindre.

Une ſeconde ſuppoſition ſeroit encore dans le même cas; on a toujours regardé comme conſtant, que ſi en paſſant de l'air dans un milieu quelconque, le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction dans un certain rapport; & en paſſant de l'air dans un autre milieu, dans un autre rapport, en paſſant d'un de ces milieux dans l'autre, il ſeroit dans un rapport formé des deux précédens diviſés l'un par l'autre, mais cette ſuppoſition n'eſt pas non plus rigoureuſement démontrée; & il ſe trouve par le calcul que ce rapport pourroit ſubir une légère augmentation. M. d'Alembert propoſe un moyen de vérifier par expérience ſi cette augmentation eſt réelle; il ne s'agit pour cela que de diſpoſer deux lentilles de différentes matières, de manière qu'elles ſoient d'abord contiguës, de les écarter enſuite, pour voir ſi en tenant compte de

cet

cet écartement, le foyer se trouvera ou ne se trouvera pas le même que dans le cas où elles étoient contiguës; c'est une vue qu'il indique aux Opticiens pour s'assurer d'un fait qui pourroit devenir très-important.

Une troisième cause pourroit encore produire une aberration, très-légère à la vérité, dans les objectifs, les rayons qui pénètrent la première surface de l'objectif souffrent, ou du moins quelques-uns d'entr'eux, quelques réflexions dans les autres surfaces, & après avoir été pour ainsi dire balotés de l'une à l'autre, ils pourroient être renvoyés vers l'œil, & y former des foyers à la vérité très-foibles. On jugera aisément que ces foyers ne peuvent pas troubler sensiblement la vision, cependant pour ne rien laisser en arrière, M. d'Alembert les a calculés, & a indiqué le terme qu'il falloit ajouter ou changer dans les formules précédentes pour les obtenir.

Ce Mémoire & les précédens ont pris tous les différens articles dans la plus grande généralité; il se trouve cependant plusieurs cas dans lesquels il est nécessaire d'y faire quelques restrictions, quoique ces restrictions soient pour la plupart très-peu considérables; elles tombent sur l'examen des lentilles simples, & M. d'Alembert donne les formules nécessaires pour les faire entrer dans le calcul & voir quand elles peuvent être négligées sans risque.

Les recherches contenues dans ce Mémoire, dans les deux précédens & dans le troisième Volume des Opuscules de M. d'Alembert, duquel nous avons rendu compte en 1764 *, sont le résultat du long & pénible travail qu'il a fait sur cette matière. Il en résulte que les objectifs achromatiques doivent être préférés aux autres; qu'ils seront excellens si on les construit dans les dimensions prescrites par le Mémoire que M. d'Alembert a donné en 1764; que si on veut que les lentilles qui composent l'objectif ne se touchent pas, on pourra se servir des formules données en 1765; que si on veut rendre les trois lentilles biconvexes & biconcaves isoscèles, construction bien plus commode dans la pratique, on ne pourra pas anéantir les deux aberrations, parce qu'il n'y aura que trois inconnues, mais qu'on pourra choisir la disposition des lentilles la plus avantageuse pour détruire celle des deux aberrations qu'on jugera la plus incommode,

* Voy. Hist. 1764. p. 92.

ce qui ſera toujours facile à déterminer par les formules de M. d'Alembert; qu'on pourra adapter à l'objectif deux oculaires qui, pris enſemble, détruiront l'aberration de ſphéricité, & même étant bien choiſis, le peu d'aberration de réfrangibilité qui reſte aux rayons après leur paſſage par l'objectif; qu'on peut même approcher de cet effet avec un ſeul oculaire, en le conſtruiſant dans les dimenſions indiquées en 1765; qu'on peut, d'après les formules du même Mémoire, conſtruire de très-bonnes lunettes de poche avec un objectif & un oculaire ſimple de différentes matières; & qu'enfin on peut former un grand nombre de tables calculées qui ſeront extrêmement utiles pour abréger le calcul & faciliter les recherches néceſſaires pour cet important objet, dont M. d'Alembert s'eſt occupé depuis pluſieurs années, & qui eſt ſi intéreſſant pour l'Aſtronomie & pour la Navigation qui en peuvent tirer des avantages immenſes.

SUR QUELQUES EXPÉRIENCES RELATIVES À LA DIOPTRIQUE.

V. les Mém. page 423.

NOUS avons fait voir dans l'article précédent, combien il étoit important que les élémens qui doivent ſervir de baſe au calcul des lunettes achromatiques, fuſſent déterminés avec la plus grande préciſion; c'eſt à procurer les moyens de parvenir à cette préciſion, qu'eſt deſtiné tout le travail qu'a fait M. le Duc de Chaulnes ſur cette matière, & duquel nous allons eſſayer de préſenter une légère idée.

M. le Duc de Chaulnes avoit une lunette achromatique excellente du célèbre Dollond; on ſait que les objectifs compoſés de ces lunettes, ſont fermement ſertis dans une monture, & que le plus petit dérangement dans les pièces qui les compoſent, peut beaucoup altérer la bonté de l'inſtrument. Il étoit donc queſtion de connoître exactement les rayons des différentes courbures des ſurfaces qui compoſoient l'objectif ſans le démonter.

Ce problème, au premier coup-d'œil, paroît impoſſible : comment en effet pourroit-on connoître la courbure des ſurfaces intérieures, qu'on ne peut ni voir ni meſurer? Mais ce qui paroît

impossible ne l'est pas toujours, & nous allons bientôt voir comment M. le Duc de Chaulnes eut l'adresse de se tirer de cet embarras.

Un des premiers pas qu'il avoit à faire dans cette recherche, étoit de s'assurer par des expériences décisives, de la quantité de réfraction que produisoient les différentes espèces de verre qu'on emploie dans la construction des lunettes achromatiques.

Cette opération exigeoit une précision extrême; pour y parvenir, M. le Duc de Chaulnes a ajouté au microscope ordinaire, trois micromètres différens.

Le premier est placé à l'ordinaire au foyer commun de l'oculaire du microscope & du verre qui le suit, & ne diffère en rien du micromètre astronomique.

Les deux autres placés en sens contraire sur un appui fixe, sont destinés à faire faire au porte-objet, les mouvemens qu'on desire, & à donner en centièmes de ligne la mesure de ces mouvemens. L'un de ces micromètres est fixé sur la monture du microscope; & l'autre mobile dans une coulisse, peut être attiré ou repoussé par le premier, & communiquer de plus lui-même au porte-objet, un mouvement indépendant de ce premier.

Une règle de cuivre, divisée soigneusement en vingtièmes de ligne, & fixée au premier micromètre, a donné d'abord le nombre de tours de vis & de parties de ces tours qui répondoient à chaque division qu'on faisoit passer l'une après l'autre sous le fil fin du micromètre du microscope; ensuite le premier de ces vingtièmes ayant été mesuré par le micromètre du microscope, on a divisé par cinq le nombre de parties qu'il marquoit pour avoir la valeur des centièmes de ligne, & les fils ayant été rapprochés jusque-là, on a, par le mouvement des deux micromètres du porte-objet, fait passer successivement toutes les divisions en vingtièmes de ligne sous les fils du micromètre du microscope, & reconnu par ce moyen les nombres de parties du premier de ces micromètres qui répondoient à des centièmes de ligne: ce même micromètre, au moyen d'une monture particulière qu'on y appliquoit, pouvoit aussi porter un microscope dont il mesuroit le chemin en centièmes de ligne.

Muni de ces instrumens, M. le Duc de Chaulnes commença enfin l'examen de la réfrangibilité des différens verres, dont il s'étoit pourvu par une méthode aussi simple qu'ingénieuse qu'il avoit imaginée.

Si après avoir parsemé les deux surfaces d'une glace un peu épaisse de petits objets tels que de la poussière d'ailes de papillon; on expose cette glace à un microscope, de façon qu'on voie distinctement les petits corps qui sont sur la surface la plus proche de l'œil; il est clair qu'on n'apercevra pas avec la même netteté ceux qui sont sur l'autre surface, & qu'il faudra avancer le microscope d'une certaine quantité pour les apercevoir distinctement.

Il semble au premier coup-d'œil, que le chemin qu'on est obligé de faire faire en ce cas au microscope, devroit être précisément égal à l'épaisseur de la glace; on se tromperoit cependant, on le trouvera toujours moindre, & cet effet tient au pouvoir réfringent de la glace; essayons de faire voir comment il en dépend.

Si d'un point d'un objet placé sur la surface d'une glace, il part des rayons divergens qui traversent son épaisseur, il est clair que ces rayons conserveront leur direction tant qu'ils traverseront l'épaisseur de la glace; mais lorsqu'ils en sortiront pour passer dans l'air, l'effet de la réfraction leur fera nécessairement augmenter l'angle qu'ils faisoient entr'eux, & l'œil qui verra l'objet par ces rayons ainsi détournés, le rapportera au point où ils devroient se joindre s'ils avoient cette direction dans l'épaisseur de la glace, ce point se trouvera plus près que ne l'est réellement l'objet attaché à la surface, & il sera d'autant plus rapproché que la réfraction sera plus forte; cela supposé, voici comment M. le Duc de Chaulnes parvient à connoître ce rapprochement.

Il fixe sur une tablette disposée exprès, le micromètre du porte-objectif chargé d'un microscope; sur cette même planche est élevée une poupée mobile qui porte la glace qu'on veut éprouver, chargée sur ses deux surfaces de poussière de papillon; alors le micromètre étant à zéro, il fait avancer la poupée jusqu'à ce qu'il voie distinctement la poussière placée sur la surface la plus proche du microscope. On juge bien que dans cette position

il ne voit que très-imparfaitement celle qui est sur l'autre surface, il approche donc le microscope au moyen de la vis du micromètre jusqu'à ce qu'il les voie distinctement, & il a en centièmes de ligne la quantité dont le microscope a été avancé: cette quantité comparée à l'épaisseur de la glace, mesurée aussi à l'aide d'un compas d'épaisseur & d'un microscope, en centièmes de ligne, lui donne dans ces mêmes parties le rapprochement de l'objet, & par conséquent le pouvoir réfringent de la glace qui le produit, & duquel il est toujours aisé de le déduire.

Des expériences de M. le Duc de Chaulnes, il résulte que presque toutes les espèces de glaces différentes, ont aussi des réfrangibilités différentes, & qu'on ne peut en aucune manière s'en rapporter à un rapport général de réfrangibilité entre l'air & le verre, comme on l'avoit fait jusqu'à présent.

La propriété qu'ont les différentes espèces de glace de rompre en général les rayons n'a, comme mille expériences le prouvent, rien de commun avec la propriété de disperser les différentes parties colorées qui composent ces rayons; & la distinction de ces deux différentes propriétés est, pour le dire en passant, le principe sur lequel porte toute la théorie des lunettes achromatiques.

Pour s'assurer de cette différence, M. le Duc de Chaulnes fit la réflexion suivante:

Puisque les rayons colorés sont différemment rompus par un verre lenticulaire, il est bien certain que selon la couleur des rayons, le même verre portera le foyer de ces rayons plus près ou plus loin selon leur couleur.

Il ne s'agissoit donc plus que d'avoir la mesure de ces différens foyers; & voici comment il s'y prit.

C'est un principe connu de tous les Opticiens, que si on place un verre lenticulaire à une certaine distance d'un objet lumineux, telle qu'il se fasse de l'autre côté une peinture distincte de cet objet sur un plan, la distance du point lumineux au verre ou du verre à la Peinture, seront doubles de son foyer.

D'après ce principe, M. le Duc de Chaulnes plaça sur une règle divisée, trois poupées mobiles; l'une, & c'étoit celle du milieu, portoit le verre qu'il vouloit éprouver; les deux autres

étoient chargées, l'une d'un papier tranſparent traverſé par deux fils en croix qui paſſoient au centre de l'ouverture ronde ſur laquelle il étoit tendu, & l'autre d'un carton deſtiné à recevoir l'image.

L'objectif qu'employoit M. de Chaulnes, n'étoit pas un objectif ordinaire; il étoit composé de deux demi-cercles, l'un de verre commun, & l'autre de criſtal d'Angleterre maſtiqués enſemble & travaillés en même temps dans le même baſſin.

En couvrant alternativement l'une & l'autre moitié de l'objectif, M. le Duc de Chaulnes parvint à déterminer le foyer de chacune, qui, comme on l'imagine bien, n'étoient pas égaux, puiſque le pouvoir réfringent de chacune des deux moitiés étoit différent.

Ces foyers déterminés par l'image de l'objet ſur le carton, laiſſoient cependant quelque incertitude, & pour s'en délivrer, M. de Chaulnes ſubſtitua au carton un petit oculaire dont le foyer devoit coïncider avec la ſurface du carton; & pour s'en aſſurer, il mit ſur la ſurface d'une glace de la pouſſière de papillon; & ayant appliqué cette ſurface au carton qu'il avoit percé vis-à-vis de l'oculaire, il tira & pouſſa ce verre juſqu'à ce qu'il lui fit voir bien diſtinctement la pouſſière de papillon; alors il étoit bien ſûr que le foyer de ſon oculaire étoit à la place du carton, & qu'en voyant diſtinctement l'objet lumineux à ce foyer, il étoit ſûr que c'étoit la vraie place de la Peinture.

Il eut donc par ce moyen le foyer de chacune des moitiés de ſon objectif avec une très-grande exactitude; & pour connoître le changement que les rayons différemment colorés pouvoient faire dans la longueur de ces foyers, il ſubſtitua au papier tranſparent, d'abord un verre bleu, & enſuite un verre rouge ſur leſquels étoient placés des cheveux en croix, & il meſura exactement le foyer de chacune de ſes moitiés d'objectif en les éclairant d'abord d'une lumière bleue, & enſuite d'une lumière rouge, & il en dreſſa une Table.

Il eſt aiſé de voir combien ces expériences ſuſceptibles d'une très-grande exactitude, peuvent procurer d'avantages; elles donnent à tous les Artiſtes les moyens de s'aſſurer exactement de la qualité réfractive des matières qu'ils emploient, & de plus de voir exactement ſi la courbure qu'ils donnent au *Flint-glaſſ* pour

corriger l'aberration des couleurs eſt celle qui lui convient, puiſque ſi elle eſt légitime, les verres colorés ne feront pas changer le foyer; & que ſi au contraire ils l'alongent ou le raccourciſſent, ce ſera une marque indubitable que cette courbure eſt trop grande ou trop petite, comme M. de Chaulnes l'a trouvé dans l'objectif achromatique de 3 pieds, fait par M. Dollond; au lieu que celui de ſon excellente lunette du même Auteur, n'avoit qu'un ſeul foyer pour tous les rayons, tant blancs que colorés.

Nous ne devons pas perdre de vue que le but principal de M. le Duc de Chaulnes, étoit de déterminer toutes les dimenſions & toutes les courbures de ſes oculaires & de cet excellent objectif ſans le démonter; nous l'allons ſuivre dans ſes opérations.

L'épaiſſeur des verres étoit extrêmement aiſée à meſurer dans les oculaires, le compas d'épaiſſeur dont on rapportoit l'ouverture ſous le microſcope, pour y être meſurée par le micromètre, la donnoit exactement; mais il n'en étoit pas de même de l'épaiſſeur des différentes pièces qui compoſoient l'objectif; & voici de quelle manière il s'y prit pour l'obtenir.

L'objectif fut fixé ſur une poupée percée d'un trou qu'on rendit à peu près concentrique au verre, cette poupée étoit mobile ſur une planche, de manière cependant qu'elle y fût perpendiculaire; la même planche portoit le micromètre auquel étoit aſſujetti le microſcope dirigé vers la poupée: alors M. de Chaulnes ſema ſur les deux ſurfaces de ſon verre de la pouſſière de papillon, & ayant mis le micromètre à zero, il fit mouvoir la poupée juſqu'à ce que les pouſſières les plus proches du microſcope fuſſent vues diſtinctement; alors fixant la poupée il fit avancer le microſcope juſqu'à ce qu'il vît diſtinctement celles de l'autre ſurface, & il marqua ce chemin en parties du micromètre.

Ce n'étoit pas encore le plus difficile de l'opération, car indépendamment de ces deux ſurfaces externes, il devoit s'en rencontrer quatre dans l'intérieur, ſavoir les deux du verre biconcave de *Flint-glaſſ*, qui occupoit le milieu de l'objectif, & les deux ſurfaces des lentilles de verre ordinaire qui y étoient appliquées.

Le microſcope lui en fit apercevoir trois par les petits points ſemblables à de la pouſſière, que cet inſtrument fait toujours voir

ſur les ſurfaces même les plus polies, mais la quatrième ne put être aperçue; le contact de celle-ci avec le *Flint-glaſſ* étant preſque immédiat, de façon que ces deux ſurfaces ſe confondoient enſemble, conjecture d'autant plus vraiſemblable qu'on remarquoit à la circonférence du verre, ces anneaux colorés que produit la preſſion de deux verres l'un contre l'autre; & nous verrons bientôt qu'elle étoit exactement vraie.

Les différentes parties du micromètre donnoient donc la diſtance apparente des ſurfaces, & par conſéquent l'épaiſſeur apparente des verres; nous diſons apparente, parce que comme nous l'avons fait voir ci-deſſus, l'effet de la réfraction eſt toujours d'approcher, ou, pour parler plus juſte, de faire paroître la ſurface ultérieure d'un verre plus proche qu'elle n'eſt réellement; heureuſement M. le Duc de Chaulnes connoiſſoit la quantité de cet effet pour les deux eſpèces de verre qui compoſoient ſon objectif, & il corrigea ſes épaiſſeurs par ce moyen avec tant d'exactitude, que la ſomme de toutes les épaiſſeurs déduite de ſes expériences, ne ſe trouva différer que de trois centièmes de ligne de l'épaiſſeur du verre, priſe avec le compas d'épaiſſeur & meſurée à l'aide du microſcope & du micromètre, différence ſi petite qu'elle peut paſſer pour un véritable accord.

Les épaiſſeurs des verres étant déterminées, il ne reſtoit plus à fixer que les différentes courbures de leurs ſurfaces; celles des oculaires ſe pouvoient aiſément déterminer par la longueur de leur foyer : pour l'avoir avec plus de préciſion, voici comment s'y prit M. le Duc de Chaulnes :

Il attacha avec de la cire ſon oculaire ſur une poupée percée d'un petit trou, il fit avancer le micromètre mis à zero & chargé d'une plaque de glace ſemée de pouſſière de papillon, juſqu'à ce que cette plaque touchât l'oculaire, & l'ayant fixé dans cette ſituation, il fit reculer la plaque avec la vis du micromètre, juſqu'à ce qu'il vît diſtinctement les pouſſières par le petit trou de la poupée, & alors il eut par le nombre des parties du micromètre, la longueur du foyer de l'oculaire en centièmes de ligne, & par conſéquent les rayons des courbures de ſes ſurfaces.

Les courbures de l'objectif tout monté, n'étoient pas ſi faciles

à

à déterminer; & nous allons voir avec combien d'adresse M. le Duc de Chaulnes parvint à se tirer de cet embarras.

Pour mesurer les courbures extérieures du verre, il plaça sur une règle divisée, deux pointes égales qui pouvoient s'éloigner ou s'écarter du milieu de la règle sur laquelle étoit placée une autre pointe qui pouvoit s'alonger ou se raccourcir par le moyen d'une vis; alors ayant écarté les deux pointes égales jusqu'à ce qu'elles portassent près du bord de l'objectif, il poussa au moyen de la vis, la pointe mobile jusqu'à ce qu'elle touchât la convexité du verre, puis ayant posé cette espèce de compas sur un support attaché au micromètre, de façon que les deux pointes touchassent une règle qui y étoit attachée, il fit d'abord coïncider la règle avec le fil du microscope, & fit ensuite avancer le tout jusqu'à ce que la pointe mobile parut à son tour sous le fil, d'où il résultoit que cet intervalle, égal au sinus verse de la courbure, se trouvoit connu en parties du micromètre, & par conséquent en centièmes de ligne; d'où il tira aisément le rayon de la courbure extérieure, d'un côté de 25 pouces 11,5 lignes, & celui de l'autre de 26 pouces 10,6 lignes.

Les courbures intérieures ne pouvoient pas se mesurer de la même manière; & M. le Duc de Chaulnes prit le parti de s'en assurer par le moyen de leurs foyers de réflexion.

Pour y parvenir, il fit préparer une pièce de cuivre carrée, percée de cinq trous; l'un au milieu de figure carrée, qu'on pouvoit fermer avec une pièce qui s'y rapportoit & qui étoit couverte de papier blanc : ce trou étoit destiné à laisser passer, lorsqu'il étoit ouvert, une baguette divisée qui servoit comme de jauge à l'instrument; dessus, dessous & aux deux côtés de ce trou carré il y en avoit quatre ronds, distribués également sur la circonférence d'un cercle de 2 pouces de diamètre.

Cette plaque, ainsi préparée, fut fixée sur une machine parallactique; la machine orientée, de manière que la plaque fût toujours perpendiculaire au Soleil; & le verre objectif fut placé au bout d'un rouleau couché dans la gouttière de la machine, de manière qu'il pût s'avancer ou se reculer à volonté.

Tout cet équipage ayant été exposé au Soleil, M. de Chaulnes

aperçut diſtinctement huit images des quatre trous ronds, renvoyées par les ſurfaces concaves des verres qui compoſoient l'objectif, & à meſure qu'il approchoit ce verre de la plaque, quatre de ces images ſe rapprochoient, & enfin parvenoient à s'unir en une ſeule, les autres faiſoient le même effet à une diſtance différente.

Il étoit bien évident que ce point de réunion des images, étoit le foyer de réflexion des ſurfaces concaves des verres qui compoſoient l'objectif; pour meſurer ces diſtances, M. de Chaulnes ouvroit le trou carré de la plaque, & paſſoit par-là ſa baguette diviſée qu'il conduiſoit juſqu'au verre, & qui lui donnoit la longueur de ce foyer, en y ajoutant l'épaiſſeur du verre juſqu'à la ſurface réfléchiſſante.

Nous avons dit qu'il ſe trouvoit dans l'objectif de M. le Duc de Chaulnes, trois ſurfaces concaves différentes, & cependant il n'avoit aperçu que huit points lumineux au lieu de douze, que les trois ſurfaces devoient néceſſairement produire; il eſt bien vrai qu'en cherchant ces points qui lui manquoient, il en avoit rencontré quatre autres, mais ſi foibles, & qui ſe réuniſſoient à une ſi petite diſtance, qu'ils ne pouvoient être pris pour ceux qu'on cherchoit, auſſi n'étoient-ils que le produit d'une double réflexion dans l'intérieur du verre.

M. de Chaulnes ſe reſſouvint alors qu'en examinant les épaiſſeurs des pièces qui compoſoient ſon verre, il avoit trouvé deux ſurfaces ſi exactement appliquées l'une ſur l'autre, qu'il n'avoit pu les diſtinguer, & il penſa que ces deux ſurfaces n'en faiſant qu'une, n'avoient auſſi donné qu'un ſeul foyer de réflexion; il reſtoit en outre un point à éclaircir, c'étoit de ſavoir à quelles ſurfaces appartenoient les foyers qu'il avoit trouvés.

Pour y parvenir, M. le Duc de Chaulnes imagina de ſe ſervir d'un excellent objectif de 3 pieds de foyer, fait par M. de l'Étang, duquel les pièces pouvoient ſe ſéparer, & dont les courbures étant connues par les baſſins dans leſquels les verres avoient été travaillés, formoient une nouvelle eſpèce de vérification.

Dans celui-ci, les courbures convexes des lentilles de verre commun, & les concaves correſpondantes du *Flint-glaſſ*, n'étant

pas auſſi parfaitement égales que dans l'objectif de Dollond, on aperçut trois foyers & douze points lumineux, lorſqu'on expoſa ce verre tout monté au Soleil, comme on avoit fait le premier.

De ces trois foyers, les ſecond & troiſième ſe trouvèrent égaux, d'où il réſultoit que les deux verres biconvexes étoient égaux, & que les deux premiers qui étoient inégaux, appartenoient aux concavités de *Flint-glaſſ*, qu'on ſavoit d'ailleurs être inégales.

Il s'agiſſoit alors de déterminer à quelle ſurface appartenoient les deux autres foyers, pour cela M. le Duc de Chaulnes ſépara d'abord un des verres biconvexes, & trouva ſon foyer préciſément égal au ſecond de ceux qu'il avoit obſervés dans le verre tout monté; il n'étoit donc pas douteux que ce foyer lui appartenoit, tandis que le troiſième qui étoit plus long, devoit appartenir à la dernière ſurface.

Dans le verre appartenant à M. le Duc de Chaulnes, on n'avoit eu indication que de deux ſurfaces, & il avoit attribué cet effet à l'identité de courbure du verre biconvexe & du biconcave; cette explication étoit d'autant plus vraiſemblable, qu'il avoit aperçu à la circonférence du verre, ces anneaux colorés qui ſont produits par la preſſion des verres; elle étoit même encore confirmée par une autre expérience, car ayant pris deux verres, l'un convexe & l'autre concave, de même courbure, & les ayant expoſés au Soleil, ils donnèrent deux foyers à la même diſtance, tant qu'ils furent ſéparés, mais dès qu'ils furent unis & centrés, il n'y en eut plus qu'un.

Malgré toutes ces probabilités, M. le Duc de Chaulnes n'avoit deviné juſte que pour un côté de ſon verre; l'autre, quoiqu'il offrît le même phénomène, le produiſoit par une cauſe toute différente, qu'un nouvel examen lui fit découvrir.

M. de la Lande avoit une lunette de Dollond des mêmes proportions que celle de M. le Duc de Chaulnes, & il en avoit fait deſſertir l'objectif pour lui donner une monture qui permît d'en ſéparer les pièces à volonté.

Il voulut bien confier cet objectif à M. le Duc de Chaulnes qui, en préſence de M.rs Bézout & de l'Étang, le ſoumit aux mêmes expériences que le précédent, en examinant d'abord

l'objectif tout monté, puis chacune des pièces séparément, après s'être bien assuré de l'égalité presque parfaite du foyer de cet objectif tout monté & de celui du sien.

Il résulta de cet examen, des faits très-singuliers; il l'est, par exemple, extrêmement que le verre qui de quelque côté qu'on l'expose au Soleil, offre trois surfaces concaves, ne donne cependant que deux foyers de réflexion, quoique celui de M. de l'Étang en ait constamment donné trois, d'où il suit nécessairement que de ces trois foyers il y en a deux qui se confondent.

Qui n'imagineroit que cet effet, égal dans les deux sens dont le verre peut être présenté au Soleil, est produit dans les deux cas par la même cause; on se tromperoit cependant, & l'examen des foyers de ces surfaces séparées, a fait voir que d'un côté c'étoient les foyers de la surface d'un des verres lenticulaires, & de celle du *Flint-glass* qui lui est contiguë, qui se confondoient, tandis que de l'autre c'étoient ceux de la surface interne du premier verre lenticulaire & la surface externe du dernier de ces verres qui s'unissoient : tous ces différens foyers & les surfaces auxquelles ils appartiennent étant déterminés, il a été facile d'en déduire les rayons de leurs courbures, en se servant des formules que M. Bézout avoit calculées à la prière de M. le Duc de Chaulnes, & qui se trouvent à la fin de son Mémoire.

Pour achever la description de la lunette de M. le Duc de Chaulnes, il ne lui restoit plus que de donner le foyer & l'épaisseur de ses oculaires & leurs distances, tant entr'eux qu'avec l'objectif; & c'est aussi ce qu'il a fait en mesurant exactement l'une & l'autre, & en dressant de tous ces objets une table exacte qui fait la clôture de cet article.

Jusqu'ici M. le Duc de Chaulnes n'a fait qu'examiner l'ouvrage de M. Dollond dans toutes ses parties; ce qui va suivre regardera les additions qu'il a jugé à propos d'y faire pour la précision & la commodité des observations.

Une nouvelle machine parallactique, plus solide & plus commode que celle qui est ordinairement en usage, fut destinée à lui servir de pied; M. le Duc de Chaulnes ne la décrit point ici, réservant cette description à l'art de la construction des

Inſtrumens de Mathématiques ; & ceux qui ſeroient curieux de la voir, pourront ſatisfaire leur curioſité au château de la Meute, où elle ſert de ſupport au grand téleſcope de 8 pieds, que D. Noël a fait pour le Roi.

Pour joindre à la commodité de manier la lunette, la préciſion dans les obſervations qu'on peut faire par ſon moyen, M. le Duc de Chaulnes voulut y ajouter un micromètre à peu près ſemblable au micromètre aſtronomique ordinaire. Nous diſons à peu près ſemblable, car il fallut bien y introduire quelques différences.

Le premier de ces changemens eut pour objet la manière de fixer le tuyau qui porte les oculaires & le micromètre dans celui qui tient au corps de la lunette, de manière qu'on pût l'y aſſujettir, ſans riſquer de le décentrer : on pourroit croire qu'une ſimple vis de preſſion ſuffiroit, mais ces vis ſont ſujettes à gâter les pièces ſur leſquelles elles s'appuient, & comme elles n'agiſſent que d'un côté, il ſeroit preſque impoſſible qu'elles ne décentraſſent le tuyau ; voici comment M. de Chaulnes a évité cet inconvénient.

Il a entouré le tuyau fixé au corps de la lunette, & qui étoit fendu à l'ordinaire, pour y faire couler plus doucement le tuyau de l'oculaire, d'un anneau à oreilles qui ſe ſerre par le moyen d'une vis, & qui comprime le tuyau très-ferme, ſans le meurtrir ni le décentrer.

Le ſecond concerne les fils du micromètre, la longueur du foyer des oculaires qui ſervent aux lunettes ordinaires, permet d'y employer des fils de ſoie, des fils d'argent trait, même des cheveux, mais les oculaires des lunettes achromatiques ſont très-courts, & ces filets ſeroient beaucoup trop groſſis. M. le Duc de Chaulnes a remédié à cet inconvénient en ſe ſervant de glaces minces, enchâſſées dans les cadres du micromètre, ſur leſquelles il avoit tracé avec un diamant des traits extrêmement fins, & que la méthode qu'il avoit donnée en 1765 *, lui a permis d'eſpacer, de manière qu'ils contins ſent exactement un eſpace de 34 minutes, diviſé en deux également par le fil du milieu.

* Voy. Hiſt. 1765, p. 66.

Il ne s'agiſſoit plus pour tirer parti de ce micromètre, que de connoître le nombre de parties de ſon mouvement qui répondoit à chaque minute, car M. le Duc de Chaulnes avoit

démontré en 1765 *, qu'on ne pouvoit pas se fier à l'égalité des pas de la vis; voici comment il s'y est pris pour les obtenir.

* Voy. Hist. 1765, p. 69.

Il a d'abord déterminé par le calcul, que dans un cercle dont le rayon étoit de 29 toises 5 pieds & 7 lignes, un intervalle de 4 secondes avoit une demi-ligne; & d'après ce principe, il a fait construire une mire sur laquelle il avoit marqué un espace de 21 pouces 3 lignes répondant à 34 minutes, & qu'il avoit fait diviser en demi-lignes; on juge aisément qu'il auroit été impossible de bien discerner à près de 30 toises des intervalles si petits, si M. le Duc de Chaulnes n'eût trouvé un moyen bien ingénieux de les rendre visibles.

Après avoir divisé la longueur de sa ligne en espaces de 20 secondes, il subdivisa en cinq un de ces espaces, & eut par conséquent des demi-lignes ou des intervalles de 4 secondes, alors il fit découper une pièce de cuivre mince, de manière qu'elle formât une bande assez large avec des angles rentrans & saillans, placés de manière que l'intervalle de 20 secondes répondît à celui de ces angles.

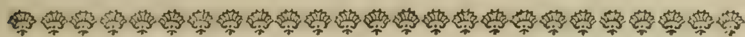
Alors appliquant cette bande sur la mire, de manière que son premier angle répondît au 0 de la division, il imprima cette bande à l'ordinaire avec une brosse, & tous ses angles se trouvèrent répondre aux lignes de 20 en 20 secondes.

Il imprima au-dessous une nouvelle bande, mais en plaçant le premier angle sur la deuxième ligne, éloignée de la première de 4 secondes, d'où il résulta que tous les angles de cette bande se trouvèrent éloignés des lignes de 20 secondes, de 4 secondes; une troisième bande eut, par le même moyen, tous ses angles éloignés des lignes de 20 secondes, de 8 secondes; une quatrième de 12 secondes; une cinquième de 16; & enfin une sixième de la totalité de l'intervalle entre les angles.

En prenant donc successivement les intervalles des angles de la première, deuxième, troisième bandes, avec la première ligne, on obtenoit aisément ses intervalles de demi-ligne ou de 4 secondes, qui sans cet ingénieux moyen n'auroient pu être aperçus, & il ne fut plus difficile de construire une Table exacte de la division du micromètre.

Il restoit cependant une difficulté à vaincre, la distance des objets celestes est comme infinie, & leurs rayons sont physiquement parallèles, mais celle de 30 toises ne l'est pas, & les rayons venant de la mire étoient divergens, le foyer n'étoit donc pas le même dans l'un & l'autre cas, & il falloit éloigner davantage les oculaires dans le dernier cas que dans le premier, d'où il suit que les divisions qui auroient été trouvées par ce moyen, n'auroient pas été justes pour le Ciel, elles auroient nécessairement été trop grandes.

Pour remédier à cet inconvénient, M. le Duc de Chaulnes imagina de reculer la mire, mais il étoit question de déterminer de combien; un calcul facile lui en donna le moyen, & ce fut avec cette distance corrigée qu'il parvint à obtenir des divisions de son micromètre, telles qu'elles pussent aisément mesurer les objets célestes avec exactitude. Les différentes méthodes qui ont été employées dans ce Mémoire, brillent par-tout du génie de l'invention, & y sont maniées avec l'adresse & la sagacité les plus grandes.



MÉCANIQUE.

SUR LE RAPPORT DES POIDS ÉTRANGERS AU POIDS DE MARC.

RIEN ne seroit peut-être plus avantageux au Commerce que l'uniformité générale de poids & de mesure; la diversité de ces poids & de ces mesures ne peut introduire dans la société que des abus souvent opposés aux règles inviolables de la probité, & toujours contraires au véritable but du Commerce: nous ne nous étendrons pas davantage sur cet article qui a été déjà discuté en 1747 *, à l'occasion d'un Mémoire de M. de la Condamine, sur une mesure universelle & invariable, auquel nous prions le Lecteur de vouloir bien recourir.

V. les Mém. page 350.

* Voy. Hist. 1747, p. 82.

Il n'étoit question dans le Mémoire de M. de la Condamine

que des mesures, les poids ne méritent pas une moindre attention; il y a même lieu de penser, d'après quelques vestiges de l'antiquité, qu'ils ont été autrefois assez généralement uniformes, mais que la matière dont ils étoient construits, s'étant plus ou moins usée suivant les différens usages qu'on en a faits, & le plus ou moins de temps que les différentes Nations ont mis à se procurer des étalons, que les précautions qu'on prenoit rendissent inaltérables; les différences qu'on observe aujourd'hui dans les poids des différentes Nations les plus scrupuleusement étalonnés, ne viennent que de ce qu'on a, pour ainsi dire, consacré, & comme éternisé les différences qui s'y trouvoient introduites au temps où on les a fixés.

Il ne seroit peut-être pas possible d'engager tous les Souverains & toutes les Nations à rétablir l'uniformité primitive des poids; mais ne peut-on pas essayer de se rapprocher de cette uniformité par un autre moyen, & une comparaison exacte des poids usités chez presque toutes les Nations commerçantes avec le poids de marc de France, ne produiroit-elle pas, quoiqu'un peu moins facilement le même effet; c'est cette comparaison qui a fait l'objet du travail de M. Tillet, duquel nous allons essayer de rendre compte.

On pouvoit faire cette comparaison de deux manières, la première en demandant aux Essayeurs des Monnoies des Nations étrangères, le rapport de leurs poids, qu'ils devoient mieux connoître que personne, avec le poids de marc de France; & la seconde en se procurant des poids bien étalonnés des différentes Nations & en les comparant avec le nôtre.

La première manière fut choisie comme la plus simple; un Mémoire rédigé par feu M. Heliot & M. Tillet, que M. Chauvelin, chargé du détail des Monnoies, avoit choisis pour cette importante recherche, fut envoyé par M. le Duc de Praslin aux Ambassadeurs du Roi dans les Cours étrangères, qui le communiquèrent aux Essayeurs & aux Chimistes, mais cet expédient n'eut pas le succès qu'on en attendoit; les réponses qui furent envoyées étoient si peu d'accord les unes avec les autres, que M.rs Hellot & Tillet n'en purent rien tirer d'assez précis pour servir de base à leur travail.

Il

Il fallut donc avoir recours à la ſeconde manière, & ſe procurer des poids étrangers bien authentiquement étalonnés; le zèle de M. de Praſlin ſe prêta encore à cette recherche, & bientôt la difficulté fut applanie, & les Commiſſaires munis des pièces néceſſaires pour l'exécution de leur projet.

Lorſqu'il s'eſt trouvé que les diviſions des poids envoyés ne répondoient pas exactement au poids total, on a ſcrupuleuſement recherché d'où venoit l'erreur, & ſi elle étoit dans ce dernier ou dans les ſubdiviſions; mais excepté ce cas, & à moins qu'on n'y ait été conduit par des inductions tirées des Mémoires qui les accompagnoient, c'eſt toujours ſur le poids total qu'on s'eſt réglé.

Lorſque du même endroit il eſt venu deux poids, l'un deſtiné aux matières précieuſes & l'autre aux matières groſſières, dont la proportion étoit connue ou donnée par le Mémoire; le premier a toujours été pris pour règle, puiſqu'on avoit certainement eu plus d'intérêt à en empêcher l'altération.

Les rapports entre ces poids étrangers & le poids de marc, n'ont pas ſeulement été énoncés en gros, mais on a pouſſé l'exactitude juſqu'aux plus petites fractions, & donné le rapport de leurs plus petites diviſions avec la même préciſion.

Le poids de France, qui a ſervi à cette comparaiſon, eſt celui qu'on nomme *poids de Charlemagne*, qui eſt compoſé de cinquante marcs, & ſoigneuſement conſervé par la Cour des Monnoies, qui ne le communique qu'avec beaucoup de formalités; & les balances qui devoient être aſſez fortes pour peſer un marc, étoient très-exactes & aſſez ſenſibles pour trébucher à un quart de grain.

On s'eſt ſoigneuſement aſſuré que ce poids n'avoit reçu aucune altération ſenſible, en le comparant avec de très-anciennes Monnoies bien conſervées qui, peſées avec les diviſions de ce poids, ont été trouvées exactement du même poids qu'elles devoient avoir ſuivant les Édits qui en avoient ordonné la fabrication.

Rien ne prouve mieux combien la comparaiſon immédiate des poids étoit néceſſaire, que ce qui eſt arrivé dans cet examen pour la livre romaine; pluſieurs Mémoires en donnoient le rapport à la livre de France, comme de 24 à 35, & ce rapport ne s'accordoit nullement avec ceux que lui donnoient Boutteroue,

Garrault, le Blanc & le P. Merſenne, qui ne s'accordoient guère mieux entr'eux: l'examen de cette livre à la balance a fixé toute l'incertitude, & fait voir que la livre romaine eſt à celle de France, comme 25 à 36. Au reſte, quelqu'attention qu'aient apporté les Commiſſaires dans cette opération, ils n'oſent ſe flatter qu'elle ait été abſolument exempte de petites erreurs, mais on peut cependant être ſûr qu'il ne s'y en eſt pas gliſſé de conſidérables, l'utilité de leur travail eſt générale & regarde toutes les Nations de l'Europe; c'eſt un oracle du Commerce, à cela près, que ſes réponſes ne ſeront pas ambiguës; & pour lui donner toute l'utilité dont il eſt ſuſceptible, M. Tillet y a joint trente-une Tables, qui expriment juſque dans les plus petites parties les rapports des poids d'Amſterdam, de Berlin, de Berne, de Bonn, de Bruxelles, de Cologne, de Conſtantinople, de Copenhague, de Dantzic, de Dreſde, de Florence, de Gènes, de Hambourg, de Liège, de Liſbonne, de Londres, de Lucques, de Madrid, de Malte, de Manheim, de Milan, de Munich, de Naples, de Ratiſbonne, de Rome, de Stockholm, de Stuttgard, de Turin, de Varſovie, de Veniſe & de Vienne. On peut aiſément juger de l'utilité d'un pareil Ouvrage & du travail immenſe qu'il a coûté.

CETTE année parut la quatrième partie du Cours de Mathématique, à l'uſage des Gardes du Pavillon & de la Marine, par M. Bézout.

Nous avons déjà rendu compte en 1764 *, 1765 & 1766, des trois premières parties de cet Ouvrage; la quatrième, dont nous avons à parler préſentement, eſt diviſée en deux volumes, la Mécanique en eſt l'objet principal. Dans le premier volume, elle eſt précédée des principes de calcul qui ſervent d'introduction aux Sciences mathématiques; les méthodes les plus uſuelles du Calcul différentiel & du Calcul intégral y ſont expoſées d'une manière fort élémentaire, & on y trouve auſſi, mais d'un caractère d'impreſſion plus petit, quelques méthodes dont l'uſage, ſans être moins utile, eſt cependant moins fréquent; ces méthodes ſont appliquées à pluſieurs objets propres à en faire bien ſentir le procédé & l'eſprit.

* Voy. Hiſt. 1764, p. 96, 1765, p. 57, & 1766, p. 80.

A la ſuite de ces méthodes de calcul, viennent encore dans le premier volume les principes généraux de la Mécanique; on y débute par donner la manière générale de comparer les temps, les vîteſſes, les eſpaces & les forces dans toutes les différentes eſpèces de mouvemens; & on donne en même temps l'application de ces règles à la chute des corps graves, parce que c'eſt à cette eſpèce particulière de mouvement qu'on rapporte ordinairement tous les autres.

De-là on paſſe au mouvement compoſé, & après en avoir établi le principe, on en fait voir l'uſage pour la compoſition & la décompoſition des forces; mais comme la compoſition & la décompoſition du mouvement, par voie de conſtruction, n'eſt pas toujours celle qui facilite le plus la ſolution des queſtions ſur le mouvement ou l'équilibre, M. Bezout expoſe enſuite la théorie des *momens*, & en fait voir l'uſage pour la compoſition & la décompoſition des forces, ſoit qu'elles ſe trouvent ou ne ſe trouvent pas toutes dans un même plan.

La théorie des centres de gravité devient une application de la théorie précédente, M. Bézout s'y arrête quelque temps, en expoſe divers uſages, & en particulier ceux qui regardent le vaiſſeau; de-là il paſſe aux mouvemens que prend le centre de gravité d'un ſyſtème de corps, lorſque quelques-unes des parties de ce ſyſtème ou toutes les parties viennent à ſe mouvoir, ſans ſe gêner les unes & les autres.

Il expoſe enſuite le principe général pour déterminer les mouvemens, lorſque les parties du ſyſtème ont de l'action les unes ſur les autres, ou qu'en général elles ſont aſſujetties ou ſoumiſes à une action quelconque; & de ce principe M. Bézout déduit pluſieurs conſéquences qui deviennent la baſe de pluſieurs applications utiles réſervées au ſecond volume, ce premier volume eſt terminé par l'expoſition des loix de l'équilibre des fluides, & par l'application de ces loix au Navire.

Le ſecond Volume a pour titre: *Application des principes généraux de la Mécanique à différens cas de mouvement & de d'équilibre.* Les loix du choc direct des corps durs & des corps élaſtiques, ſont la première application que l'on y fait de ces

principes, & après avoir tiré quelques conſéquences de ces loix; M. Bézout les applique à la théorie ordinaire du choc & de la réſiſtance des fluides. Il donne la manière de calculer cette réſiſtance d'après les principes ordinaires ſur toutes ſortes de ſurfaces, & en particulier ſur la carène des Vaiſſeaux, & enſuite il en donne quelques autres applications, telles que le mouvement rectiligne dans les milieux réſiſtans; la détermination de la vîteſſe que le Navire prend par l'action du vent, & à cette occaſion il entre dans la diſcuſſion de pluſieurs queſtions relatives au mouvement du Navire. On trouve enſuite le mouvement des corps peſans le long des plans inclinés & des ſurfaces courbes; le mouvement d'oſcillation & quelques autres objets qui ont rapport à la chute des corps le long des ſurfaces courbes. De ces objets il paſſe au mouvement en ligne courbe, donne les loix des forces centrifuges, le mouvement des projectiles dans le vide & dans le plein, en ſuppoſant dans ce dernier cas la réſiſtance comme le carré de la vîteſſe, & enfin une idée de la manière dont on doit s'y prendre pour déterminer les mouvemens en ligne courbe, lorſque les corps agiſſent les uns ſur les autres; en traitant ces matières, M. Bézout a eu ſoin de diſtinguer par un caractère particulier ce qui eſt eſſentiellement de ſon objet, de ce qui n'y a qu'un rapport plus éloigné.

Vient enfin la conſidération du mouvement & de l'équilibre dans les machines, les principes généraux établis dans le premier Volume, trouvent ici leur application à chaque page, M. Bézout en fait voir l'uſage pour chaque eſpèce de machine qu'il conſidère, & dont il expoſe les propriétés clairement & en peu de mots, mais il développe enſuite cet uſage par un grand nombre d'applications, dont les principales ont pour objet les mouvemens du Vaiſſeau. Il a paru que dans cet Ouvrage M. Bézout n'avoit rien oublié de tout ce qui peut le rendre utile & intéreſſant, tant par les matières qui y ſont traitées que par la clarté qu'il y a répandue, & par pluſieurs choſes qui lui ſont propres.

LES Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1767, ſont au nombre de cinq:

Le premier eſt l'art du *Facteur-d'orgues*, par D. Bédos de

Celles, religieux Bénédictin de la Congrégation de Saint-Maur; cet Art, un des plus ſavans peut-être qu'ait inventé l'eſprit humain, exigeoit pour être décrit, tant de connoiſſances de Muſique, de Mécanique & de Phyſique, que l'Académie s'eſt trouvée heureuſe de les rencontrer réunies dans la perſonne de D. Bédos, avec la bonne volonté pour les mettre en œuvre: ce qu'il a fait paroître en 1767, de cet art n'en eſt encore que la première partie; elle contient la deſcription des différentes eſpèces de tuyaux d'orgue, tant à bouche qu'à anche, les pièces qui les compoſent, leurs proportions & leurs mélanges, article qui tient à la plus profonde théorie; la compoſition des jeux à mutation, dans leſquels pluſieurs tuyaux de différens tons parlent à la fois ſur une même touche, & où la gradation muſicale eſt interrompue par des ſauts ou repriſes; le tableau que l'Auteur en donne dans une grande planche gravée, offre à l'œil la proportion de tous les tuyaux à bouche d'un grand orgue, & donne l'idée des recherches profondes de ceux qui ont ſu ſi parfaitement arranger cette multiplicité de ſons, qu'aucun ne fît avec un autre une diſſonance déſagréable; vient enſuite la deſcription des ſommiers qui reçoivent le vent des ſoufflets pour le diſtribuer aux tuyaux par le moyen des ſoupapes que les touches des claviers font ouvrir, des regiſtres néceſſaires pour faire taire ou parler les jeux, ſuivant la volonté de l'Organiſte, des claviers, tant de la main que des pédales, & l'admirable uſage des abrégés qui ramènent ſous la main de l'Organiſte, & dans un eſpace de peu de pieds, toutes les parties de cette vaſte machine, auxquelles il communique par ce moyen le mouvement à ſa volonté; les précautions néceſſaires pour conſerver le vent des ſoufflets, & pour les conſtruire de manière qu'ils puiſſent fournir le vent néceſſaire, n'y ſont pas oubliées, & à toutes les planches qui repréſentent ces parties en détail, l'Auteur en a ajouté deux, dont l'une repréſente, ſous un double point de vue, l'intérieur d'un grand orgue vu par-derrière; & l'autre une coupe du même inſtrument faite par un plan perpendiculaire à ſa face, paſſant par le milieu du clavier: l'Organiſte & le Souffleur, ſont repréſentés en action dans cette dernière, & on y voit le jeu de toutes les machines.

Le ſecond eſt l'*Art du Paumier-raquetier & de la Paume;* par M. de Garſault; la deſcription de cet art contient deux objets ſéparés, le premier eſt la conſtruction & le détail des différentes parties des jeux de paume, tant carrés qu'à dedans des raquettes & battoirs de différentes eſpèces, & des balles & volans qui ſervent à cet exercice & qui forment une branche de Commerce; & le ſecond contient les règles de ce jeu, également propre à dénouer & à fortifier le corps, & à ſe procurer la juſteſſe du coup-d'œil, la force & l'adreſſe ſi néceſſaires en certaines occaſions.

Le troiſième eſt l'*Art du Corroyeur,* par M. de la Lande; cet art a pour but de rendre aux peaux la ſoupleſſe que leur a fait perdre l'opération du Tanneur, & de leur donner la force, l'éclat & les autres qualités propres aux uſages auxquels elles ſont deſtinées. M. de la Lande décrit toutes les opérations néceſſaires à ces différens objets; il y joint la manière de colorer les cuirs, ſoit en noir, ſoit en rouge, celle de les conſerver dans leur couleur naturelle, la préparation des cuirs de Ruſſie, nommés improprement & par corruption, *cuirs de Rouſſi;* celle du chagrin & celle des peaux de veau & de mouton, paſſée comme l'on dit à l'alun, pour l'uſage des Relieurs, quoiqu'on n'emploie pas à leur préparation un ſeul atome de ce ſel; rien enfin n'y eſt oublié de ce qui concerne cet art qui fournit à un ſi grand nombre de nos beſoins.

Le quatrième eſt celui *du Meunier*, auquel M. Malouin ſon auteur, a joint celui du Boulanger; la deſcription de ces arts contient leur hiſtoire & celle de leurs progrès: on ſera peut-être étonné d'y trouver des recherches & une fineſſe qu'on n'y avoit pas ſoupçonnées; on n'imagineroit pas certainement que ce n'eſt preſque que de nos jours qu'on a trouvé le moyen de conſerver une partie très-conſidérable de la meilleure farine que l'ancienne mouture faiſoit perdre, & que la différence dans la manière de moudre, peut détériorer ou perfectionner conſidérablement la farine tirée du même blé. M. Malouin entre ſur cette matière dans le plus grand détail; il diſtingue les différentes

espèces de farine & les usages auxquels elles sont les plus propres, il donne la manière de preparer les levains, de pêtrir, de donner l'apprêt à la pâte & d'en former les pains de différentes espèces, depuis le pain mollet jusqu'au pain de munition & au biscuit de mer; la manière de les cuire, la construction des fours, tant sédentaires que de campagne, & la manière de chauffer les uns & les autres convenablement. Il est peu de personnes qui après avoir lû cette description, n'avouent qu'elles n'avoient pas une juste idée de cet art si généralement pratiqué.

A ces deux arts, M. Malouin a joint celui *du Vermicelier* ou de la *préparation de ces pâtes*, connues sous le nom de *Macaroni*, de *Vermicel*, de *Lazagues*, &c. si fort en usage en Italie & dans quelques provinces méridionales du royaume, & même depuis quelque temps dans la capitale; il donne la description de tous les instrumens necessaires à ces différentes fabriques, & y joint le détail & la préparation des différentes matières qu'on peut substituer & qu'on substitue en effet au pain de blé dans les différentes parties du monde, lorsqu'on ne peut s'en procurer; le tout est accompagné de plusieurs Notes historiques & physiques très-intéressantes, & on peut regarder cet Ouvrage, moins comme la simple description d'un art que comme un Traité historique & physique des arts les plus nécessaires aux hommes.

Le cinquième & dernier art qui ait paru en 1767, est celui *du Barbier-perruquier*, par M. de Garsault; après avoir sommairement parlé de la barberie, l'Auteur passe tout de suite à l'art proprement dit du Perruquier: il donne les différentes manières de faire les cheveux, de les friser & de les accommoder; il distingue les différentes espèces de cheveux séparés de la tête; il enseigne la manière d'en reconnoître la qualité, de les assortir pour la couleur & pour la longueur, de les préparer & de friser ceux qui sont destinés à l'être; il décrit ensuite les différentes sortes de perruques, il donne la manière de tresser les cheveux, de monter la perruque, c'est-à-dire de former cette espèce de calotte qui doit envelopper juste la tête & porter les cheveux,

celle de les y placer & de les y arrêter, celle de former les boucles & les tours de cheveux; il y ajoute l'art du Perruquier en vieux, dont la fonction est uniquement de raccommoder les vieilles perruques; & il termine enfin cet Ouvrage par l'art du Baigneur-étuviste qui, suivant les règlemens, est une dépendance de celui du Perruquier; il décrit les diverses opérations de ce dernier, la préparation des différentes matières qu'il emploie & les différens ustensiles nécessaires pour l'exercice de son art.

MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE
EN M. DCCLXVII.

I.

UN *Moulin à eau, destiné à râper & à moudre le Tabac,* par M. Chamoy, il est composé d'une grande roue dentée, mue par le courant de l'eau, & qui fait mouvoir, au moyen des pignons où elle engraine, deux arbres qui portent des râpes cylindriques auxquelles on présente le Tabac; ce qui est râpé tombe dans des tiroirs, & les restes du Tabac se mettent dans des espèces de petits moulins à peu près semblables aux moulins à café, qui achèvent de le mettre en poudre. Le mécanisme de ce moulin a été jugé simple; il ne paroît pas que dans l'état où il est, il pût épargner une grande dépense, mais comme il est susceptible d'amélioration, on a cru qu'il pouvoit avoir son utilité.

II.

Une machine proposée par M. de Vauffenas, *pour devider, purger & doubler les Soies par une même opération,* les soies y sont purgées par un moyen si simple, qu'on a lieu d'être surpris qu'il n'ait pas été employé plus tôt à cet usage, c'est une espèce de filière qui arrête les nœuds & les bourres, sans rompre le fil même le plus fin: rien n'est plus simple ni plus facile à exécuter. On peut aisément renouer un fil sans arrêter les autres bobines; l'application de cette filière au devidage des soies, a été regardée comme une idée heureuse, & d'autant plus utile que son exécution ne

ne coûte presque rien. La machine a paru ingénieuse, expéditive & propre à remplir les trois objets nécessaires dans le devidage.

III.

Une nouvelle manière de faire les Peignes à tisser ou *Ros usités dans toutes les fabriques d'Étoffes;* ces peignes sont formés de quantité de petites lames de roseau ou quelquefois d'acier, retenues par quatre bandes de bois qu'on nomme *jumelles*, ces lames ne sont placées dans la manière ordinaire de faire les peignes qu'une à une, & leur distance est réglée par le coup-d'œil de l'Ouvrier. M. Delier a proposé une machine au moyen de laquelle les ros se font beaucoup plus vîte & plus exactement, une vis fait rentrer la boîte qui tient l'ouvrage, à chaque tour qu'on lui fait faire, & le même mouvement fait faire une révolution au fil qui assujettit la lame: cette machine a paru très-ingénieusement imaginée, & produire très-bien ses effets, & on a cru qu'elle pourroit être utile pour faire les peignes ou ros plus parfaitement & plus promptement que par la manière ordinaire; objet très-important pour toutes les manufactures d'étoffes.

IV.

Une manière d'appliquer l'Or sur les métaux, sur le bois, sur les vernis, sur le carton, sur le vélin & sur le papier, présentée par le sieur Torin.

Pour attacher les feuilles d'or, le sieur Torin se sert d'un mordant qu'il a composé devant les Commissaires de l'Académie, & qui a plusieurs avantages; le principal est de rendre la dorure beaucoup plus brillante & plus belle qu'elle n'est avec les autres mordans connus: elle a paru aussi plus solide, & n'être point inférieure aux plus belles dorures de la Chine & du Japon, & pouvoir être par conséquent fort utile dans plusieurs arts.

V.

Un Moulin à vent, propre à tirer l'eau d'un puits, inventé & exécuté près de Provins, par M. Duduit de Mézières, ancien Officier: cette machine a beaucoup de rapport avec celle qui est employée dans la forme de Rochefort, & qui est mise en jeu par la force des chevaux. Mais comme celle que propose M. Dudui de Mézières, est infiniment plus simple & moins dispen-

dieuſe, & n'empêche point de tirer l'eau du puits quand le vent manque abſolument; on a cru qu'avec quelques légers changemens elle pouvoit être regardée comme utile.

V I.

Un Fuſil inventé par les ſieurs Bouillet, père & fils, Arquebuſiers à Saint-Étienne en Forès; ce fuſil a la propriété de pouvoir tirer vingt-quatre coups de ſuite, ſe chargeant, s'amorçant & s'armant par le ſeul mouvement circulaire du canon ſur un axe diſpoſé à cet effet; il a paru très-ingénieuſement imaginé, parfaitement exécuté, & n'être ſujet à aucun danger, n'étant pas poſſible qu'il y ait jamais de communication entre la poudre enflammée dans le tonnerre du fuſil & celle du magaſin : dans les épreuves qui en ont été faites, il a tiré dix-huit coups de ſuite en une minute & demie; le canon alors s'eſt échauffé aſſez pour ne pouvoir être tenu qu'avec quelque peine; les ſix autres coups ont été tirés deux minutes après, mais il a paru qu'avec un gand, on auroit pu tirer les vingt-quatre coups ſans interruption.

L'utilité de cette arme, pour le ſervice, n'a pas paru répondre au mérite de l'invention: on a cru cependant qu'une douzaine de fuſils de cette eſpèce, feroient un grand effet dans un abordage; le fuſil ne pèſe que ſept livres, tandis qu'un fuſil de Soldat en pèſe huit; il n'a aucun inconvénient, & remplit parfaitement les fonctions auxquelles il eſt deſtiné.

V I I.

Une Baignoire de conſtruction nouvelle, préſentée par le ſieur Level, Chauderonnier à Paris. On eſt ordinairement à moitié couché, ou au moins aſſis ſur le fond, & les jambes étendues dans les baignoires ordinaires; dans celle-ci, celui qui ſe baigne eſt aſſis & ſoutenu de toutes parts comme dans un fauteuil, ce qui exige que la baignoire ſoit un peu plus haute, mais auſſi elle ſera plus courte & tiendra moins de place; la partie de la baignoire qui eſt ſous le ſiége, forme une eſpèce de chambre dans laquelle on place un réchaud à l'eſprit-de-vin, qui ſert à échauffer l'eau de la baignoire, & le ſiége eſt garni en deſſus d'un ais qui empêche celui qui y eſt aſſis, de reſſentir trop vivement l'action immédiate du feu.

On voit bien par cette deſcription qu'un malade affoibli par ſon mal, & qui ne pourroit ſupporter d'être aſſis dans un fauteuil ne pourra pas ſe ſervir de cette baignoire; mais dans tout autre cas, la baignoire du ſieur Level a paru préſenter pluſieurs points d'utilité; la poſture naturelle & plus commode où eſt la perſonne qui ſe baigne, la facilité de chauffer l'eau & de lui conſerver ſa chaleur ſans embarras & preſque ſans dépenſe, ou au moins avec une dépenſe beaucoup moindre : la diminution de la quantité d'eau & la ſuppreſſion de preſque toute la mal-propreté que cauſent les baignoires ordinaires, ont fait juger la baignoire du ſieur Level préférable aux baignoires en uſage pour tous ceux qui ſe baignent par propreté ou par précaution, & qui ne ſeront pas aſſez affoiblis pour ne pouvoir ſe tenir aſſis.

CETTE année, le 21 Janvier, M. l'abbé Boſſut, alors Profeſſeur royal de Mathématique aux Écoles du Génie, & Correſpondant de l'Académie, aujourd'hui Membre de cette Compagnie, lui préſenta un Traité mathématique & expérimental d'Hydrodynamique : différentes circonſtances en ayant retardé la publication, M. l'abbé Boſſut a eu des raiſons particulières de deſirer que la date de la préſentation qu'il avoit faite en 1767, de cet Ouvrage actuellement ſous preſſe, fût publiquement conſtatée.

DANS le nombre de Pièces qui ont été préſentées cette année à l'Académie, elle a jugé les treize ſuivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces ouvrages qu'elle fait imprimer :

Sur la Scintillation des Eaux de la mer: Par M. Pouget, Lieutenant de l'Amirauté à Cette.

Sur les moyens de perfectionner l'héliomètre de M. Bouguer : Par M. l'abbé de Rochon, Correſpondant.

Sur la Malaquite: Par M. le Sage, Correſpondant.

Obſervation de l'ombre d'un Satellite de Jupiter, meſurée ſur la Planète: Par M. Meſſier.

Obſervations faites à Calais ſur les Marées : Par M. Fourcroy de Ramecourt, Correſpondant.

Obſervations aſtronomiques faites à Toulouſe en 1765 & 1766 : par M. d'Arquier, Correſpondant.

Sur des Grès remplis de coquilles : Par M. l'abbé Bacheley, Correſpondant.

Sur l'organe de l'ouïe des Poiſſons : Par M. Camper.

Deſcription d'un inſecte marin : Par M. de Keronic, ancien Conſeiller au Parlement de Bretagne.

Sur la détermination des Longitudes en mer, par les obſervations aſtronomiques : Par M. l'abbé de Rochon, Correſpondant.

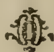
Deſcription d'une carrière près Pontoiſe, qui contient beaucoup de corps marins : Par M. l'abbé Bacheley, Correſpondant.

Sur une mine de Plomb verte : Par M. Sage, Correſpondant.

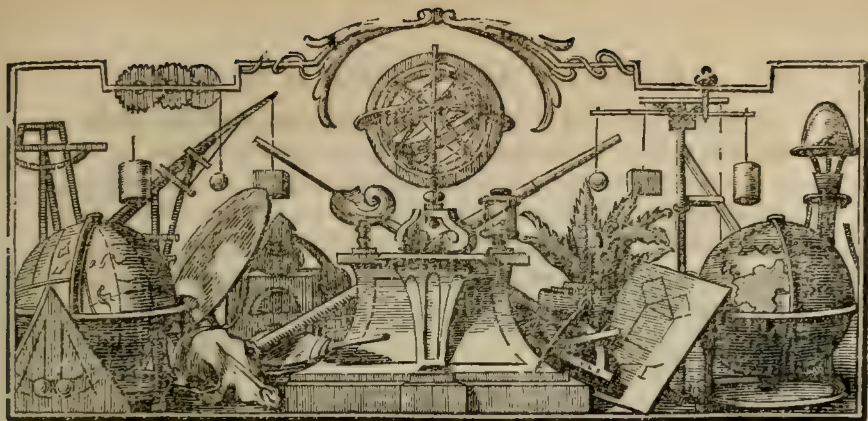
Deſcription d'un Monſtre humain acéphale : Par M. Kenckel.

L'ACADÉMIE avoit propoſé pour le ſujet du Prix de 1767, de déterminer *la meilleure manière de meſurer le temps à la mer.*

Quoique la pièce N.° 5, ait paru mériter beaucoup d'éloges, & que la Montre qui y étoit jointe ait parfaitement réuſſi dans toutes les épreuves qu'on en a pu faire ; cependant n'ayant pas été éprouvée à la mer, comme l'exige la queſtion propoſée ; ce Prix a été remis à 1769, avec une ſomme double, c'eſt-à-dire de quatre mille livres ; mais l'Académie a exigé que toutes les Montres, Pendules ou Inſtrumens propoſés pour cet objet, aient ſubi à la mer des épreuves ſuffiſantes & conſtatées par des témoignages authentiques.



MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXVII.

TROISIÈME MÉMOIRE SUR L'YVETTE.

Par M. DEPARCIEUX.

LE projet d'amener à Paris l'eau de la rivière d'Yvette a été si bien reçu du Public, que loin de craindre d'en parler trop souvent, je me crois au contraire obligé de m'appliquer à le faire connoître davantage; ce sera avec d'autant plus de confiance & de fermeté que j'y suis autorisé par tous les examens qu'on a faits Décembre 1767.

de cette eau, & que je n'ai en vue, comme je l'ai déjà dit plusieurs fois, que le seul avantage de mes concitoyens, dont je crois connoître les besoins, à cet égard, plus que personne: on en jugera mieux par ce troisième Mémoire.

Il a été prouvé dans le premier, que l'eau de l'Yvette est autant abondante qu'il le faut pour fournir à tous les besoins des habitans de Paris, lors même qu'elle est au plus bas; qu'en la prenant à Vaugien, elle aura une pente plus que suffisante pour arriver à côté de l'Observatoire, à la même hauteur qu'y arrivent les eaux d'Arcueil, puisqu'avant de tomber sur les roues des moulins de Vaugien, elle est aux environs de 16 pieds plus haute que le bouillon d'arrivée des eaux d'Arcueil, non compris la pente qui la fait actuellement couler dans son lit naturel, pour aller d'un moulin à l'autre, depuis Vaugien jusqu'à son embouchure dans la Seine, & de-là à Paris, par un chemin de trente mille toises de cours, tandis que le canal à faire pour l'amener de Vaugien à la porte S.t Michel, passant par Palaiseau, Massy, Fresne & Arcueil n'en aura que 17 à 18000; ce qui donnera à ce canal aux environs de deux pieds & demi à trois pieds de pente par mille toises.

Pour proposer d'amener à Paris une eau qu'il faut aller prendre à sept lieues, & lui faire traverser une montagne & deux vallons, il falloit être bien assuré de la possibilité, de la quantité d'eau, & de sa salubrité. Les deux premiers articles sont assez de ma compétence, pour que je puisse les assurer de mon propre chef, sans craindre d'être démenti par les personnes en état d'en juger.

Je n'avois aucun caractère pour assurer la salubrité de l'eau, quoique j'en fusse très-persuadé par l'usage qu'en font les habitans voisins de la rivière. Je priai deux habiles Chimistes de cette Académie (M.rs Hellot & Macquer), de vouloir bien l'examiner. Ils le firent; ils la trouvèrent telle qu'on peut la desirer pour tous les usages de la vie, & je publiai mon projet.

J'ai eu la satisfaction de voir qu'il a été applaudi par tout le monde, à la réserve de quelques personnes qui ont craint que son petit goût de marais, n'en connoissant pas la cause, ne lui fût naturel, ou trop inhérent pour se perdre.

Doublement persuadé que l'eau étoit bonne, par le constant usage qu'en font les personnes de la vallée, & encore plus par les épreuves chimiques, par lesquelles on n'y trouva que ce que contiennent les eaux les plus salubres; pour tâcher de détruire les doutes que j'avois raison de croire mal fondés, je priai la Faculté de Médecine de vouloir bien nommer un nombre suffisant de Commissaires pour examiner cette eau le plus scrupuleusement qu'il seroit possible, afin de prononcer authentiquement sur sa salubrité ou insalubrité, & d'apprendre au Public si le petit goût de marais qu'a cette eau, comme l'ont celles de toutes les autres rivières où croissent, meurent & pourrissent un nombre considérable d'herbes aquatiques, lui est naturel ou étranger, s'il reste ou s'il se dissipe, & en combien de temps.

Les motifs de ma requête à la Faculté de Médecine, le récit des soins & du zèle avec lesquels les Commissaires de cette célèbre Compagnie * se sont portés à remplir la commission dont la Faculté assemblée les avoit chargés, la construction d'un pèse-liqueur incomparablement plus sensible que tous ceux qu'on a faits jusqu'à présent, & le rapport des Commissaires de la Faculté, qui place en salubrité & légèreté l'eau de l'Yvette prise à Gif, à côté de celle de la Seine, prise au-dessus de Paris, font le sujet de mon second Mémoire.

Je fais voir dans ce troisième, que le projet de l'Yvette & celui des pompes à feu, sont les deux seuls qu'on doive raisonnablement proposer pour fournir la quantité d'eau nécessaire à Paris, & ensuite que celui de l'Yvette doit avoir la préférence sur l'autre par plusieurs raisons convaincantes que je rapporte ou que je cite.

Je rappelle ensuite ce qui a été fait en différens siècles, pour donner de l'eau à Paris, à commencer par le règne de Philippe-Auguste. Je compare ce qui est à faire pour Paris, à ce qui se pratique par-tout ailleurs; & je rapporte ce que j'ai entendu proposer de plus juste & de plus raisonnable pour parvenir à l'exécution d'un projet que je ne cesserai de qualifier d'utile & de nécessaire à cette grande ville.

* M.rs Majault, Poissonnier, de la Rivière le jeune, Roux & Darcet.

L'Yvette est la seule rivière qu'on puisse raisonnablement proposer d'amener à Paris.

Le jugement de la Faculté sur la qualité de l'eau de l'Yvette étant conforme à celui qu'en avoient porté M.rs Hellot & Macquer, il est à présent démontré pour toute personne qui raisonne, que cette eau est aussi salubre que celle de la Seine, & plus légère que celles d'Arcueil & de Ville-d'avray, que son goût de marais a la même cause, & qu'il est par conséquent le même que celui des eaux de toutes les autres moyennes & petites rivières qui composent les grandes; qu'il se passe en peu de temps, comme celui des eaux des autres rivières, après qu'on l'a séparé de la cause qui le lui donne, & qu'il n'a rien de mal-faisant, puisque les habitans voisins de la rivière, que les Commissaires de la Faculté ont interrogés, en font usage journellement, & que plusieurs d'entr'eux la préfèrent à des eaux de source qu'ils ont également à leur portée.

Je vais à présent prouver que l'eau de l'Yvette est la seule qu'on doive raisonnablement proposer d'amener dans les différens quartiers de Paris; & pour cela je vais passer en revue toutes les eaux sur lesquelles on pourroit se former des vues pour en procurer à Paris, venant naturellement ou par leur propre pente. J'espère que d'après cet examen, les personnes les plus prévenues conviendront de l'impossibilité de songer à aucun autre projet que celui de l'Yvette.

Ceux qui n'ont aucune idée des pentes des rivières, quoiqu'avec beaucoup de jugement d'ailleurs, disent : pourquoi ne pas détourner une portion de la Seine au-dessus de Paris, pour l'amener, non à l'Estrapade, mais à une hauteur propre à l'envoyer dans une très-grande partie de la ville? on va en montrer l'impossibilité.

D'APRÈS les nivellemens de M. Picard, faits avec le plus grand soin, on sait que la Seine n'a qu'un pied de pente par 1000 toises, depuis Valvin jusqu'à Sèves; elle doit avoir quelque chose de plus au-dessus, parce que communément la pente des rivières diminue à mesure qu'elles s'éloignent de leur source; mais cette pente ne doit pas augmenter considérablement depuis Valvin jusqu'à Nogent.

S'il étoit poſſible qu'avec la moitié de cette pente, & dans un canal étroit & peu profond, eu égard à celui de la Seine, & tel que pourroit l'être un canal factice, l'eau pût y couler ſuffiſamment vîte pour en fournir ce qu'il faut à Paris : (ce qui ne ſeroit pas) en quelqu'endroit qu'on crût pouvoir détourner une partie de l'eau de la Seine, on ne pourroit gagner que 6 pouces de pente par 1000 toiſes & pour l'amener ſeulement à la hauteur de 40 pieds, qui n'eſt que la moitié de la hauteur à laquelle l'élève la pompe du pont Notre-Dame, laquelle ne peut fournir elle-même les endroits élevés de Paris, il faudroit l'aller prendre à 80 mille toiſes ou 40 petites lieues au-deſſus de Paris, c'eſt-à-dire bien au-deſſus de Nogent, ce qui ne peut être propoſable en aucun cas; par où l'on peut voir qu'on ne ſauroit penſer, pour abreuver & laver Paris, qu'aux eaux de quelque petite rivière faiſant aller des moulins, dont les ſeules chutes ſont ce qu'on peut gagner de hauteur, pourvu encore qu'on ne l'amène pas par un chemin plus long que celui qu'elle ſuit naturellement.

Les eaux des rivières d'Étampes & de Malesherbes, ſeroient très-propres par leur abondance & leur qualité à fournir Paris; mais ſi on conſulte les nivellemens de M. Picard, on verra qu'il faudroit aller prendre la dernière à Maiſſe ou à Malesherbes pour pouvoir l'amener à la hauteur de celles d'Arcueil, & celle d'Étampes, à peu près à la même diſtance; car ſi on ne les prenoit que vers Villeroy, comme quelques-uns l'ont propoſé, à peine arriveroient-elles aux environs du milieu de la rue des Noyers, ou au bas de la fontaine Saint-Severin, rue Saint Jacques; & la dépenſe, dans tous les cas, ſeroit bien autrement grande que pour amener celle de l'Yvette.

La rivière d'Orge ſeroit à peu-près dans le même cas pour la dépenſe, quoique l'éloignement en fût un peu moindre.

La rivière de Bièvres pourroit bien arriver à la même hauteur que l'Yvette; elle pourroit peut-être coûter quelque choſe de moins, mais ſon volume d'eau, là où il faudroit la prendre, ne ſeroit pas le quart de celui de l'Yvette, & par conſéquent trop petit pour les beſoins & pour mériter qu'on en fit la dépenſe; & l'on ruineroit toutes les Manufactures du faubourg Saint-Marcel.

La rivière d'Hières eſt abondante; on peut douter, par la vue du terrein qui la fournit, qu'elle ſoit d'auſſi bonne qualité que celle de l'Yvette; l'aqueduc total qu'il y auroit à faire pour l'amener à une hauteur commode, ſeroit plus que double de celui de l'Yvette, & le pont-aqueduc qu'il faudroit pour paſſer la Marne ou la Seine & les plaines de droite & de gauche, coûteroit plus lui ſeul que tout le trajet de Vaugien à la rue Saint-Hyacinte.

Toutes les autres rivières qui tombent dans la Marne, telles que le Morin & l'Ourque, ſont trop éloignées pour devoir y penſer, à cauſe de la dépenſe qu'il y auroit à faire pour les amener.

Je n'ignore pas que du temps de M. Colbert on avoit projeté de former un canal de navigation depuis l'Ourque, priſe auprès de la ſeigneurie de Gêvres, juſqu'à la barrière Saint-Martin; il avoit même été commencé : il y en a encore eu un autre propoſé pour venir de l'Oiſe à la même porte Saint-Martin; mais c'étoient des canaux de navigation qui ne devoient point avoir de pente, ou que fort peu, ſeulement pour fournir aux pertes. Si on avoit voulu que l'eau y coulât de manière à fournir Paris, il auroit fallu leur donner une pente ſuffiſante, & alors elles ne ſeroient point arrivées à une hauteur propre à l'envoyer dans tous les quartiers de Paris.

De tout ce qui entre dans la Seine au-deſſous de Paris, il n'y a que la rivière de Crou ou de Goneſſe qui puiſſe mériter quelque attention; mais elle eſt trop baſſe pour être amenée à Paris, à moins de la prendre dans ſon commencement, & là, elle eſt trop foible pour en valoir la peine, d'autant plus que la dépenſe qu'il y auroit à faire pour paſſer la plaine du Bourget à la Villette, par-tout plus baſſe que le départ & l'arrivée, ſeroit très-conſidérable.

Je ne parle pas des eaux de la vallée de Montmorenci, & à plus forte raiſon de celles de l'étang de ce nom; elles ſont toutes encore plus baſſes, en petite quantité, & la plupart de très-mauvaiſe qualité, attendu qu'elles paſſent par des plâtrières, ainſi que celles de la rivière de Crou.

La rivière d'Eure, que l'on avoit entrepris, en la prenant à Pont-Goint, de conduire aux étangs de Trapes, plus élevés que

l'Estrapade d'environ 295 pieds, & la possibilité vérifiée par M. de la Hire, pourroit bien à plus forte raison, être conduite à Paris, même en la prenant beaucoup moins loin; mais sans entrer dans de plus grands détails, les raisons qui ont empêché qu'on n'ait continué ce projet pour Versailles, doivent empêcher qu'on l'entreprenne pour Paris.

Reste enfin un dernier canton à examiner, que quelques personnes ont cru pouvoir donner un assez beau volume d'eau à Paris.

Ceux qui connoissent les environs de cette ville, peuvent avoir remarqué un grand espace de terrein élevé entre Versailles & Ruel, Saint-Cloud & Marli, où sont les Clos-toutin, Beauregard, Bechevet, &c. lequel produit beaucoup de petites sources qui sortent toutes dans une ligne à peu-près de niveau, 150 à 160 pieds sous le sommet, commençant par Louveciennes, passant par les Gressets, Belebat, la Celle, le Pavillon-l'hôpital, Saint-Cucufa, Busenval, Fouilleuse, &c. Toutes ces sources, dont je connois très-bien la plus grande partie, seroient assez élevées pour pouvoir être amenées à Paris; prenant encore, en passant, celles du Val-de-Meudon, de Fleuri & de Vanvres, elles pourroient faire ensemble 200 à 250 pouces, peut-être quelque chose de plus, & toutes vraisemblablement de même qualité que celle de Ville-d'avrai, & par conséquent bonnes, mais non les meilleures, étant plus chargées de sélénite & moins légères que celle de rivière, & même que celle d'Arcueil *; l'aqueduc qu'il faudroit faire pour recueillir toutes ces eaux, auroit 12 à 15 mille toises de long pour amener un assez petit volume d'eau; il faudroit un pont-aqueduc à Sèves, qui seroit élevé, & le tout beaucoup plus dispendieux que le volume d'eau ne mériteroit: voudroit-on d'ailleurs priver tout un pays, couvert de villages ou de maisons, de l'élément que la Providence leur a donné? passeroit-on aisément à travers les parcs & jardins de Saint-Cloud, de Bellevue & d'Issy? Je ne crois pas, par

* En 1682, l'Académie Royale des Sciences examina, par ordre de M. Colbert, la plupart des eaux qui sortent de cette montagne, tant de celles dont on vient de parler, que de celles qui coulent des côtés de Versailles & de Ville-d'avray, telles que celles du Chemai, de Roquencourt, de Trianon, des Crapaux, &c. elles furent trouvées toutes de même qualité ou à peu-près.

toutes ſortes de raiſons, que perſonne de ſens droit s'aviſe de le propoſer.

Voilà pour ce qui concerne les eaux qui pourroient arriver par leur propre pente: voyons ce qu'on pourroit attendre des machines mûes par le courant de la rivière.

Ceux qui ne connoiſſent ni la force qu'il faut pour mouvoir les machines, ni les dangers qu'il y a à en établir ſous les ponts, & les malheurs dont elles peuvent être cauſe, ni le mal qu'elles produiſent lors des inondations, ni la gêne que cela fait à la navigation, qu'il ſeroit bien plus à propos de faciliter que de gêner, croyent qu'il n'y a qu'à conſtruire des pompes, comme celles de la Samaritaine & du pont Notre-Dame, ſous quelques-uns des autres ponts exiſtans dans Paris, ou en conſtruire un exprès pour cela, vers la Rapée. Ce ſeroient de bien foibles moyens, eu égard aux beſoins de cette grande ville.

Pour le faire ſentir, je pourrois me contenter de dire que ces machines produiroient peu, eu égard aux beſoins, & qu'elles coûteroient beaucoup, eu égard au produit; que ce ſeroit des machines journellement ſujettes à des réparations, comme le ſont les deux exiſtantes, & à être détruites par les inondations, les débacles & autres accidens imprévus; qu'elles gêneroient beaucoup la navigation à cauſe des digues qu'il faudroit faire pour envoyer l'eau aux roues, lorſque la rivière eſt baſſe, qu'elles contribueroient néceſſairement par elles & par leurs digues, à augmenter les inondations au-deſſus, & que tôt ou tard elles doivent nuire aux fondations des ponts; mais ſi l'on deſire quelque choſe de plus poſitif: le voici.

On ſent de reſte qu'on ne peut pas propoſer d'établir aucune machine ſur le bras de la Seine qui paſſe par l'Hôtel-Dieu, tant à cauſe de toutes les infections qui ſortent de cet hôpital, que parce qu'en été il n'y paſſe preſque point d'eau.

L'eau n'a aucune vîteſſe au pont Royal ni au pont Marie, à cauſe de la profondeur de la rivière en ces endroits. On ne pourroit donc rien établir ſous ces deux ponts. On ne peut mettre aucune autre roue au pont Notre-Dame, n'y ayant que deux arches libres. Ce qu'on mettroit au pont au Change nuiroit néceſſairement aux

aux pompes du pont Notre-Dame, & ce qu'on mettroit de plus au pont Neuf nuiroit aux roues qui feroient au pont au Change: cela eft fenfible; & les chutes à ces ponts ne font pas auffi favorables pour des machines que celle du pont Notre-Dame. Suppofons-les pourtant toutes également favorables, & que les machines inférieures ne nuififfent point aux fupérieures.

Il faudroit laiffer à chaque pont au moins autant de paffage libre qu'il y en a au pont Notre-Dame. On ne pourroit donc mettre qu'une roue au pont Neuf, à côté de celle qui y eft déjà. On pourroit en mettre deux au pont au Change, & une feule au pont de la Tournelle: ce qui feroit en tout quatre nouvelles roues qui embarrafferoient horriblement tous ces ponts, gêneroient beaucoup le paffage de l'eau & des glaces, les mettroient en danger, & les rendroient fort défagréables à voir; & toutes les quatre enfemble ne donneroient jamais le double des deux actuelles du pont Notre-Dame, qui ne fourniffent communément que 90 à 100 pouces d'eau; ce qui ne feroit donc au plus que 200 pouces d'augmentation, qui ne dédommageroient pas des torts que cauferoient les embarras que l'on auroit mis fous ces ponts.

La conftruction d'un pont exprès, vers la Rapée, comme cela a été propofé, produiroit les mêmes inconvéniens, & donneroit moins d'eau que les machines établies dans Paris, la rivière ayant encore moins de courant là, que dans la ville; parce que les Ponts & tous les embarras des Ports tendent de proche en proche à foutenir l'eau plus haute au-deffus de Paris, qu'elle ne feroit fans tous ces obftacles.

Il pourra bien fe préfenter encore des perfonnes qui propofent quelques-uns de ces moyens, mais le Corps-de-Ville fera toujours trop éclairé pour les adopter; il connoît trop bien jufqu'à quel point la pompe du pont Notre-Dame eft nuifible, pour ne pas la démolir plutôt que d'en établir de femblables, & la démolir à loifir, fans attendre qu'elle foit entraînée par une débacle ou par une inondation, qui pourroit caufer un dommage encore plus grand au pont au Change, & peut-être aux autres.

Quelques-uns de ceux qui pourront lire ce Mémoire, n'auront peut-être jamais occafion de voir le pont Notre-

Dame, pour juger par eux-mêmes combien les pompes ſont mal-placées: il eſt à propos d'en donner ici une idée, afin de mettre tout le monde en état d'en juger.

Qu'on ſe repréſente un pont de ſix arches, dont les deux du milieu n'ont que 55 pieds d'ouverture ou de paſſage, les autres vont en diminuant d'un côté & de l'autre, & c'eſt préciſément à l'aval des deux arches du milieu, mais tout près du pont, que ſont placées les deux machines qui élèvent le peu d'eau qui ſe diſtribue dans Paris. Les palées ou rangées de pieux qui portent les logemens des deux machines, les pieux de garde, les ailerons pour amener l'eau au milieu, & le puiſard des pompes qui ſert de baſe à la tour où les pompes élèvent l'eau, tout cela occupe tellement le débouché des deux arches, qu'il ne reſte de libre que deux paſſages de 24 à 25 pieds de largeur, un vis-à-vis le milieu de chaque arche dans leſquelles ſont les roues qui font mouvoir les piſtons, & qu'on lève juſqu'aux planchers dans les inondations, ou lorſque la rivière charie. Le devant des deux arches de la droite de la rivière eſt traverſé par une digue qui empêche l'eau d'y paſſer tant que la rivière n'eſt que moyenne ou baſſe: il ne reſte donc de courant libre que par les deux arches de la gauche de la rivière. Mais ce n'eſt pas tout, tant que les eaux ne ſont que moyennes ou baſſes, on établit un moulin ſur bateau dans chacune des deux arches libres, afin d'envoyer plus d'eau aux machines. Il eſt vrai que quand il eſt beſoin de laiſſer monter les bateaux de ſel, ou de laiſſer deſcendre des marchandiſes, vins, charbon, trains de bois, &c. on ôte un des moulins; mais toujours eſt-ce une grande gêne pour la navigation, & un détroit très-difficile à paſſer, au moins pour les bateaux montans, à cauſe de la rapidité de l'eau. Voilà l'état de ce pont placé au milieu de Paris, & tout cela pour répandre dans cette grande ville 90 à 100 pouces d'eau au plus, & ſeulement la moitié de l'année, comme on le verra ci-après.

On doit ſuffiſamment voir d'après cet expoſé, que bien des perſonnes auroient de la peine à croire, ſi elles ne le voyoient pas, combien ces machines juſtement placées aux deux arches du milieu du pont où devroit être le paſſage le plus libre, doivent nuire à

l'écoulement des eaux lors des inondations, & encore plus dans les débacles des glaces. Je démontrerai dans un autre Mémoire, qu'elles ont été la principale cauſe des dommages arrivés à la Grève & au Port-au-blé, le 13 Janvier 1768. Tout cela bien conſidéré, on ne peut pas attendre que Paris puiſſe jamais avoir l'eau qui lui eſt néceſſaire, par des machines mûes par le courant de la rivière.

On n'imaginera pas que perſonne s'aviſe de propoſer d'élever l'eau néceſſaire à Paris par la force des chevaux, non plus que par celle du vent.

Concluons donc qu'il ne reſte de moyens propres à bien fournir d'eau cette grande ville, que le projet de l'Yvette, & les pompes à feu. Tout autre, quel qu'il ſoit, ne donneroit jamais le volume d'eau néceſſaire, & l'on ſe trouveroit tous les cinquante ou ſoixante ans dans la néceſſité de chercher de nouveaux moyens.

Je crois en avoir aſſez dit dans mon ſecond Mémoire, pour faire ſentir que les pompes à feu ſeroient incomparablement plus chères par le coût de leur conſtruction, & par le fonds de leur entretien & de leur aliment, que le projet de l'Yvette, en ne demandant même aux pompes à feu, lors de leur état le plus parfait & le mieux établi, que ce que l'Yvette peut fournir dans ſon état le plus bas ou le plus défavorable, que je crois ne pas pouvoir l'être moins qu'en Août 1767, année où l'eau a manqué preſque par-tout; & celle de l'Yvette étoit alors telle, ou à fort peu de choſe près, que je la trouvai en 1762, à en juger par les chommages des moulins. Elle fourniſſoit alors aux environs de 1100 pouces, & il reſtoit à prendre des ſources en chemin.

La demande que faiſoit la Compagnie qui ſe propoſoit de faire l'établiſſement des pompes à feu, qui, de ſon propre aveu, devoit être de dix-huit cents mille livres, ſans compter les acceſſoires; & en ne faiſant d'abord monter la fourniture qu'à 600 pouces, parce qu'elle ne ſe propoſoit pas de fournir tout Paris (projet formé par des hommes très en état de bien apprécier leur dépenſe journalière & annuelle), prouve ſeule que des machines à feu à Paris, ſeroient ſans aucune comparaiſon, plus chères que le projet de l'Yvette, puiſque le produit réſultant de l'impoſition pour les

ſix ſeules premières années que la Compagnie demandoit afin de mettre ſon projet en état de ſervir le Public, ſeroit plus que ſuffiſant pour mettre celui de l'Yvette dans l'état le plus parfait; & ce ſeroit une affaire finie pour toujours, ou au moins pour bien des ſiècles, au lieu que les pompes à feu ne ſeroient jamais que des machines qui outre l'énorme cherté dont elles ſeroient journellement, & les accidens auxquels elles ſont ſujettes, entraîneroient avec elles un nombre d'embarras conſidérables, d'emplacemens ſur la rivière, ou à côté, ſur les ports & ſur les quais, ſi on les mettoit dans Paris, de priviléges que la Compagnie demandoit pour les ouvriers néceſſaires à l'établiſſement; ce qui auroit ſouvent occaſionné des procès, & l'on n'auroit pu d'ailleurs augmenter dans la ſuite le produit de ces machines que par une augmentation de dépenſe annuelle proportionnée au produit qu'on voudroit avoir de plus, au lieu que le volume d'eau que l'Yvette peut actuellement donner dans ſon plus bas état, pourroit ſans beaucoup de frais, être porté à 2000 pouces continuels, ainſi que je l'ai déjà dit dans mon premier Mémoire.

Ceux qui voudront prendre la peine de faire le calcul de la dépenſe journalière des pompes à feu, en obſervant de chercher les produits réciproques, eu égard aux hauteurs, n'ont qu'à voir dans l'Encyclopédie, au mot *feu*, la deſcription très-clairement faite de la pompe à feu établie au Bois-de-boſſu, dans le Hainaut autrichien, & calculer d'après les données des articles 3, 32 & 35, ſans avoir égard aux produits de l'article 36, parce qu'il y a des erreurs de calcul, ſachant d'ailleurs que le muid de Paris contient 288 pintes, que le pouce d'eau fournit trois muids par heure; que le muid de charbon de terre contient 47 à 48 pieds cubes; ce qui dépend un peu de la manière de le meſurer, ils trouveront qu'il en coûteroit près de 600 livres par jour, en ſeul charbon de terre, pour fournir 1000 pouces d'eau à la hauteur où peut arriver celle de l'Yvette en mettant le charbon ſur le pied qu'il ſe vend à Paris, & en ſuppoſant encore qu'il n'arrivât aucun dérangement aux machines, & qu'elles fiſſent régulièrement quatorze impulſions par minute; ce qui n'eſt que pour le temps ou le moment que les étrangers ſe préſentent pour voir & examiner.

M. Jars, Correſpondant de l'Académie, né dans l'exploitation des Mines, avec toutes les diſpoſitions néceſſaires, & envoyé par ordre du Gouvernement, dans toutes les parties de l'Europe, pour étudier à fond un art auſſi utile, qui a vu plus de pompes à feu que perſonne, & qui voit bien ; ayant remarqué qu'on pouſſoit le feu lorſqu'il ſe préſentoit, ſoupçonna quelque ruſe, & depuis cette remarque, l'obſervation des impulſions a toujours été l'objet de ſa première attention en arrivant, & il dit que l'ordinaire eſt de huit à dix impulſions par minute, & c'eſt encore bien violent pour des piſtons qui ont des ſix à ſept pieds de marche; il penſe qu'avec une telle vîteſſe entretenue de quatorze impulſions, les machines n'y réſiſteroient pas.

Ajoutez à cette dépenſe journalière, les gages ou appointemens de tous les hommes néceſſaires à un ſemblable établiſſement, Chefs, Subalternes & Journaliers; les entretiens & réparations de toute eſpèce, frais de première conſtruction & de rétabliſſement, conduites de plus que pour l'Yvette, pour porter l'eau de la Garre où ſeroient les machines, à l'endroit où ſe feroit la première diſtribution en grand. Si on vouloit l'établir à la pointe de l'Iſle, il faudroit former un emplacement, ou en acheter un bien cher, &c. &c. Que l'on compte bien tout, ſans rien flatter, & on trouvera beaucoup plus que pour amener l'Yvette à l'endroit de la première diſtribution: le reſte eſt commun.

L'Yvette fournira le mieux poſſible, on ne peut pas ſe flatter de cela par les machines, ni l'attendre d'une attention continuelle des hommes.

Avec la ſeule première dépenſe, l'Yvette peut fournir 1500 à 2000 ou 2500 pouces d'eau, pendant ſix à ſept mois de l'année; les pompes ne fourniroient que les 1000 pouces d'eau pour leſquels elles auroient été faites, & encore pas toujours. Pour peu de choſe, on portera le produit de l'Yvette à 2000 pouces continuels, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire; pour doubler le produit par les machines, il faudroit doubler la dépenſe.

Par l'Yvette, l'eau ſera toujours belle & pure; par des pompes elle ſeroit comme la rivière la fourniroit, trouble la moitié de l'année.

L'aqueduc de l'Yvette durera des quinze à vingt ſiècles, comme

ceux des Romains; un incendie peut détruire les machines d'un jour à l'autre, indépendamment des rétabliſſemens, à meſure qu'elles s'uſent.

Enfin, nombre de perſonnes diſent que le ſoin de faire arriver de l'eau dans tous les quartiers de Paris, ne doit pas être confié à l'attention des hommes, lorſqu'on peut s'en rapporter à une rivière & à un aqueduc ſolidement conſtruit.

J'admire l'invention des pompes à feu, autant, pour le moins, que peuvent le faire les Membres de la Compagnie qui a propoſé d'en faire l'établiſſement à Paris. Je conviens avec eux qu'il n'y a certainement pas de moyen connu, plus propre à en donner à la ville de Londres, mais le projet de l'Yvette vaut mieux pour Paris que des pompes à feu. Si quelqu'un pouvoit n'en être pas auſſi perſuadé, on n'a qu'à faire prononcer les Compagnies ſavantes, je m'en rapporterai toujours à elles; mais je rejette avec tous les honnêtes gens, tout ce qui pourra être dit de contraire par des lettres anonymes, comme on l'a déjà fait, & auxquelles je ne répondrai pas plus qu'à la première.

Conſidération importante à faire, pour déterminer le moyen le plus convenable à prendre, pour fournir d'eau la ville de Paris.

Je crois avoir ſuffiſamment prouvé qu'aucun projet de machines ne peut être comparé, pour le bien du ſervice des citoyens, à celui d'amener l'Yvette à Paris; voici néanmoins un ſurcroît de preuves qui me paroît mériter la plus grande conſidération, & devoir faire rejeter pour toujours, tout projet de machines mûes par la rivière, au cas qu'il s'en préſente encore.

Le ſervice de Paris par les eaux machinales, a de très-grands inconvéniens : je viens de parler de quelques-uns. Il a été dit dans mon premier Mémoire, qu'elles ne fourniſſent pas, tout bien compté, la valeur de ſix à ſept mois par an, par pluſieurs raiſons que je détaillerai ci-après, dont la plus conſidérable eſt la durée des glaces & le dégât qu'elles occaſionnent. L'hiver de 1765 à 1766, la rivière charia ou reſta priſe aux environs de neuf ſemaines,

& la machine a penſé être renverſée en Janvier 1768 ; ce qui eût pu cauſer le plus grand malheur.

Le temps perdu par la durée des glaces va rarement ſeul, il eſt ordinairement ſuivi d'un autre qui n'eſt guère moins long ni moins fâcheux, ni moins incommode, les réparations des conduites.

Dès que la rivière commence à charier, on lève les roues des machines du pont Notre-Dame, pour les mettre hors de l'eau. On met, du mieux que l'on peut, toutes les conduites en décharge, les ſinuoſités, pentes & contre-pentes des rues ſont cauſe qu'il reſte des longueurs conſidérables de conduite, qui ne peuvent ſe vider, tant de celles de la ville que de celles des particuliers : quand le froid eſt très-grand, comme il l'a été en 1766, 1767 & 1768, la gelée pénètre juſqu'aux conduites, & les fait crever en cent & cent endroits.

Après le dégel, on remet les roues en marche, & l'eau dans les conduites. A peine eſt-elle arrivée aux premières ou ſecondes fontaines, qu'on voit en nombre d'endroits l'eau ſortir entre les pavés ; il faut arrêter les machines & vider de nouveau les conduites pour les raccommoder.

Ces premières fautes connues étant raccommodées, on remet l'eau dans les conduites pour reconnoître les fautes qui ſont au-delà des premières ou ſecondes fontaines, & ainſi en s'éloignant des machines. On eſt quelquefois des quatre, cinq & ſix ſemaines avant que l'eau arrive aux dernières fontaines, & toutes les fautes ne ſe manifeſtent pas la première fois qu'on y met l'eau.

On ſent aiſément que toutes ces réparations cauſent néceſſairement des embarras dans les rues, tant pour les paſſans que pour ceux dont les boutiques ou les portes ſont bouchées par les terres que l'on tire des fouilles ou tranchées des conduites.

De ce que les eaux fournies par les machines, ſont très-ſouvent arrêtées, il réſulte un autre mal que celui de n'avoir point d'eau ; c'eſt que celle qui reſte dans les conduites, dépoſe ſon limon dès qu'elle eſt en repos, ce qu'elle ne fait pas tant qu'elle eſt en mouvement ; & comme l'eau de la Seine eſt trouble la moitié de l'année, au bout de quelque temps ces dépôts obſtruent quelquefois les conduites, & beaucoup plus tôt

celles des particuliers qui ſont plus petites que les grandes. Cela arrive d'autant plutôt que les conduites ont été plus de fois raccommodées à cauſe des rétréciſſemens, inégalités & balèvres qui ſe forment à chaque fois que l'on raccommode les conduites, le mal eſt ſouvent avancé par les parties de ſoudure qui peuvent tomber dans les tuyaux, par les cendres ou morceaux de charbon & autres ordures que les ouvriers peuvent oublier ou laiſſer tomber dans l'intérieur des tuyaux : tout cela n'arrive que trop ſouvent.

Si quelqu'un vouloit prendre la peine de faire le total des chommages des machines actuelles, pour connoître le temps qu'elles fourniſſent aux fontaines, il faudroit commencer par mettre année commune deux mois & demi à trois mois de ſuite, depuis le milieu de Décembre juſqu'au commencement ou au milieu de Mars, ſoit par les eaux trop hautes, ſoit par les glaces, ſoit par les réparations des conduites, pendant lequel temps aucune fontaine fournie par les machines ne donne de l'eau; & après ce temps les mêmes machines ne fourniſſent pas de ſuite à leurs fontaines, au moins tout le temps que la rivière eſt baſſe : l'eau va pendant vingt-quatre heures dans un quartier, & enſuite pendant autant de temps dans un autre.

Dans le reſtant de l'année il faut hauſſer ou baiſſer les roues, ſuivant que la rivière croît ou qu'elle décroît. Un jour, c'eſt une manivelle qui caſſe, un autre jour c'eſt un chaſſis de piſton ou une tringle, ou des piſtons à regarnir; ce ſont des alluchons à mettre aux rouets, ou des fuſeaux aux lanternes, ou des aubes aux roues. Toutes les fois que la rivière eſt moyenne ou baſſe, ou qu'on eſt obligé de mettre une roue hors de l'eau, l'autre élève moins d'eau, parce qu'elle a moins de courant. Il y a preſque tous les jours quelque raiſon pour mal fournir. C'eſt ainſi que ſervent ces machines, auſſi y a-t-il à Paris, ſeize cents cinquante porteurs d'eau, & cent ſoixante-douze tonneaux qui prennent l'eau à la pointe de l'Iſle Saint-Louis, au-deſſus de Paris, à la Grève, ou au-deſſous du pont Royal, & qui vont la vendre de maiſon en maiſon. Voilà comment la capitale du plus beau Royaume de l'Europe eſt fournie d'eau.

D'après cet expoſé qui eſt exact, & d'après ce qui a été dit ci-devant

ci-devant en parlant des rivières d'Étampes, de Malesherbes & d'Orge, on n'aura pas de peine à croire que de toutes les villes d'un certain ordre, Paris est une de celles qui pourroit avoir le plus d'eau si on y faisoit seulement le quart de la dépense qu'on a faite pour en donner à Rome; c'est celle qui en a le plus grand besoin & celle qui en a le moins.

Avec l'eau de l'Yvette il n'y aura aucun de ces inconvéniens à craindre. Les citoyens jouiroient de cette eau depuis le premier jour de l'année jusqu'au dernier, au mois de Janvier comme au mois de Juillet, & c'est ce que peu de personnes voient.

Il est de fait que tant que l'eau est fournie à l'écoulement d'un tuyau qui est enfermé en terre ou dans un bâtiment, elle n'y gèle jamais; au moins n'en a-t-on pas d'exemple dans ce pays-ci. Si je citois pour preuve les eaux d'Arcueil qui arrivent toute l'année à la demi-lune des Chartreux & au Luxembourg, on ne manqueroit pas de me répondre que ce sont des eaux de source & qu'étant amenées dans un aqueduc voûté, elles arrivent à Paris dans le même état, ou à peu-près où elles sont en sortant de la source.

Je pourrois répondre que l'eau de l'Yvette coulera dans un aqueduc voûté au moins depuis Arcueil jusqu'à Paris, sans compter les parties couvertes de la même manière, qu'il y aura de Vaugien à Arcueil; la superficie de l'eau pourra bien geler dans les parties qui seront à découvert, comme il lui arrive dans son lit naturel, mais l'eau coulera sous la glace, comme elle le fait actuellement, & comme le fait l'eau de la Seine; très-certainement elle ne gélera pas dans l'aqueduc fermé d'Arcueil à Paris; mais je peux répondre par un fait qui est sans replique, & que peu de personnes remarquent, quoique sous les yeux de presque tout le monde.

La très-grande partie d'eau salubre dont on fait usage à Versailles, lui vient des réservoirs de Marli; elle prend dans ces réservoirs tout le degré de froid que le temps qu'il fait peut lui donner; elle arrive toute l'année par une conduite de fer au réservoir de la butte de Picardie, où elle est de nouveau exposée à l'air libre; elle part de-là pour aller se distribuer dans toutes les fontaines de Versailles tous les jours de l'année, & il n'y a jamais

à refaire aux conduites. Il en feroit de même de l'eau de l'Yvette, si elle étoit amenée aux fontaines de Paris; les citoyens jouiroient toute l'année d'une eau belle, pure & salubre.

Si, lorsqu'il gèle, cette eau couloit dans les rues, elle les auroit bien-tôt remplies de glace, mais rien n'est si aisé à éviter; l'eau sortiroit à l'ordinaire, par le tuyau qui fourniroit au public; lors des gelées on léveroit une pierre ou tampon de puisard qui seroit à la chute de l'eau, & elle tomberoit dans le puisard, ou simplement dans une pierrée qui la porteroit au puisard, que l'on feroit de la même profondeur que les puits, ou que l'on conduiroit dans le puits le plus voisin.

Avant que l'eau de l'Yvette eût élevé la nappe d'eau des puits de Paris, seulement de six pouces, les gelées les plus longues seroient finies; l'on pourroit au surplus en mettre la moitié ou davantage en décharge dans les champs, lorsque l'on craindroit les gelées; l'on pourroit encore en mettre davantage dans les conduites des particuliers, qui la feroient alors aller dans leurs puits; & lorsque le dégel viendroit bien décidément, remettant l'eau dans les ruisseaux, les rues seroient nettes en moins d'un jour; au lieu qu'elles ne le sont pas à présent quelquefois en huit.

Aucune conduite, ni générale ni particulière, ne pourroit être endommagée que par vétusté ou par quelque accident fortuit, & on ne verroit plus les rues culbutées comme elles le sont presque tous les ans, & pendant long-temps.

Que l'on considère encore la peine & la difficulté qu'il y a à donner de l'eau dans tout Paris, pendant les grands froids que nous voyons durer des deux mois entiers; les pauvres porteurs d'eau, plus chargés de glace que d'eau liquide, sont obligés de monter & descendre les escaliers des quais couverts de glace par l'eau qui tombe de leurs seaux, exposés à tout instant à être estropiés ou tués.

Représentons-nous voir dans les rues les tonneaux avec lesquels on va prendre l'eau à la rivière. Ce sont autant de rochers de glace ambulans, que les malheureux chevaux ne peuvent tirer qu'à grand-peine sur le pavé gelé & glissant; & à la fin pour tirer le peu d'eau qui reste liquide dans ce tonneau, il faut brûler

une botte de paille ſous le robinet, pour parvenir à la dégeler.

Survient-il un incendie, & le temps des plus grands froids eſt celui où cet accident eſt le plus à craindre, ces tonneaux principalement inſtitués pour cela, n'y ſont d'aucun ſecours. Si on les empliſſoit le ſoir, comme on fait dans tous les autres temps de l'année, ce ne ſeroit plus que des blocs de glace le lendemain matin. On a bien recours aux puits; mais la plupart ſont ſi petits & ſi peu profonds, qu'ils ſont taris en moins d'un quart-d'heure qu'on tire de ſuite. Que l'on juge par-là de la triſte ſituation où ſe trouvent les perſonnes dont les maiſons brûlent, & le chagrin du ſurveillant Magiſtrat qui les a inſtitués, & qui ſe porte par-tout, de ne pouvoir rendre les ſecours auſſi efficaces qu'il le voudroit.

Je puis donc aſſurer qu'il n'y a de moyen propre à fournir d'eau la ville de Paris, d'une manière digne de ſa ſplendeur, que le projet de l'Yvette. Il eſt coûteux, cela eſt vrai, mais pas ſi énormément que quelques perſonnes ont cherché à l'inſinuer; & d'ailleurs la capitale du Royaume n'en vaut-elle pas bien la peine? L'eau qui paſſe à Vaugien & au pont de Gif, s'en va dans la Seine. En la prenant, on n'en prive que les moulins qui ſont au-deſſous, dont il faut dédommager convenablement les propriétaires. On peut les remplacer par des moulins à vent, ſi on les juge néceſſaires pour le ſervice des habitans de la vallée, mais il leur reſtera encore tous les moulins placés ſur les ruiſſeaux affluens, de Port-royal, de Châteaufort, & tous ceux d'au-deſſus de Vaugien, auſſi-bien que ceux des rivières d'Orge & de Bièvre, qui n'en ſont pas éloignées; & c'eſt beaucoup plus qu'il n'en faut pour le pays. Quant à ce qu'ils peuvent moudre pour la halle de Paris, on trouveroit plus de deux cents moulins à quinze, vingt ou vingt-cinq lieues de Paris, qui chomment la moitié du temps, & d'où on apporte les blés en nature à Paris, qu'on apportera en farine.

Je viens de dire que l'eau qui paſſe à Vaugien & au pont de Gif, s'en va dans la Seine, & qu'en la prenant on n'en prive que les moulins d'au-deſſous. A cela, quelques perſonnes ont dit qu'on en prive les prairies, & que cette vallée fournit beaucoup

de ſoin à Paris; que cette fourniture venant à diminuer, le ſoin manqueroit ou renchériroit.

Ceux qui ſont cette objection, ne connoiſſent pas la vallée de l'Yvette; ils parlent ſans avoir vu, comme beaucoup d'autres.

Les prairies de cette vallée, au moins au-deſſous de Vaugien, ne ſont arroſées que par le nombre infini de petites ſources qui ſortent dans le bas des côteaux, de droite & de gauche. Aucun propriétaire de pré ne détourne l'eau de la rivière ou des moulins, ou n'a le droit de le faire pour arroſer les prés. Si cela arrive, c'eſt furtivement; c'eſt une aſſertion qu'on peut vérifier tant qu'on voudra, & j'ajoute encore que, ſi cela étoit, l'objection n'en ſeroit pas moins levée. Il reſteroit encore aſſez d'eau pour arroſer les prés, ſi c'étoit l'uſage, ayant dit dans mon premier Mémoire, que je ne propoſois pas de prendre toute l'eau voulant en laiſſer pour tous les uſages des habitans qui ſont au-deſſous de Vaugien. Il n'eſt ſorte d'objections que ceux dont le projet contrarie les vues n'aient imaginées pour en détourner les Miniſtres & les Magiſtrats.

Des moyens qu'on a employés dans les ſiècles paſſés, pour donner de l'eau à Paris; ce qui contribuera à prouver combien plus il en a beſoin aujourd'hui.

Quelques perſonnes ont dit, & on dira peut-être encore, comme on fait de tant d'autres projets plus ou moins utiles, qu'on exécute pourtant à la fin, que Paris s'eſt paſſé juſqu'à préſent de l'eau de l'Yvette, & qu'on peut conſéquemment continuer à s'en paſſer; qu'étant traverſé par une grande rivière, il ne peut pas manquer d'eau.

Il eſt inutile de faire ſentir le foible de la première réponſe. On auroit pu la faire pour tout ce qui a été propoſé de plus utile depuis bien des ſiècles, & de tout ce dont on jouit à préſent avec ſatisfaction; des ponts, des chemins, des montagnes coupées pour les rendre plus aiſées: ce qui marquera à l'avenir l'heureux règne ſous lequel nous vivons, & l'adminiſtration ſage & éclairée de l'homme d'État qui y préſide.

Paris s'eſt paſſé de l'eau de l'Yvette, cela eſt vrai; mais étoit-il il y a ſeulement cinquante ans, ce qu'il eſt aujourd'hui, en grandeur & en richeſſes? Connoiſſoit-on la poſſibilité d'avoir un ſemblable volume d'eau que celui que peut fournir cette rivière? Si on l'avoit connu il y a ſeulement trente ou quarante ans, on peut préſumer que Paris en jouiroit aujourd'hui. Je vais rapporter en peu de mots, ce qui a été fait précédemment pour donner de l'eau à Paris; ce ſera la réponſe à ceux qui ont dit que cette grande ville ne peut pas manquer d'eau, étant traverſée par la Seine, & fera voir que dans tous les ſiècles on a cherché à économiſer le temps & la peine des citoyens.

Quand quelqu'un dit qu'une ville qui eſt traverſée par une grande rivière, ne peut pas manquer d'eau, on eſt d'abord diſpoſé à croire que cela eſt vrai, & peu de perſonnes y répondent, parce que la propoſition eſt vraie, priſe à la rigueur; mais quand on l'examine de plus près, on voit qu'elle ne l'eſt pas, & que l'on manque d'eau toutes les fois qu'il faut l'aller chercher un peu loin. Alors on l'économiſe, & on s'en paſſe tout-à-fait pour une infinité de choſes où la propreté & ſouvent la ſanté, demanderoient qu'on en uſât.

Tant que Paris n'a occupé que la Cité ou le long des bords de la Seine, de droite & de gauche, cette aſſertion étoit vraie; mais elle ne l'étoit plus dès qu'il y a eu des habitans éloignés de la rivière de 100 ou 150 toiſes; auſſi conſtruiſit-on, dès le règne de Philippe-Auguſte, les fontaines des Innocents, de la Halle & de Maubuée, & on y amena les eaux de Belleville & du pré Saint-Gervais, quoique l'eſpace enfermé par l'enceinte que ce Roi fit conſtruire renfermât plus de champ vague que de terrein couvert de maiſons.

L'on préféra alors à donner au public les eaux de Belleville & du pré Saint-Gervais à en élever de la rivière, quoique l'invention des pompes fût connue long-temps auparavant *, ſans doute parce que cette eau eſt trouble la moitié de l'année, & encore plus parce qu'elle recevoit tous les égoûts & immon-

* Vitruve attribue la première invention des pompes à Ctéſibius d'Alexandrie, qui vivoit cent cinquante ans avant Jéſus-Chriſt.

dices de la ville; elle en recevoit cependant beaucoup moins qu'aujourd'hui, & d'autant moins que la rivière de Bièvre, à présent des Gobelins, étoit alors pure, étant éloignée de Paris, tandis qu'elle apporte aujourd'hui dans la Seine, & immédiatement avant d'entrer dans Paris, les immondices de toute espèce, sans en excepter aucune, des hôpitaux de la Salpêtrière & de Bicêtre, d'Arcueil & de Gentilly, tous les égouts du faubourg S.t Jacques, toutes les infections qu'y déposent les Blanchisseuses, les Tanneurs, les Mégissiers, les Corroyeurs, les Teinturiers, les Brasseurs, les Amidonniers, &c. dont le faubourg S.t Marcel est plein. On ose défier d'imaginer rien d'aussi hideux à voir en eau qui coule, que celle de la rivière des Gobelins, quand elle se mêle avec la Seine, à son entrée dans Paris: il faut la voir pour se le persuader.

Henri IV, dont on ne peut se rappeler la mémoire sans déplorer son sort ou plutôt celui de ses Sujets, considérant le peu d'eau qu'il y avoit dans Paris, & de laquelle une bonne partie étoit employée dans les maisons royales, fit construire, vers 1606 à 1608, la pompe de la Samaritaine, pour l'usage de ses maisons & jardins, & laisser au peuple ce que Sa Majesté en prenoit à la croix du Trahoir, venant du pré Saint Gervais. Il en donna de plus à une fontaine placée au quai de l'École, où étoit le réservoir de la Samaritaine.

Ce fut dans ce même temps, ou peu après, que M. de Sully, *ce grand Ministre, dont toutes les vues tendoient au bien de l'État & à la véritable grandeur de son maître, songea au rétablissement de l'ancien aqueduc des Romains* *, pour donner de l'eau à la partie méridionale de Paris, qui n'en avoit point. On travailloit à la recherche des eaux de Rungis, lorsqu'un monstre à jamais détestable, enleva à la France un Roi qui ne respiroit que pour le bonheur de ses peuples.

Marie de Médicis fit reprendre ces travaux en 1613, & ils ne furent achevés par la mésintelligence des Entrepreneurs qu'en 1624; mais au lieu de réparer l'ancien, on en fit un tout neuf, incomparablement plus beau & mieux fait que celui des Romains,

* M. Bonami, Hist. de l'Acad. des Belles-Lettres, *tome XXX, p. 734.*

tant pour la ſolidité du monument, que par ſa diſpoſition à conſerver l'eau dans toute ſa pureté. Cet aqueduc eſt voûté depuis Rungis juſqu'à la porte S.[t] Michel, au lieu que celui des Romains étoit à découvert. Il eſt vrai que les environs de Paris & d'Arcueil étoient alors moins fréquentés qu'à préſent.

Ce dernier aqueduc de Marie de Médicis a 6774 toiſes de long, & coûta, dit M. Bonami, Hiſtoriographe de la ville, près d'un million *, dans un temps où l'argent n'étoit qu'à 27 liv. le marc (*a*). On n'eut pas regret à cette dépenſe qui ſeroit aujourd'hui de deux millions ou environ, pour amener 60 à 70 pouces d'eau. Combien plus devroit-on dépenſer aujourd'hui, pour amener 1000 à 1200 pouces d'eau, & 2000 ſi l'on vouloit? L'aqueduc de Rungis, dit d'Arcueil, donna de l'eau au Luxembourg, à la partie méridionale de Paris, qui n'en avoit point, comme il vient d'être dit, & à la fontaine de la croix du Trahoir.

* *Acad. des Inſcript. tome XXX, page 745.*

Il s'en falloit encore bien que Paris eût l'eau dont il avoit beſoin, ne connoiſſant pas d'autres moyens pour en avoir qui arrivât par ſa propre pente & aſſez haut, comme celle d'Arcueil; on convertit en pompes, en 1669, quarante-cinq ans après avoir amené l'eau de Rungis, deux moulins pendans (*b*) qu'il y avoit au

(*a*) Depuis 1610 juſqu'à 1625, temps pendant lequel ce monument a été conſtruit, le prix moyen du ſetier de blé étoit de 9 livres 4 ſous, moitié de ce qu'il étoit il y a deux ans, de ce qu'il avoit été long-temps, & où il pourra revenir; ſi ce n'eſt que vers la fin de 1617 & en 1618, le ſetier de blé valoit 10, 11 & 12 livres. Tout le monde ſait que c'eſt le meilleur moyen pour comparer la cherté des travaux faits en différens temps. L'aqueduc qui amène l'eau d'Arcueil, coûteroit donc aujourd'hui aux environs de deux millions. Celui de l'Yvette qui doit avoir deux fois & demi la longueur de celui d'Arcueil, coûteroit donc aux environs de 5 à 6 millions; ce qui s'accorde avec deux autres évaluations rapportées dans la 2.[e] édition de mon premier Mémoire; mais ſans s'en tenir à ces eſtimations vagues ni à celles de quelques perſonnes qui en ſavent peut-être encore moins que moi, le plus ſûr & ce à quoi tout le monde auroit confiance, ſeroit de prier l'Académie Royale d'Architecture, de vouloir bien nommer des Commiſſaires pour en faire le devis autant approchant qu'ils le pourroient, elle s'y prêteroit ſûrement avec zèle. On doit ſe méfier de toute autre eſtimation.

(*b*) On nomme *moulins pendans* ceux dont on hauſſe & baiſſe la roue pour la mettre à la hauteur de l'eau, à meſure que la rivière croît ou qu'elle décroît; tels ſont ceux du pont de Charenton, & autres ſemblables.

pont Notre-Dame. Ces pompes doublèrent la quantité d'eau qu'il y avoit dans les fontaines de Paris, & ce n'étoit pas encore assez dans l'état où étoit déjà cette ville, mais on ne connoissoit rien de mieux.

Ce secours est devenu bien moins suffisant depuis cent ans ou environ que ces pompes sont faites, par les agrandissemens considérables que Paris a pris de toutes parts, tant à la fin de l'autre siècle, que dans celui-ci. Feu M. Turgot ne desiroit rien tant que de pouvoir donner de l'eau à Paris; mais il vouloit des moyens solides & dignes de la Capitale du Royaume, & on ne lui présentoit que des machines.

Paris ne manque pas absolument d'eau, puisqu'il subsiste & qu'il s'agrandit tous les jours; mais quelle eau ont les citoyens, & comment l'ont-ils? On vient de voir que l'eau de la Seine est souillée d'une part, & immédiatement à son entrée dans Paris, par l'infecte rivière des Gobelins; elle l'est de l'autre par tous les égouts du faubourg S.t Antoine & des fossés de la Bastille, & ensuite par tous ceux qu'elle reçoit dans la ville, de la Place Maubert, de l'Hôtel-Dieu & d'ailleurs, qui rendent noire & hideuse toute l'eau des bords, laquelle se communique peu-à-peu avec celle du milieu; & c'est celle des bords, ou peu s'en faut, que puisent les porteurs d'eau, & sur-tout les tonneaux qu'on emplit à la Grève & au-dessous du pont Royal.

On a si bien reconnu, dans tous les temps, que l'eau des bords de la Seine où arrivent tous les égouts, ne peut pas être salubre, ou qu'elle est au moins fort dégoûtante, que plusieurs Magistrats, dont la ville révère encore les noms, ont fait établir des fontaines dans les quartiers les plus voisins de la rivière. Telles sont celles de la place Maubert, de S.t Severin, de la cour du Palais & de l'Apport-Paris. Telles sont encore, mais plus éloignées, celles de la place du palais Royal, de la croix du Trahoir, des Innocens, & celle de S.te Catherine. Il y en a encore eu cinq autres que l'on a supprimées, faute d'eau, pour envoyer le peu qu'on en avoit, dans les quartiers plus éloignés. De ces cinq il y en avoit une contre les murs de l'hôtel de Conti, une au parvis Notre-Dame, une à la place des Barnabites, une à la Grève, & celle que M. le Duc de Sully avoit fait mettre

mettre au quai de l'École, là où étoit le réſervoir de la Samaritaine, comme il a déjà été dit.

L'eau de la Seine eſt la moitié de l'année comme de la purée *, & en aucun temps elle n'eſt bien claire, qu'après avoir repoſé long-temps dans des réſervoirs ou dans des vaſes, ou avoir paſſé par des artifices, pour la clarifier. Enfin, quelle eau ont les habitans des quartiers éloignés, c'eſt-à-dire, les neuf dixièmes de Paris? Celle qu'on leur amène dans des tonneaux traînés & balottés dans les rues, depuis les bords de la rivière où ils la prennent, juſqu'aux extrémités de Paris; eau qu'il faut, par conſéquent, payer cher, à cauſe de l'éloignement, toute dégoûtante qu'elle eſt, ſi ce n'eſt celle des tonneaux qui la prennent à la pointe de l'île S.t Louis, qui eſt, ſans contredit, la plus pure qu'on puiſe dans la rivière, celle des égouts ni celle de la rivière des Gobelins n'étant pas encore arrivées au milieu du courant: tonneaux qu'on eſt pourtant heureux d'avoir, en attendant mieux, montés & établis comme ils le ſont; 1.° parce qu'ils diſtribuent de l'eau non mélangée avec les égouts; 2.° parce qu'ils ſont toujours prêts à marcher aux incendies, la nuit comme le jour, l'Entrepreneur étant obligé de les emplir tous les ſoirs avant de ſe retirer. Ce ſage établiſſement eſt dû à M. de Sartine, actuellement Lieutenant général de police. On ſait tout ce que cet éclairé Magiſtrat a mis d'ordre & d'intelligence dans cette partie importante du détail immenſe confié à ſes ſoins; il n'y manque que ce qu'il ne peut y mettre ſeul, c'eſt une plus grande abondance d'eau, & on peut l'avoir quand on voudra; l'eau de l'Yvette eſt toute élevée, il ne lui manque qu'un chemin à faire, une fois pour toutes, pour la faire arriver, tant que Paris ſubſiſtera, à l'endroit le plus commode, pour de-là être diſtribuée dans tous ſes quartiers; au lieu d'en élever par des machines, qui chargeroient à perpétuité la Ville & les habitans d'une dépenſe conſidérable: ſi c'étoit par des pompes à feu, outre la dépenſe énorme dont elles ſeroient, elles conſommeroient une

* L'on a été juſqu'à préſent, & ſans aucune apparence de raiſon, dans l'opinion que l'eau trouble étoit plus favorable aux chevaux que l'eau claire; l'on verra prouvé ci-après, par une lettre de M. Bourgelat, que non-ſeulement elle n'eſt pas préférable, mais encore qu'elle eſt nuiſible à leur ſanté, & à plus forte raiſon à celle des hommes.

matière déjà devenue très-chère, dont les arts les plus néceſſaires ont un beſoin indiſpenſable; matière qui emploieroit pour l'extraire, l'amener & employer, des forces beaucoup plus utiles ailleurs.

Je dois ajouter ici ce que M. du Hamel de cette Académie, a vu étant à Londres, en 1734, qu'on y avoit alors abandonné l'uſage des pompes à feu, à cauſe de l'incommodité que la fumée du charbon de terre répandoit dans la ville, du côté où le vent la portoit. On y eſt pourtant revenu, faute de meilleurs moyens, qu'on ne trouvera vraiſemblablement pas dans aucune autre machine; mais une eau ſalubre qui eſt toute élevée, & qui peut arriver par ſa ſeule pente & à meilleur marché, préſente certainement un moyen plus ſûr.

Par quels moyens on procure de l'eau aux autres villes, villages & hameaux.

Quand on ſe repréſente l'étendue de Paris, contenant une lieue quarrée de terrein, tout couvert de maiſons, dont la très-grande partie ont des quatre à cinq étages, & beaucoup ſix & ſept, & dans la moitié de ces maiſons pluſieurs ménages à chaque étage, on n'eſt pas étonné que ces maiſons renferment ſept cents mille ames & plus; mais on l'eſt beaucoup quand on conſidère que ce nombre prodigieux d'habitans répandus dans cette grande étendue de terrein, n'eſt fourni d'eau que par des tonneaux traînés ſur des charrettes, ou par des hommes qui la portent ſur leurs épaules, depuis la rivière juſqu'aux différens quartiers de la ville; c'eſt ce que ne peuvent ſans doute croire ceux qui ne l'ont pas vu, & que ne pourront ſe le repréſenter ceux qui viendront cent ans après que l'Yvette aura été amenée; car le projet ſera exécuté tôt ou tard, n'y en ayant pas d'autres capables de fournir Paris, à moins de dépenſes énormes. Il n'eſt pas poſſible d'imaginer que tant de citoyens, & tout ce qu'il y a de plus conſidérable dans le Royaume, connoiſſant la poſſibilité d'avoir de l'eau, & ſachant que la Faculté la reconnoît pour être des plus ſalubres qu'il y ait, & l'atteſte, veuillent ſe paſſer éternellement, & dans l'endroit qu'ils habitent le plus,

d'une jouiſſance auſſi ſolide & auſſi eſſentielle, tandis qu'on ſe procure toutes les autres, bien moins urgentes que celle-ci : ce ſeroit trop mal augurer du jugement humain, ſur-tout quand on conſidérera que ce projet réunit tous les avantages qu'on peut deſirer; ſalubrité, abondance, ſolidité pour la durée, élévation plus que ſuffiſante pour l'amener, jouiſſance non interrompue comme l'eſt celle de l'eau fournie par les machines; ſûreté pour ne jamais manquer, comme le fait de temps à autre, l'eau d'Arcueil. Il y a près de deux ans que le Luxembourg, tout le quartier de l'Univerſité, les fauxbourgs de S.t Jacques & S.t Marcel n'ont point d'eau; qu'on ſe mette pour un moment, à la place de tout ce peuple obligé d'aller chercher l'eau à la rivière, ou de n'employer que de l'eau de puits.

Quand les citoyens auxquels l'eau manque le plus, ceux qui n'ont que la plus impure & la plus dégoûtante de Paris, qu'ils payent néanmoins fort chère, & auxquels il en faut davantage, conſidéreront, comme beaucoup l'ont déjà fait, ce qu'il leur en coûte pour être fournis de cette eau *, qu'ils ſeront bien perſuadés de tous les avantages dont on vient de parler, & combien il leur en coûteroit moins pour être ſervis, à cet égard, le mieux poſſible, le très-grand nombre ſe dira ſûrement, ſi tous ne le font pas; nous payons nos commodités à la campagne, nous devons les payer à Paris. Les habitans de la campagne font un puits commun, ou amènent une ſource à leurs dépens ou par leur induſtrie, pourquoi les habitans de la Capitale n'en feroient-ils pas autant?

Ceci s'adreſſe principalement, comme on peut le voir, aux habitans des fauxbourgs S.t Germain & S.t Honoré, qui compoſent preſque tout ce qu'il y a de plus grand & de plus diſtingué en France, & qui n'ont d'autre eau que celle qu'on puiſe dans la Seine, à ſa ſortie de Paris, qui doit être d'autant plus impure, ſur-tout pour le fauxbourg S.t Germain, que c'eſt de ce côté qu'entrent dans la Seine tous les égouts de la partie méridionale

* Il y a peu de maiſons d'un certain ordre dans les quartiers éloignés de la rivière, où l'on ne dépenſe pour des 30, 35 ou 40 livres d'eau par mois, & dans pluſieurs autres davantage, au lieu qu'il ne leur en coûteroit que 6, 8 ou 10 francs par mois, s'ils avoient une fontaine bien fournie dans leur voiſinage, & beaucoup moins s'ils en acquéroient 20 ou 30 lignes.

de Paris, toutes les immondices & infections qui ſortent d'un Hôtel-Dieu, où il y a continuellement trois à quatre mille malades ou gens pour les ſervir, & ſouvent davantage, & par-deſſus tout cela la rivière des Gobelins. C'eſt-là l'eau que boivent les Grands du Royaume, tant qu'ils ſont à Paris, & encore il ne faut pas qu'ils la prodiguent, car elle leur eſt amenée dans des tonneaux, qui vont de rue en rue, meſurant & diſtribuant petitement de porte en porte, à droite & à gauche, tant de meſures à cet hôtel-ci, tant à celui-là, tant au ſuivant, &c. Peut-on appeler cela avoir de l'eau, pour la capitale du plus beau Royaume de l'Europe, & qui plus eſt, qu'il faille la voiturer de la ſorte pour les incendies? Il faut toute la vigilance & toute l'activité des Magiſtrats qui y volent au premier ſignal, pour qu'ils ne faſſent pas plus de ravages.

Croira-t-on, ayant l'eau de la ſorte, qu'on la prodigue dans une cuiſine, à laver tout ce qui doit l'être, ou qu'on tire toujours d'un puits toute l'eau néceſſaire pour laver tout ce qui en a beſoin? Je crois qu'il y a des gens qui n'épargnent ni ſoins ni peines pour bien remplir leurs devoirs; mais tout le monde n'eſt pas auſſi zélé, & quand on le ſeroit, cette eau de puits, qui ne peut diſſoudre le ſavon, lave-t-elle auſſi-bien tout ce qui eſt à laver, que de l'eau bien diſſolvante? Il ne faut pas être grand Phyſicien pour ſentir que cela ne peut pas être: quelqu'un voudroit-il ſe baigner dans l'eau de puits de Paris?

Quand je dis que ceci s'adreſſe principalement aux habitans des fauxbourgs S.t Germain & S.t Honoré, ce n'eſt pas que je veuille dire que c'eſt à eux à payer pour les autres, ni plus que les autres; mais ils ſont les plus puiſſans, ceux qui en ont le plus grand beſoin, ceux qui ſeront plus aiſément écoutés, & qui détermineront plus tôt. C'eſt à eux, qui le peuvent, à plaider leur cauſe, en repréſentant leurs beſoins, & en offrant de payer au prorata de tout le monde. En plaidant leur cauſe, ils plaideront celle du public ou de tout Paris, perſonne, ayant vu l'examen de la Faculté & ſachant raiſonner, ne leur dira plus *l'eau de l'Yvette n'eſt pas bonne.* Il y a nombre de ces citoyens puiſſans qui pleins d'humanité, agiroient avec chaleur & empreſſement pour le ſeul dernier motif; à plus forte raiſon le feront-ils, la cauſe étant commune.

On ſent aiſément, quand on y réfléchit, que la Ville ne peut pas faire cette entrepriſe avec ſes ſeuls revenus, qui ont tous leur deſtination depuis long-temps; & quand ſes revenus ſeroient ſuffiſans, ſur quels fondemens prétendroit-on que c'eſt à elle a faire amener de l'eau ſalubre dans tous les quartiers, &, pour ainſi dire, à la porte de chaque maiſon, ſans une cotiſation? C'eſt comme ſi on diſoit que c'eſt à elle à payer les porteurs d'eau & les tonneaux qui la portent chez les particuliers, ou à payer les puits que les propriétaires font faire dans leurs maiſons. Je ſens bien que beaucoup de perſonnes aimeroient mieux que la Ville en fit les frais ſur ſes revenus, ou qu'il ſe préſentât quelque généreux imitateur du Chevalier Hughes Middleton (*a*); mais les hommes juſtes (& le nombre en eſt plus grand que les gens de mauvaiſe humeur ne penſent) diront que l'eau doit être fournie à Paris, comme dans un village. Chacun paye le puits qu'il fait faire dans ſa maiſon, & on prend ſi peu garde à cette dépenſe, ou on la trouve ſi néceſſaire, quoique pour avoir de la mauvaiſe eau, que les maiſons les plus voiſines de la rivière en ont. On ne peut pas en être plus près que le ſont les maiſons des quais; toutes, ou peu s'en faut, ont des puits, & beaucoup en ont deux, parce qu'on a beſoin d'avoir de l'eau à ſa portée, pour cent choſes que l'on fait tous les jours. Ce qui prouve encore qu'on manque d'eau toutes les fois qu'il faut l'aller chercher un peu loin.

Les puits que l'on a fait juſqu'à préſent dans Paris, vus en gros (*b*), & pour n'avoir que de la mauvaiſe eau, ont coûté aux

(*a*) Le Chevalier Hughes Middleton a fait venir, à ſes dépens, la nouvelle rivière à Londres, par un canal de 60 milles de long, & c'eſt preſque la ſeule eau ſalubre qu'on ait dans cette ville. Voyez l'*Encyclopédie*, au mot LONDRES.

(*b*) Je tiens d'une perſonne des plus en état de le ſavoir, qu'il y a dans Paris, vingt-cinq mille maiſons payant *Vingtième*, & l'on eſtime qu'il y en a aux environs de cinq mille appartenantes à des gens de main-morte, qui ne payent pas, & en tout, m'a-t-on aſſuré, plus de trente mille. Chaque maiſon n'a pas un puits; quelques-unes n'en ont point, d'autres ont un puits mitoyen: le très-grand nombre ont leur puits particulier, beaucoup en ont deux ou trois, ou davantage; mais ceux-ci ne remplacent pas pour les maiſons qui n'en ont point. Pluſieurs Entrepreneurs qui connoiſſent bien Paris, eſtiment qu'il peut y avoir un huitième moins de puits que de maiſons; d'autres diſent un ſixième:

propriétaires plus de deux fois ce qu'il en coûteroit pour faire arriver l'eau de l'Yvette dans tous les quartiers de Paris.

Il falloit avoir de l'eau, dira-t-on, bonne ou mauvaise, & la dépense des puits est faite. Cela est vrai, mais je ne connois aucun propriétaire de maison, & chacun peut le demander à ceux qu'il connoît, qui n'en fissent encore autant, si on pouvoit leur prouver qu'à même profondeur ils trouveroient une source ou une nappe d'eau salubre, comme celle d'Arcueil ou de Ville-d'avray; il n'en coûteroit pas la moitié à chaque propriétaire, pour faire venir l'Yvette, & moins pour les petites maisons que pour les grandes; ce qu'ils retrouveroient bien-tôt par les loyers, comme il seroit juste, puisqu'il en coûteroit moins aux locataires, pour avoir l'eau qu'on n'iroit prendre qu'à deux pas, que pour l'aller prendre à la rivière, & rien du tout pour ceux qui voudroient prendre la peine de l'aller chercher, comme le feroient beaucoup de personnes; ce qu'elles ne peuvent pas faire à présent.

Il est tout aussi juste que l'eau nécessaire aux habitans de Paris, soit amenée à leurs dépens, qu'il l'est qu'un puits commun dans un village soit fait aux dépens des habitans du village, ou qu'il l'est qu'un particulier paye ce qu'il fait faire chez lui pour

tenons-nous en à ce dire, comme le moins favorable : il y a donc aux environs de vingt-cinq mille puits dans Paris. Les mêmes Entrepreneurs disent que ces puits, les uns portant les autres, doivent être estimés avoir coûté mille à douze cents francs de notre temps, ou la valeur, en quelque temps qu'on les ait faits; ne disons que mille livres, les puits de Paris ont donc coûté vingt-cinq millions aux propriétaires, & cela pour n'avoir que de la mauvaise eau.

L'eau de l'Yvette ne doit pas coûter la moitié de cette somme, tant pour l'amener que pour la distribuer; ainsi en admettant le nombre de trente mille maisons, cela ne feroit qu'aux environs de quatre cents livres par maison, l'une portant l'autre; les unes cinquante livres, d'autres cent livres, d'autres cinq cents livres, mille, &c. Peut-on supposer qu'aucun Propriétaire se refusât à payer, une fois pour toutes, un aussi modique contingent! Bien des personnes le payeroient pour la seule satisfaction de voir les rues toujours propres, mais il y a des avantages bien plus réels; les deux principaux sont d'avoir dans Paris beaucoup plus de fontaines, & presque dans toutes les rues, abondamment fournies d'eau, belle & salubre. Cette dépense seroit bientôt rentrée par les loyers qu'on tireroit de plus, ou par ce qu'on payeroit de moins au peu de Porteurs d'eau qu'il faudroit dans Paris: ceux qui en acquéreroient en particulier, l'auroient encore à bien meilleur marché; on trouveroit de plus un secours toujours prêt contre les incendies, &c. &c.

ſon ſeul uſage. Une déclaration de François I.er y eſt conforme. Voici comment le dit M. de Freminville, dans ſa Pratique de la renovation des terriers, *tome IV*, *page 518*.

« François I.er, qui pourvoyoit à tout, dit M. de F. nous apprend, par ſa déclaration de 1540, pour la Normandie, « qu'ayant viſité pluſieurs fois cette Province, il avoit reconnu « lui-même que ſes habitans prenoient peu de ſoin des eaux, « ſoit de fontaines, pluviales & de puits, qu'ils négligeoient de « conſtruire en creuſant les terres pour y trouver l'eau néceſſaire; « pour quoi il ordonne qu'il ſoit conſtruit des puits publics en « tous les lieux, bourgades & villages, pour les frais deſquels « il ſera levé les ſommes néceſſaires ſur les habitans des lieux, « où tous les habitans privilégiés & non privilégiés, contri- « bueront. Cette ordonnance eſt digne d'un grand Roi, qui « pourvoyoit par lui-même, aux beſoins les plus néceſſaires de « ſes Sujets ».

Les hommes ont beſoin d'eau ſalubre en tout temps & en tous lieux; outre qu'il en faut pour la boiſſon, on ne connoît point d'alimens factices dans la préparation deſquels il n'entre de l'eau. La moitié ou davantage de ce que les hommes ſont, ne s'opère que par l'eau, médiatement ou immédiatement. Plus on peut avoir aiſément de l'eau belle & ſalubre, plus on eſt naturellement porté à la propreté en tout, tant pour le dedans que pour le dehors, & les Médecins l'ordonnent pour la ſanté.

Plus nous avons l'eau près de nous, moins il nous en coûte de temps, de peine ou d'argent pour en uſer; auſſi voyons-nous que tout homme qui entend ſes intérêts, qui a, ou qui fait une habitation à la campagne, s'il n'a point de ſources dans le voiſinage, & aſſez près, il fait la dépenſe d'un puits, qui eſt ſouvent fort cher, & même on en fait pluſieurs pour s'épargner du chemin; s'il a une ſource qu'il puiſſe amener dans ſa maiſon, il le fait, ſi ſes facultés le lui permettent. Si elle ne peut pas y arriver, mais qu'à peu de frais il puiſſe l'en approcher de beaucoup, il le fait encore, parce que pour une fois que l'on fait un chemin à l'eau, on s'épargne pour toujours les pas qu'il faudroit faire pour l'aller chercher loin, & ſouvent pluſieurs fois par jour.

Si je diſois que feu M. le Duc de la Rochefoucault a fait conduire à ſon château de la Rocheguyon, quoique ſitué preſque au bord de la Seine, les eaux d'une ſource qui eſt à deux mille deux cents toiſes de-là, & pour laquelle il a fallu couper une montagne de douze à quinze pieds de profondeur réduite, dans une traverſée de plus de trois cents cinquante toiſes; percer pluſieurs buttes ou croupes ſaillantes, dont la côte eſt crénelée, & faire un pont-aqueduc pour traverſer une large cavée, on me répondroit, & avec raiſon, que M. le Duc de la Rochefoucault étoit un grand Seigneur qui auroit pu faire encore davantage s'il avoit voulu. Cela eſt vrai, mais il étoit auſſi prudent & auſſi ſage que grand Seigneur; & c'eſt-là ce qui fait la vraie richeſſe.

On croira aiſément que cette dépenſe a été conſidérable, & M. le Duc de la Rochefoucault ne l'eût pas faite s'il n'y avoit trouvé un avantage bien réel pour tous les ſervices d'une grande maiſon, pour s'aſſurer un ſecours prompt en cas de beſoin, & autant que tout cela pour ſe procurer un moyen de ſatisfaire ſon penchant à faire le bien, en donnant aux habitans du bourg, deux fontaines abondamment fournies d'une eau pure & ſalubre, par le trop plein d'un réſervoir très-digne d'être vu, taillé dans la maſſe de la montagne, dans lequel il y a toujours deux mille muids d'eau en réſerve, prêts à ſecourir le château & le bourg, s'il en étoit beſoin; & ce n'eſt pas le ſeul acte de bienfaiſance de ce grand Seigneur *; mais que dira-t-on des payſans de deux provinces dont je vais parler, & ſans doute de beaucoup d'autres qui ont le bon jugement de ſe procurer les mêmes avantages,

* M. le Duc de la Rochefoucault avoit fait établir dans ſes terres d'Angoumois, il y a vingt-cinq ou trente ans, des pépinières de mûriers, entretenues avec le plus grand ſoin, pour l'uſage gratuit, non-ſeulement de ſes vaſſaux, mais pour toute perſonne connue qui ſe préſentoit pour en avoir, afin d'en établir la culture dans le pays; l'établiſſement a ſubſiſté tout le temps qui a été néceſſaire; c'eſt par des actes de cette eſpèce qu'un grand Seigneur s'honore, & ſe fait révérer beaucoup plus que par ſa naiſſance, quelqu'illuſtre qu'elle ſoit; mais de tout temps la bienfaiſance a été du patrimoine de cette Maiſon. Tout le monde a ſu l'acte d'humanité de M. l'Archevêque de Rouen, à ſon arrivée à ſa terre de Gaillon, envers des Cultivateurs qui n'étoient pas ſes Fermiers, &c. &c.

&

& qui sentent tout ce qu'ils y gagnent, pour n'avoir pas regret à ce qu'il leur en coûte.

Je tiens de M. Guettard, de cette Académie, & de M. Lavoisier, qui viennent de parcourir ensemble l'Alsace & la Lorraine, qu'ils n'y ont pas vu, non-seulement une ville ni un bourg, mais pas un village ni un hameau où l'on n'ait amené de l'eau de près ou de loin, par le moyen de tuyaux de bois. Ils assurent qu'il n'y a pas même un paysan habitant les champs ou les montagnes, qui n'ait amené de l'eau dans sa cabanne, ou au moins dans le voisinage, laquelle vient souvent de fort loin.

Si de pauvres paysans se procurent cet avantage, que ne doivent pas faire des citoyens aisés, qui ont de quoi fournir à tous les objets de luxe qui passent, & qu'il faut renouveler, qui sont, pour la plupart, fort chers, & toujours de moindre valeur que l'argent qu'on y met? au lieu que l'objet en question, bien plus important que ceux-là, & d'une bien plus grande valeur que l'argent qu'on y emploieroit, serviroit à jamais, & seroit toujours de mode.

Les propriétaires des maisons de Paris faisant venir l'eau de l'Yvette dans toutes les rues, ou au moins dans la plus grande partie, & par conséquent près de la maison de chacun, ou dans la maison même, feroient en commun pour leur habitation de la ville, ce qu'un particulier fait pour lui seul à la campagne, quand il approche une source de sa maison, ou qu'il l'amène dans la maison même.

Par le moyen de l'Yvette, Paris auroit beaucoup plus d'eau que de fontaines pour la distribuer, au lieu qu'il a beaucoup plus de fontaines que d'eau à y faire couler. D'une plus grande abondance d'eau chez les particuliers & dans les fontaines publiques, résulteroit la propreté des rues, comme il a déjà été dit, & conséquemment la salubrité de l'air; & du plus de propreté des rues, ou d'immondices entraînées par l'eau, résulteroit une économie pour l'enlèvement des boues, qui tourneroit à profit pour quelqu'autre objet de la police.

Qu'il me soit permis de rapporter ici une réflexion que j'ai entendu faire par un zélé partisan du projet de l'Yvette, qui

payeroit avec grand plaiſir, ſa part & au-delà, pour contribuer à l'exécution du projet.

Si la place où l'on a bâti Paris, dit-il, avoit été cherchée exprès, & choiſie telle que, traverſé comme il eſt, par une grande rivière, il y en eût encore une autre qui arrivât naturellement ou ſans qu'on s'en fût mêlé, à la porte Saint-Michel, à une hauteur ſuffiſante pour envoyer de-là ſes eaux dans tous les quartiers de la ville; diſtribution qui ſeroit faite il y a long-temps, tout homme de bon ſens qui conſidéreroit cela, ne pourroit s'empêcher de louer l'heureux choix, ſuppoſé fait pour cette grande ville, voyant une rivière navigable en bas, pour la commodité du commerce & des approviſionnemens, & une petite en haut pour l'uſage journalier des habitans, pour ſervir à la propreté & à la fraîcheur des cuiſines, offices, ſalles à manger, bains, lavoirs & abreuvoirs publics, à la propreté des cours, des rues & des égouts, & fournir un ſecours prompt contre le malheur des incendies.

Cet homme de bon ſens, auroit raiſon. Eh bien! le projet de l'Yvette offre cet avantage, qu'on admireroit ſi la Nature l'avoit donné, & il ne tient qu'aux citoyens de ſe le procurer pour fort peu de choſe de la part de chacun, eu égard à l'avantage qu'ils en retireroient; & j'oſe dire affirmativement, qu'on n'en aura bien que par l'Yvette.

N'eſt-il pas juſte, diſent les vrais citoyens, que les habitans de la Capitale faſſent quelque choſe pour leur propre jouiſſance, comme le font les habitans d'un village, comme l'ont fait ceux de Coulanges-la-vineuſe, comme viennent de le faire ceux de Nanterre, quoique moins éloignés de la rivière que la moitié des habitans de Paris, & tant d'autres qu'il ſeroit trop long de citer. Il en coûte plus, toute proportion gardée, aux habitans d'un village ou d'un hameau de la Beauce, pour faire un puits commun, & ſouvent ils en font deux ou davantage, qu'il n'en coûteroit aux habitans de Paris, pour faire venir l'Yvette dans toutes les rues. N'eſt-il pas raiſonnable, diſent ces vrais citoyens, que nous payions ce qui ſeroit fait pour notre avantage, pour notre bien: & quel plus grand bien peut-on nous faire, que de

nous assurer une abondance considérable d'eau belle, pure & salubre; au moins faut-il se procurer le nécessaire, quand on se donne autant de superflu.

Si la Ville avoit de l'eau à donner dans tous les quartiers, & à fournir dans beaucoup de fontaines, je connois des citoyens qui feroient plus que payer leur contingent; ils feroient construire, à leurs dépens, des fontaines dans leurs quartiers. Combien s'en trouveroit-il qui en feroient autant? en leur promettant seulement, ce qui seroit bien juste, que le monument porteroit leur nom, comme le porte le Puits-certain, que Robert Certain, Curé de S.t Hilaire, fit faire à ses dépens, pour le service de son quartier; & la fontaine de Marle, rue Salle-au-Comte, que le Chancelier de Marle fit bâtir sur le terrein de son hôtel.

On nous vante toujours les bienfaiteurs Anglois, & on ne dit jamais rien des François; nous avons néanmoins les nôtres, & peut-être en aussi grand nombre. Tout le quartier de l'Université est couvert de monumens de bienfaisance: nous avons eu des Gerard de Poissy *(a)*, des Cardinaux de Richelieu & de Mazarin *(b)*, des Maréchal de la Feuillade *(c)*, des Rouillé de Meslai *(d)*, des la Peyronie *(e)*, des Godinots *(f)*, des Grassins *(g)*,

(a) Gérard de Poissi donna, de son propre mouvement, onze mille marcs d'argent, pour contribuer à faire paver les rues de Paris.

(b) Le Cardinal Mazarin donna en 1661, en argent, ou en effets sur la Ville, la valeur de plus de trois millions de fonds pour fonder le collége des Quatre-Nations, dans un temps où le marc d'argent ne valoit que vingt-huit à vingt-neuf livres; il en coûta peut-être autant au Cardinal de Richelieu, pour les colléges de Sorbonne & du Plessis, s'il ne lui en coûta pas davantage.

(c) Le Maréchal de la Feuillade a fait faire la place des Victoires à ses dépens.

(d) M. Rouillé de Meslai donna à l'Académie des Sciences, cent vingt-cinq mille livres de fonds, en contrats sur la Ville, pour les Prix qu'elle distribue tous les ans, pour l'avancement des Sciences.

(e) M. de la Peyronie, premier Chirurgien du Roi, a donné onze à douze cents mille livres aux Écoles de Chirurgie de Paris & de Montpellier, pour l'avancement d'un art aussi utile à l'humanité.

(f) M. Godinot, Chanoine de Reims, a fait faire une machine qui donne de l'eau dans tous les quartiers de la Ville, les conduites & les fontaines.

(g) M. Grassin, Directeur général des monnoies de France, a fait rétablir, à ses dépens, la moitié ou les trois quarts de la ville d'Arci-sur-Aube, qui avoit été entièrement détruite par un incendie, pendant qu'il en étoit Seigneur.

des d'Onzenbrai *(h)*, des de Dieſt *(i)*, & tant d'autres que j'ignore.

Combien n'a-t-il pas fallu de bienfaits pour mettre les hôpitaux dans l'état où ils ſont, & combien n'en faut-il pas encore, pour ſubvenir à tous leurs beſoins? Je n'examine pas ſi les fondations des couvens ſont utiles ou nuiſibles, mais toujours ceux qui y ont contribué, ont-ils eu intention de faire le bien; chaque pays a des ames & des cœurs droits, portés à l'humanité & au bien général.

Il y a encore des perſonnes qui font le bien par la ſatisfaction qu'elles trouvent à le faire; nous en connoiſſons tous, mais leur modeſtie ſouffriroit ſi je les déſignois. Il y a plus d'hommes vertueux que les autres ne croyent. Si on en pouvoit douter, il n'y a qu'à le demander aux Curés de Paris : tous ceux qui pourroient être faſtueux, ne le ſont pas.

Si l'Yvette étoit amenée à Paris par le concours des propriétaires, la Ville pourroit donner l'eau à ceux qui voudroient en acquérir pour la moitié du prix qu'elle a été vendue juſqu'à préſent. Par-là beaucoup de monde en acquerroit, d'autant qu'elle coûteroit moins en conduite, les fontaines étant beaucoup plus fréquentes, parce qu'elle ſeroit toujours belle & pure, & parce qu'on ſeroit aſſuré de l'avoir toute l'année, la rivière haute ou baſſe, n'y faiſant rien, non plus que les réparations des machines, ni les glaces.

Je viens de dire que beaucoup plus de propriétaires acquerroient de l'eau, ſi on la donnoit à cent livres la ligne, moitié de ce qu'elle a été vendue juſqu'à préſent; mais chacun en prendroit encore davantage, parce que ce ſont de ces dépenſes qu'on ne fait qu'une fois, bien différentes de preſque toutes les autres, qu'il faut recommencer tous les jours ou très-ſouvent, & beaucoup qui ſont incomparablement moins eſſentielles & néceſſaires que

(h) M. d'Onzenbrai a donné à l'Académie ſon cabinet d'hiſtoire naturelle, un des plus complets du royaume.

(i) M. de Dieſt, Médecin de la Faculté de Paris, a donné ſoixante mille livres de fonds aux Écoles de Médecine, dont la rente eſt employée à fournir aux frais de réception d'un étudiant en Médecine, par licence; avantage qui doit être remporté au concours.

celles-ci; on s'y livreroit d'autant plus aisément, que le surplus de la dépense en conduite & en réservoir, est pour vingt lignes comme pour quarante ou cinquante lignes. Que deux ou trois mille francs dépensés une seule fois, sont peu de chose pour les personnes qui peuvent se procurer de l'eau dans leur maison, & que vingt ou trente lignes d'eau en sus de ce que l'on a cru nécessaire & suffisant, donnent une abondance considérable d'une denrée dont on n'a jamais assez! car je ne connois personne ayant de l'eau à sa campagne, qui n'en cherche encore. On met bien souvent mille écus d'augmentation, pour avoir un ameublement un peu plus beau, qui ne sert pas mieux qu'un autre, qui se ternit, s'use & se passe plus vîte. Beaucoup de personnes sentiront que telle ou telle somme employée à acquérir une eau qui ne pourra plus manquer, augmente d'autant la valeur de leur maison.

Nombre de personnes riches feroient à Paris, comme à la campagne; elles construiroient dans leurs maisons (& avec bien de la raison, au moins pour l'hiver), des lavoirs pour leur linge, avec des réservoirs pour les fournir. Quel bien tout cela ne feroit-il pas pour la propreté des rues? Quels abondans & prompts secours, en cas de besoin, ne retireroit-on pas de tous ces réservoirs particuliers, même sans le demander? Il n'y a personne qui ne se fit un devoir de faire lâcher son eau, au premier signal, ou l'offrir pour la faire lâcher à l'heure qu'on voudroit, lorsque le ruisseau pourroit la conduire là où seroit le mal.

Les fonds provenans de ces concessions d'eau étant employés en constructions de nouvelles fontaines, ou de lavoirs & abreuvoirs publics dans tous les quartiers éloignés de la rivière, toutes les commodités en seroient d'autant plus augmentées avec la seule première dépense faite pour faire venir l'Yvette; l'eau des lavoirs & abreuvoirs étant lâchée tous les soirs, nétoyeroit d'autant mieux les rues & les égouts, & les contribuans verroient tous leurs fonds employés à leur destination.

J'ai déjà fait voir bien des avantages qui résulteroient de l'arrivée de l'eau de l'Yvette à Paris, j'en trouverois encore plusieurs autres, si je ne craignois de devenir minutieux; il en est

néanmoins un, dont je n'ai encore rien dit dans aucun de mes Mémoires, & qui vaut pourtant bien la peine qu'on le compte; il concerne les chevaux, ces animaux si précieux par les services qu'ils nous rendent; la sensibilité & notre intérêt demandent qu'on pense à eux, tant pour leur éviter des maladies, que pour prolonger leur vie & leur service, s'il y a lieu.

On a la fâcheuse habitude, dans les neuf dixièmes des maisons de Paris, d'abreuver les chevaux avec l'eau de puits; car on ne voit guère que les rouliers mener leurs chevaux boire & se laver à la rivière. On croit qu'en tirant l'eau d'un puits, deux ou trois heures avant de la leur donner, elle devient beaucoup meilleure ou moins mauvaise. Peut-on penser sérieusement que leurs viscères soient beaucoup moins sensibles que les nôtres? Ils boivent l'eau qu'on leur donne, parce qu'ils n'en ont point d'autre, ainsi que bien des hommes dans les faubourgs & dans les marais. J'étois bien persuadé que la mauvaise eau devoit être pour eux, comme pour nous; mon opinion toute seule, n'auroit pas été d'un grand poids: j'en ai écrit à M. Bourgelat, Chef & créateur de l'école vétérinaire, Correspondant de cette Académie, & le Juge souverain de ces matières, pour le prier de me marquer son sentiment. J'aurois mis ici sa Lettre en entier, si mon Mémoire n'étoit déjà très-long, mais je vais en rapporter le plus nécessaire à savoir.

EXTRAIT de la Lettre de M. Bourgelat.

NOUS ne sommes plus dans le temps, Monsieur, où l'on pensoit, même d'après de grands hommes, que les chevaux préfèrent pour leur boisson, l'eau la moins limpide; & que celle qui se trouve chargée de beaucoup de particules hétérogènes, les engraisse. . . . Plus éclairés sur le mécanisme des corps animés, nous avons banni de l'art vétérinaire ces anciennes erreurs. . .

M. Bourgelat établit ensuite les principes fondés sur les connoissances anatomiques, d'où il déduit que les seules eaux bienfaisantes sont celles qui, légères, pures, simples & claires, passeront avec facilité, dans tous les vaisseaux excrétoires, & que celles qui sont crues, pesantes, croupissantes, inactives, terrestres & imprégnées en un mot de parties grossières, formeront une

boiſſon très-nuiſible, attendu la peine qu'elles auront à ſe frayer une route à travers les canaux, à l'extrémité deſquels elles ne parviendront jamais qu'elles n'y cauſent des obſtructions, moins, à la vérité, dans le cheval que dans l'homme, à cauſe de la force de ſes organes digeſtifs, & du genre d'alimens dont il ſe nourrit; mais toujours eſt-il mieux de les abreuver avec l'eau ſalubre... Les eaux trop vives, dit M. Bourgelat, ſuſcitent en eux des avives, des fortes tranchées: les eaux de neiges provoquent ordinairement une toux violente, un engorgement conſidérable dans les glandes; elles excitent un flux plus ou moins copieux par les naſeaux, d'une humeur plus ou moins épaiſſe & plus ou moins foncée; les eaux de certains puits, tels que celui de la maiſon que j'habite, ont donné à mes chevaux des tranchées, & elles ont produit en eux une toux aſſez opiniâtre, un engorgement & un écoulement ſemblables à ceux dont je viens de faire mention... Je ne doute pas que les eaux d'une très-grande quantité de puits de Paris, ne ſoient de nature pareille, & je ne ſerois pas éloigné de croire que ſi celles des autres puits ne ſe montrent pas d'abord inſalubres, par des effets auſſi marqués & auſſi prompts, & ſont aſſez avidement bues par les chevaux qui y ſont habitués; elles n'en ſont pas moins une ſource féconde de maladies, & principalement de celles dont l'origine eſt dans l'embarras & dans le défaut des ſécrétions. Je fais à préſent abreuver mes chevaux de la même eau dont je m'abreuve moi-même.

RÉCAPITULATION des avantages réſultans de l'arrivée de l'eau de l'Yvette à Paris; la privation de chacun de ces avantages prouve le beſoin que cette Ville a d'avoir de l'eau.

1.° On aura de l'eau ſalubre dans tous les quartiers, & à portée de tout le monde.

2.° On en aura abondamment.

3.° On l'aura l'hiver, & pendant les plus grands froids comme dans les plus grandes chaleurs, tant pour les uſages journaliers, que pour avoir un ſecours toujours aſſuré contre les incendies, ce qu'on ne peut point avoir par les machines, lorſqu'il gèle. Quel avantage pour les propriétaires & locataires, de voir d'autant en ſûreté leurs maiſons, leurs meubles, leurs

papiers & autres effets, & souvent toute leur fortune, les dépôts royaux, publics & particuliers, &c.

4.° Les rues, au moins les grandes & les moyennes, seront toujours propres & fraîches, excepté pendant les gelées, que l'eau de trop ira dans les puits.

5.° On sera assuré que les infections qui coulent des boucheries ou d'ailleurs, ne croupiront pas, & ne fermenteront pas des étés entiers dans les égouts couverts, comme elles le font à présent; ce qui infecte l'air qu'on respire, comme on peut s'en apercevoir lorsqu'on passe auprès de leurs ouvertures.

6.° Il résultera de l'arrivée de l'eau de l'Yvette, que l'on pourra débarrasser le pont Neuf & le pont Notre-Dame, des machines & des digues qu'on y a construites, établissement très-incommode à la navigation, & très-fâcheux lors des inondations qu'ils rendent plus grandes, & les débacles plus funestes : sans un gros & fort bateau marnois qui a garanti la pompe du pont Notre-Dame, en Janvier 1768, & trois moulins sur bateaux, qui ont péri devant l'arche de la Samaritaine, il étoit à craindre que ces machines renversées ne causassent de plus grands malheurs.

7.° Les maisons royales étant abondamment fournies d'eau; les bâtimens de Sa Majesté seront débarrassés à jamais, aussi-bien que la Ville, de l'entretien des machines qui sont sous les ponts Neuf & de Notre-Dame, qui, en les embarrassant, empêchent qu'on ne jouisse de la beauté de ces ponts.

8.° Cette eau ne sera pas sujette à manquer, comme celle d'Arcueil. Cette dernière vient de sources hautes, & celle de l'Yvette de sources basses, eu égard au terrein d'où elles sortent.

9.° On pourra établir des abreuvoirs ou auges dans le voisinage des fontaines, pour abreuver les chevaux avec de l'eau salubre : article plus important qu'on n'a cru jusqu'à présent.

10.° Cette eau sera toute l'année, belle & pure, ne pouvant recevoir aucune eau pluviale, dans les sept lieues qu'elle a à faire de Vaugien à Paris.

11.° Depuis le mois de Décembre jusqu'en Avril, on ne boit par la Seine que de l'eau mêlée de la fonte des neiges de la Bourgogne, avec les autres eaux ordinaires. Comme il neige

ſort peu dans ce pays-ci, & que le peu qui tombe eſt preſque toujours paſſé en moins de douze à quinze jours, on n'aura que pendant ce temps la ſonte des neiges mêlée avec l'eau des ſources, qui forme le fonds de l'Yvette.

12.° De la propreté des rues réſultera qu'on reſpirera en tout temps, un air ſain & pur, au lieu de l'air puant & plein de tout ce qui s'exhale des boues, qui doit faire ſur nos poumons quelque effet fâcheux, comme il fait ſur le linge blanc, ſur les cartes & eſtampes, ſur l'or & l'argent, &c.

13.° L'eau coulant dans les rues, & entraînant avec elle une grande partie des boues & immondices, il devra en coûter quelque choſe de moins pour les faire enlever.

14.° Les rues ne ſeront plus embarraſſées par les voitures qui mènent les tonneaux, & le ſeront moins par les tombereaux des boues.

15.° Il faudra incomparablement moins de porteurs d'eau, & ce ſeront autant de bras reſtitués à la culture des terres.

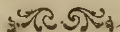
16.° Les perſonnes qui voudroient avoir de l'eau chez elles, l'auroient à beaucoup meilleur marché, & elle ſera toujours bien fournie.

17.° Conſéquemment l'uſage des bains, ſi néceſſaires pour la propreté & pour la ſanté, ſera d'autant plus aiſé, & moins coûteux pour les avoir chez ſoi, &c. &c. &c.

Sauval dit qu'avant Philippe-Auguſte, on n'avoit oſé entreprendre de paver Paris, à cauſe de la dépenſe : on y fut contraint par la néceſſité, & on le fit. Cette ville, dit-il, eſt à préſent la mieux pavée qu'il y ait au monde. Paris a aujourd'hui autant beſoin d'eau qu'il avoit alors beſoin d'être pavé. Il pourra bien arriver qu'on balance autant pour y amener l'Yvette, qu'on a fait pour le paver. Le beſoin (déjà très-grand), y contraindra de plus en plus, & les propriétaires la feront venir à la fin, comme leurs prédéceſſeurs firent paver les rues : ce ſera alors une des Villes du Royaume les mieux fournies d'eau, comme elle le ſeroit il y a long-temps, ſi on en avoit connu le moyen. Il en coûtera autant, dans quelque temps qu'on le faſſe, qu'il en coûteroit aujourd'hui, s'il n'en coûte pas davantage; & tout le

temps qu'on aura laiſſé écouler, ſera autant de jouiſſance perdue.

Après la première annonce de ce projet, il s'eſt trouvé pluſieurs perſonnes qui avoient des doutes ſur la bonne qualité de l'eau de l'Yvette, à cauſe de ſon goût de marais, & on ne peut les en blâmer; on n'avoit pas encore eu occaſion d'en examiner la cauſe, preſque tout le monde l'ignoroit; mais depuis que la Faculté de Médecine a fait examiner cette eau avec tous les ſoins qu'il étoit poſſible d'y apporter, & que l'on ſait que toutes les eaux de rivière ont le goût de marais plus ou moins ſenſiblement, il ne reſte plus guère de perſonnes qui doutent; s'il y en a, ce ne peut être que quelqu'un de ceux qui n'auront pas vu le compte qu'en ont rendu à la Faculté, les Commiſſaires qu'elle avoit nommés. Tout ce qu'il y a de Citoyens aimant le bien public, ſavent à préſent à quoi s'en tenir, & doivent laiſſer dire ceux que des intérêts contraires ſont parler autrement; car celui qui voudroit aujourd'hui ſoutenir que l'eau de l'Yvette n'eſt pas auſſi ſalubre que celle de la Seine priſe au-deſſus de Paris, fût-il un des plus habiles Chimiſtes qu'il y ait, ne l'emporteroit pas ſur ſept Chimiſtes du premier ordre, d'accord entr'eux, qui affirment que l'eau de l'Yvette eſt des plus ſalubres; à plus forte raiſon, doit-on laiſſer dire ceux qui n'ont rien appris de ce qu'il faut pour examiner les eaux. En effet, s'ils en avoient les plus ſimples élémens, ils ſeroient d'accord avec les ſept Savans déjà cités, parce que tout Chimiſte ne peut trouver dans une eau que ce qu'il y a. Il faudroit avoir bien de la confiance en ſes propres idées, ou être bien peu jaloux de ce qu'on avance, pour s'imaginer que les Miniſtres, les Magiſtrats, & tout ce qu'il y a de Citoyens éclairés, s'en rapporteroient à de ſemblables propos, préférablement au jugement de la Faculté, & des autres Savans qui ont examiné cette eau, & pour croire qu'on a ſeul raiſon, & que tous les autres ſe trompent, même les plus inſtruits ſur la matière en queſtion. Vis-à-vis de tels examinateurs, une ſemblable prétention ſeroit par trop abſurde.



SUITE DES RECHERCHES SUR LES VERRES OPTIQUES.

Troisième Mémoire.

Par M. D'ALEMBERT.

JE donnerai d'abord dans ce Mémoire différentes combinaisons d'objectifs à trois lentilles contiguës; combinaisons desquelles il résulte assez peu d'aberration pour qu'on puisse employer ces lentilles avec succès: j'exposerai ensuite une méthode simple pour trouver les formules convenables à un objectif achromatique, formé de trois lentilles non contiguës, & la manière d'employer ces formules pour donner à de tels objectifs le plus de perfection qu'il est possible. On trouvera de plus ici des formules & des Tables, au moyen desquelles le calcul des objectifs achromatiques peut être extrêmement abrégé; des réflexions sur ce qui peut rester encore d'aberration dans ces objectifs; une réponse à quelques objections de M. Euler, avec des remarques sur la structure des yeux des Poissons; enfin de nouvelles recherches sur la combinaison des oculaires avec les objectifs achromatiques, & des considérations sur quelques autres objets relatifs à la perfection des lunettes.

Lû en Mai & Juin 1767.

§. I.

Examen de différentes combinaisons pour la construction d'un objectif formé de trois lentilles immédiatement contiguës.

(1.) En appelant, comme dans les Mémoires précédens, r, ρ, r', ρ', &c. les rayons des surfaces, & en faisant $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$, $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}$; soit $\frac{1}{\rho} = \frac{m}{r}$, on aura $\frac{1-m}{r} = \frac{1}{p}$; soit $\frac{1}{r'} = \frac{n}{r}$;

$\frac{1}{\rho'} = \frac{s}{r}$, on aura les deux équations $\frac{m - n}{r} = - \frac{2}{3\lambda}$; & $\frac{1 - m + n - s}{r} = - \frac{1}{\lambda}$; d'où l'on tire, en faisant évanouir r, $m - n = - 2 + 2s$.

(2.) Cette équation donne la relation qui doit être entre m, n & s; par exemple, si $m = - 1$, ce qui rendra la première lentille bi-convexe, on aura $- n = - 1 + 2s$, & si l'on fait encore $n = 1$, ce qui rend la seconde lentille bi-concave isocèle, on aura $s = 0$.

(3.) Dans ce cas la troisième lentille sera convexe plane, & on aura $\frac{1}{r} = \frac{1}{2p}$, & $\frac{1}{r} = + \frac{1}{3\lambda}$; donc $\frac{1}{p} = \frac{2}{3\lambda}$; substituant ces valeurs dans les formules d'aberration (*Mémoires de 1764, art. 2, §. IX; & art. 4, §. X*) elles deviendront $\frac{1}{2} \times \left[\frac{0,3596}{9} + \frac{2 \times 0,1029}{9} - \frac{3 \times 0,2479}{9} - \frac{0,0980 \times 4}{9} + \frac{0,0681 \times 6}{9} + \frac{9 \times 0,0223}{9}\right] = + 0,0021$ pour l'aberration en longueur, qui n'est pas la moitié de celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle (*Mémoires de 1764, page 106*); & $\frac{1}{2} \times \left(\frac{0,2548}{3} + \frac{0,0424 \times 2}{3} - \frac{0 \times 0,940 \times 3}{3}\right) = + 0,0086$; pour l'aberration en largeur, qui n'est guère que la moitié de celle d'une lentille simple.

(4.) Supposant toujours $m = - 1$, si on faisoit de plus $n = - s$, afin que la troisième lentille fût aussi bi-convexe isocèle, on auroit $n = - 1$, & par conséquent $m = n$, ce qui ne se peut admettre; car en ce cas la deuxième lentille auroit ses deux surfaces parallèles, & par conséquent seroit sans effet.

(5.) Soit en général $\frac{1}{r} = \frac{\omega}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = \frac{\vartheta}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho'} = \frac{\theta}{\lambda}$; il faudra que $\sigma - \vartheta = - 2\omega + 2\theta$, pour que l'objectif soit exempt de l'aberration de réfrangibilité, dans

hypothèse de $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$. Faisons ensuite $\vartheta = - \sigma$, & $\theta = - \vartheta$, afin que la deuxième & la troisième lentille soient isocèles, l'une concave, l'autre convexe; on aura $\omega = 0$, ce qui rendra la première lentille plane du côté de l'objet; de plus on aura $\frac{1}{p} = - \frac{\sigma}{\lambda}$; & $\frac{\sigma - \vartheta}{\lambda}$ ou $+ \frac{2\sigma}{\lambda} = - \frac{2}{3\lambda}$; ce qui donne $\sigma = - \frac{1}{3}$.

(6.) Dans ce cas, $\frac{1}{r}$ étant $= 0$, & $\frac{1}{p} = \frac{1}{3\lambda}$, on aura pour l'aberration en longueur $\frac{1}{2} \times \left(- \frac{0{,}0980}{9} + \frac{0{,}0681 \times 3}{9} + \frac{0{,}0223 \times 9}{9}\right) = + \frac{1}{2} \times \frac{0{,}3070}{9} = + \frac{1}{2} \times 0{,}0341$; qui est plus grande de beaucoup que celle d'une lentille ordinaire; & pour l'aberration en largeur $\frac{1}{2} \times \left(+ \frac{0{,}0424}{3} - \frac{0{,}0940 \times 3}{3}\right) = - \frac{1}{2} \times \frac{0{,}2396}{3} = - \frac{1}{2} \times 0{,}0799$, qui est aussi beaucoup plus grande que l'aberration en largeur d'une lentille ordinaire.

(7.) Ainsi des trois combinaisons précédentes, dans lesquelles deux des lentilles sont supposées isocèles, il n'y a de bonne que la première *(art. 3)* qui donne $\frac{1}{r} = + \frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{\rho} = - \frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{r'} = + \frac{1}{3\lambda}$; & $\frac{1}{\rho'} = 0$. La seconde combinaison *(art. 4)*, où la première & la troisième lentille seroient isocèles, ne vaudroit rien, la lentille du milieu devant alors avoir ses surfaces parallèles: & la troisième combinaison qui donneroit $\frac{1}{r} = 0$; $\frac{1}{\rho} = - \frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{r'} = + \frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{\rho'} = - \frac{1}{3\lambda}$, & qui ne seroit que la première renversée, donneroit une trop grande aberration de sphéricité.

(8.) Soit $\vartheta = -\sigma$, & $\theta = -\omega$, ce qui donne la lentille intérieure isocèle, & les deux lentilles extérieures égales & semblables, on aura $\sigma = -2\omega$, & $\frac{2\sigma}{\lambda} = -\frac{2}{3\lambda}$, donc $\sigma = -\frac{1}{3}$, & $\omega = +\frac{1}{6}$; d'où $\frac{1}{r} = \frac{1}{6\lambda}$, & $\frac{1}{p} = \frac{1}{2\lambda}$; & on aura l'aberration en longueur $= + \frac{1}{2} \times \left(\frac{0,3596}{36} + \frac{0,1029}{6 \times 2} - \frac{0,2479}{6} - \frac{0,0980}{4} + \frac{0,0681}{2} + 0,223\right) = \frac{1}{2} \times (+ 0,0090)$, plus petite que l'aberration d'une lentille ordinaire; & l'aberration en largeur $\frac{1}{2} \times (- 0,0304)$ qui n'est guère plus grande que celle d'une lentille ordinaire. Ainsi cette combinaison est encore bonne.

(9.) Ces différens résultats s'accordent avec ceux que M. Clairaut a trouvés par une autre méthode *(Mém. Acad. 1762)*: mais on peut les rendre beaucoup plus généraux & applicables à un bien plus grand nombre de cas. En effet, si on prend les quantités σ, ϑ, ω, θ, telles qu'elles satisfassent à l'équation $\sigma - \vartheta = -2\omega + 2\theta$, & qu'on substitue ensuite les valeurs de $\frac{1}{r}$ & de $\frac{1}{p}$ dans les formules d'aberration $\frac{1}{2}\left(\frac{0,3596}{rr} + \frac{0,1029}{rp} - \frac{0,2479}{r\lambda} - \frac{0,0980}{pp} + \frac{0,0681}{p\lambda} + \frac{0,0223}{\lambda\lambda}\right)$ & $\frac{1}{2}\left(\frac{0,2548}{r} + \frac{0,0424}{p} - \frac{0,0940}{\lambda}\right)$, on verra tout d'un coup si l'objectif supposé donne une assez petite aberration de sphéricité pour pouvoir être mis en usage.

(10.) Il faudra seulement prendre garde que les quantités σ, ω, ϑ, θ ne soient pas plus grandes que l'unité, afin que les rayons des surfaces ne soient jamais plus petits que $\lambda = 0,15 R$, & qu'ainsi les surfaces n'aient pas une trop grande courbure. Il est bon aussi que ces mêmes nombres ne soient pas trop petits;

afin que les surfaces n'aient pas trop peu de courbure; ce qui les rendroit difficiles à tailler.

(11.) Donc puisqu'on a $\sigma + 2\omega = \vartheta + 2\theta$, soit supposé que les limites de σ & de ω, ainsi que celles de ϑ & θ soient ± 1, & $\pm 0,k$; la plus grande valeur positive ou négative de $\sigma + 2\omega$ sera ± 3, & sa plus petite valeur, positive ou négative $= \pm 0,3k$; de sorte que toutes les valeurs possibles de $\sigma + 2\omega$ s'étendront depuis ± 3 jusqu'à $\mp 0,3k$. Cela posé, on tracera une ligne droite rapportée à des coordonnées rectangles x & y, & qui soit tellement dirigée, que $dy + 2dx = 0$, ce qui est très-facile; on prendra ensuite sur une ligne parallèle aux y, & passant par l'origine des coordonnées, les limites des valeurs que doit avoir $\sigma + 2\omega$, c'est-à-dire, depuis $+3$ jusqu'à $-0,3k$, & depuis -3 jusqu'à $+0,3k$; & par les points qui déterminent ces limites, on fera passer quatre lignes droites parallèles, qui aient pour équation $dy + 2dx = 0$. Cela fait, deux coordonnées x, y, correspondantes à volonté, donneront les valeurs de θ & de ϑ, pourvu que ces coordonnées soient toujours entre les limites ± 1 & $\pm 0,k$; c'est-à-dire qu'en prenant l'abscisse x (positive ou négative) $=$ ou $< +1$, & $=$ ou $> +0,k$, on ait l'ordonnée y correspondante $=$ ou $<$ que la première de ces quantités, & $=$ ou $>$ que la seconde.

(12.) Soit en général $\frac{dP}{dP'} = \frac{p}{q}$, on aura $\frac{\omega - \sigma + \vartheta - \theta}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$; & $-\frac{p}{q\lambda} = \frac{\sigma - \vartheta}{\lambda}$; donc $\frac{p\omega}{q-p} + \sigma = \frac{p\theta}{q-p} + \vartheta$; d'où il est aisé de tirer une construction géométrique, analogue à celle de l'*article précédent*, (en mettant simplement $dy - \frac{p\,dx}{q-p} = 0$, au lieu de $dy - 2dx = 0$); mais il faut remarquer de plus que les suppositions qu'on fera sur les valeurs de σ & de ω, doivent être telles qu'il n'en résulte ni $\sigma = \omega$, ni $\vartheta = \sigma$, ni $\vartheta = \theta$; autrement une des lentilles auroit ses deux faces parallèles, & seroit par conséquent d'un usage inutile dans l'objectif.

(13.) Si l'aberration d'un objectif composé de trois lentilles; est A en longueur & B en largeur, & que dans cet objectif on mette $\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{r}$, & $\frac{1}{p} + \frac{6}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{p}$, l'aberration totale sera *(Mémoires de 1764, §. XV, art. 1)*

$$A + \left(\frac{0{,}7192}{2r\lambda} - \frac{0{,}2479}{2\lambda^2} + \frac{0{,}1029}{2p\lambda} + \frac{0{,}3596\alpha}{2\lambda^2}\right) \times \alpha$$
$$+ \left(\frac{0{,}1029}{2r\lambda} + \frac{0{,}0681}{2\lambda^2} - \frac{0{,}1960}{2p\lambda} - \frac{0{,}0980\,6}{2\lambda^2}\right) 6 + \frac{0{,}1029\,\alpha 6}{2\lambda\lambda}$$

en longueur, & $B + \frac{0{,}2548\,\alpha}{2\lambda} + \frac{0{,}0424\,6}{2\lambda}$ en largeur.

(14.) Or si dans l'objectif de l'*art. 3*, on laisse la lentille du milieu bi-concave isocèle, & qu'on mette au lieu de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{1}{3\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda}$; & au lieu de $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p} + \frac{6}{\lambda} = \frac{2}{3\lambda} + \frac{6}{\lambda}$, on aura $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{\alpha - 6}{\lambda}$; laquelle quantité étant supposée invariable, donnera $\alpha = 6$.

(15.) Mettant donc dans l'*art. 13* pour $\frac{1}{r}$ sa valeur $+ \frac{1}{3\lambda}$ & pour $\frac{1}{p}$ sa valeur $+ \frac{2}{3\lambda}$, l'augmentation de l'aberration sera, en longueur, $+ \frac{0{,}0604\alpha}{2\lambda\lambda} - \frac{0{,}0283\,6}{2\lambda\lambda} + \frac{0{,}3596\,\alpha^2}{2\lambda\lambda} - \frac{0{,}0980\,6^2}{2\lambda\lambda} + \frac{0{,}1029\,\alpha 6}{2\lambda\lambda}$; & en largeur $+ \frac{0{,}2548\,\alpha}{2\lambda} + \frac{0{,}0424\,6}{2\lambda}$.

(16.) Et faisant $\alpha = 6$, & $\lambda = 1$, l'augmentation en longueur sera $+ 0{,}016\alpha + 0{,}1922\alpha^2$, & en largeur $+ 0{,}1486\alpha$.

(17.) Donc en ce cas l'aberration étant déjà $+ 0{,}0021$, en longueur *(art. 3)*, avant qu'on changeât rien à l'objectif, elle deviendra après le changement $+ 0{,}0021 + 0{,}016\alpha + 0{,}1922\alpha^2$ en longueur, & l'aberration en largeur sera $+ 0{,}0086 + 0{,}1486\alpha$.

(18.)

(18.) Soit donc $\alpha = -\frac{1}{10}$, l'aberration en longueur qui étoit $+0,0021$, deviendra $-0,0005 + 0,0019 = +0,0014$, qui sera par conséquent diminuée d'un tiers; & l'aberration en largeur sera $-0,0062$ qui sera diminuée d'environ un quart.

(19.) Dans ce cas on aura $\frac{1}{r} = \frac{1}{3\lambda} - \frac{1}{10\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = \frac{7}{30\lambda}$; donc $r = \frac{45R}{70}$; & comme la lentille du milieu est supposée invariable *(article 14)*, & qu'il faut que $\sigma + 2\omega = \vartheta + 2\theta$ *(art. 5)*; on aura donc (à cause de $\omega = \frac{7}{30}$, $\sigma = -\frac{1}{3} = -\vartheta$), $\theta = \omega - \frac{1}{3} = -\frac{1}{10}$; donc $\frac{1}{\rho'} = -\frac{1}{10\lambda}$; & à cause de $\lambda = 0,15R$, $\rho' = -1,5R$.

(20.) En général, si on prend la quantité α telle que les formules d'aberrations de l'*art. 17*, ne soient pas plus grandes que celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle, on aura (en laissant subsister la lentille du milieu bi-concave isocèle & d'un rayon $= 0,45R$) le rayon $r = 0,15R \times \frac{3}{1+3\alpha}$, & le rayon $\rho' = +\frac{0,15R}{\alpha}$; formules qu'on pourra toujours employer avec d'autant plus de succès que α sera plus petit: cependant il sera bon *(art. 10)* de prendre α tel que r & ρ' ne soient pas trop grands.

§. II.

D'un objectif à trois lentilles, qui ne sont pas contiguës; les deux lentilles extérieures étant de la même matière.

(1.) Nous avons donné *(Mémoires de 1765, §. XIV, art. 7 & suiv.)* les formules pour trouver cette aberration; mais pour calculer ces formules d'une manière plus simple, voici la

méthode dont on peut faire usage; elle est analogue, comme nous l'avons déjà annoncé *(Mém. de 1765, §. XIV, art. 9)* à celle des *Mémoires de 1764, pages 97 & 98*, pour trouver les coëfficiens lorsque l'objectif est formé de trois lentilles immédiatement contiguës.

(2.) Soit $\frac{A''}{2rrp} + \frac{B''}{2rp^2} + \frac{C''}{2r'^2\lambda} + \frac{D''}{2r'\lambda^2} + \frac{E''}{2\lambda^3} + \frac{F''}{2\lambda p^2} + \frac{G''}{2r'\lambda p} + \frac{H''}{2\lambda^2 p} + \frac{K''}{2r''r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right) + \frac{L''}{2r''\lambda^2} + \frac{M''}{2r''\lambda p} + \frac{N''}{2r''p^2} + \frac{P''}{2p^3} = 0$, l'équation de l'aberration en longueur, & $\frac{Q''}{2p^2} + \frac{R''}{2pr} + \frac{S''}{2\lambda^2} + \frac{T''}{2r'\lambda} + \frac{V''}{2p\lambda} + \frac{X''}{2r''\lambda} + \frac{Y''}{2r''p} = 0$, celle de l'aberration en largeur, dans un objectif dont les lentilles ne sont pas immédiatement appliquées l'une contre l'autre, r étant le rayon de la première surface de la première lentille, r' celui de la première surface de la seconde lentille, r'' celui de la première surface de la troisième lentille; soient ensuite supposées les lentilles immédiatement contiguës; ce qui donne $\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p}$, $\frac{1}{r''} = \frac{1}{r'} + \frac{k}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{k}{\lambda}$; l'équation de l'aberration en largeur sera $\frac{Q''}{2p^2} + \frac{R''}{2pr} + \frac{S''}{2\lambda^2} + \frac{T''}{2\lambda r} - \frac{T''}{2\lambda p} + \frac{V''}{2\lambda p} + \frac{X''}{2r\lambda} - \frac{X''}{2\lambda p} + \frac{kX''}{2\lambda\lambda} + \frac{Y''}{2rp} - \frac{Y''}{2pp} + \frac{kY''}{2p\lambda} = 0$: or cette formule doit être identique à l'équation $\frac{G'}{2r\lambda} + \frac{L'}{2p\lambda} + \frac{M'}{2\lambda\lambda} = 0$, trouvée *(Mém. de 1764, p. 97)* pour l'objectif formé de trois lentilles contiguës; d'où l'on tire $Q'' = Y''$, $R'' = - Y''$, ce qui a lieu en effet, comme il est aisé de le voir par nos précédentes formules *(Mém. 1765,*

(§. XIV, art. 8); $S'' + kX'' = M'$; $T'' + X'' = G'$; $-T'' + V'' - X'' + kY'' = L'$. On remarquera de plus que $Y'' = -X'' = Q$, puiſqu'on a (*Mém.* 1765, §. XIV, art. 8) $X'' = P - m$, $Y'' = -P + m$, & $Q = -P + m$; de ſorte qu'ayant calculé la quantité très-ſimple Q'', on aura $S'' = M' + kQ''$, $T'' = G' + Q''$, $V'' = L' + T'' - Q'' - kQ'' = L' + G' - kQ''$; formules très-aiſées à calculer, puiſque $Q'' = m - P = -0{,}9048$ dans le cas où $P = 1{,}55$, & que M', G', L', ſont déjà connues (*Mém.* 1764, *page* 100).

(3.) On peut employer une méthode ſemblable pour trouver les coëfficiens A'', B'', &c. de la formule de l'aberration en longueur; car en faiſant les ſubſtitutions indiquées ci-deſſus, on aura

$$\frac{1}{2rrp}(A'' - K'') + \frac{1}{2rp^2}(B'' + 2K'' + N'') + \frac{1}{2rr\lambda}(C'' + K'') + \frac{1}{2rp\lambda}(-2C'' + G'' - 2K'' - 2K''k + M'') + \frac{1}{2pp\lambda}(C'' - G'' + F'' + K'' + 2K''k - M'' - N''k) + \frac{1}{2r\lambda^2}(D'' + 2K'' + L'') + \frac{1}{2p\lambda^2} \times (-D'' + H'' - 2K''k - k^2K'' - L'' + kM'') + \frac{1}{2\lambda^3}(E'' + k^2K'' + kL'') + \frac{1}{2p^3}(-K'' - N'' + P'') = 0.$$

Or cette équation doit être identique à l'équation $\frac{A'}{2rr\lambda} + \frac{B'}{2rp\lambda} + \frac{C'}{2r\lambda^2} + \frac{D'}{2pp\lambda} + \frac{E'}{2p\lambda^2} + \frac{F'}{2\lambda^3} = 0$, (*Mémoires de* 1764, *pages* 97 & 100). On aura donc

$A'' - K'' = 0.$

$B'' + 2K'' + N'' = 0.$

$C'' + K'' = A'.$

$-2C'' + G'' - 2K'' - 2K''k + M'' = B'.$

$D'' + 2K'' + L'' = C'$.

$C'' - G'' + F'' + K'' + 2K''k - M'' + N''k = D'$.

$- D'' + H^v - 2K''k - k^2K'' - L'' + kM'' = E'$.

$E'' + k^2K'' + kL'' = F'$.

$- K'' - N'' + P'' = 0$.

(4.) Maintenant, on a *(Mém. de 1765, §. XIV, art. 7)*

$A'' = P + 1 - 2m$.

$B'' = 1 + P - 2P^2$.

Donc les deux premières équations donneront aiſément K'' & N'', d'autant que A'' & B'' ſont égaux aux quantités A & B déjà calculées *(Mém. de 1764, pages 94 & 99)*.

La quantité C'' ſe trouvera par l'équation $C'' + K'' = A'$, & d'ailleurs eſt égale *(Mém. de 1765, §. XIV, art. 7)* à la quantité $E = - k.(P' + 1 - 2m')$ déjà calculée dans les *Mémoires de 1764, page 99*.

On aura enſuite $2C'' + 2K'' - G'' + 2K''k - M'' = B'$, ou $2A' - G'' + 2K''k - M'' = B'$: or $G'' = 4k(P' - m')(P - 1)$ *(Mém. 1765, §. XIV)* & cette quantité a déjà d'ailleurs été calculée pour avoir la valeur de D *(Mém. 1764, page 94)*. Donc on aura M''.

L'équation ſuivante $D'' + 2K'' + L'' = C'$ donnera L'', D'' étant $= (1 + P' - 2P'^2)k^2$, & ayant déjà été calculée *(Mém. 1764, p. 94)* dans la valeur de D.

L'équation ſuivante $C'' - G'' + K'' + F'' + 2K''k - M'' + N''k = D'$, ou $A' - G'' + F'' + 2K''k - M'' + N''k = D'$, donnera F''; toutes les autres quantités étant connues par les calculs précédens.

L'équation $D'' - H'' + 2K''k + k^2K'' + L'' - kM'' = E'$, donnera H'', tout le reste étant connu par les calculs précédens.

L'équation $E'' + k^2K'' + kL'' = F'$, donnera E''.

Enfin l'équation $K'' + N'' - P'' = 0$, donnera P''.

(5.) C'est ainsi qu'en calculant d'abord les formules pour les objectifs à deux lentilles non contiguës, ensuite pour les objectifs à trois lentilles contiguës, on trouvera aisément les formules pour les objectifs à trois lentilles non contiguës. Nous donnerons dans la suite de ce Mémoire des Tables & des formules, par le moyen desquelles ces calculs pourront encore être abrégés dans bien des cas. Passons maintenant à quelques autres considérations sur les objectifs à trois lentilles non contiguës.

(6.) Si on a $r'' = -\rho$, $\rho'' = -r$, c'est-à-dire si la première & la troisième lentille sont égales & semblables, & semblablement disposées par rapport à celle du milieu, donc $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''}$, ou $\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{r} - \frac{2}{\rho}$; soit de plus $r' = -\rho'$, c'est-à-dire soit supposée la lentille du milieu isocèle; donc $\frac{2}{r'} = -\frac{k}{\lambda}$: & puisque $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$, donc $\frac{2}{p} = \frac{1}{\lambda}$, & $\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{r}$; donc $\frac{1}{r''} = +\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{r}$; ainsi en mettant pour $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{r''}$ & $\frac{1}{p}$, leurs valeurs en $\frac{1}{\lambda}$ & $\frac{1}{r}$, dans l'expression de l'aberration latitudinale, on aura une quantité dans laquelle il ne se trouvera plus que $\frac{1}{\lambda}$, & qui par conséquent sera toujours la même quelle que soit r.

(7.) En général, soit $\frac{1}{p} = \frac{\zeta}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = \frac{\xi}{\lambda}$; il est aisé

de voir par la formule de l'*article 8, §. XIV des Mém. de 1765*, que dans l'expression de l'aberration latitudinale, il ne restera plus que $\frac{1}{\lambda}$, si r'' est telle que $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right)$ soit égale à $\frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, puisque dans cette expression le coëfficient de $\frac{1}{pr}$ & celui de $\frac{1}{r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right)$ est le même. On aura donc en ce cas $\frac{1}{r''} = \frac{\Omega}{\lambda} - \frac{\zeta}{r(1 - \zeta)}$, Ω & ζ étant des coëfficiens donnés & constans, & ξ étant d'ailleurs tout ce qu'on voudra, c'est-à-dire le rapport de $\frac{1}{r'}$ à $\frac{1}{\rho'}$ dans l'équation $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = - \frac{k}{\lambda}$ étant donné à volonté, & indépendamment des deux autres équations $\frac{1}{p} = \frac{\zeta}{\lambda}$, & $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$. Ainsi la remarque qui a été faite dans les *Mémoires de 1762, page 630*, sur la nature de l'aberration, lorsque $r'' = -\rho$, $\rho'' = -r$ & $r' = -\rho'$, n'est qu'un cas particulier du théorème général précédent. Dans tous ces cas il sera impossible de détruire l'aberration latitudinale, parce qu'il ne se trouvera dans l'expression de cette aberration aucune inconnue; mais on détruira l'aberration longitudinale par l'inconnue $\frac{1}{r}$, qui reste seule dans la valeur de cette aberration.

(8.) Il est aisé de voir que dans tous les cas dont nous venons de parler, & autres semblables, il n'y a réellement que trois inconnues; car la condition de $\frac{1}{p} = \frac{\zeta}{\lambda}$, donne $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{\zeta}{\lambda}$, & par conséquent ρ sera connue dès qu'on connoîtra r & λ; l'équation $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, donne r'' en λ, dès que r sera

connue; l'équation $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{\lambda}$, donne ρ'', d'après les équations précédentes; enfin l'équation supposée entre $\frac{1}{\rho'}$ & $\frac{1}{r'}$, combinée avec l'équation $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = - \frac{k}{\lambda}$, donne r' & ρ' en λ. Ainsi n'ayant que trois inconnues & quatre conditions à remplir, il n'est pas surprenant qu'une des deux aberrations ne puisse être détruite. Mais la supposition particulière de $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p}\right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, fait que dans le cas dont il s'agit, c'est l'aberration latitudinale qu'on ne sauroit détruire. On peut remarquer de plus, à cause de $\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} = \frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''}$, qu'en faisant $\frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{p'}$, on aura $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''p'} = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, équation d'une forme assez simple. Venons maintenant à une hypothèse plus générale.

(9.) Comme il reste encore deux indéterminées à volonté, lorsque l'objectif est à trois lentilles non contiguës, on pourra, suivant l'*art. 11, §. XIV des Mémoires de 1765*, faire $= 0$ la différentielle des termes où k se trouve, en ne faisant varier que cette quantité k; ce qui donnera pour l'aberration latitudinale l'équation $\frac{\gamma''}{2\lambda^2} + \frac{n''}{2r'\lambda} + \frac{\mu''}{2p\lambda} = 0$; & pour l'aberration longitudinale, l'équation $\frac{\alpha''}{2r'^2\lambda} + \frac{\beta''}{2r'\lambda^2} + \frac{\delta''}{2\lambda^3} + \frac{\varepsilon''}{2p^2\lambda} + \frac{\varphi''}{2r'\lambda p} + \frac{\theta''}{2\lambda^2 p} + \frac{\pi''}{2r''\lambda^2} + \frac{\omega''}{2r''\lambda p} = 0$; la première équation donnera $\frac{1}{r'}$ en $\frac{1}{p}$ & en $\frac{1}{\lambda}$; la seconde donnera $\frac{1}{r''}$ en $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{\lambda}$, c'est-à-dire en $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{\lambda}$; d'où en substituant on aura deux équations finales en $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{\varrho}$, $\frac{1}{\lambda}$ étant supposée donnée.

(10.) Nous avons déjà remarqué *(Mém. 1765. §. XIV)* que les objectifs à trois lentilles, devoient être préférés, par plusieurs raisons, aux objectifs qui n'en auroient que deux. Une nouvelle raison qui doit y engager, c'est que, toutes choses d'ailleurs égales, la courbure des surfaces y est moindre: en effet, supposons, par exemple, un objectif composé de deux lentilles seulement, dont les surfaces soient de courbure égale; la première lentille sera bi-convexe, & à cause de $\lambda = 0{,}15R$, & de $\frac{2}{r} = \frac{1}{\lambda}$, on aura $r = 0{,}3R$ pour les rayons des deux surfaces; de même à cause de $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{2}{3\lambda}$ & de $\frac{2}{r'} = \frac{1}{\lambda'}$, on aura $r' = +2\lambda' = -3\lambda = -0{,}45R$; c'est-à-dire que la seconde lentille sera bi-concave, & chaque rayon $= \frac{9R}{20}$; mais si on se sert de trois lentilles dont les deux extrêmes soient pareilles & bi-convexes isocèles, on aura, comme il est aisé de le voir, $r = 0{,}6\,R$, celle du milieu étant toujours bi-concave isocèle & de rayon $= 0{,}45R$; & si on mettoit deux lentilles bi-concaves & isocèles au milieu, ce qui feroit quatre lentilles en tout, on auroit le rayon des lentilles intérieures $= 0{,}9R$; d'où l'on voit qu'en substituant à une lentille isocèle, deux lentilles isocèles de même foyer, le rayon de ces dernières devient double, & par conséquent la courbure diminue de moitié; ce qui doit diminuer, toutes choses d'ailleurs égales, l'aberration de sphéricité. On peut ajouter que l'épaisseur des deux lentilles, prises ensemble, ne sera pas plus grande, à égale ouverture, que celle de la lentille simple; car l'épaisseur d'une lentille est, à même ouverture, en raison de $\frac{1}{2r} - \frac{1}{2\rho}$; & celle des deux lentilles en raison de $\frac{1}{2r} - \frac{1}{2\rho} + \frac{1}{2r'} - \frac{1}{2\rho'} = \frac{1}{2\lambda}$; d'où il est aisé de voir que l'épaisseur sera la même, pour une double lentille que pour celle d'une lentille simple de même foyer & de même matière; je fais cette remarque, parce qu'il me paroît que des Écrivains modernes d'Optique, ont supposé faussement que le foyer & l'ouverture

l'ouverture d'une lentille étant donnés, ſon épaiſſeur pourroit être variable, en vertu du ſeul rapport des rayons des ſurfaces; ce qui n'eſt pas vrai.

(11.) Mais il faut remarquer en même temps que l'épaiſſeur de l'objectif composé achromatique, ſera plus grande, à même ouverture, que celle d'un objectif ſimple, bi-convexe & iſocèle, de même foyer; car dans le premier, par exemple, de nos deux objectifs des *Mém. de 1764*, l'épaiſſeur, en ſuppoſant même nulle ou comme nulle celle du verre bi-convexe du milieu, eſt proportionnelle à $\frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{0{,}30\,R}$; & celle d'un verre biconvexe iſocèle ſeroit proportionnelle à $\frac{1}{R}$ à peu près. Donc la première eſt à la ſeconde, comme 10 eſt à 3, c'eſt-à-dire plus de trois fois plus grande.

§. III.

Calcul de différens objectifs à deux lentilles.

(1.) On a dû voir par les Mémoires précédens, & par celui-ci, combien on peut abréger le calcul des objectifs à trois lentilles, contiguës & non contiguës, lorſqu'on a calculé les objectifs à deux lentilles. Cette conſidération, & d'autres raiſons qu'on verra dans le *paragraphe ſuivant*, m'ont engagé à calculer une quinzaine d'objectifs à deux lentilles, dans différentes hypothèſes: voici le réſultat de mon travail.

(2.) Je ſuppoſe, comme dans les Mémoires précédens, que dans un objectif à deux lentilles, non contiguës, la première de la matière a, la ſeconde de la matière b, les rayons des ſurfaces ſoient r, ρ pour la première lentille, & r', ρ' pour la ſeconde; que de plus on ait $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\Delta}$; & les équations ſuivantes

1.° pour l'aberration en longueur, $\frac{1}{2}\left(\frac{A}{rr\lambda} + \frac{B}{r\lambda\lambda} + \frac{C}{\lambda^3} + \frac{D}{\lambda\lambda r'} + \frac{E}{r'^2\lambda}\right) = 0$; 2.° pour l'aberration en largeur, $\frac{1}{2} \times \left(\frac{F}{r\lambda} + \frac{K}{\lambda\lambda} + \frac{H}{r'\lambda}\right) = 0$.

(3.) Je suppose de plus que dans un objectif à trois lentilles immédiatement contiguës, la première de la matière a, la seconde de la matière b, la troisième de la matière a, les rayons des surfaces étant par ordre, r, ρ, r', ρ', on ait $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$; $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}$; & les équations suivantes, 1.° pour l'aberration en longueur $\frac{1}{2}\left(\frac{A'}{rr\lambda} + \frac{B'}{pr\lambda} + \frac{C'}{r\lambda\lambda} + \frac{D'}{pp\lambda} + \frac{E'}{p\lambda\lambda} + \frac{F'}{\lambda^3}\right) = 0$; 2.° pour l'aberration en largeur $\frac{1}{2}\left(\frac{G'}{r\lambda} + \frac{L'}{p\lambda} + \frac{M'}{\lambda\lambda}\right) = 0$: voici maintenant les valeurs de A, B, &c. dans différentes suppositions.

I.re SUPPOSITION.

(4.) $P = 1{,}54$, $P' = 1{,}598$, k ou $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$;
$A = 1{,}2412$, $B = -2{,}2032$, $C = +1{,}1656$; $D = +0{,}2847$, $E = -0{,}8976$, $F = +0{,}8906$, $K = -0{,}6910$, $H = -0{,}6481$, d'où l'on tire $-\frac{0{,}1908}{rr} + \frac{0{,}3438}{r\lambda} - \frac{0{,}0676}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne $\frac{1}{r} = +\frac{0{,}2246}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho} = -\frac{0{,}7754}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = -\frac{0{,}7576}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho'} = -\frac{0{,}091}{\lambda}$.

II.me SUPPOSITION.

$P = 1{,}54$, $P' = 1{,}598$, $k = \frac{2}{3}\left(\frac{21}{20}\right)$; ce qui donne

$k' = + \frac{1}{30}$; en prenant k' pour l'excès de k sur $\frac{2}{3}$.

$A = 1,2412$, $B = - 2,2032$, $C = + 1,1548$, $D = + 0,2404$, $E = - 0,9425$, $F = + 0,8906$, $K = - 0,7062$, $H = - 0,6805$.

III.e SUPPOSITION.

$P = 1,54$, $P' = 1,598$, $k = \frac{2}{3}\left(\frac{19}{20}\right)$, ce qui donne $k' = - \frac{1}{30}$.

$A = 1,2412$, $B = - 2,2032$, $C = + 1,1737$; $D = + 0,3234$; $E = - 0,8527$; $F = + 0,8906$; $K = - 0,6779$; $H = - 0,6157$.

IV.e SUPPOSITION.

$P = 1,54$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3} \times 1,08$; ce qui donne $k' = + \frac{16}{300} = \frac{4}{75}$.

$A = + 1,2412$; $B = - 2,2032$; $C = + 1,1470$; $D = + 0,2111$; $E = - 0,9694$; $F = + 0,8906$; $K = - 0,7165$; $H = - 0,6999$.

V.e SUPPOSITION.

$P = 1,55$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne $\alpha = + \frac{1}{100}$, en prenant α pour l'excès de P sur 1,54.

$A = + 1,2596$; $B = - 2,2550$; $C = + 1,2029$; $D = + 0,3107$; $E = - 0,8976$; $F = + 0,9048$; $K = - 0,7015$; $H = - 0,6481$; d'où l'on tire $- \frac{0,2059}{rr} + \frac{0,3745}{r\lambda} - \frac{0,0778}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne

$\frac{1}{r} = + \frac{0,2392}{\lambda}$; d'où l'on aura facilement les autres rayons.

VI.e SUPPOSITION.

$P = 1,53$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne $\alpha = - \frac{1}{100}$.

$A = 1,2228$; $B = - 2,1518$; $C = + 1,1277$; $D = + 0,2588$; $E = - 0,8976$; $F = + 0,87645$; $K = - 0,6808$; $H = - 0,6481$; d'où l'on tire $- \frac{0,1758}{rr} + \frac{0,3144}{r\lambda} - \frac{0,0566}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne $\frac{1}{r} = + \frac{0,2031}{\lambda}$; d'où l'on aura aisément les autres rayons.

VII.e SUPPOSITION.

$P = 1,54$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne, en prenant α' pour l'excès de P' sur 1,598, $\alpha' = - \frac{15}{100}$.

$A = 1,2412$; $B = - 2,2032$; $C = + 1,1691$; $D = + 0,2904$; $E = - 0,8797$; $F = + 0,8906$; $K = - 0,6893$; $H = - 0,6342$; d'où l'on tire $- \frac{0,1986}{rr} + \frac{0,3580}{r\lambda} - \frac{0,0747}{\lambda\lambda} = 0$.

VIII.e SUPPOSITION.

$P = 1,53$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne $\alpha = - \frac{1}{100}$, $\alpha' = - \frac{15}{100}$.

$A = 1,2228$; $B = - 2,1518$; $C = + 1,1314$; $D = + 0,2650$; $E = - 0,8797$; $F = + 0,8764$;

$K = - 0{,}6789$; $H = - 0{,}6342$; d'où l'on tire $-\frac{0{,}1839}{rr} + \frac{0{,}3287}{r\lambda} - \frac{0{,}0645}{\lambda\lambda} = 0$ *.

IXe SUPPOSITION.

$P = 1{,}55$; $P' = 1{,}6000$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne $\alpha = + \frac{1}{100}$, $\alpha' = + \frac{2}{1000}$.

$A = 1{,}2596$; $B = - 2{,}2550$; $C = + 1{,}2026$; $D = + 0{,}3100$; $E = - 0{,}9000$; $F = + 0{,}9048$; $K = - 0{,}7016$; $H = - 0{,}6500$; & $- \frac{0{,}2046}{rr} + \frac{0{,}3722}{r\lambda} - \frac{0{,}0764}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}2358}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho} = - \frac{0{,}7642}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = - \frac{0{,}7511}{\lambda}$, $\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0845}{\lambda}$.

Xe SUPPOSITION.

$P = 1{,}53$; $P' = 1{,}598$; $k = \frac{2}{3}\left(\frac{21}{20}\right)$; ce qui donne $\alpha = - \frac{1}{100}$, $k' = + \frac{1}{30}$.

$A = 1{,}2228$; $B = - 2{,}1518$; $C = + 1{,}1162$; $D = + 0{,}2132$; $E = - 0{,}9425$; $F = + 0{,}8764$; $K = - 0{,}6966$; $H = - 0{,}6805$; & $- \frac{0{,}1576}{rr} + \frac{0{,}2815}{r\lambda} - \frac{0{,}0415}{\lambda\lambda} = 0$.

XIe SUPPOSITION.

$P = 1{,}53$; $P' = 1{,}598$; $k = \frac{2}{3}\left(\frac{19}{20}\right)$; ce qui donne $\alpha = - \frac{1}{100}$, $k' = - \frac{1}{30}$.

* Dans cette hypothèse, si les deux lentilles sont contiguës, on doit avoir à très-peu près $+ \frac{0{,}3432}{rr} - \frac{0{,}1270}{r\lambda} - \frac{0{,}0132}{\lambda\lambda} = 0$.

$A = 1,2228$; $B = -2,1518$; $C = +1,1365$; $D = +0,2988$; $E = -0,8527$; $F = +0,8764$; $K = -0,6671$; $H = -0,6157$; & $-\frac{0,1916}{rr} + \frac{0,3428}{r\lambda} - \frac{0,0715}{\lambda\lambda} = 0$.

XII.e SUPPOSITION.

$P = 1,54$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}\left(\frac{21}{20}\right)$; ce qui donne $\alpha' = -\frac{15}{1000}$, $k' = +\frac{1}{30}$.

$A = 1,2412$; $B = -2,2032$; $C = +1,1591$; $D = +0,2483$; $E = -0,9237$; $F = +0,8906$; $K = -7037$; $H = -6659$; & $-\frac{0,1824}{rr} + \frac{0,3281}{r\lambda} - \frac{0,0598}{\lambda\lambda} = 0$.

XIII.e SUPPOSITION.

$P = 1,54$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}\left(\frac{19}{20}\right)$; ce qui donne $\alpha' = -\frac{15}{1000}$, $k' = -\frac{1}{30}$.

$A = 1,2412$; $B = -2,2032$; $C = +1,1766$; $D = +0,3272$; $E = -0,8357$; $F = +0,8906$; $K = -0,6769$; $H = -0,6025$; & $-\frac{0,2124}{rr} + \frac{0,3833}{r\lambda} - \frac{0,0892}{\lambda\lambda} = 0$.

Nous verrons dans la ſuite l'uſage commode qu'on peut faire de ces calculs, pour trouver dans beaucoup d'autres hypothèſes les réſultats au moins très-approchés, qui y conviennent.

(5.) Voici encore quelques autres hypothèſes dont j'ai calculé les réſultats.

Si $P = 1{,}598$; $P' = 1{,}54$; & $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$A = + 1{,}3466$; $B = - 2{,}5092$; $C = + 0{,}0432$; $D = - 1{,}7794$; $E = - 1{,}8621$; $F = + 0{,}9723$; $K = - 1{,}5435$; $H = - 1{,}3360$; & si les deux lentilles se touchent, $- \frac{0{,}5155}{rr} - \frac{0{,}5644}{r\lambda} - \frac{0{,}0395}{\lambda\lambda} = 0$.

(6.) Si $P = 1{,}598$; $P' = 1{,}53$; & $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$A = + 1{,}3466$; $B = - 2{,}5092$; $C = + 0{,}1062$; $D = - 1{,}6970$; $E = - 1{,}8342$; $F = + 0{,}9723$; $K = - 1{,}5186$; $H = - 1{,}3146$.

D'où l'on voit que la seule supposition que P' diminue de $\frac{1}{100}$, fait augmenter le coëfficient C de plus du double; ce qui paroît digne d'être remarqué.

(7.) Si $P = 1{,}583$; $P' = 1{,}54$; $k = \frac{3}{2}$, on aura

$A = 1{,}3196$; $B = - 2{,}4287$; $C = - 0{,}0637$; $D = - 1{,}8595$; $E = - 1{,}8621$; $F = + 0{,}9513$; $G = - 1{,}5428$; $H = - 1{,}3360$.

On peut encore remarquer ici que la seule supposition que P diminue de $\frac{15}{1000}$, P' & k restant les mêmes, donne au coëfficient C un signe contraire & une valeur très-différente.

(8.) Si $P = 1{,}583$; $P' = 1{,}53$; $k = \frac{3}{2}$, nous avons trouvé dans le *3.e volume de nos Opuscules, art. 741,*

$A = + 1{,}3196$; $B = - 2{,}4287$; $C = + 0{,}0008$, c'est-à-dire à peu près zéro; $D = - 1{,}7759$; $E = - 1{,}8342$; $F = + 0{,}9513$; $K = - 1{,}5174$; $H = - 1{,}3146$.

(9.) Si $P = 1{,}54$; $P' = 1{,}598$; $k = \frac{2}{3}$, on aura pour un objectif à trois lentilles contiguës,

$A' = + 0{,}3426$; $B' = + 0{,}1200$; $C' = - 0{,}2433$; $D' = - 0{,}1132$; $E' = + 0{,}0793$; $F' = + 0{,}0172$; $G' = + 0{,}2425$; $L' = + 0{,}0494$; $M' = - 0{,}0922$.

D'où l'on tire $-\frac{7256}{pp} + \frac{7138}{p\lambda} - \frac{1508}{\lambda\lambda} = 0$; & par conséquent $\frac{1}{p} = + \frac{0{,}6766}{\lambda}$, ou $\frac{1}{p} = + \frac{0{,}3072}{\lambda}$; donc $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}2424}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}3177}{\lambda}$.

Donc dans le premier cas $\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{r} = + \frac{0{,}2424}{\lambda}; \\ \frac{1}{\rho} = - \frac{0{,}4342}{\lambda}; \\ \frac{1}{r'} = + \frac{0{,}2324}{\lambda}; \\ \frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0910}{\lambda}; \end{array}\right.$

ou bien $\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{r} = + \frac{0{,}3177}{\lambda}; \\ \frac{1}{\rho} = + \frac{0{,}0105}{\lambda}; \\ \frac{1}{r'} = + \frac{0{,}6771}{\lambda}; \\ \frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0157}{\lambda}; \end{array}\right.$

& à cause de $\frac{P - 1}{\lambda} - \frac{(P' - 1)k}{\lambda} = \frac{1}{R}$, qui donne $\lambda = 0{,}1413 . R$, on trouvera dans le premier cas,

$\left.\begin{array}{l} r = + 0{,}5829 R; \\ \rho = - 0{,}3254 R; \\ r' = + 0{,}6080 R; \\ \rho' = - 1{,}5528 R; \end{array}\right\}$ Et dans le second cas, $\left\{\begin{array}{l} r = + 0{,}3533 R; \\ \rho = + 13{,}457 R; \\ r' = + 0{,}2087 R; \\ \rho' = - 9 R. \end{array}\right.$

(10.)

(10.) Si $P = 1{,}6$; $P' = 1{,}55$; $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$A = 1{,}3500$; $B = -2{,}5200$; $C = -0{,}0028$; $D = -1{,}8164$; $E = -1{,}8894$; $F = +0{,}9750$; $K = -1{,}5688$; $H = -1{,}3572$; $\lambda = -0{,}2250R$.

(11.) Et si dans ce cas les deux lentilles sont immédiatement appliquées l'une contre l'autre, on aura pour l'aberration en longueur, $\frac{1}{2} \times (-\frac{0{,}5394}{rr\lambda} - \frac{0{,}5576}{r\lambda^2} - \frac{0{,}0758}{\lambda^3})$, & pour l'aberration en largeur, $\frac{1}{2} \times (-\frac{0{,}3822}{r\lambda} - \frac{0{,}2116}{\lambda\lambda})$.

(12.) Si $P = 1{,}6$; $P' = 1{,}55$; $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à trois lentilles,

$A' = -0{,}5394$; $B' = -0{,}2216$; $C' = -0{,}3360$; $D' = +0{,}2301$; $E' = -0{,}3303$; $F' = -0{,}0244$; $G' = -0{,}3822$; $L' = -0{,}0954$; $M' = -0{,}1162$.

(13.) Il ne faut pas oublier de remarquer que quand $P = 1{,}6$; $P' = 1{,}55$; $k = \frac{3}{2}$; on a $\lambda = -0{,}225R$, au lieu de $\lambda = +0{,}15R$, qu'on trouve dans le cas où $P = 1{,}55$; $P = 1{,}6$; & comme $225 = 150 \times \frac{3}{2}$, il s'ensuit qu'au lieu des formules $\frac{0{,}0051605}{\lambda^3}$, & $\frac{0{,}014879}{\lambda\lambda}$ qui représentent dans le second cas l'aberration d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun, il faudra prendre $\frac{0{,}0051605}{\lambda^3} \times \frac{27}{8}$, & $\frac{0{,}014879}{\lambda^2} \times \frac{9}{4}$; & on peut remarquer en passant, que la seconde de ces valeurs est à peu près double de la première, puisqu'en les réduisant à leurs expressions approchées $\frac{5}{1000} \times \frac{27}{8}$, & $\frac{15}{1000} \times \frac{9}{4}$, elles seront $\frac{135}{8000}$ & $\frac{135}{4000}$.

(14.) Comme les quantités qu'on trouvera dans la première colonne horizontale de la Table suivante, entrent dans les valeurs des coëfficiens A, B, C, &c. (*Mém. 1764*) & que ces coëfficiens sont très-aisés à calculer, lorsque les quantités dont il s'agit sont connues, j'en ai dressé la Table pour différentes hypothèses.

TABLE.

P	m	$P+1-2m$	P^2	P^3	$1+P-2P^2$	P^3-P^2
1,53	0,6536	1,2228	2,3409	3,5815	—2,1518	1,2406
1,54	0,6494	1,2412	2,3716	3,6523	—2,2032	1,2807
1,55	0,6452	1,2596	2,4025	3,7238	—2,2550	1,3213
1,583	0,6317	1,3196	2,3059	3,9668	—2,4288	1,4609
1,598	0,6258	1,3464	2,5536	4,0806	—2,5092	1,5270
1,6	0,6250	1,3500	2,5600	4,0960	—2,5200	1,5360
1,61	0,62112	1,3678	2,5921	4,1733	—2,5742	1,5812
1,6640	0,60096	1,4620	2,7689	4,6075	—2,8738	1,8386
1,7240	0,58005	1,5640	2,9722	5,1290	—3,2204	2,1518
1,7320	0,57737	1,5772	2,9998	5,1957	—3,2676	2,1959
1,7870	0,55960	1,6678	3,1934	5,7065	—3,5998	2,5131
1,8300	0,54645	1,7372	3,3489	6,1285	—3,8678	2,7796
2,0180	0,49554	2,0270	4,0723	8,2179	—5,1266	4,1456

Autre TABLE *pour différentes valeurs de* k *ou* $\frac{dP}{dP'}$.

$\frac{dP'}{dP}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{31}{20}$	$\frac{32}{20}$	$\frac{5}{4}$	1,3540
$\frac{dP}{dP'}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{20}{31}$	$\frac{20}{32}$	$\frac{4}{5}$	0,73855

On peut mettre dans cette Table, au lieu de $\frac{3}{2}$, $\frac{31}{20}$, $\frac{32}{20}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{20}{31}$, $\frac{20}{32}$, $\frac{4}{5}$, leurs valeurs en décimales 1,5; 1,55; 1,6; 1,25; 0,6666; 0,6452; 0,6250; 0,8.

TABLE.

P	$P - m$	$P - P^2$	$3P-1-2m$	$1+2P-3P^2$	$2P-1-m$	$(P-1)^2$
1,53	0,8764	−0,8109	2,2828	−2,9627	1,4064	0,2809
1,54	0,8906	−0,8316	2,3212	−3,0348	1,4306	0,2916
1,55	0,9048	−0,8525	2,3596	−3,1075	1,4548	0,3025
1,583	0,9513	−0,9229	2,4856	−3,3517	1,5343	0,3398
1,598	0,9722	−0,9556	2,5424	−3,4648	1,5702	0,3576
1,6	0,9750	−0,9600	2,5500	−3,4800	1,5750	0,3600
1,61	0,9889	−0,9821	2,5878	−3,5563	1,5989	0,3721
1,6640	1,0630	−1,1049	2,7900	−3,9787	1,7270	0,4409
1,7240	1,1440	−1,2482	3,0120	−4,4686	1,8680	0,5242
1,7320	1,1546	−1,2678	3,0412	−4,5354	1,8866	0,5358
1,7870	1,2274	−1,4064	3,2418	−5,0062	2,0144	0,6194
1,8300	1,2836	−1,5189	3,3972	−5,3867	2,1136	0,6889
2,0180	1,5225	−2,0543	4,0630	−7,1809	2,5405	1,0363

Autre TABLE *pour différentes valeurs de* k *ou* $\frac{dP}{dP'}$.

$\frac{dP'}{dP}$	1,8000	2,2070	3,2590	3,5500	4,800
$\frac{dP}{dP'}$	0,55555	0,4531	0,30684	0,28169	0,20833

Les différentes suppositions de cette Table sur les valeurs de *P*, & de $\frac{dP'}{dP}$, sont tirées du *III.*[e] *volume de mes Opuscules, pages 279 & 404.*

(15.) Pour faire plus aisément, au moyen de cette Table, les calculs des quantités A, B, C, &c. A', B', C', &c. A'', B'', C'', &c. dont les premières donnent les formules pour deux lentilles non contiguës, les secondes pour trois lentilles contiguës, les troisièmes pour trois lentilles non contiguës, on pourroit joindre à la Table précédente une Table des logarithmes des différentes quantités que la Table contient: par-là on aura facilement la valeur des différentes quantités qui composent *(Mém. 1764, pages 94 & 97)* les coëfficiens C, D, K, B', D', E', L', lesquels sont les plus composés; après quoi on achèvera sans peine & en peu de temps le reste du calcul.

§. IV.

Formules générales très-approchées pour les dimensions d'un grand nombre d'objectifs.

(1.) Les formules que j'ai données dans le *paragraphe précédent,* pour les dimensions des objectifs dans le cas de différentes valeurs de P, P', k, peuvent servir à faire trouver un beaucoup plus grand nombre de formules pour les cas où les quantités P, P', k, différeroient peu des valeurs 1,55; 1,6, $\frac{2}{3}$: car il n'est pas absolument nécessaire de détruire entièrement l'aberration de sphéricité, puisque cette aberration subsiste dans les télescopes même de réflexion.

(2.) J'ai calculé les valeurs des coëfficiens, en supposant $P = 1{,}54$; $P' = 1{,}598$; $k = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{20}\right)$, & en négligeant le quarré de $\frac{1}{20}$ & les puissances plus hautes, & j'ai trouvé $A = 1{,}2412$; $B = -2{,}2032$; $C = +1{,}1615$; $D = +0{,}2436$; $E = -0{,}9424$; $F = +0{,}8906$; $K = -0{,}7051$; $H = -0{,}6804$. Comparant ces résultats avec ceux de la seconde supposition ci-dessus, *p. 58 & 59,* qui ont été faits plus en rigueur & dans la même hypothèse, on voit

que la plus grande différence tombe ſur le coëfficient C; ce qui doit être en effet, parce que ce coëfficient contient un plus grand nombre de termes, & outre cela le cube de la quantité k, ce qui n'a pas lieu dans les autres; la différence eſt $\frac{67}{10000}$, c'eſt-à-dire à peu-près $\frac{7}{1000}$: or dans cette dernière hypothèſe où l'on néglige les quarrés de $\frac{1}{20}$, on trouve $-\frac{0,1719}{rr}+\frac{0,3096}{r\lambda}-\frac{0,0468}{\lambda\lambda}=0$; & en ôtant $\frac{7}{1000}$ de C, on trouve que le coëfficient $-0,0468$ devient $-0,0471$; ainſi je crois qu'on peut prendre, ſans craindre de ſe tromper beaucoup, $-\frac{0,1719}{rr}+\frac{0,3096}{r\lambda}-\frac{0,471}{\lambda\lambda}=0$, pour l'équation entre r & λ dans l'hypothèſe de $P=1,54$; $P'=1,598$; $k=\frac{2}{3}\left(\frac{21}{20}\right)$.

(3.) Dans la Ve ſuppoſition, la valeur de P eſt troiſième proportionnelle arithmétique aux deux valeurs de P dans la Ire & dans la VIe, & les autres hypothèſes ſont abſolument les mêmes: or, ſi on prend les troiſièmes proportionnelles arithmétiques entre les valeurs des coëfficiens dans la Ire & la VIe ſuppoſition, on aura $A=1,2596$; $B=-2,2546$; $C=+1,2035$; $D=+0,3106$; $E=-0,8976$; $F=+0,9048$; $K=-0,7012$; $H=-0,6481$; ce qui diffère très-peu des valeurs réelles des coëfficiens trouvées dans la Ve ſuppoſition.

(4.) Ce n'eſt pas tout; les valeurs de $HH, FF, DH, 2FE$, priſes par des troiſièmes proportionnelles arithmétiques, ſont $+0,4200$; $+0,8183$; $+0,4915$; $-0,2013$; $-1,6243$; & ces valeurs calculées exactement, ſont $+0,4200$; $+0,8187$; $+0,4921$; $-0,2014$; $-1,6243$; qui diffèrent très-peu des précédentes; de même les valeurs de AH^2, EF^2, $2FEK$, $-FDH$, $+BHH$, EKK, $-KDH$, CHH, qui

ſervent à former les coëfficiens de l'équation finale *(Mém. 1764, page 95)* ſont par la proportion arithméthique 0,5290; — 0,7346; + 1,1385; + 0,1816; — 0,9469; — 0,4432; — 0,1408; + 0,5054; & les valeurs réelles ſont + 0,5290; — 0,7349; + 1,1394; + 0,1816; — 0,9471; — 0,4417; — 0,1413; + 0,5052, qui diffèrent peu des précédentes: enfin les valeurs des coëfficiens de $\frac{1}{rr}$, $\frac{1}{r\lambda}$ $\frac{1}{\lambda\lambda}$ dans l'équation finale, ſont, par la proportion arithmétique, 0,2058; 0,3732; 0,0786; qui ne diffèrent pas non plus beaucoup des valeurs réelles 0,2059; 0,3745; 0,0798.

(5.) De-là il s'enſuit qu'on peut négliger, dans les calculs, les quarrés de α & de α', & les puiſſances plus hautes, ſans avoir à craindre d'erreurs conſidérables; d'autant, comme nous l'avons déjà dit, que cette erreur n'influe que ſur l'aberration de ſphéricité, qui reſtera toujours très-petite, & qu'il eſt beaucoup moins eſſentiel de détruire abſolument que l'aberration de réfrangibilité; par une raiſon à peu près ſemblable (comme l'erreur de k peut être plus conſidérable & plus à craindre que celle de P & de P', *Mém. 1765, §. VI)* on pourra s'en tenir au quarré k'^2 & négliger les puiſſances plus hautes, ainſi que les produits $\alpha' k$, $\alpha' k'$.

(6.) Prenons donc pour la valeur de P, 1,54; pour celle de P', 1,598; & pour celle de k, $\frac{2}{3}$, ce qui eſt la I.re des hypothèſes ci-deſſus: & comparant la I.re avec la VI.me, nous trouverons en ſuppoſant $P = 1,54 + \alpha$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$, les équations ſuivantes.

$A = + 12412 + 18400\alpha$;
$B = - 22032 - 51400\alpha$;
$C = + 11656 + 37900\alpha$;
$D = + 2847 + 25900\alpha$;

$E = - 8976;$

$F = + 8906 + 14200\alpha;$

$K = - 6910 - 10200\alpha;$

$H = - 6481;$

& $- \frac{1908 + 15000\alpha}{rr} + \frac{3438 + 29400\alpha}{r\lambda} - \frac{676 + 11000\alpha}{\lambda\lambda} = 0.$

(7.) En comparant la I.re avec la VII.e, nous trouverons qu'en supposant $P = 1,54$; $P' = 1,598 + \alpha'$; $k = \frac{2}{3}$, on aura à cause de $\frac{15}{1000} = \frac{1}{100} \times \frac{3}{2}$,

$C = + 11656 - 3500\alpha' \times \frac{2}{3};$

$D = + 2847 - 5700\alpha' \times \frac{2}{3};$

$E = - 8976 - 17900\alpha' \times \frac{2}{3};$

$K = - 6910 - 1700\alpha' \times \frac{2}{3};$

$H = - 6481 - 13900\alpha' \times \frac{2}{3};$

& $- \frac{1908 - 7800\alpha' \times \frac{2}{3}}{rr} + \frac{3438 - 14200\alpha' \times \frac{2}{3}}{r\lambda} - \frac{676 - 7100\alpha' \times \frac{2}{3}}{\lambda\lambda} = 0.$

(8.) Ayant ainsi les valeurs de A, B, C, D, E, F, G, H, pour le cas de $P + \alpha$, $P' + \alpha'$, on aura par les formules des *Mém. de 1764, page 97*, celles de B', D', E', L', pour les mêmes cas; en effet, supposant que P varie de la quantité dP, & P' de la quantité dP', on trouvera

$dB = 2k\left[dP - dP' - \frac{2P'dP}{P^2} + \frac{2PdP'}{P'^2} + \frac{2dP'}{P} - \frac{2dP}{P'}\right].$

$dD' = 2k\left[\frac{2PdP}{P'} - \frac{P^2dP'}{P'^2} - \frac{dP}{2} - \frac{dP'}{2}\right].$

$dE' = 2k^2\left[\frac{2P'dP'}{P} - \frac{P'^2dP}{P^2} - \frac{dP}{2} - \frac{dP'}{2}\right].$

$dL' = k\left[- \frac{P'dP}{P^2} + \frac{dP'}{P} + \frac{PdP'}{P'^2} - \frac{dP}{P'}\right].$

(9.) De-là on tirera *(Mém. 1764, page 98)* les valeurs de A', C, F, G, M', pour le cas d'un objectif triple.

(10.) A l'égard des valeurs des coëfficiens, dans le cas où l'on mettroit $k + k'$ à la place de k, ou, ce qui est la même chose, $k\ (1 + v)$, on les trouvera facilement par les formules des *Mém. de 1764, pages 127 & 128;* d'où il sera aisé de parvenir aux équations finales qui servent à trouver la valeur de $\frac{1}{r}$, & celles des autres rayons, en supposant $P + \alpha$ ou $1{,}54 + \alpha$, au lieu de P, $P' + \alpha'$ ou $1{,}598 + \alpha'$ au lieu de P', & $\frac{2}{3}\ (1 + v)$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

(11.) De-là & des calculs précédens, il s'ensuit qu'en supposant $P = 1{,}55 + \alpha$, $P' = 1{,}6 + \alpha'$, $k = \frac{2}{3}\ (1 + v)$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$A = 12596 + 18400\alpha.$

$B = -\ 22550 - 51400\alpha.$

$C = +\ 12026 + 37900\alpha - 2333\alpha' - 1786v - 5146v^2.$

$D = +\ 3100 + 25900\alpha - 3800\alpha' - 8100v - 11200v^2.$

$E = -\ 9000 - 11933\alpha' - 9000v.$

$F = 9048 + 14200\alpha.$

$K = -\ 7016 - 10200\alpha - 1133\alpha' - 2757v - 4266v^2.$

$H = -\ 6500 - 9266\alpha' - 6500v.$

(12.) Et pour un objectif à trois lentilles,

$B' = 1029 - 21093\alpha + 20016\alpha' + 1029v.$

$D' = -\ 980 - 19165\alpha - 19179\alpha' - 980v.$

$E' = +\ 681 - 13917\alpha - 13908\alpha' + 1362v + 681v^2.$

$L' = 424 - 8607\alpha + 8338\alpha' + 424v.$

D'où

D'où l'on tirera *(Mém. Ac. 1764, p. 97 & 98)* les valeurs de A', C', F', G', M', pour le cas d'un objectif à trois lentilles immédiatement contiguës; & ensuite *(§. 11 ci-dessus)* les valeurs de A'', B'', &c. pour les objectifs à trois lentilles non contiguës.

(13.) Nous avons donné *(art. 7)* les équations finales approchées du second degré, qui servent à trouver la valeur de $\frac{1}{r}$ en $-\frac{1}{\lambda}$ dans l'hypothèse de $1,54 + \alpha$, au lieu de P, & de $1,598 + \alpha'$ au lieu de P'. Mais il sera souvent encore plus exact de calculer immédiatement ces équations; de plus, quand on aura trouvé les valeurs des rayons pour un certain nombre de suppositions sur la valeur de P, P', k, on pourra trouver aisément par la méthode des interpolations les valeurs des mêmes rayons pour toute autre hypothèse peu différente.

(14.) En effet, soit, par exemple, ϱ la valeur du rayon r pour le cas de $P = 1,54$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$; on aura pour le cas de $P + \alpha$, $P' + \alpha'$, $k + k'$, la valeur du rayon $r = \varrho + A\alpha + B\alpha' + Ck' + Dk'^2$; d'où il est aisé de voir que si on a la valeur de r dans quatre autres suppositions différentes, par exemple,

$$P = 1,55,\ P' = 1,598,\ k = \frac{2}{3};$$

$$P = 1,54,\ P' = 1,583,\ k = \frac{2}{3};$$

$$P = 1,54,\ P' = 1,598,\ k = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{20}\right);$$

$$P = 1,54,\ P' = 1,598,\ k = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{20}\right);$$

on aura facilement les coëfficiens A, B, C, D. Car soient ϱ', ϱ'', ϱ''', ϱ'''', les valeurs des rayons dans ces quatre hypothèses,

on aura $\varrho' = \varrho + \frac{A}{100}$;

$$\varrho'' = \varrho + B \times - \frac{15}{1000};$$

$$\varrho''' = \varrho + C \times \frac{1}{30} + \frac{D}{900};$$

$$\varrho'''' = \varrho - C \times \frac{1}{30} + \frac{D}{900};$$

d'où l'on tire $A = 100 \times (\varrho' - \varrho)$; $B = \frac{1000}{15} (\varrho - \varrho'')$; $D = \frac{900}{2} (\varrho''' + \varrho'''' - 2\varrho)$; $C = \frac{30}{2} (\varrho''' - \varrho'''')$.

(15.) Il faut ſeulement remarquer que ſi deux valeurs d'un rayon ſe trouvoient de ſigne contraire dans deux ſuppoſitions peu différentes, ce qui peut très-bien arriver; alors il ne faudroit pas prendre, dans une ſuppoſition moyenne entre ces deux-là, la partie proportionnelle, parce que le réſultat en ſeroit trop peu exact; attendu qu'il y auroit dans quelque hypothèſe moyenne entre les deux propoſées, une valeur du rayon égale à l'infini: il faudra pour lors calculer plus exactement le rayon cherché.

(16.) L'équation $\frac{P-1}{\lambda} + \frac{(P'-1) \times -k}{\lambda} = \frac{1}{R}$; qui ſert à détruire l'aberration de réfrangibilité, eſt celle où il eſt le plus important de ne rien négliger, parce que l'aberration de réfrangibilité eſt, ſans comparaiſon, celle qui nuit le plus à la bonté des objectifs; donc, ſi on ſuppoſe que P devienne $P + \alpha$, P', $P' + \alpha'$, & k', $k + k'$; on aura $\frac{P-1}{\lambda} - \frac{k(P'-1)}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{k'(P'-1)}{\lambda} - \frac{k\alpha'}{\lambda} - \frac{k'\alpha'}{\lambda} = \frac{1}{R}$.

(17.) Donc ſi $P = 1{,}55$, $P' = 1{,}6000$, & $k = \frac{2}{3}$; on aura $\frac{0{,}15}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{k\alpha'}{\lambda} - \frac{k'\alpha'}{\lambda} = \frac{1}{R}$; & $\lambda = 0{,}15\, R + \alpha R - k\alpha' R - k'\alpha' R$. Donc $\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r}$

$$-\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{r}-\frac{1}{(0,15+\alpha-k\alpha'-k'\alpha')R}; \ \& \ \frac{1}{\rho'}=\frac{1}{r'}$$
$$-\frac{1}{\lambda'}=\frac{1}{r'}-\frac{k+k'}{\lambda}=\frac{1}{r'}-\frac{k+k'}{(0,15+\alpha-k\alpha'-\alpha'k')R}.$$

(18.) On voit par ces formules, qu'en ſuppoſant ſeulement $\alpha=+\frac{1}{100}$, $\alpha'=-\frac{3}{2.100}$ & $k'=0$; la valeur de λ qui étoit $0,15R$ dans le cas de α & $\alpha'=0$, devient $0,17R$, & par conſéquent beaucoup plus grande. Cependant ce n'eſt pas à la valeur rigoureuſe de λ qu'il faut s'attacher. On peut commettre quelqu'erreur dans cette valeur, pourvu qu'elle ſe répande proportionnellement ſur les valeurs de r, ρ, r': mais il faut avoir grand ſoin de ne pas négliger la quantité k' dans l'équation qui donne la valeur du quatrième rayon, ſavoir, $\frac{1}{\rho'}=\frac{1}{r'}-\frac{k+k'}{\lambda}$; car c'eſt de l'attention qu'on aura à cette quantité k', que dépend la deſtruction des couleurs.

(19.) Et en général, quand on aura trouvé, pour un objectif formé de tant de lentilles qu'on voudra, les valeurs de tous les rayons, moins un ſeul, exprimées en λ, il faut avoir ſoin de prendre la valeur du rayon reſtant telle, que l'aberration de réfrangibilité ſoit entièrement détruite, c'eſt-à-dire qu'on ait exactement, autant qu'il eſt poſſible, $dP\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho}\right)+dP'\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{\rho'}\right)+dP''\left(\frac{1}{r''}-\frac{1}{\rho''}\right)$ &c. $=0$; les valeurs de $\frac{dP'}{dP}$, $\frac{dP''}{dP}$, &c. étant ſuppoſées connues exactement, ou du moins à très-peu près: car c'eſt de-là que dépend ſur-tout la bonté de l'objectif. Il faut ſeulement obſerver que parmi les rayons des ſurfaces de l'objectif, on doit faire tomber l'altération ſur celui que cette altération ne rendra pas trop petit ni trop grand, à cauſe des inconvéniens auxquels eſt ſujet un rayon trop grand ou trop petit. Les formules du *ſ. XX des Mémoires de 1764*, & du *ſ. IV des Mémoires de 1765*,

donneront le moyen facile de choisir celui des rayons qu'on doit altérer de préférence.

(20.) Non-seulement il n'est pas nécessaire, pour la bonté de l'objectif, que l'aberration de sphéricité y soit aussi exactement détruite que l'autre; il ne faut pas même (du moins si j'en dois croire un habile Artiste) rejeter un objectif par cette seule raison que son aberration de sphéricité seroit plus grande que celle d'une lentille bi-convexe isocèle simple. Cet Artiste m'a assuré qu'ayant construit les deux objectifs suivans, ils se sont trouvés très-bons; or ces objectifs ont une très-grande aberration de sphéricité.

(21.) Le premier est composé de deux lentilles appliquées immédiatement l'une contre l'autre, la première de cristal, la seconde de verre commun; le foyer est de 38 pouces; les deux surfaces extérieures sont convexes & égales, & de 3 pieds de rayon; les deux surfaces intérieures, la première concave, la seconde convexe, appliquées immédiatement l'une contre l'autre, sont de 8 pouces de rayon. Or il est visible 1.° en supposant $P = 1,6$; $P' = 1,54$; $k = \frac{32}{20}$, que l'aberration de réfrangibilité $=$ $dP \times \frac{32}{20} \times \left(\frac{38}{36R} - \frac{38}{8R}\right) + \left(\frac{38}{8R} + \frac{38}{36R}\right) = -\frac{dP \times 12}{72R}$; qui n'est qu'un douzième de l'aberration $\frac{2dP}{R}$ d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun; d'où l'on voit que l'aberration même de réfrangibilité n'est pas tout-à-fait détruite dans cet objectif; 2.° en supposant même les rayons des surfaces tels, que l'aberration de réfrangibilité soit absolument nulle, ce qui donne $\frac{32}{20} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r} = 0$, on aura $\frac{52}{r} - \frac{12}{\rho} = 0$, d'où $\rho = \frac{12}{52r}$, & à cause de $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda}$, $\frac{40}{r} - \frac{12}{\lambda} = 0$, d'où $\frac{1}{r} = \frac{3}{10\lambda}$;

ainsi par les formules de l'*article 11 du §. III ci-dessus*, l'aberration en longueur sera à très-peu près $\frac{1}{2} \times (-\frac{54}{100} \times \frac{9}{100} - \frac{56 \times 30}{10000} - \frac{758}{10000}) = -\frac{2904}{2.10000}$, beaucoup plus grande que l'aberration approchée en longueur $\frac{135}{8000}$ d'un objectif bi-convexe isocèle *(§. III, art. 13)*.

(22.) Le second objectif est composé d'une lentille de cristal d'Angleterre plane concave, la surface plane du côté de l'objet, & d'un verre lenticulaire isocèle appliqué contre le cristal, mais sans y toucher; la seconde surface de la première lentille est supposée avoir un rayon égal aux trois quarts de celui du verre. En ce cas donc, supposant $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$, on aura $\frac{3}{2}(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{\rho}) + \frac{2 \times 3}{4\rho} = 0$; ainsi l'aberration de réfrangibilité sera nulle; de plus à cause de $\frac{1}{r} = 0$, on aura $\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{\lambda}$, & $\frac{1}{r'} =$ *(hyp.)* $\frac{3}{4\rho} = -\frac{3}{4\lambda}$; donc l'aberration de sphéricité en longueur sera *(§. III, art. 10 ci-dessus)* $\frac{1}{2}(-0{,}0028 + 1{,}8164 \times \frac{3}{4} - 1{,}8894 \times \frac{9}{16}) =$ à peu-près $\frac{1}{2}(-0{,}0028 + 1{,}8000 \times \frac{3}{4} - 1{,}8900 \times \frac{9}{16}) = \frac{1491}{20000}$, quantité beaucoup plus grande que l'aberration $\frac{135}{8000}$ d'une lentille bi-convexe isocèle.

(23.) Pour terminer & compléter toutes nos remarques sur l'effet de l'aberration dans les objectifs, nous allons faire voir par le calcul suivant, qu'il est comme impossible d'éviter dans les lunettes achromatiques une aberration de réfrangibilité moindre que l'aberration de sphéricité des lunettes simples, & à plus forte raison que celle des télescopes. Pour cela, on considérera que l'aberration de la lunette simple, en nommant ω le diamètre de

l'ouverture, eſt $\frac{\omega\omega}{4} \times \frac{0,0051605}{\lambda^3}$, & celle du téleſcope $\frac{\omega\omega}{4} \times \frac{0,000423}{\lambda^3}$. Or dans la lunette ſimple $\frac{\omega\omega}{\lambda}$ eſt conſtant, puiſque cette quantité eſt $= \frac{\omega\omega}{0,15\,R}$, & que $\frac{\omega\omega}{R}$ eſt conſtant. De plus, on trouve par les Tables que ſi $R = 30$ pieds, $\omega = 3$ pouces; donc $\frac{\omega\omega}{R} = \frac{1}{40}$ pouce $= \frac{3}{10}$ de ligne, & $\frac{\omega\omega}{0,15\,R} = 2$ lign. donc ſi μ eſt l'erreur commiſe dans k', & que $R = Q$ pieds, l'aberration ſphérique de la lunette ſimple eſt à l'aberration $\frac{dk'\,dP'}{\lambda'}$ ou plutôt $\frac{2\,dk'\,dP}{\lambda}$ d'une lunette achromatique, comme $\frac{1}{2}$ ligne $\times \frac{0,0051605}{\lambda^2} : \frac{1}{50} \times \mu \times \frac{100}{15R}$, c'eſt-à-dire comme $0,0051605 : \frac{1}{25} \times \mu \times 0,15 \times 144\,Q$, ou en mettant pour μ ſa valeur $\frac{5\,\zeta}{3}$, comme $0,0051605 : \zeta \times \frac{144\,Q}{100}$. Donc il faut que ζ ſoit $=$ ou $< \frac{51605}{14400000\,Q} = \frac{0,0035836}{Q}$, afin que l'aberration de réfrangibilité dans l'objectif achromatique ne ſoit pas plus grande que l'aberration de ſphéricité dans une lunette ſimple de même foyer & de même ouverture; & comme l'ouverture de l'objectif achromatique doit être beaucoup plus grande que celle de la lunette ſimple, il s'enſuit que ζ doit être beaucoup plus petit que $\frac{0,00358}{Q}$, pour que l'aberration de réfrangibilité reſtante dans l'objectif achromatique ne ſoit pas plus grande que l'aberration de ſphéricité d'une lunette ſimple de même longueur. Ainſi, par exemple, ſi la lunette ſimple eſt de 18 pieds, il faut que ζ ſoit beaucoup plus petit que $\frac{2}{10000}$; & comme l'angle des priſmes qui ſervent à meſurer ζ, n'eſt guère que de 15 à 20 degrés tout au plus, il s'enſuit que ζ doit être beaucoup

plus petit que $\frac{40.60.60''}{10000}$, c'eſt-à-dire que 14 ſecondes *. Cette quantité doit encore être réduite à la moitié, c'eſt-à-dire à $7''$, parce que le foyer de l'aberration de ſphéricité étant, comme on ſait, au quart de cette aberration, & celui de l'aberration de réfrangibilité à la moitié, il faut dans le calcul précédent, diviſer 0,0051605 par 4 & $\frac{1}{50}$ par 2.

(24.) Quant aux téleſcopes, on remarquera que $\frac{\omega^4}{R^3}$ y eſt conſtant, & par conſéquent auſſi $\frac{\omega\omega}{\lambda\sqrt{\lambda}}$. Soit donc dans ces téleſcopes $\frac{\omega\omega}{\lambda\sqrt{\lambda}} = \zeta\sqrt{(1 \text{ ligne})}$; & l'aberration du téleſcope ſera à celle de la lunette achromatique comme $\frac{0{,}000423}{4} \times \zeta : \frac{1}{50} \times \frac{5\,6}{3} \times \frac{\sqrt{(15)}}{10} \times 12\sqrt{Q}$; or on a par les Tables $\frac{\omega\omega}{R\sqrt{R}} = \frac{(18)^2}{12.12.12} = \frac{3}{16}\sqrt{(1 \text{ ligne})}$; donc $\zeta = \frac{3}{16} \times \frac{1000}{15\sqrt{15}}$; donc $6 = $ ou $< \frac{0{,}000423}{4\sqrt{Q}} \times \frac{1000}{3.16}$, qu'il faut encore (*art. précéd.*) réduire à la moitié, c'eſt-à-dire à $\frac{0{,}000423}{\sqrt{Q}} \times \frac{125}{48}$.

* Nous avons ſuppoſé dans le calcul de cet article $\frac{\omega\omega}{R}$ conſtant, & $= \frac{3}{10}$ de ligne, ſuivant les Tables données par M. l'abbé de la Caille dans ſes leçons d'Optique. Cependant il eſt bon d'obſerver que d'autres Tables donnent $\frac{\omega\omega}{R} = \frac{4}{13}$ ligne, & quelques-unes encore d'autres valeurs; il faut de plus remarquer que $\frac{\omega\omega}{R}$ n'eſt pas abſolument conſtant dans ces différentes Tables, quoique ſuivant la théorie il le doive être; par exemple, dans les Tables de M. l'abbé de la Caille, ſi $R = 4$ pieds, on aura $\omega = 1$ po. 1 ligne; ſi $R = 30$ pieds, on aura $\omega = 3$ po. & ſi $R = 35$ pieds, on aura $\omega = 3$ pouces 3 lignes. Or $\frac{(3 \text{ pouc. } 3 \text{ lign.})^2}{35 \text{ pieds}}$ n'eſt rigoureuſement égal ni à $\frac{(1 \text{ pouce } 1 \text{ ligne})^2}{4 \text{ pieds}}$ ni à $\frac{(3 \text{ pouces})^2}{30 \text{ pieds}}$. Les autres Tables, au moins celles qui me ſont connues, ont ce même inconvénient, que $\frac{\omega\omega}{R}$ n'y eſt ni rigoureuſement conſtant, ni rigoureuſement égal à $\frac{3}{10}$ de ligne; mais les différences ſont ſi petites, qu'il n'en réſulte point de changemens remarquables dans le calcul ci-deſſus.

(25.) Donc ſi on ſuppoſe le téleſcope de 16 pieds, par exemple, l'erreur ϵ ne devra pas être plus grande que $\frac{1}{10000} \times \frac{5}{2}$; pour que l'aberration de réfrangibilité de l'objectif achromatique ne ſoit pas plus grande que l'aberration de ſphéricité d'un téleſcope de cette longueur & de la même ouverture; c'eſt-à-dire *(art. 23)* que dans le cas préſent l'erreur commiſe dans la meſure des angles des priſmes ne doit pas être plus grande que 17 à 18 ſecondes; & ſi on ſuppoſe, ce qui a lieu en effet, qu'il faille diminuer beaucoup l'ouverture du téleſcope pour la rendre égale à celle de la lunette achromatique, alors l'erreur ϵ ſera évidemment beaucoup plus petite.

(26.) On voit donc qu'une très-petite erreur commiſe dans la meſure du rapport des angles des priſmes, & même une erreur telle qu'on ne peut raiſonnablement ſe promettre de l'éviter, produira dans la lunette achromatique une aberration de réfrangibilité qui ſera plus grande que l'aberration de ſphéricité d'un téleſcope, & ſouvent même que celle d'une lunette ſimple de même foyer. Il eſt donc comme impoſſible de pouvoir diminuer l'aberration de réfrangibilité dans les lunettes dioptriques achromatiques, juſqu'au point de la rendre plus petite que l'aberration de ſphéricité d'un téleſcope de même longueur. C'eſt vraiſemblablement pour cette raiſon que les meilleures lunettes achromatiques conſtruites juſqu'à préſent, ne comportent pas des oculaires d'un foyer plus court que les téleſcopes de même longueur, & pour l'ordinaire même demandent des oculaires d'un plus long foyer. Celle de ces lunettes qui paroît juſqu'ici la plus parfaite de toutes, la lunette achromatique de M. Dollond le fils, formée d'un objectif compoſé de trois lentilles, & de 3 pieds & demi de foyer, porte une ouverture d'environ 3 pouces & demi, & augmente environ cent cinquante fois; ainſi elle a à peu près la même ouverture & le même pouvoir *augmentatif* qu'un téléſcope de même longeur; mais elle eſt préférable au téleſcope, en ce qu'elle donne beaucoup plus de clarté & de vivacité à l'image.

§. V.

Réponse à quelques Objections de M. Euler, avec des remarques sur la structure des yeux des Poissons.*

(1.) M. Euler assure d'abord que j'ai *très-mal deviné, p. 23 & 24 du Tome III de mes Opuscules*, les raisons qui lui ont fait supposer quatre surfaces pour détruire l'aberration seule de réfrangibilité, quoique trois soient suffisantes pour cet objet: il dit que voulant renfermer de l'eau entre deux ménisques, il avoit besoin de faire polir quatre surfaces, & qu'il lui *importoit fort peu*, que les deux surfaces d'une des lentilles pussent être parallèles entr'elles; pour moi, il me semble qu'il *importoit* de remarquer 1.° que la solution du problème n'exigeoit que trois indéterminées, au lieu de quatre qu'il a supposées; 2.° que quoiqu'on fût obligé de polir quatre surfaces pour y renfermer de l'eau, deux de ces surfaces pouvoient & devoient même être parallèles pour résoudre le problème avec la plus grande simplicité possible: je ne vois pas non plus pourquoi ce grand Géomètre n'a pas, dès ce moment, employé, comme il le pouvoit, les trois surfaces, à détruire non-seulement l'aberration de réfrangibilité, mais même celle de sphéricité, au moins pour les objets placés dans l'axe. En employant, comme il le fait, quatre surfaces différentes, il pouvoit même détruire l'aberration de sphéricité pour les objets placés hors de l'axe.

(2.) Cette considération de l'aberration de sphéricité qu'il faut anéantir dans les objectifs achromatiques, est d'autant plus nécessaire, que si l'on n'y a point d'égard, comme l'avoit d'abord fait M. Dollond d'après les formules de M. Euler, il en résulte dans les surfaces une courbure trop considérable *(Voyez Mém. Acad. 1756, p. 385);* courbure qui ne permet pas de donner assez d'ouverture à l'objectif.

(3.) M. Euler croit qu'il est absolument nécessaire pour la

* Ces objections se trouvent dans le Journal encyclopédique du mois de Mars 1765, *tome II, page 114.*

viſion diſtincte, que l'aberration de réfrangibilité ſoit *entièrement & rigoureuſement détruite* dans l'œil. Je ne puis être en cela de ſon avis, je penſe qu'il ſuffit que cette aberration ſoit détruite, non pas rigoureuſement, mais à peu près; & voici mes raiſons.

I. M. Euler convient que la viſion peut être ſenſiblement diſtincte, quoique l'aberration de ſphéricité ne ſoit pas entièrement détruite au fond de l'œil, pourvu qu'elle ſoit très-petite. Or pourquoi n'en ſeroit-il pas de même de l'aberration de réfrangibilité? L'aberration de ſphéricité devroit en rigueur faire voir une eſpèce de nuage, ou d'atmoſphère, ou de pénombre, autour de l'objet; elle ne le fait pas lorſqu'elle eſt fort petite; pourquoi l'aberration de réfrangibilité, quand elle ſera auſſi très-petite, feroit-elle voir des cercles colorés autour de l'objet? Dans le premier cas, la petite atmoſphère n'eſt point ſenſible à cauſe de ſon peu d'étendue; dans le ſecond, les cercles colorés étant très-près les uns des autres, ſe confondront ſenſiblement entr'eux, & ne laiſſeront apercevoir aucune eſpèce d'iris.

II. N'eſt-il pas très-naturel de croire que l'ébranlement cauſé à un point de la rétine * par un rayon qui y tombe, ſe communique à une très-petite diſtance aux points environnans? D'où il eſt aiſé de conclure que chacun de ces points eſt agité par un ébranlement total, cauſé à la fois par pluſieurs rayons colorés, & qu'ainſi il en réſulte l'impreſſion d'une couleur unique.

III. M. Euler ſemble lui-même convenir de cette vérité, quand il accorde que ſi le foyer des rayons moyens, c'eſt-à-dire des rayons *verts,* tomboit exactement ſur la rétine, on ne verroit point d'iris quoiqu'il y eût une petite aberration de réfrangibilité. En effet l'image ſeroit alors verte au centre, & entourée de trois cercles, dont le plus petit ſeroit formé par la coincidence du jaune & du bleu, ce qui produit le vert, le ſuivant par la coincidence de l'orangé & de l'indigo, & le troiſième par celle du rouge &

* Je dis un point de la *rétine,* ſans entrer dans la queſtion ſi la rétine eſt l'organe de la vue; quel que ſoit cet organe, il n'y a qu'à le ſubſtituer à la rétine.

du violet. Or ſans la ſuppoſition faite dans l'*article précédent*, il ne réſulteroit point de ces différens cercles la ſenſation du blanc, comme M. Euler ſemble le ſuppoſer avec raiſon.

IV. M. Euler prétend que ſi l'aberration de réfrangibilité n'étoit pas abſolument nulle pour les objets placés dans l'axe de l'œil, elle devroit devenir inſupportable dans les objets qui en ſeroient éloignés d'un angle de 30 degrés & au-delà, juſqu'où la vue s'étend. Je réponds en premier lieu que l'aberration de réfrangibilité n'eſt pas plus grande pour les objets placés hors de l'axe, que pour ceux qui ſont dans l'axe même, comme nos formules le prouvent *(Voyez Mém. 1764, §. VII, art. 8)*; ainſi l'aberration de réfrangibilité étant ſuppoſée très-petite par rapport à ceux-ci, le ſera de même par rapport aux autres. Je réponds en ſecond lieu qu'à l'égard des objets placés hors de l'axe, l'image ne ſauroit jamais être entièrement délivrée de l'aberration de ſphéricité, comme je l'ai auſſi prouvé, du moins en faiſant abſtraction de l'épaiſſeur du criſtallin * & de l'humeur aqueuſe, dont l'effet ne paroît pas devoir être fort conſidérable. Or cette aberration n'empêche pas qu'on ne voie diſtinctement les objets dont il s'agit: d'où il réſulte qu'on pourroit auſſi les voir diſtinctement, quoique l'aberration de réfrangibilité ne fût pas rigoureuſement nulle.

V. M. Euler croit que ſi l'on peut rendre inſenſible cette dernière aberration dans les lunettes, on viendra à bout de l'anéantir tout-à-fait. Je crois avoir démontré le contraire, & avoir prouvé *(art. 791 du tome III de mes Opuſcules)* que quand on parviendroit à anéantir ſenſiblement l'aberration des rayons rouges & des violets, il reſteroit encore quelqu'aberration cauſée par les rayons intermédiaires. Or cet inconvénient, qui a néceſſairement lieu dans les lunettes, doit auſſi très-vraiſemblablement avoir lieu dans l'œil, quoiqu'au fond il n'en réſulte, ainſi que nous venons de le voir, aucun déſavantage réel & ſenſible pour la netteté de la viſion.

VI. Il réſulte de notre théorie des lunettes achromatiques *(Opuſc. t. III, p. 320 & ſuiv. & Mém. 1765, §. I — VIII)*, qu'on ne ſauroit ſe flatter de détruire entièrement & rigoureuſement,

* Voyez le *troiſième volume* des Opuſcules Mathématiques, *art. 694*.

ni l'aberration de réfrangibilité ni celle de ſphéricité dans les objectifs achromatiques. Cependant l'expérience montre qu'on peut rendre ces objectifs tels, que l'aberration y ſoit abſolument inſenſible ; donc il n'eſt point néceſſaire que l'aberration des objectifs (tant celle de ſphéricité, que celle de réfrangibilité dont il eſt ſur-tout queſtion ici) ſoit abſolument nulle, pour être entièrement inſenſible aux yeux. Donc il n'eſt pas néceſſaire que l'image de pluſieurs points différemment colorés, & très-proches l'un de l'autre, ne forme qu'un point au fond de l'œil, pour nous faire paroître cette image comme un point unique & ſans couleurs ſenſibles; donc par la même raiſon il n'eſt pas néceſſaire que l'œil réuniſſe exactement & rigoureuſement au même foyer tous les rayons différemment colorés qui partent d'un même point, pour que ce point ne paroiſſe pas ſenſiblement coloré.

(4.) M. Euler penſe qu'il eſt inutile de chercher à détruire l'aberration dans les rayons qui ne partent point de l'axe. Je ne ſaurois être en cela de ſon avis: car le calcul démontre *(Voyez les Mémoires de 1762, pages 619, 623, 624)* que telle lunette qui détruiroit aſſez bien l'aberration pour les objets placés dans l'axe, produiroit pour les objets un peu éloignés de l'axe une aberration conſidérable, qu'il faut s'appliquer par conſéquent, ou à détruire, ou du moins à diminuer. Je ne parle point d'une autre objection de ce grand Géomètre contre l'avantage des objectifs compoſés; objection à laquelle j'ai répondu à la fin de mon Mémoire de 1765.

(5.) M. Euler paroît ſurpris de ce qu'ayant promis une théorie complète pour la perfection des lunettes & des microſcopes, je n'ai point parlé de la multiplication des oculaires. Ma réponſe eſt que je n'ai point annoncé une *théorie complète* à beaucoup près. *(Voyez dans l'avertiſſement du IIIe volume de mes Opuſcules, la fin de la* page xiij *& le commencement de la* page xiv*)*. Bien loin de croire que j'aie épuiſé la matière dans mes Opuſcules, je penſe au contraire qu'il reſte encore maintenant beaucoup à ajouter à mes recherches.

(6.) Pour faire voir qu'il n'eſt pas néceſſaire que les couleurs

ſoient abſolument détruites au fond de l'œil, nous allons montrer qu'il y a en effet tout lieu de croire que les couleurs ne ſont pas détruites dans l'œil de certains poiſſons. Nous ſuppoſerons d'abord que l'humeur aqueuſe des poiſſons a la même réfraction que l'eau, afin que la réfraction ne commence qu'au criſtallin; nous examinerons enſuite le cas où l'humeur aqueuſe des poiſſons n'auroit pas la même réfraction que l'eau. « L'humeur aqueuſe qu'on a dit manquer aux Poiſſons (dit M. Haller, *Mém. Acad. 1762, page 94)*, ne leur eſt pas tout-à-fait refuſée; ils en ont tous, & quelques-uns d'eux conſidérablement, comme la lotte & même le ſaumon. Il eſt bien vrai qu'elle eſt viſqueuſe dans une partie des poiſſons, mais elle eſt très-fluide dans le ſaumon. »

(7.) Cela poſé, ſuivant les formules de la *page 52, t. III de mes Opuſcules,* ſoit δ la diſtance du point lumineux au ſommet du criſtallin, A le rapport du ſinus de réfraction au ſinus d'incidence en entrant de l'humeur aqueuſe dans le criſtallin, B le rapport des mêmes ſinus en paſſant du criſtallin dans l'humeur vitrée, a le rayon du criſtallin à ſa face antérieure, b ſon rayon à ſa face poſtérieure, e l'épaiſſeur du criſtallin, on aura $\delta' = \frac{a\delta}{D\delta - Aa}$;

$$\delta'' = \frac{b\delta' - eb}{E\delta' - Ee + Bb} = \frac{ba\delta - eb\,(D\delta - Aa)}{Ea\delta + (Bb - Ee)\,(D\delta - Aa)}.$$

(8.) Or ſi le criſtallin eſt ſphérique comme celui des poiſſons, & que l'humeur aqueuſe ſoit ſuppoſée avoir la même réfraction que l'eau, on aura $b = -a$; $e = 2a$; & par conſéquent *(Opuſc. t. III, art. 126)* * $\delta'' = \frac{-aa\delta + 2aa\,(D\delta - Aa)}{Ea\delta + (D\delta - Aa)\,(-Ba - 2Ea)}$ $=$ (en mettant pour D ſa valeur $1 - A$ & pour E ſa valeur $1 - B$) $\frac{aa\delta - 2Aaa\delta - 2Aa^3}{a\delta\,(-1 + 2A - BA) + aa\,(2A - BA)}$. Donc alors $H = a - 2Aa$; $L = -2Aa^2$; $M = -1 + 2A - BA$; $N = (2A - BA)\,a$; il faut donc

* On prend ici la diſtance primitive δ, à compter, non de l'humeur aqueuſe, où il n'y a point *(hyp.)* de réfraction, mais du criſtallin.

(Opufc. t. III, art. 130) qu'on ait alors les équations fuivantes:

1.° $\frac{dA}{A} = \frac{2dA - d(BA)}{2A - BA}$;

2.° $\frac{-2dA}{1-2A} = \frac{2dA - d(BA)}{-1 + 2A - BA}$;

3.° $\frac{2dA - d(BA)}{2A - BA} = \frac{2dA - d(BA)}{-1 + 2A - BA}$;

ou 4.° $\frac{-1 + 2A - BA}{1 - 2A} = \frac{2A - BA}{-2A}$.

Or il eft vifible d'abord que la troifième équation ne peut avoir lieu. Donc il faut fubftituer la quatrième à la troifième, & cette quatrième équation donne $2A - BA = 2A$; ce qui eft encore impoffible.

(9.) D'où l'on voit que fi on fuppofe l'humeur aqueufe des poiffons de la même réfraction que l'eau, les yeux des poiffons ne fauroient être exempts de l'aberration de réfrangibilité.

(10.) Et fi l'humeur aqueufe dans les poiffons n'avoit qu'une réfraction très-peu différente de celle de l'eau, alors on devroit encore avoir à très-peu près l'équation $2A - BA = 2A$; ou $2 - B = 2$; & comme il s'en faut beaucoup que cette équation puiffe jamais avoir lieu, même à peu-près, il s'enfuit ou que l'humeur aqueufe des poiffons a une réfraction très-différente de celle de l'eau, ou que les yeux des poiffons ne font pas exempts de l'aberration de réfrangibilité. Or il ne paroît pas que l'humeur aqueufe des poiffons ait une réfraction fort différente de celle de l'eau, 1.° parce qu'on a vu *(art. 6)* qu'il y a des poiffons où l'humeur aqueufe eft très-fluide; 2.° parce qu'il paroît que le criftallin des poiffons n'a reçu la figure fphérique que pour remédier au peu de réfraction que les rayons fouffrent en paffant dans l'humeur aqueufe. Ajoutons que la cornée étant fort plate dans la plupart des poiffons *(Mém. Acad. 1762, page 94)*, c'eft encore une raifon pour que la réfraction dans l'humeur aqueufe des poiffons foit nulle ou fort petite. Il y a donc toute apparence que l'aberration de réfrangibilité a lieu dans les yeux des poiffons; mais il paroît en même temps par ce qui a été dit ci-deffus

(p. 82; n.° I, II & III) que l'effet de cette aberration peut n'être pas sensible. Pour le faire encore sentir d'une autre manière, supposons l'objet assez éloigné pour que la distance δ puisse être regardée comme infinie, & nous allons faire voir qu'en ce cas l'aberration de réfrangibilité peut être nulle; d'où il résultera que dans les autres cas elle doit être peu considérable, si δ est beaucoup plus grand que a, comme on doit toujours le supposer.

(11.) Soit supposée δ infinie dans la formule que nous avons donnée *(article 8)* pour les yeux des poissons, savoir $\frac{aa\delta - 2Aaa\delta - 2Aa^3}{a\delta(2A - BA - 1) + aa(2A - BA)}$; la distance focale sera $\frac{a(1 - 2A)}{2A - BA - 1}$; d'où l'on voit qu'il n'y aura point en ce cas d'aberration de réfrangibilité si la différence de $\frac{1 - 2A}{2A - BA - 1}$ est $= 0$; ce qui arrivera 1.° si on a en général $1 - 2A = p(2A - BA - 1)$, p étant un nombre constant, c'est-à-dire si $2pA + 2A - p - 1 = pBA$. Sur quoi il faut remarquer que l'épaisseur du cristallin étant $= 2a$, la distance focale doit être $> 2a$; donc $p > 2$; donc $p = 2 + \beta$; donc $B = 2 + \frac{2}{2 + \beta} - \frac{1}{A} - \frac{1}{(\beta + 2)A}$; donc en supposant $\frac{1}{A} = 1 + \rho$, il faut que $B = (1 - \rho) \times (1 + \frac{1}{2 + \beta})$. 2.° On aura encore la différence de $\frac{1 - 2A}{2A - BA - 1} = 0$, si $\frac{-2dA}{1 - 2A} = \frac{d(2A - BA - 1)}{2A - BA - 1}$; ce qui donne $BdA + AdB = 2AAdB$, & $\frac{dB}{dA} = \frac{B}{2AA - A}$; quels que soient d'ailleurs A & B. Dans ces deux cas l'aberration de réfrangibilité sera nulle.

§. VI.

Nouvelles Recherches ſur la combinaiſon des oculaires avec les objectifs achromatiques.

(1.) Nous avons vu *(Mém. 1764, §. IV, art. 3)* qu'il eſt impoſſible d'anéantir entièrement l'aberration de ſphéricité en largeur dans un objectif quelconque, ſimple ou achromatique. Heureuſement il n'eſt pas fort néceſſaire d'anéantir cette aberration, puiſqu'elle ſubſiſte dans les téleſcopes catoptriques, à la bonté deſquels elle ne nuit pas, & que d'ailleurs elle eſt d'autant moindre que la diſtance focale eſt plus grande. Cependant voici de quelle manière on pourroit s'y prendre pour l'anéantir, par le moyen d'un oculaire compoſé & combiné avec l'objectif.

(2.) En conſervant les noms donnés dans les *Mém. de 1764, §. I, art. 1,* ſoit Δ la diſtance de l'image à l'objectif, Δ' la diſtance de cette image à l'oculaire, L la diſtance entre l'objectif & l'oculaire; ſoit ρ la partie de la valeur de $\frac{1}{\Delta}$ qui ne contient point les variables, γ, ν, α; ſoit φ l'autre partie; ſoit auſſi π le rapport de réfraction dans l'oculaire, & $\frac{1}{\Lambda}$ égal à la différence des courbures des ſurfaces de l'oculaire: je ſuppoſe de plus γ' pour l'oculaire $= \frac{\gamma \times \Delta'}{\Delta}$; ν' pour l'oculaire doit être tel que l'on ait $= (\nu - \alpha') \times \frac{1}{\Delta} = - \frac{\alpha' - \nu'}{\Delta'}$; donc $\nu' = \alpha' - \frac{(\alpha' - \nu)\Delta'}{\Delta}$. De plus, $\frac{1}{\Delta'} = \frac{1}{\Delta - L} = - \frac{1}{L - \Delta}$; enfin on mettra $\frac{\alpha\Delta}{\delta}$ au lieu de α' dans la valeur de la quantité ν'.

(3.) Cela poſé, on aura $\frac{1}{\Delta} = \rho + \varphi$; par conſéquent $\Delta = \frac{1}{\rho + \varphi} = \frac{1}{\rho} - \frac{\varphi}{\rho\rho}$ à très-peu près, ou $\frac{1}{\rho} - \varphi\Delta\Delta$ à très-

à très-peu près; donc $-\frac{1}{\Delta'} = \frac{1}{L - \frac{1}{\rho} + \frac{\varphi}{\rho\rho}} = \frac{1}{L - \frac{1}{\rho}} - \frac{\varphi}{\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})^2}$; $\frac{\alpha'}{\Delta'} = \frac{\alpha\,\Delta}{\delta} \times \frac{1}{\Delta'} = -\frac{\alpha\,\Delta}{\delta} \times \frac{1}{L - \frac{1}{\rho}} = -\frac{\alpha}{\delta} \times \frac{1}{L\rho - 1}$: on substituera cette valeur de $\frac{\alpha'}{\Delta'}$ au lieu de $\frac{\alpha}{\delta}$, dans les calculs qu'on fera pour l'oculaire, excepté dans le premier terme de la valeur de a'; car dans ce premier terme il faudra mettre au lieu de $\frac{\alpha\,\Delta}{\delta}$ la quantité $\frac{a\,\Delta''}{\Delta'}$, Δ'' étant la distance focale après la réfraction dans l'oculaire, & $\frac{\alpha\,\Delta}{\delta}\,(1 + \psi)$ représentant la valeur de a au sortir de l'objectif; ainsi cette quantité $\frac{a\,\Delta''}{\Delta'} = \frac{\alpha\,\Delta''\,\Delta}{\delta}\,(1 + \psi) \times -\left(\frac{1}{L - \frac{1}{\rho}} - \frac{\varphi}{\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})^2}\right) = \frac{\alpha\,\Delta''}{\delta}\left[\frac{1}{\rho} - \frac{\varphi}{\rho\rho} + \frac{\psi}{\rho}\right]\left[-\frac{1}{L - \frac{1}{\rho}} + \frac{\varphi}{\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})^2}\right]$ $= -\frac{\alpha\,\Delta''}{\delta\,(L - \frac{1}{\rho})}\left[\frac{1}{\rho} - \frac{\varphi}{\rho\rho} + \frac{\psi}{\rho} - \frac{\varphi}{\rho^3\,(L - \frac{1}{\rho})^2}\right]$.

(4.) Maintenant on a $\gamma'^2 = \frac{\gamma^2 \times \Delta'^2}{\Delta^2} = \gamma^2\,(L - \frac{1}{\rho})^2\,\rho^2 = \gamma^2\,(L\rho - 1)^2$; $n' = \frac{\alpha'\,(-\Delta' + \Delta)}{\Delta} + \frac{n\,\Delta'}{\Delta} = \frac{\alpha\,\Delta}{\delta} \times \left(-\frac{\Delta' - \Delta}{\Delta}\right) + \frac{n\,\Delta'}{\Delta} = \frac{\alpha\,L}{\delta} - n\,(L\rho - 1)$; donc on aura $n'^2 = \frac{\alpha^2\,L^2}{\delta^2} - \frac{2\,\alpha\,n}{\delta}\,(LL\rho - L) + n^2\,(L\rho - 1)^2$,

Soit enſuite $\varphi = (\gamma^2 + n^2)\,\omega + \frac{2\alpha n}{\delta} \times \varpi + \frac{\alpha^2}{\delta^2}\,\sigma$; on aura $\frac{2\alpha' n'}{\Delta'} = -\,\frac{2\alpha\Delta}{\delta\,(L - \frac{1}{\rho})}\left[\frac{\alpha L}{\delta} - n\,(L\rho - 1)\right]$

$= -\,\frac{2\alpha^2 L}{\delta\delta(L\rho - 1)} + \frac{2\alpha n}{\delta}$.

(5.) Donc $\frac{1}{\Delta''} = \frac{\pi - 1}{\Lambda} + \frac{1}{\Delta'} + \zeta = \frac{\pi - 1}{\Lambda} - \frac{1}{L - \frac{1}{\rho}}$

$+ \frac{(\gamma^2 + n^2)\,\omega}{\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})^2} + \frac{2\alpha n\varpi}{\delta.\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})^2} + \frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho^2\,(L - \frac{1}{\rho})^2}$

$+ [\gamma^2\,(L\rho - 1)^2 + \frac{\alpha^2 L^2}{\delta^2} - \frac{2\alpha n}{\delta}\,(LL\rho - L)$

$+ n^2\,(L\rho - 1)^2]\,M - \left[\frac{2\alpha^2 L}{\delta\delta\,(L\rho - 1)} - \frac{2\alpha n}{\delta}\right] N +$

$\frac{\alpha^2}{\delta\delta\,(L\rho - 1)^2}\,K$. Dans cette formule, les quantités M, N, K, ſont formées par le moyen de l'oculaire, comme ω, ϖ, σ, le ſont par le moyen de l'objectif, en mettant les dimenſions de l'oculaire au lieu de celles de l'objectif, & au lieu de δ, $L - \Delta$, c'eſt-à-dire $L - \frac{1}{\rho}$ pour δ.

(6.) Soit fait enſuite $\psi = -\,(\gamma^2 + n^2)\,\pi - \frac{2\alpha n.\xi}{\delta}$; on aura par la même raiſon $a' = -\,\frac{\alpha\Delta''}{\delta\,(L - \frac{1}{\rho})\rho}\,\times$

$\Big[1 - \frac{(\gamma^2 + n)^2.\omega}{\rho} - \frac{2\alpha n.\varpi}{\delta\rho} - \frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho} - (\gamma^2 + n)^2.\varpi$

$- \frac{2\alpha n\xi}{\delta} - \frac{(\gamma^2 + n^2)\,.\,\omega}{\rho\rho\,(L - \frac{1}{\rho})} - \frac{2\alpha n\,.\,\varpi}{\delta\rho^2\,(L - \frac{1}{\rho})} -$

$\frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho^2\,(L - \frac{1}{\rho})} - [\gamma^2.(L\rho - 1)^2 + \frac{\alpha^2 L^2}{\delta^2} - \frac{2\alpha n.(LL\rho - L)}{\delta}$

$+ n^2 (L\rho - 1)^2] N + [\frac{2\alpha^2 L}{\delta\delta(L\rho - 1)} - \frac{2\alpha n}{\delta}] Q]$;
Q étant pour l'oculaire une quantité analogue à ξ pour l'objectif.

(7.) Pour ne pas se tromper dans les valeurs de M, N, K, Q, il faut prendre les valeurs de $\omega, \varpi, \sigma, \xi$, qui leur sont analogues, de manière que $\frac{1}{\delta}$ n'y soit pas égale à zéro; par la raison qu'on doit substituer $\frac{\rho}{L\rho - 1}$ au lieu de $\frac{1}{\delta}$ dans les valeurs de ω, ϖ, σ, &c. pour avoir celles de M, N, K, &c. Il n'y a que le coëfficient ξ dans lequel δ ne doit point se trouver, quelle que soit sa valeur.

(8.) On aura donc (*Mém. de 1764, §. VI*) l'équation

$$\omega = \frac{3P - 1 - 2m}{2\delta\delta\lambda} + \frac{4P - 4m}{2\delta r\lambda} + \frac{1 + 2P - 3P^2}{2\delta\lambda\lambda} + \frac{P + 1 - 2m}{2rr\lambda} + \frac{1 + P - 2P^2}{2r\lambda\lambda} + \frac{P^3 - P^2}{2\lambda^3} + \frac{3P' - 1 - 2m'}{2\lambda'}\left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{4P' - 4m'}{2r'\lambda'} \times \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}\right) + \frac{1 + 2P' - 3P'^2}{2\lambda'\lambda'} \times \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}\right) + \frac{P' + 1 - 2m'}{2r'r'\lambda'} + \frac{1 + P - 2P^2}{2r'\lambda'\lambda'} + \frac{P'^3 - P'^2}{2\lambda'^3} \text{ \&c.}$$

$$\varpi = \frac{P - P^2}{2\lambda^2} + \frac{P - m}{2\lambda r} + \frac{1}{2\delta\lambda}(1 + m - 2P) + \frac{P' - P'^2}{2\lambda'^2} + \frac{P' - m'}{2\lambda' r'} + \frac{1}{2\lambda'}(1 + m' - 2P') \times \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}\right) \text{ \&c.}$$

$$\sigma = \frac{P - m}{2\lambda} + \frac{P' - m'}{2\lambda'} \text{ \&c.}$$

$$\xi = \frac{P - 1}{2\lambda} + \frac{P' - 1}{2\lambda'} \text{ \&c.}$$

Et par conséquent on aura, par analogie, M, en mettant, dans la valeur de ω, π au lieu de P, μ au lieu de m, &c. & de

même on trouvera la quantité N analogue à ϖ, K analogue à σ & Q analogue à ξ.

(9.) Cela posé, pour anéantir l'aberration de réfrangibilité tant en longueur qu'en largeur, on fera

1.° $d\left(\frac{1}{\Delta''}\right) = 0$, c'est-à-dire $d\left[\frac{\pi - 1}{\Lambda} - \frac{1}{L - \frac{1}{\rho}}\right] = 0$, ou $\frac{d\pi}{\Lambda} = \frac{d\rho}{\rho\rho\left(L - \frac{1}{\rho}\right)}$.

2.° $d\left(\frac{\alpha\,\Delta''}{\delta\,(L\rho - 1)}\right) = 0$.

Et comme δ, α, L sont constans, & que $d\Delta''$ est déjà $= 0$ par l'équation précédente, il s'ensuit qu'on aura $d\,(L\rho - 1) = 0$, ou $d\rho = 0$.

3.° De-là & de l'équation précédente, on tire $d\pi = 0$.

(10.) On voit par-là que si on veut détruire l'aberration de réfrangibilité, tant en longueur qu'en largeur, pour l'image résultante de la combinaison de l'objectif avec l'oculaire, il faut deux équations, qui sont les mêmes que si l'oculaire & l'objectif séparément ne devoient point avoir d'aberration de réfrangibilité.

(11.) De plus, pour anéantir l'aberration de sphéricité, il faudra quatre équations, savoir deux pour chaque coëfficient de $\gamma^2 + n^2$ dans les valeurs de $\frac{1}{\Delta''}$ & de a', & deux pour chaque coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans ces deux valeurs.

(12.) Enfin on aura la valeur de R en rayons de l'objectif; ce qui fera en tout sept équations.

(13.) Il faut donc 1.° que l'oculaire soit au moins de deux matières, & par conséquent qu'il ait au moins trois surfaces; 2.° que l'objectif en ait au moins quatre, afin de pouvoir satisfaire aux sept équations qu'on vient de prescrire pour anéantir toutes les aberrations.

(14.) Par-là on auroit, s'il n'y avoit point de racines

imaginaires dans la ſolution des équations, les valeurs des rayons de l'objectif & de l'oculaire, en ſuppoſant l'objectif de quatre ſurfaces, & l'oculaire de trois ſeulement ; mais il eſt eſſentiel que la diſtance focale de l'oculaire, qui viendra de ce calcul, ſoit beaucoup plus petite que celle de l'objectif d'une lunette ſimple de même foyer; ſans quoi la lunette n'augmenteroit pas aſſez l'objet.

(15.) Pour parvenir plus aiſément à remplir cette condition, on pourroit ſuppoſer l'oculaire compoſé de quatre ſurfaces, afin qu'il reſtât une indéterminée, au moyen de laquelle on pût donner, ſi cela étoit poſſible, à l'oculaire un foyer beaucoup plus court qu'à l'objectif, & plus court même que dans une lunette ſimple; ſauf à réduire enſuite l'oculaire à trois ſurfaces, ſi la condition dont il s'agit étoit ſuffiſamment remplie par cette hypothèſe.

(16.) Comme cette nouvelle vue que je propoſe pour perfectionner les lunettes achromatiques, demande, pour être miſe en œuvre, beaucoup de temps, de combinaiſons & de calculs, je me contente de la propoſer pour le préſent à ceux qui voudront la ſuivre; & je me borne à une lunette compoſée d'un objectif à trois lentilles, deux de verre commun & une de criſtal d'Angleterre, & d'un oculaire à deux lentilles de la même matière, conſtruites ſuivant les formules du *§. X des Mémoires de 1765.*

(17.) Cet oculaire, il eſt vrai, étant combiné avec l'objectif, ne pourra jamais détruire entièrement l'aberration en largeur, même celle qui vient de la réfrangibilité. Car il faudroit pour cela *(article 10 ci-deſſus)* qu'un tel oculaire fût par lui-même achromatique, indépendamment de ſa combinaiſon avec l'objectif; & c'eſt ce qui n'a pas lieu ici, par la nature ſuppoſée de cet oculaire même, qui n'eſt pas compoſé de deux matières différentes, comme il le doit être néceſſairement pour être achromatique par lui-même *(Opuſc. tome III, art. 764)*. Mais je ne crois pas que cet inconvénient puiſſe nuire ſenſiblement à la bonté de la lunette, puiſqu'il a lieu dans les téleſcopes catoptriques ſans y produire d'effet ſenſible, & que même dans ces téleſcopes l'aber-

ration longitudinale des couleurs n'eſt pas & ne ſauroit être entièrement détruite, à cauſe de l'oculaire de verre qui y eſt adapté; en quoi ils doivent être inférieurs à la lunette propoſée, dans laquelle le peu d'aberration longitudinale qui peut reſter à l'objectif eſt détruit par l'oculaire.

(18.) Nous avons donné dans le *§. X des Mémoires de 1765*, les formules néceſſaires pour trouver les rayons des ſurfaces dans ce double oculaire. Nous avons réduit ces formules à l'équation $\frac{\mu}{rr} + \frac{\nu}{r} + \omega = 0$, μ, ν & ω étant des coëfficiens dont nous avons aſſigné la valeur *(art. 5 du §. X cité)*; & ces coëfficiens dépendent eux-mêmes du rapport entre les diſtances focales de chacun des oculaires, rapport qui eſt indéterminé.

(19.) Si donc on prend ces coëfficiens tels que $4\omega\mu - \nu\nu = 0$, la valeur de $\frac{1}{r}$ ſera la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible; car puiſque $\frac{\mu}{rr} + \frac{\nu}{r} + \omega = 0$, donc en mettant $\frac{1}{r} + \alpha$ au lieu de $\frac{1}{r}$, on aura l'aberration $= \frac{2\mu\alpha}{r} + \mu\alpha^2 + \nu\alpha =$ (à cauſe de $\frac{1}{r} = - \frac{\nu \pm \sqrt{(-4\mu\omega + \nu\nu)}}{2\mu}$ $\mu\alpha^2 \pm \alpha\sqrt{(-4\mu\omega + \nu^2)} = \mu\alpha^2$, à cauſe de $4\mu\omega - \nu^2 = 0$. Donc l'erreur α commiſe dans la valeur de $\frac{1}{r}$, ne donneroit qu'une aberration de l'ordre de α^2, c'eſt-à-dire qu'on peut regarder comme nulle, ſi l'erreur α eſt petite.

(20.) On peut encore remarquer que ſi $- 4\mu\omega + \nu\nu$ n'étoit pas abſolument $= 0$, mais très-petit & poſitif, alors $\alpha\sqrt{(-4\mu\omega + \nu\nu)}$ étant une très-petite quantité, l'aberration reſteroit très-petite.

(21.) Donc ſuppoſant que $- 4\mu\omega + \nu^2$ ſoit nulle, ou même ſeulement une quantité très-petite & poſitive, la valeur de r qu'on en tirera, ſera telle qu'on pourra y commettre une petite erreur en moins ou en plus, ſans avoir à craindre que

l'aberration de ſphéricité en ſoit ſenſiblement augmentée. Il eſt vrai *(Mém. 1765, §. X, art. 5)* que l'erreur $+\ \alpha$ (poſitive ou négative) commiſe dans la valeur de $\frac{1}{r}$, demande que pour rendre l'aberration en longueur preſque nulle, on commette une erreur analogue dans la valeur de $\frac{1}{r'}$, c'eſt-à-dire une erreur égale à $-\ \frac{\alpha l}{\lambda}$.

§. VII.

De quelques cauſes d'imperfection dans les Objectifs, différentes de celles qui ont fait juſqu'ici l'objet de nos recherches.

(1.) Nous avons ſuppoſé dans toutes les recherches précédentes que le ſinus d'incidence étoit toujours au ſinus de réfraction en raiſon conſtante; mais comme la théorie qui donne ce rapport conſtant eſt ſujette à des difficultés *(Opuſc. tome III, page 342 & ſuiv.)* & que les expériences qui en ont été faites, pourroient bien ne donner ce rapport qu'à peu près conſtant dans les petits angles *(ibid. art. 970 & 971)*; voyons ce qui devroit en réſulter.

(2.) Si l'on ſuppoſe, par exemple, que le ſinus d'incidence étant h, le ſinus de réfraction ſoit $mh + nmh^q$, alors il faudra mettre dans les formules des lentilles *(Mém. 1764, §. I, art. 1)* au lieu de m, $m + nmh^{q-1}$; & au lieu de h, dans h^{q-1}, la quantité $\epsilon\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r}\right)$, δ étant la diſtance de l'objet, & ϵ le demi-diamètre de la lentille; & cette ſubſtitution n'aura lieu que dans les termes qui ne ſeront pas affectés de ϵ^2; donc il faudra ajouter à la valeur de $\frac{1}{r'}$, la quantité $-\ nm\epsilon^{q-1} \times \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r}\right)^q$.

(3.) D'où il est aisé de voir 1.° que si q est < que 3, & que n ne soit pas fort petit, l'aberration qui viendra de ce terme sera plus grande que l'aberration de sphéricité, trouvée par le principe ordinaire; car en ce cas β^{q-1} sera > $\gamma^2 + n^2$.

2.° Qu'après deux réfractions, il faudra au lieu de $\frac{1-m'}{r} + \frac{m'}{\delta'}$, mettre dans la quantité $\frac{1}{\delta''}$, $\frac{1}{r} - (m' + n'm'h'^{q'-1}) \times [-\frac{1}{\delta'} + \frac{1}{r} + nm\beta^{q-1}(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r})^q]$; ce qui donnera la quantité $- n'm'h'^{q'-1} \times (\frac{1}{r} - \frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}) - nmm'\beta^{q-1}(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r})^q$; & mettant pour h' sa valeur $\beta(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta'}) = \beta(\frac{1}{r} - \frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta})$ & pour mm' sa valeur que je suppose ici $= 1$, l'expression se réduira (en faisant pour plus de simplicité $q' = q$ & $n' = -nm^{-q+1}$) à la quantité $+ n\beta^{q-1}(\frac{1}{mr} - \frac{1}{mr} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta})^q - n\beta^{q-1}(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta})^q$.

(4.) On peut remarquer en passant que la supposition de $q' = q$ & $-nm^{-q+1} = n'$, fera que les rayons en sortant d'un verre plan des deux côtés, seront à très-peu près parallèles à leur première situation; car puisque $h' = mh + nmh^q$, & que $h'' = m'h' + n'm'h'^q$, on aura $h'' = mm'h + m'nmh^q + n'm'h'^q = h + nh^q + n'm'm^q h^q = h$.

(5.) En général, quels que soient m & m', la quantité qu'il faudra ajouter à $\frac{1}{\delta''}$ sera (en faisant $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{1}{\lambda}$) $- n'm'm^q\beta^{q-1}(-\frac{1}{m\lambda} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta})^q - nmm'\beta^{q-1} \times (\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r})^q$; & si $q' = q$, cette quantité se réduira à $\beta^{q-1}[-n'm'm^q(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta} - \frac{1}{m\lambda})^q - nmm'(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{r})^q]$.

(6.)

(6.) Non-ſeulement nous avons ſuppoſé dans nos recherches, avec tous les Opticiens, que le rapport des ſinus étoit conſtant ; nous avons ſuppoſé de plus, auſſi avec tous les Opticiens, *(art. 16, tome III de nos Opuſcules)*, que ſi en paſſant de l'air dans un milieu quelconque A, le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme 1 à m, & en paſſant de l'air dans un autre milieu B, comme 1 à M, le rapport $\frac{1}{m'}$ du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant du milieu A dans le milieu B, ſera $\frac{M}{m}$. Or cette conſéquence, comme nous l'avons inſinué dans nos *Opuſcules, Tome III, page 413*, & prouvé depuis dans le *Tome Ve XLIIIe Mémoire*, §. *VI*, n'eſt pas rigoureuſement démontrée. Si donc on ſuppoſe que m' au lieu d'être $\frac{M}{m}$, ſoit $\frac{M+\alpha}{m}$, & que $M = \frac{1}{m''}$, on aura *(Opuſc. t. III, art. 17)* $\frac{1}{\delta''} = \frac{1 - m''}{r''} + \frac{m'' - m''m'}{r'} + \frac{m''m'}{r} - \frac{m''m'm}{r} - \frac{m''m'm}{\delta}$; or $m'' = \frac{1}{M} = P'$, $m = \frac{1}{P}$; donc on aura $\frac{1}{\delta''} = \frac{1-P'}{r''} + \frac{P'}{r'} - \frac{P(M+\alpha)}{Mr'} + \frac{P(M+\alpha)}{Mr} - \frac{M+\alpha}{Mr} - \frac{M+\alpha}{M\delta} = (P - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + (P' - 1) \times \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) - \frac{1}{\delta} + \frac{\alpha}{M}\left(\frac{P-1}{r} - \frac{P}{r'} - \frac{1}{\delta}\right)$; d'où l'on voit que la quantité $\frac{1}{\delta''}$ ſeroit augmentée de $\frac{\alpha}{M}\left(\frac{P-1}{r} - \frac{P}{r'} - \frac{1}{\delta}\right)$. C'eſt ce qu'il ſeroit facile de vérifier, en diſpoſant d'abord deux lentilles de différentes matières, de manière que leurs ſurfaces fuſſent immédiatement contiguës, & en écartant enſuite tant ſoit peu ces lentilles l'une de l'autre, pour voir (en tenant compte de cet écartement) ſi le foyer ſera ou ne ſera pas le même que dans le cas de la contiguité. J'ai propoſé, il y a déjà long-temps, cette expérience à un habile Opticien, & j'invite à

la faire tous ceux qui peuvent se procurer aisément des lentilles de différentes convexités & de différentes matières.

(7.) Il pourroit enfin y avoir une troisième cause, quoique très-légère, d'aberration dans les objectifs; c'est que les rayons qui ont pénétré la première surface de l'objectif, souffrent des réflexions dans les autres surfaces, & après quelques réflexions successives, peuvent être renvoyés à l'œil, ce qui produira de nouveaux foyers, à la vérité très-foibles. Quoiqu'il ne paroisse pas que ces foyers doivent troubler sensiblement la vision, cependant nous donnerons la méthode de les trouver, parce qu'elle pourra être utile dans d'autres recherches. Si l'on veut savoir, par exemple, le foyer de réfraction d'un objectif simple, après une réflexion à la seconde surface, il faudra, dans nos formules pour les lentilles, mettre -1 à la place de m', $\frac{1}{m}$ à la place de m'', & $-e$ à la place de e'; ce qui donnera, dans le cas de δ infinie, $\frac{1}{\delta''} = \frac{2}{r'} - \left(\frac{1-m}{r}\right) - e\left(\frac{1-m}{r}\right)^2$. Pour avoir le foyer de réfraction après deux réflexions dans l'intérieur de l'objectif, il faudra mettre -1 à la place de m' & de m'', $\frac{1}{m}$ à la place de m''', $-e$ à la place de e', & e à la place de e'', &c. & ainsi de suite. En général on supposera dans ces calculs l'épaisseur négative, toutes les fois qu'il sera question de la réflexion ou de la réfraction sur une surface antérieure à celle où le rayon a été réfléchi ou réfracté précédemment; de plus, afin de faciliter le calcul, on supposera toujours, comme nous l'avons fait dans nos formules *(Mém. 1764)* que les distances δ, δ', δ'', &c. de l'objet ou de l'image, se trouvent d'un même côté de la lentille, & du côté où doit tomber le foyer, c'est-à-dire du côté de l'œil. Lorsque δ sera négative, ce qui est le cas ordinaire, il sera très-aisé de faire aux calculs les changemens convenables, en changeant simplement le signe de δ dans les dernières formules.

§. VIII.

Remarques sur quelques articles des Mémoires précédens.

I. Dans les *Mém. de 1765, §. XII, art. 1*, en cherchant la plus parfaite des lentilles simples, nous avons substitué $\frac{\beta(P-1)}{\lambda}$ à $\frac{\alpha}{\delta}$, parce qu'il étoit question de l'aberration pour la plus grande valeur de $\frac{\alpha}{\delta}$; si au lieu de substituer $\frac{\beta(P-1)}{\lambda}$ à $\frac{\alpha}{\delta}$, on substituoit $\frac{\beta\mu(P-1)}{\lambda}$, μ étant < 1, on auroit au lieu de l'équation $2\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{r} = \frac{\frac{P}{2}+P^2-P^2+1}{\lambda}$ *(art. 2 du paragraphe cité)* l'équation $2\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{r} = \frac{\frac{P}{2}+P^2-\mu P^2+\mu}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = \frac{P+2P^2-2\mu P^2+2\mu}{(4+2P)\lambda}$; quantité qui sera $< \frac{P^2}{(P+1)\lambda}$, puisque l'on trouvera $2\mu P + P + 2\mu < 2\mu P^2 + P^2 + 2\mu P^3$.

Dans la même supposition, l'équation $2\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{r} = \frac{P^2+\frac{P}{2}+P^2-1}{\lambda}$ *(art. 3 du même §. XII, Mém. 1765)* deviendra $2\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{r} = \frac{P^2+\frac{P}{2}+\mu P^2-\mu}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = \frac{P-2\mu+2P^2+2\mu P^2}{(4+2P)\lambda}$, qui sera $> \frac{PP}{(P+1)\lambda}$, si $P + 2\mu P^2 + 2\mu P^3$ est $> P^2 + 2\mu P + 2\mu$, c'est-à-dire si $2\mu P^3 + (2\mu - 1)P^2$ est $> 2\mu + (2\mu - 1)P$. Ce qui est d'abord évident si $2\mu - 1$ est $= 0$ ou positif; & si $2\mu - 1$ est négatif, il faudra que $2\mu(P^3 + P^2 - P - 1)$

ſoit > $P^2 - P$, c'eſt-à-dire que $2\mu\ (P^2 - 1)\ (P + 1)$ ſoit > $P^2 - P$, d'où l'on tire $2\mu\ (P + 1)^2 > P$ & $\mu > \frac{P}{2\ (P + 1)^2}$.

Soit, par exemple, $P = \frac{3}{2}$, on aura $\mu > \frac{3}{25}$; ſi $P = \frac{8}{5}$, on aura $\mu > \frac{8.5^2}{10.(13)^2} = \frac{20}{169} < \frac{3}{25}$.

En général, plus P ſera grand, plus il eſt viſible que $\frac{P}{(P + 1)^2}$ ſera petit, & par conſéquent μ. Il réſulte de ce calcul que dans le ſeul cas de l'*art. 3 du §. cité*, & jamais dans celui de l'*art. 2*, il faut mettre quelque reſtriction à la propoſition énoncée dans cet *article 3;* mais comme cette reſtriction ne tombera que ſur l'aberration cauſée par des rayons très-proches de l'axe, & d'autant plus proches que μ ſera plus petit, elle ne nuira en rien aux conſéquences que nous avons tirées de ces *art. 2 & 3* ſur la plus grande perfection des lentilles ſimples; par la raiſon que l'aberration la plus eſſentielle à conſidérer eſt celle des rayons extrêmes, ou les plus éloignés de l'axe; & que cette aberration eſt en effet la plus petite qu'il eſt poſſible dans les lentilles ſimples, telles que nous les avons déterminées.

II. Nous avons donné dans le *§. IV* du préſent Mémoire *(art. 14 & ſuiv.)* des formules approchées pour les dimenſions d'un grand nombre d'objectifs, en négligeant les puiſſances de ν plus hautes que le quarré, & en n'ayant égard qu'aux termes où α & α' ſe trouvent d'une ſeule dimenſion. Voici des formules encore plus générales & plus exactes, d'après leſquelles on pourra calculer des Tables, ſi on le juge à propos.

Soit k ou $\frac{dP}{dP'}$ augmenté de la quantité k', que je ſuppoſe aſſez petite, par exemple, $\frac{1}{20}$; on aura 1.° pour $k + k'$, le rayon de la première ſurface $r = A + \beta k' + \gamma k'^2 + \epsilon k'^3$; 2.° pour $k - k'$, $r = A - \beta k' + \gamma k'^2 - \epsilon k'^3$;

d'où l'on tire d'abord, en nommant s la somme de ces deux valeurs de r, & δ leur différence, $\frac{s - 2A}{2k'^2} = \gamma$; & $\beta k' + \epsilon k'^3 = \frac{\delta}{2}$; ou $\beta = \frac{\delta}{2k'} - \epsilon k'^2$.

Soit à présent r'' une troisième valeur de r pour $k + k''$, on aura cette valeur $= A + (\frac{\delta}{2k'} - \epsilon k'^2) k'' + (\frac{s - 2A}{2k'^2}) k''^2 + \epsilon k''^3$; d'où l'on tirera la valeur de ϵ; c'est-à-dire $\epsilon = [r'' - A - \frac{\delta k''}{2k'} - k''^2(\frac{s - 2A}{2k'^2})] : [k''^3 - k''k'^2] = [r'' - A] : [k''^3 - k''k'^2] - \frac{\delta}{k''^2 k' - k'^3} - \frac{\gamma k''}{k''^2 - k'^2}$.

Telles sont les valeurs de β, γ, ϵ, qu'on trouvera pour les différentes valeurs de $\frac{dP}{dP'} = k + k'$, A étant supposé connu pour la valeur de $\frac{dP}{dP'} = k$, & P, P' étant supposées les mêmes.

Voyons maintenant ce qui doit résulter de l'altération des quantités P & P'. Soit donc P augmenté de la quantité α, que je suppose $= \frac{1}{100}$ ou au-dessous, P' augmenté de la quantité α', A la valeur de r qui répond à P & à P', on aura 1.° pour $P + \alpha$, $r = A + B\alpha + C\alpha^2$; 2.° pour $P - \alpha$, $r = A - B\alpha + C\alpha^2$. Donc si on suppose $s =$ à la somme de ces deux valeurs de r, on aura $\frac{s - 2A}{2\alpha^2} = C$; & si on suppose $\delta =$ à leur différence, on aura $\frac{\delta}{2\alpha} = B$.

On aura pareillement pour $P' + \alpha'$, & $P' - \alpha'$, P restant le même, les équations $\frac{s' - 2A}{2\alpha'^2} = C'$; & $\frac{\delta'}{2\alpha'} = B'$.

Donc pour $P + \alpha$, & $P' + \alpha'$, on aura $r'' = A + B\alpha + C\alpha^2 + B'\alpha' + C'\alpha'^2 + D\alpha\alpha'$, formule dans

laquelle B, C, B', C' ſont connus. Donc on aura à très-peu près
$D = \frac{r'' - A}{\alpha\alpha'} - \frac{B}{\alpha'} - \frac{B'}{\alpha} - \frac{C\alpha}{\alpha'} - \frac{C'\alpha'}{\alpha}$.

Si C' étoit inconnue auſſi-bien que D, il eſt viſible que deux valeurs de r pour deux valeurs différentes de $P + \alpha$ & de $P' + \alpha'$, donneroient C' & D; car appelons r la valeur qui réſulte de $P + \alpha$ & $P' + \alpha'$, & r' celle qui réſulte de $P + \beta$ & $P' + \beta'$, & ſoit $\rho = r - A - B\alpha - C\alpha^2 - B'\alpha'$; & $\rho' = r' - A - B\beta - C\beta^2 - B'\beta'$, on aura $\rho = C'\alpha'^2 + D\alpha\alpha'$; $\rho' = C'\beta'^2 + D\beta\beta'$; d'où l'on tire $\frac{\rho\beta'^2 - \rho'\alpha'^2}{\alpha\alpha'\beta'^2 - \beta\beta'\alpha'^2} = D$; & $\frac{\rho\beta\beta' - \rho\alpha\alpha'}{\alpha'^2\beta\beta' - \beta'^2\alpha\alpha'} = C'$.

De tout ce qui précède, il s'enſuit 1.° qu'en ſuppoſant P & P' conſtans, & k variable d'une petite quantité k', quatre ſuppoſitions différentes ſur la valeur de k', l'une deſquelles ſuppoſitions ſera $k' = 0$, donneront toutes les ſolutions poſſibles, pourvu que k' ſoit une quantité aſſez petite.

2.° Qu'en ſuppoſant k conſtante, & P, P' variables d'une très-petite quantité, cinq ſuppoſitions différentes donneroient toutes les ſolutions poſſibles, ſavoir $P + \alpha$ & P', $P - \alpha$ & P', $P' + \alpha'$ & P, $P' - \alpha'$ & P; enfin $P + \alpha$ & $P' + \alpha'$ à la fois; ou $P + \alpha$ & P', $P - \alpha$ & P', $P' + \alpha'$ & P, $P + \alpha$ & $P' + \alpha'$, $P + \beta$ & $P' + \beta'$.

3.° Qu'en ſuppoſant k, P & P' variables à la fois, on aura de plus quatre nouveaux coëfficiens à déterminer, celui de $k'\alpha$, celui de $k'\alpha'$, celui de $k'^2\alpha$ & celui de $k'^2\alpha'$: ce qui demande quatre nouvelles hypothèſes de $k + k'$, $P + \alpha$ & P'; $k + k'$, $P + \beta$ & P'; $k + k'$, $P' + \alpha'$ & P; $k + k'$, $P' + \beta'$ & P. Ces quatre dernières ſuppoſitions donneront les coëfficiens de $\alpha k'$, $\alpha' k'$, $\alpha k'^2$, & $\alpha' k'^2$, en négligeant le coëfficient de la quantité très-petite $\alpha\alpha' k'$.

Donc au moyen des réſultats qui ont été donnés ci-deſſus (§. III) pour différentes valeurs de P, P', & k, on trouvera aiſément les équations très-approchées pour un très-grand nombre

de lentilles dans leſquelles P ne différera pas beaucoup de 1,54, P' de 1,598, & k de $\frac{2}{3}$.

III. Dans les calculs du même §. *IV* ci-deſſus, on a ſuppoſé que les quantités α & α', que j'appelle ici ∂P & $\partial P'$, étoient aſſez petites pour qu'on pût négliger les termes où ces quantités ſeroient de deux dimenſions. Si on vouloit ne les pas négliger, & de plus avoir égard en même temps aux erreurs qui pourroient avoir été commiſes dans la meſure de k, on pourroit alors ſe ſervir de la méthode indiquée *art. 805 & ſuiv. du III.e Vol. de mes Opuſcules*. Par cette méthode, il eſt aiſé de voir que ſi A eſt une fonction de P, P', k, & qu'on ſuppoſe que P ſe change en $P + \partial P$, P' en $P' + \partial P'$ & k en $k + dk$, la quantité A deviendra

1.° En ne faiſant varier que P, $A + \frac{\partial P dA}{dP} + \frac{\partial P^2 ddP}{2dP^2} + \frac{\partial P^3 d^3 A}{2.3 dP^3}$ &c.

2.° En faiſant varier P & P', $A + \frac{\partial P' dA}{dP'} + \frac{\partial P'^2 d^2 A}{2dP'^2} + \frac{\partial P'^3 d^3 A}{2.3 dP'^3} + \partial P \left(\frac{dA}{dP} + \frac{\partial P' ddA}{dP dP'} + \frac{\partial P'^2 d^3 A}{2dP dP'^2}\right) + \partial P^2 \left(\frac{ddA}{2dP^2} + \frac{\partial P' d^3 A}{2dP^2 dP'}\right) + \partial P^3 \left(\frac{d^3 A}{2.3 dP^3}\right)$ &c. ou bien $A + \frac{\partial P dA}{dP} + \frac{\partial P' dA}{dP'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial P^2 ddA}{dP^2} + \frac{2\partial P \partial P' ddA}{dP dP'} + \frac{\partial P'^2 ddA}{dP'^2}\right) + \frac{1}{2.3} \left(\frac{\partial P^3 d^3 A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3 A}{dP^2 dP'} + \frac{3\partial P'^2 \partial P d^3 A}{dP dP'^2} + \frac{\partial P'^3 d^3 A}{dP'^3}\right)$ &c.

3.° En faiſant varier P, P' & k, $A + \frac{dk dA}{dk} + \frac{dk^2 ddA}{2dk^2} + \frac{dk^3 d^3 A}{2.3 dk^3} + \partial P \left(\frac{dA}{dP} + \frac{dk ddA}{dP dk} + \frac{dk^2 d^3 A}{2dP dk^2}\right) + \partial P' \left(\frac{dA}{dP'} + \frac{dk d^2 A}{dP' dk} + \frac{dk^2 d^3 A}{2dP' dk^2}\right) + \partial P^2 \left(\frac{ddA}{2dP^2} + \frac{dk d^3 A}{2dP^2 dk}\right) + \partial P'^2 \left(\frac{ddA}{2dP'^2} + \frac{dk d^3 A}{2dP'^2 dk}\right) + \frac{\partial P \partial P'}{2}$ ✱

$$\left(\frac{2ddA}{dPdP'} + \frac{2d^3A.dk}{dPdF'dk}\right) + \frac{1}{2.3}\left(\frac{\partial P^3 d^3A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3A}{dP^2 dP'}\right.$$
$$\left. + \frac{3\partial P'^2 \partial P d^3A}{dP'^2 dP} + \frac{\partial P'^3 d^3A}{dP'^3}\right),$$ ou bien $$A + \frac{\partial P dA}{dP} +$$
$$\frac{\partial P' dA}{dP'} + \frac{dk dA}{dk} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial P^2 ddA}{dP^2} + \frac{\partial P'^2 ddA}{dP'^2} +\right.$$
$$\left.\frac{dk^2 d^2A}{dk^2} + \frac{2\partial P \partial P' d^2A}{dPdP'} + \frac{2\partial P dk d^2A}{dPdk} + \frac{2\partial P' dk d^2A}{dP'dk}\right)$$
$$+ \frac{1}{2.3}\left(\frac{\partial P^3 d^3A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3A}{dP^2 dP'} + \frac{3\partial P \partial P'^2 d^3A}{dP dP'^2}\right.$$
$$+ \frac{\partial P'^3 d^3A}{dP'^3} + \frac{3\partial P dk^2 d^3A}{dP dk^2} + \frac{3\partial P' dk^2 d^3A}{dP' dk^2} + \frac{3\partial P^2 dk d^3A}{dP^2 dk}$$
$$\left.\frac{3dP'^2 dk d^3A}{dP'^2 dk} + \frac{6\partial P \partial P' dk d^3A}{dP dP' dk} + \frac{dk^3 d^3A}{dk^3}\right).$$

Dans ces quantités dont il eſt aiſé de voir la loi, $\frac{d^3A}{dPdP'dk}$ par exemple, repréſente la différence troiſième de A, priſe en faiſant varier ſucceſſivement P, P' & k'; $\frac{d^3A}{dP^2dk}$, repréſente la différence troiſième de A, priſe en faiſant varier deux fois de ſuite P, & enſuite k &c. & ainſi du reſte. Ces formules peuvent être d'autant plus utiles, qu'après avoir calculé à loiſir toutes ces quantités, on aura aiſément les valeurs très approchées des coëfficiens pour quelques valeurs que ce puiſſe être, de P, de P' & de k, pourvu que ces valeurs ne diffèrent pas beaucoup de celles qu'on a ſuppoſées dans nos calculs, c'eſt-à-dire de $P = 1{,}55$, $P' = 1{,}6$, & $k = \frac{2}{3}$; ce qui pourroit, en pluſieurs cas, abréger infiniment les calculs, & en général les rendre beaucoup moins pénibles dans la plupart des cas qui peuvent ſe préſenter.

IV. Nous avons vu *(Mém. 1764, §. VI, art. 1, 2 & 3)* que le coëfficient de l'épaiſſeur ε pour la première lentille, dans l'aberration en largeur (coëfficient que nous avons nommé A dans les *Mém. de 1765, §. VIII)*, eſt $\frac{1 - m}{r}$; que pour la ſeconde lentille le coëfficient B de ε' eſt $\frac{1 - m'}{r'} + \frac{m'(P - 1)}{\lambda}$; que pour

pour la troisième, le coëfficient C de ε'' est $\frac{1 - m''}{r''} + m'' \times \left(\frac{P' - 1}{\lambda'} + \frac{P - 1}{\lambda}\right)$; d'où il est aisé de voir (en supposant $m'' = m$ & se souvenant que $m = \frac{1}{P}$ & $m' = \frac{1}{P'}$) que la quantité qui a été nommée a (*Mém. 1765, §. VIII, art. 2*) $= \frac{1}{P^2 r}$; que $b = \frac{K'}{P'^2 r'} - \frac{K'(P - 1)}{P'^2 \lambda} + \frac{1}{P\lambda'}$; & $c = \frac{1}{P^2 r''} - \frac{1}{P^2}\left(\frac{P' - 1}{\lambda} + \frac{P - 1}{\lambda}\right) + \frac{1}{P}\left(\frac{K'}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{P^2 r''} - \frac{1}{P^2}\left(\frac{P' - 1}{\lambda'} + \frac{P - 1}{\lambda}\right)$ à cause de $\frac{K'}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda} = 0$. D'après ces formules, il sera aisé de calculer l'aberration produite par les épaisseurs, & de voir quelles valeurs on doit donner à ces épaisseurs pour rendre l'aberration nulle, au moins dans les cas où cela sera possible, c'est-à-dire où l'épaisseur ne se trouvera ni négative, ni trop grande, ni trop petite; je dis trop petite, parce que la lentille à laquelle devroit appartenir cette épaisseur, pourroit avoir alors trop peu d'ouverture. En ce cas, il faudroit nécessairement faire l'épaisseur plus grande que le calcul ne la donne, mais la moins grande qu'il seroit possible, & faire en sorte au moins que l'aberration résultante de l'épaisseur, ne fût pas plus grande que celle d'une lentille ordinaire.

Si on ne donnoit d'épaisseur à une lentille simple bi-convexe isocèle, que celle que comporte le diamètre ω de son ouverture, on auroit $\varepsilon =$ à très-peu près $\frac{2\omega\omega}{4 \times 2R} = \frac{\omega\omega}{4R} =$ à peu près à la quantité constante & très-petite $\frac{1}{13}$ de ligne; ainsi dans le calcul de l'*art. 7 du §. VIII des Mémoires de 1765*, η seroit très-petite; & par conséquent aussi ε' & ε'' pourroient se trouver très-petites, ce qui seroit un inconvénient pour la perfection de la lunette. Mais on sait que η est beaucoup plus grande dans les lentilles bi-convexes isocèles, que ne le donne le calcul précédent.

V. Suivant les différentes valeurs de P' & de $\frac{dP'}{dP}$ données

dans le *IIIe volume de mes Opuscules, page 404,* & dans le *§. III de ce Mémoire, art. 14,* on aura

$P = 1{,}55$; $\frac{dP}{P-1} = dP \times (1{,}8182)$.

$P' = 1{,}6$; $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{2{,}5000}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}61$; $\frac{dP'}{dP} = 3$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{4{,}9181}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}664$; $\frac{dP'}{dP} = 1{,}354$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{2{,}0392}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}724$; $\frac{dP'}{dP} = 1{,}8$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{2{,}4862}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}732$; $\frac{dP'}{dP} = 2{,}207$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{3{,}0151}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}787$; $\frac{dP'}{dP} = 3{,}259$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{4{,}1410}{1{,}8182}$.

$P' = 1{,}830$; $\frac{dP'}{dP} = 3{,}550$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{4{,}2772}{1{,}8182}$.

$P' = 2{,}018$; $\frac{dP'}{dP} = 4{,}8$; & $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = \frac{4{,}7619}{1{,}8182}$.

Il eſt évident par cette petite Table, que P' croiſſant, $\frac{dP'}{dP}$ n'augmente pas toujours, puiſque $P' = 1{,}61$ donne $\frac{dP'}{dP}$ plus grand que $P' = 1{,}664$ ou $1{,}724$ ou $1{,}732$; & que $P' = 1{,}664$ donne $\frac{dP'}{dP}$ plus petit que ne le donne $P' = 1{,}6$.

On voit en ſecond lieu que P' croiſſant, & P reſtant le même, $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}$ n'augmente pas toujours, puiſque $P' = 2{,}018$

donne $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}$ plus petit que ne le donne $P' = 1,61$; & que $P' = 1,664$ donne $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}$ plus petit que ne le donne $P' = 1,6$.

Comme la quantité $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}$ exprime l'augmentation produite par les lunettes de poche dont nous avons parlé dans les *Mémoires de 1765, §. XIII, art. 2,* & dans le *IIIe Vol. de nos Opuſcules, page 336 & ſuiv.* il eſt viſible que cette augmentation n'eſt pas toujours d'autant plus grande que P' eſt plus grande par rapport à P; & qu'ainſi il faudra préférer pour ces lunettes les matières qui étant comparées entr'elles donnent $\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}$ le plus grand qu'il eſt poſſible.

VI. Telles ſont les principales recherches que j'ai faites juſqu'ici ſur les lunettes achromatiques, & dont les trois Mémoires que j'ai donnés à l'Académie, joints au troiſième volume de mes Opuſcules, contiennent le réſultat. Je me propoſe de continuer ces recherches, quand j'aurai terminé d'autres travaux dont je ſuis occupé préſentement. En attendant, je crois pouvoir quant à préſent conclure de mes calculs; 1.° que les objectifs à trois lentilles ſont ceux qu'on doit préférer. 2.° Que ces objectifs ſeront excellens s'ils ſont conſtruits ſuivant les dimenſions que j'ai données dans mon *Mémoire de 1764.* 3.° Que ſi on veut conſtruire un objectif dont les lentilles ne ſe touchent pas immédiatement, on pourra avoir recours à nos formules des *Mémoires de 1765, §. XIV.* 4.° Que ſi dans ce cas on veut que les trois lentilles ſoient bi-convexes ou bi-concaves iſocèles, ce qui eſt beaucoup plus commode pour la conſtruction, il ne ſera pas poſſible à la vérité d'anéantir à la fois les deux aberrations, parce qu'il n'y aura que trois inconnues; mais on pourra eſſayer (d'après le *§. II du préſent Mémoire, art. 6 & ſuiv.*) quelle eſt en ce cas la diſpoſition la plus avantageuſe des lentilles entr'elles, & quelle eſt celle des deux aberrations qu'il eſt le plus à propos de détruire; cette recherche peut être pour les Géomètres & les Artiſtes

l'objet d'un travail fort utile, auquel je les invite, & pour lequel ils trouveront dans mes formules tous les secours nécessaires. 5.° Il résulte encore du *§. X des Mémoires de 1765,* qu'on pourra adapter à l'objectif deux oculaires, qui pris ensemble seront exempts de l'aberration de sphéricité, & qui bien choisis pourront même détruire le peu d'aberration de réfrangibilité qui pourroit rester dans l'objectif. 6.° Qu'on peut, en employant un seul oculaire, lui donner les dimensions indiquées dans le *§. XI des Mémoires de 1765.* 7.° Qu'on peut construire d'après le *§. XIII des mêmes Mémoires de 1765,* de très-bonnes lunettes de poche avec un objectif & un oculaire simple de différentes matières. 8.° Enfin qu'on peut, par les moyens que j'ai donnés, former un grand nombre de Tables toutes calculées, fort utiles aux Géomètres qui s'appliqueront à suivre l'objet important qui m'a occupé dans ces trois Mémoires, & dont l'Optique, l'Astronomie & la Navigation peuvent tirer de grands avantages.



EXPÉRIENCES SUR LA POUDRE À CANON EMPLOYÉE EN DIFFÉRENS ÉTATS.

Par M. l'Abbé NOLLET.

IL y a toute apparence que la première invention de la Poudre est une production du hasard: le genre humain a-t-il à se féliciter de cette singulière découverte, ou bien a-t-il à regretter qu'elle n'ait point été ensévelie avec son auteur? C'est une question problématique que je ne cherche point à décider; mais puisque cette merveilleuse & redoutable composition n'est plus un secret, puisqu'elle est entre les mains de toutes les Nations, & qu'on peut la faire valoir pour se défendre, aussi-bien que pour attaquer, nous devons regarder comme une chose importante, de bien connoître les effets dont elle est capable; en un mot, ce que nous devons craindre ou attendre d'elle dans tous les cas. 14 Novemb. 1767.

Les spéculations & les raisonnemens fondés sur les principes de la Physique ou de la Chimie la plus éclairée, nous ont moins servi jusqu'à présent à prévoir les effets de la poudre, qu'à les expliquer quand ils ont été connus. L'expérience est le guide le plus sûr dans ces sortes de recherches, & sans elle il ne seroit pas prudent d'innover dans une pareille matière: aussi voyons-nous que l'Artillerie ne s'est perfectionnée & ne se perfectionne encore que par ces hommes de génie à qui la théorie fait entrevoir les possibilités, mais qui ne comptent sur rien, jusqu'à ce que des essais bien conduits & suffisamment réitérés aient mis le sceau aux nouveautés qu'ils ont à produire.

On a été long-temps sans savoir la quantité de poudre nécessaire & suffisante pour avoir le plus grand effet possible, avec une pièce de tel ou tel calibre. Quoique cela ne soit point encore déterminé avec autant de précision qu'on le pourroit desirer, il est

pourtant certain que par la grande quantité d'expériences qui ont été faites à ce ſujet, on eſt parvenu à corriger un uſage abuſif, & qu'on épargne aujourd'hui une partie aſſez conſidérable de poudre, qui étoit employée ci-devant en pure perte. Peut-être ne manque-t-il plus, pour remplir complètement cet objet, que quelques changemens à faire aux dimenſions des pièces ou à la façon de les charger; & c'eſt de quoi ſont occupés aujourd'hui pluſieurs Officiers de marque, conſommés dans la pratique de leur art, & à qui je crois qu'il convient mieux qu'à perſonne de propoſer ou de condamner ces innovations.

Les expériences que je vais rapporter, ne ſont pas d'une auſſi grande conſéquence que celles-là, mais elles ont auſſi leur objet d'économie, & dans certains cas elles offriront des reſſources ſur leſquelles on n'auroit pas cru pouvoir compter; elles ſont moins mes expériences que celles des Officiers commandans aux Écoles de la Fère, qui ont eu la complaiſance de les ordonner quand je les ai demandées pour ma propre inſtruction; & j'ai uſé de cette facilité toutes les fois que j'ai fait quelque queſtion qui a paru nouvelle, ou ſur laquelle j'ai vu les ſentimens partagés.

Tout le monde ſait que la poudre à canon ſe fait avec du ſalpêtre raffiné, du ſoufre & du charbon mêlés enſemble & longuement broyés à l'aide d'un peu d'eau commune qu'on y met de temps en temps pour faciliter la trituration & le mélange, & pour prévenir les accidens de l'inflammation. Quand on conſidère cette mixtion dans la vue d'en expliquer la nature & les vertus, on doit tenir compte de l'air qui s'y concentre par l'action des pilons, & ſur-tout de cette matière ſubtile qui ſe trouve répandue par-tout, & que nous appelons *feu élémentaire* ou *matière du feu;* mais ce n'eſt point-là l'objet qui m'occupe aujourd'hui.

La poudre en ſortant du moulin, eſt donc une pâte preſque sèche, ou qui n'a que l'humidité qu'il lui faut pour ſe pelotonner en petits grains en paſſant par un crible; après quoi on la fait ſécher tout-à-fait.

La poudre qui n'eſt point encore grenée, ou qui l'ayant été ne l'eſt plus, s'appelle *pulverin:* quand il eſt nouveau il ſe nomme pulverin *verd;* & lorſqu'il eſt vieux, tel que celui qui s'amaſſe

au fond des tonneaux, ou qui provient de vieilles poudres qui ont resté long-temps dans les magasins des Arsénaux, il s'appelle *poudre décomposée.* Quand il y a beaucoup de ces matières, on les renvoie au moulin pour les rebattre & les remettre en état de servir.

Ce fut à l'occasion de cette économie, que je demandai si le pulverin, quoiqu'inférieur à la poudre grenée, ne pourroit pas en cas de besoin s'employer au service du canon ou des mortiers. Feu M. Regnier, alors Commissaire des poudres, homme très-instruit de tout ce qui concerne cette matière, & que je consultois avec confiance, me répondit d'une manière très-décidée que le pulverin ne faisoit que fuser comme du salpêtre pulvérisé, & qu'il ne faisoit point l'explosion totale qui est absolument nécessaire dans les armes à feu.

Cette réponse fut confirmée par celle de plusieurs Officiers anciens & très-expérimentés, qui me donnoient pour preuve ce qui se pratique généralement pour toutes les pièces d'artifice, où il faut nécessairement que l'inflammation soit sensiblement successive & quelquefois très-lente. Le moyen le plus sûr de parvenir à cet effet, me disoit-on, & celui qu'on ne manque jamais d'employer, c'est d'écraser la poudre ou de la prendre dans l'état de pulverin; on a même l'attention, sur-tout pour les fusées des bombes, de la faire passer par un tamis fin, pour être bien sûr qu'il n'y en entre aucune partie qui soit grenée.

Cependant, leur disois-je, si l'invention de la poudre est dûe à une explosion extraordinaire, & à laquelle le Chimiste ne s'attendoit pas, cette inflammation n'a pas dû ressembler à celle du salpêtre qui fuse, dont il avoit sans doute une pleine connoissance; & si elle a été subite & totale, comme on a tout lieu de le croire, elle ne venoit pas de ce que la mixtion fût grenée: car cette façon qu'on donne aujourd'hui à la poudre, & qui la rend meilleure & plus commode dans l'usage, est certainement postérieure à sa première invention, c'est l'ouvrage de la réflexion & de l'expérience.

S'il arrive que le feu se mette dans un moulin à poudre (il ne faut pour cela qu'une étincelle), dans l'instant l'édifice saute

en l'air; tout le voisinage en est ébranlé, & le bruit semblable à celui d'une grosse pièce d'artillerie, annonce au loin le désastre; une simple détonation seroit-elle tant de fracas?

Quant à l'argument tiré de ce qui se pratique pour l'artifice, j'observois à ces Messieurs que l'inflammation lente ou sensiblement successive, pouvoit venir non-seulement des nouvelles matières qu'on joint à la poudre, mais encore & principalement du soin que l'on a de fouler & de presser fortement la composition dans les cavités qui la renferment; car alors le feu ne peut point se communiquer en un instant dans toute la masse, comme il se communique dans une charge de poudre dont les grains ne se touchent point de si près, & entre lesquels il y a de petites portions d'air si propres & en même temps si nécessaires à toute inflammation.

Pour juger de la valeur des raisons alléguées de part & d'autre, nous convînmes de nous en rapporter à l'expérience; & le 18 Août 1759, à six heures du soir, nous fimes nos premières épreuves avec un mortier dont le boulet étoit de cuivre massif pesant 20 livres, & nous tirames toujours sous un angle de 45 degrés.

On chargea ce mortier avec une once de pulverin neuf & bien séché, que l'on plaça au fond de la chambre sans le fouler, on amorça avec du pulverin semblable & l'on mit le feu. L'inflammation fut prompte, la détonation peu différente de celle que produit une pareille quantité de poudre grenée, & la portée du boulet fut de 45 toises.

On tira ensuite avec une once du même pulverin, que l'on foula un peu avec un cylindre de bois dont la base étoit presqu'aussi large que la chambre du mortier; le coup ne parut pas plus fort que les précédens, & la portée du boulet ne fut que de 35 toises.

Comme la chambre du mortier étoit plus grande qu'il ne falloit pour contenir une once de pulverin, sur-tout quand il étoit foulé, on soupçonna que la diminution de la portée pouvoit venir de la distance qu'il y avoit entre la charge & le boulet, plutôt que du refoulement du pulverin: c'est pourquoi après avoir placé

&

& refoulé celui-ci, on mit par-deſſus un tampon de bois qui rempliſſoit le vide, & ſur lequel repoſoit immédiatement le boulet; les coups qui furent tirés, avec cette précaution, firent juger que la detonation étoit un peu plus forte, & la portée du boulet fut de 46 toiſes.

Ayant appris par ces premières épreuves, 1.° que le pulverin peut s'enflammer ſubitement dans une arme à feu: 2.° qu'étant employé en petite quantité il peut, par ſon exploſion, faire jaillir au loin des corps très-graves: 3.° qu'il eſt capable de ces deux effets quand il n'eſt point foulé du tout, ou quand il ne l'eſt que médiocrement; je cherchai à comparer ſa force avec celle de la poudre grenée, pour en connoître la différence.

Pour cet effet, le même mortier fut chargé avec une demi-once de poudre grenée & autant de pulverin mêlés enſemble, tantôt ſans être foulé & ſans tampon, d'autres fois étant foulé & avec un tampon de bois par-deſſus, pour ne point laiſſer de vide entre la charge & le boulet: dans ces différentes épreuves, la portion de poudre grenée ne parut point avoir augmenté notablement, ni la promptitude, ni la force de la détonation, & les portées du boulet furent, à quelques pieds près, ſemblables entre elles, mais de 5 à 6 toiſes moins grandes que celles de la première & de la troiſième épreuve, faites avec le pulverin ſans mélange.

Enfin, nous chargeames le mortier avec une once de poudre grenée, tantôt ſoulée & tantôt non foulée; dans le premier cas, la portée fut de 45 toiſes, dans le ſecond elle alla juſqu'à 53 toiſes.

Si nous nous étions arrêtés à ces dernières expériences, nous aurions conclu que le pulverin neuf un peu foulé, a autant de force que la poudre grenée de la même compoſition; mais cette conſéquence, quoique dictée par des faits, n'étoit point vraiſemblable: il nous parut qu'il étoit plus ſage de regarder nos premières épreuves comme imparfaites, & de les recommencer plus en grand, avec plus de ſoin, & en variant davantage les procédés.

Dans cette vue, nous nous raſſemblames au polygone de l'École le 7 Septembre de la même année, à 7 heures du matin, par un temps calme & ſerein; & nous tirames d'abord avec un

mortier de 12 pouces de diamètre, à chambre conique & sous un angle de 45 degrés, des bombes vides qui pesoient environ 130 livres.

On chargea, pour les premiers coups, avec 19 onces de poudre grenée, sur quoi l'on mettoit un tampon de foin & un peu de terre; & quand la bombe étoit placée, on fouloit tout autour un peu de terre, pour boucher le vent: la portée commune fut de 180 toises.

Ensuite on chargea la même pièce avec 19 onces de pulverin neuf, que l'on pressa un peu avec le bouchon de foin, & du reste on procéda comme dans les coups précédens, en employant la même bombe; au premier coup, la portée ne fut que de 103 toises: mais il faut remarquer qu'il s'étoit répandu environ une once de pulverin par la lumière tandis qu'on chargeoit, que l'on n'en put faire rentrer qu'une partie, & que la charge, lorsqu'on eut mis le feu, fusa par cet endroit pendant deux bonnes secondes avant l'explosion, ce qui a dû diminuer son effet d'une quantité notable.

Pour les autres coups, la pièce ayant été chargée de même, avec la précaution de tenir la lumière bouchée jusqu'au moment d'amorcer & de mettre le feu pour empêcher le pulverin de sortir; la charge ne fusa plus, l'explosion se fit dans l'instant qu'on mit le feu, & les portées furent communément de 135 toises: c'est-à-dire qu'à charges égales la poudre grenée & le pulverin de la même composition, ont donné, dans les circonstances que je viens de citer, des portées qui étoient entre elles comme 180 à 135, ou dans le rapport de 4 à 3.

Les portées de 135 ont augmenté de 14 à 15 toises, quand au lieu de charger avec 19 onces de pulverin sans mélange, je n'en ai employé que 18, avec une once de poudre grenée que j'y ai mêlée, ainsi elles étoient alors de 149 ou 150 toises, elles ne différoient plus que d'un sixième de celles que j'avois eues avec 19 onces de poudre grenée.

Elles en différoient encore moins, quand le pulverin, employé seul, a été augmenté de deux onces; les portées ont presque toujours passé au-delà de 150 toises, & ont été quelquefois à 156.

Nous avons donc bien fait de ne pas nous presser de conclure, d'après nos premières épreuves, que le pulverin neuf a la même force que la poudre grenée, puisque celles que nous avons faites après, en plus grand nombre & avec des charges plus fortes, nous ont montré constamment, que les effets sont plus grands quand on tire avec la poudre grenée, soit qu'on l'employe seule, soit qu'on la mêle avec le pulverin: mais il reste pour constant qu'on peut tirer parti de ce dernier pour le jet des bombes, & sur-tout en augmentant un peu les charges, ou bien en y mettant une petite quantité de poudre en grains.

Après avoir éprouvé le pulverin dans le mortier, je cherchai à savoir ce qu'on pouvoit en attendre pour le service du canon; on chargea une pièce de 12, alternativement avec trois livres de poudre grenée & avec trois livres de pulverin, & après y avoir mis un boulet de calibre, on la pointa sur le but du polygone qui est à 172 toises de la batterie: les Officiers qui assistèrent à ces épreuves, & qui étoient en grand nombre, se placèrent les uns auprès de la batterie, les autres aux deux côtés du but, & à une distance convenable pour voir arriver le boulet sans courir aucun risque. Après six coups tirés de suite, on jugea unanimement que les coups tirés avec le pulverin avoient été un peu plus mous que ceux qui avoient été tirés avec la poudre en grains.

Cependant on convint avec la même unanimité, que dans les uns comme dans les autres, les boulets s'étoient également bien soutenus; c'est-à-dire qu'on ne s'aperçut point que le pulverin eût fait baisser le coup plus que la poudre grenée.

On tira encore plusieurs coups en chargeant avec 4 livres de pulverin, & les spectateurs les plus expérimentés décidèrent qu'ils étoient pour le moins aussi vifs que ceux qu'on avoit tirés avec 3 livres de poudre grenée.

Ces dernières expériences nous apprirent donc qu'en cas de besoin la poudre qui n'est point grenée, peut être utilement employée au service du canon, comme à celui du mortier, & qu'on peut, sur-tout en augmentant les charges, lui faire produire des effets assez approchans de ceux dont elle est capable lorsqu'elle est dans son meilleur état. Mais quoique cette découverte parût

ſuffiſamment conſtatée, je ne pouvois raiſonnablement m'en applaudir, qu'autant que j'y verrois quelqu'utilité; & je n'y en apercevois point ou très-peu, s'il falloit pour ſuppléer efficacement à la poudre ordinaire, du pulverin neuf, tel que celui dont j'avois fait uſage juſqu'alors: car les fonds des tonneaux ou le pouſſier des magaſins, ſont de vieilles matières qu'on regarde comme décompoſées, & qui ſont cenſées avoir perdu toute la qualité qu'elles avoient acquiſe au moulin.

Mon ſéjour à la Fère finiſſoit quand je fis cette réflexion, il me reſtoit à peine le temps de faire quelques eſſais avec du pouſſier que je fis ramaſſer au magaſin du parc; je les fis cependant avant mon départ, & quoique ce ne fuſſent que des ébauches, j'en vis aſſez pour me faire dire avec confiance que tout ce que nous avions vu avec le pulverin neuf, nous le verrions de même avec celui qui auroit vieilli, à la différence près du plus au moins.

Les ſentimens furent partagés ſur ma prédiction: il faut avouer qu'elle ne s'accordoit guère avec le préjugé où l'on eſt que la poudre ſe décompoſe en vieilliſſant; mais on peut dire que cette opinion n'eſt pas auſſi-bien fondée qu'elle eſt accréditée. J'avoue que la poudre trop long-temps gardée dans des lieux bas, prend de l'humidité, que les grains s'ouvrent, qu'une partie de ſon ſalpêtre ſe pouſſe au dehors, & qu'il fleurit, ce qui la met certainement dans un état défectueux; mais ce n'eſt point encore là une décompoſition qui lui ôte ſes qualités eſſentielles, les matières compoſantes y ſont encore intimement mêlées, à cauſe de la longue trituration qui les a miſes à même de s'unir, & il ſemble qu'il ſoit réſervé à la ſeule action du feu de les ſéparer.

L'année ſuivante, quand je retournai à la Fère, j'y trouvai une nouvelle brigade d'Artillerie & de nouveaux Officiers: celui qui étoit chargé du Parc, & à qui l'on m'adreſſa pour les nouvelles expériences que je voulois faire, me prévint que je ne devois pas m'attendre à voir réuſſir les *poudres décompoſées,* comme le pulverin neuf dont je m'étois ſervi l'année précédente, & il m'en donna des raiſons ſi ſpécieuſes, que je doutai moi-même de la réuſſite; cependant on fut d'avis, comme moi, d'en venir aux épreuves, & je crus ne pouvoir mieux faire que de prier ce même

Officier, Directeur du parc, qui doutoit plus que personne des effets dont je m'étois flatté, de vouloir bien prendre soin lui-même des préparatifs, & de présider aux manipulations; ce fut lui qui fit le choix des matières, qui pesa les charges, qui les mit dans le mortier & qui mesura les portées.

Il prépara cinq sortes de matières; 1.° de la poudre grenée ordinaire; 2.° du pulverin neuf & passé au tamis; 3.° du poussier frais, c'est-à-dire de la poudre écrasée, tirée du fond d'un barril nouvellement vidé; 4.° de la poudre mouillée, écrasée & séchée ensuite; 5.° enfin ce qu'on appelle communément *poudre décomposée*, c'est de la poudre qui est depuis long-temps en poussier dans les magasins. De toutes ces poudres, il prépara plusieurs charges dont chacune pesoit 3 onces.

Les expériences furent faites le 3 Septembre 1760, à neuf heures du matin, par un temps calme & sec, en présence des principaux Officiers de la brigade, dont le chef étoit alors M. de Beausire. On les fit avec les mortiers dont on se sert à l'Arsenal pour faire l'épreuve des poudres; le boulet qui est de cuivre massif, pèse 60 livres, & ces mortiers sont élevés sous un angle constant de 45 degrés; on tira quatre coups avec chacune de ces poudres, & voici quelles furent les portées communes.

Avec	la poudre grenée	94 toises.
	le pulverin neuf, passé au tamis	74.
	le poussier frais	75.
	la poudre écrasée, mouillée & séchée	86.
	la poudre décomposée ou réputée telle	80.

Ces effets qui surpassèrent mon attente me firent desirer qu'on répétât les expériences avec le même boulet, mais en changeant de mortier; on en prit donc un autre qui est destiné au même usage que le premier, on tira avec les mêmes attentions, & les portées furent

Avec	la poudre grenée	99 toises.
	le pulverin neuf	90.
	le poussier frais	87.
	la poudre écrasée, mouillée & séchée	97.
	la poudre dite décomposée	92.

Ces derniers résultats, comme l'on voit, sont encore plus surprenans que les premiers; mais il m'a paru assez généralement par toutes les expériences qui ont fait l'objet de ce Mémoire, que les petites charges laissoient apercevoir moins de différence que les grandes, entre les effets du pulverin & ceux de la poudre grenée; ce qui vient, je pense, de ce que l'inflammation de la masse totale est plus prompte dans celle-ci que dans l'autre. Quoique ces épreuves aient été faites avec soin par des mains non suspectes & sous les yeux de plusieurs Officiers très-éclairés & très-attentifs à ce qui devoit en résulter, je ne voudrois pas qu'on en tirât cette conséquence, que la plus mauvaise poudre, celle qui a été mouillée & qui est comme défaite, est toujours capable de produire des effets peu différens de ceux qu'on a droit d'attendre de la poudre grenée ordinaire: car à en juger par les expériences de l'année précédente, qui ont été faites avec de plus grandes charges, il y a eu plus de différence entre les portées; & il pourroit se faire que dans celles-ci le hasard, malgré l'intention du Directeur du parc, eût fait employer des matières qui n'étoient pas aussi mauvaises qu'elles auroient pu l'être & qu'il le croyoit. Mais ayant égard aussi à toutes nos épreuves, tant d'une année que de l'autre, je ne crois pas qu'on puisse se dispenser de conclure qu'on peut tirer un très-bon parti des poudres qu'on a regardées jusqu'à présent comme défaites, soit pour l'usage des Écoles, soit dans les occasions de fêtes & de réjouissances, &c. & que dans une place assiégée, on ne seroit point encore sans ressource, si après avoir consommé toute la bonne poudre, on se trouvoit muni d'une certaine quantité de celles qu'on a mises au rebut, pour les renvoyer au moulin.



MÉMOIRE
SUR LE
MOUVEMENT DES APSIDES DE LA LUNE.

Par M. FONTAINE.

θ désignant la longitude du Soleil, 17 Janvier 1767.
φ celle de la Lune, & ψ sa latitude;

Toutes les fois que la Lune se trouvera dans la ligne des apsides, on aura

$$\text{sin.}\psi\,\text{sin.}\theta\, dd(\text{cos.}\psi\,\text{cos.}\varphi) - \text{sin.}\psi\,\text{cos.}\theta\, dd(\text{cos.}\psi\,\text{sin.}\varphi) + \text{cos.}\psi\,\text{sin.}(\varphi - \theta)\, dd\,\text{sin.}\psi = 0.$$

Cela est démontré dans mon Mémoire sur le *mouvement de la Lune autour de la Terre, d'après le système de la pesanteur,* lequel se trouve à la *page 404* de mon Recueil.

Maintenant, au moyen des observations & du lemme qui est à la tête du Mémoire, on aura

$$\text{sin.}\,\theta,\ \text{cos.}\,\theta,\ \text{sin.}\,\varphi,\ \text{cos.}\,\varphi,\ \text{sin.}\,\psi,\ \text{cos.}\,\psi \text{ en } t.$$

L'on substituera dans l'équation, & à sa place on en aura une en t, au moyen de laquelle on déterminera le moment où la Lune aura passé par son apogée ou par son périgée; & si le calcul se trouve d'accord avec les observations, on aura la plus grande confirmation qu'on ait encore eue du fameux système de la pesanteur.

J'ai donné beaucoup d'autres vues dans ce même Mémoire, que le succès de celle-ci pourra engager les Astronomes à prendre & à suivre.



MÉMOIRE

SUR LA
LUMIÈRE QUE DONNE L'EAU DE LA MER,
PRINCIPALEMENT
DANS LES LAGUNES DE VENISE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY *(a)*.

21 Février 1767.

NOTRE dessein étant d'observer à Venise avec la plus grande attention, l'eau de la mer lorsqu'elle donne de la lumière, nous montions presque tous les soirs en gondole pour examiner les étincelles qui se remarquent plus fréquemment & en plus grand nombre dans les lagunes; & nous jouissions du plus beau spectacle, en faisant notre possible pour en découvrir les causes.

J'avois déjà admiré cette lumière dans l'Océan, où je fus frappé de la beauté qu'offroit à l'œil un canot bien armé qui venoit au port. J'étois curieux d'en chercher la cause à Venise, où il sembleroit qu'elle dût être plus aisée à reconnoître, puisque les lagunes passent pour y présenter ce phénomène plus qu'ailleurs, lorsque l'eau est calme & dans certaines saisons de l'année *(b)*.

Nous avions vu ces étincelles plusieurs fois à Venise; mais lorsque nous voulions puiser de l'eau dans des vases, nous ne pouvions plus les obtenir, quoique nous eussions fait notre possible pour prendre avec l'eau ce qui pouvoit donner l'origine à l'étincelle.

Nous avons souvent mis de l'eau dans des seaux, sans jamais, de retour au logis, y avoir rien découvert de lumineux & sans y avoir rien aperçu, qui pût faire croire que l'eau des lagunes dût cette lumière à des insectes; quoique nous ne puissions douter que plusieurs insectes de mer, les petites Scolopendres qui se

(a) J'ai fait ces observations avec M. Mauduit, Docteur de la Faculté de Médecine de Paris.

(b) La mer est aussi très-lumineuse aux environs des îles Maldives & à la côte de Malabar.

trouvent

trouvent dans les huitres (c), les poiſſons pourris & beaucoup d'eſpèces de poiſſons de mer, les zoophytes, les polypes & les polypiers, &c. donnaſſent de la lumière dans l'obſcurité.

Nous n'ignorions pas auſſi l'hiſtoire des coquillages connus ſous le nom de *Pholades* ou *Dails* que les Italiens regardent comme un mets très-délicat, & qu'ils nomment ſur les côtes de la Marche d'Ancône (où il eſt commun) *Bellari;* ils ont été décrits par M. de Reaumur[a], ce ſont les poiſſons qui brillent davantage dans l'eau, qui donnent le plus de lumière dans l'obſcurité, & qui pouvoient plutôt faire croire que la mer la devoit encore à d'autres poiſſons plus petits, qui ſe trouvant en grand nombre dans la mer Adriatique, auroient brillé dans l'eau la nuit, comme ceux-ci le faiſoient. Les Anciens même avoient cité pluſieurs eſpèces de poiſſons & de coquillages de mer qui donnoient de la lumière[b].

[a] *Voyez les Mém. de l'Acad. de 1723, & le tome V des Savans Étrang.*

[b] *Voy. Pline, lib. IX, cap. 6.*

Les Auteurs tant anciens que modernes, ont donné à la lumière de la mer une origine & une cauſe différentes. Ne peut-on pas croire que chacun a été fondé dans ſon ſentiment? Examinons encore le fait, & peſons les circonſtances; nous ſerons pour lors plus en état de nous décider.

Nous venons de dire qu'en prenant pendant pluſieurs ſoirées de l'eau de la mer, dans les endroits où elle nous paroiſſoit être la plus lumineuſe, nous n'avions jamais été aſſez heureux pour la voir enſuite briller dans l'obſcurité.

Nous ne pumes dans les lagunes obſerver que la forme de la lumière, qui nous parut ſouvent de figure & de couleur différentes: quelquefois elle étoit à grands rayons & aſſez ſemblable aux étincelles produites par l'électricité, ou à la lueur du baromètre; d'autres fois elle ſcintilloit, ou elle formoit une traînée de lumière; enfin cette lueur plus ou moins vive étoit auſſi de couleur plus blanche ou plus bleuâtre.

(c) Le Journal des Savans du 12 Avril 1666, parle fort au long des vers luiſans qui ſe trouvent ſur les huîtres.

Dans les Tranſactions philoſoph. n.° 12, M. Auxant décrit trois eſpèces d'animaux luiſans qui ſont dans les coquilles des huîtres, & qui les rendent lumineuſes. Il ſeroit très-long de citer ici tous les animaux de mer lumineux, & ce n'eſt point le but que je me propoſe.

Nous vimes un de ces feux figuré en étoiles, briller assez long-temps le long d'un escalier de Venise; nous nous en approchames, mais le mouvement que notre gondole donna à l'eau, fit disparoître la lumière, & nous ôta le moyen d'examiner & de découvrir ce qui l'avoit produite.

Je savois que M. Griselini avoit donné & envoyé à l'Académie une Dissertation sur une petite scolopendre marine luisante *(d)*, qui pouvoit rendre l'eau de la mer lumineuse. J'avois lû les observations qu'a faites sur cet insecte M. l'abbé Nollet [a], & les remarques de M. Godeheu [b].

[a] *Mém. Acad.* 1760.

[b] *Savans Étr. tome III.*

M. Von-Linné [c] a inséré une Dissertation de M. Adler, intitulée *Noctiluca marina*, dans laquelle il recherche la cause du phénomène dont nous parlons, & qu'il regarde comme commun à toutes les mers.

[c] *Amœnitates Acad. tom. III, pag.* 202.

M. Adler cite Imperati, Columna, Aldrovande, Boccone, Bonnani, Kirker, Vallisnieri, Plancus-Gualteri, qui ont déjà parlé de cette singularité; mais il ajoute que la cause n'en a été connue que depuis 1750, que M. Donati l'a publiée dans son Histoire Naturelle de la mer Adriatique. Vianelli, en 1749, avoit déjà conjecturé que la lumière de la mer étoit dûe à des animaux ou vermisseaux imperceptibles; mais M. Donati assure que ce sont des scolopendres qui la lui procurent.

La plupart de ces Auteurs, & M. Griselini qui a peu ajouté d'observations à celles qu'ils avoient faites, semblent donc particulièrement & même uniquement attribuer la cause de la lumière que donne l'eau de la mer, à celle que produit cet insecte. Prévenus en faveur de leur découverte, n'ont-ils pas trop étendu leurs idées? c'est ce qui, je crois, sera aisé à prouver.

M. Adler [d] range cet insecte dans la classe & le genre des *nereis* ou *scolopendres* de M. Von-linné. M. Adler [e] cite les noms des poissons, coquillages, animaux & même des plantes qui luisent dans l'obscurité. Je n'ajouterai rien à la description de la petite

[d] *Syst. Nat. edit. Holm. pag.* 72.

[e] *Pages* 206 & 207.

(d) La dissertation de M. Griselini a été imprimée à Venise en 1750, chez *Pietro Bassaglia, Librario calle di Stagnari.* Voyez les Observations du Docteur Vianelli, Médecin à Chioggia, sur cet insecte qu'il appelle *lucioletta del acqua marina.* Ces Observations ont pour titre, *nuove Scoperte intorno le luci notturne della acqua marina.*

ſcolopendre, donnée par M. Von-Linné; elle m'a paru très-juſte, ainſi que la figure qu'il a donnée de l'animal. *Tome III, pag.*

Comme j'ai long-temps cherché cet inſecte à Veniſe avant que de *209 & 210.* le trouver, je crois devoir indiquer aux Voyageurs ou à ceux qui voudroient répéter ces expériences, le moyen ſûr de s'en procurer aiſément une quantité qui leur ſuffiſe pour multiplier les obſervations.

Ayant lû la Diſſertation de M. Griſelini, j'allai le voir, & j'entrai avec lui dans des détails ſur les moyens que je devois prendre pour trouver l'inſecte; perſuadé que la réuſſite d'une obſervation dépend ſouvent de peu de choſe, & qu'en la négligeant on nie ou l'on refuſe de croire les faits les plus vrais.

M. Griſelini ne put me montrer cette ſcolopendre chez lui, l'extrême petiteſſe de cet inſecte ôtant la liberté de le conſerver; mais il m'apprit le vrai moyen de me le procurer.

Le ſoir, nous envoyames devant notre demeure nos gondoliers chercher une braſſée de *goëmon;* nous le fimes mettre dans une chambre, & nous vimes, en y entrant ſans lumière, une quantité prodigieuſe de petites étincelles très-brillantes.

En prenant une feuille de goëmon où l'on voyoit briller une étincelle, on y apercevoit un mouvement; la lumière faiſoit du chemin.

Si l'on regardoit cette feuille avec attention, on voyoit un point alongé, gros comme la tête d'une fine épingle, qui ſe mouvoit; ce point prenoit plus de longueur quand l'animal ſe diſpoſoit à ramper.

Nous avons ſaiſi ce point avec une épingle, & nous avons emporté l'inſecte. En ayant mis pluſieurs dans l'eſprit-de-vin pour les y conſerver, ils ont ceſſé auſſitôt de luire, & s'y ſont perdus; nous nous flattions d'en conſerver quelques-uns, & enſuite les examiner au microſcope avec facilité.

A la loupe il étoit aiſé de bien juger de la forme de l'inſecte, & c'eſt d'après l'examen que nous en avons fait, que nous l'avons cru bien deſſiné dans la figure qu'en a donnée M. Griſelini; elle eſt auſſi exacte dans les *Amœnitates* de M. Von-Linné, que j'ai déjà citées.

Voici ce que nous avons reconnu en examinant cet inſecte:

il brille ainſi que les animaux terreſtres lumineux quand il veut; il rend auſſi ſa lumière plus ou moins vive lorſqu'il lui plaît; quelquefois ſon corps eſt ſimplement tranſparent; ſouvent il en ſort des jets de lumière, qui forment une étoile & qui répandent la clarté à quelque diſtance autour de lui.

Cet inſecte brille par ſa partie poſtérieure, & quand il donne toute ſa lumière, ſa tête ſeule paroît opaque. J'ai écraſé dans ma main & ſur le papier pluſieurs de ces inſectes, qui y dépoſoient une lumière bleuâtre & tranſparente, & une longue traînée de lumière.

A la lueur que donne cet inſecte, on diſtinguoit aiſément toutes les parties de ſon corps; on voyoit avec la loupe ſes trachées, ſes anneaux, &c.

Poſé ſur du papier, l'animal y brille pendant du temps; mais quand il ſe deſſèche, qu'il perd l'humidité qui lui eſt néceſſaire, il périt: ſi l'on a la précaution de mettre le goëmon tremper dans l'eau de mer, l'animal y vit pluſieurs jours.

Nous mimes le goëmon dans l'eau de mer; l'animal y reprit de la force, il y donna des étincelles qui parurent un peu plus grandes & plus vives que celles que nous avions obſervées, l'animal étant hors de l'eau. En agitant le goëmon dans l'eau, elle rendoit des étincelles qui quelquefois donnoient une traînée de lumière.

La couleur de la lumière eſt un peu bleuâtre, & ſemblable à celle du phoſphore ou à celle des animaux terreſtres lumineux.

J'ai cru avoir remarqué de ces inſectes de deux différentes grandeurs; mais je ne puis aſſurer ſi ce ſeroit une différence dans l'eſpèce, ou ſimplement dans l'âge ou le ſexe.

Nous aurions été à portée de faire d'autres obſervations ſur cet inſecte, ſi nous n'avions pas été ſi long-temps à le chercher, ne ſachant pas qu'il étoit dans le goëmon; nous le vimes trop tard pour répéter les obſervations & en ajouter de nouvelles: je crois que d'après celle-ci il eſt difficile de n'attribuer le phénomène de la lumière que donne la mer pendant certaines nuits, qu'à la lueur de la ſcolopendre lumineuſe, parce que 1.° nous avons dit que la lumière de la mer nous avoit paru ſouvent très-différente de celle des inſectes, non-ſeulement par la forme des jets de lumière,

& par leur continuité, mais encore par leur couleur. 2.° En accordant à M. Vianelli que ces insectes donnent de la lumière à l'eau de la mer, à quelque distance de ses bords (rappelons-nous que ces insectes s'attachent au goëmon & aux plantes marines); comment la mer brilleroit-elle à des distances considérables des terres où le goëmon & les insectes ne se retrouvent plus, ni même beaucoup de petits poissons lumineux *(e)*?

Je crois donc que les Auteurs qui ont dit que l'eau de la mer ne brilloit qu'à cause de la scolopendre qui vit dans cet élément, ont trop étendu leur idée: je dirai la même chose de ceux qui ont attribué cette lueur uniquement aux feux électriques, & j'imagine que différentes causes concourent à produire cette singularité.

Il s'y joint encore (& peut-être seroit-ce la cause principale) une matière phosphorique provenue de la pourriture des corps marins, des plantes, &c. N'est-ce pas de ce phosphore que proviendroit la lumière que l'on observe en mer, tandis que sur les bords on jouiroit encore de ce phénomène d'une manière plus complète, par la lueur que donnent les animaux qui vivent dans cet élément?

Soit que la lumière de la mer provienne de l'une ou de l'autre, ou de la réunion de ces deux causes, il sera aisé d'expliquer pourquoi la mer n'est lumineuse que dans certains temps: les animaux de cet élément ne luisent, ainsi que ceux de terre, que dans certaines saisons; il faudra des circonstances pour que les phénomènes dûs à l'électricité ou à une matière phosphorique paroissent.

J'avoue qu'après avoir bien vu ces scolopendres marines lumineuses, & n'étant nullement porté à croire que nous leur devions uniquement la lumière de l'eau de la mer, les feux électriques, & principalement la matière phosphorique, m'ont paru des causes plus probables. Je vois dans la mer des parties propres à former cette espèce de phosphore; & j'imagine qu'il faut, pour qu'il brille, le concours de l'air: l'effort produit par les rames d'un canot, fait crever la bulle d'eau chargée de cette matière, qui en s'ouvrant donne l'étincelle ou la lueur que nous apercevons. Cette

(e) M. Vallerius objecte ces mêmes raisons au sentiment de Vianelli. *Notes sur Hierne, tome I, page 80.*

matière qui eſt renouvelée continuellement par la mer, pourroit être trop volatile & en trop petite quantité, pour qu'elle s'offrît à nous lorſque nous la chercherons dans peu d'eau de mer. Quoique cette idée ne ſoit pas encore ſoutenue d'aſſez de preuves, je crois cependant en avoir aſſez dit pour détruire le ſentiment de ceux qui croient l'eau de la mer lumineuſe uniquement par les inſectes qui y vivent, & pouvoir attribuer ce phénomène à différentes cauſes qui nous deviendront plus connues à meſure qu'on aura multiplié les obſervations.



EXAMEN

De la latitude & de la longitude de FOULPOINTE *dans l'île de Madagascar, par les observations de M.* LE GENTIL, *discutées & calculées sur les meilleures Tables.*

Par M. DE LA LANDE.

LE 13 Octobre 1763, la hauteur méridienne de l'étoile α de l'Aigle, fut observée à Foulpointe, 10. Janvier 1767.

Avec un quart-de-cercle bien vérifié, de...	$64^d\ 0' + 2'\ 92''\frac{1}{2}$
Le 14	64. 0. + 2. 89.
Le 16	64. 0. + 2. 93.
Le 17	64. 0. + 2. 93.

Un tour du micromètre est divisé en 128 parties & vaut 128″, l'angle formé par la lunette & le premier point de la division surpassoit de 1′ 10″ les 90 degrés.

De ces observations, il résulte que la hauteur méridienne vraie de l'étoile α de l'Aigle, étoit de 64^d 4′ 10″; mais sa déclinaison étoit de 8^d 15′ 36″; donc la latitude de Foulpointe est de 17^d 40′ 14″.

Le 10 Octobre 1763, à 6^h 19′ 21″ temps de la pendule, M. le Gentil observa l'immersion d'*Antares* sous la partie obscure de la Lune; & à 7^h 7′ 25″, il observa l'émersion de la partie éclairée de la Lune. Par un milieu entre six hauteurs correspondantes, en ôtant 3 secondes pour l'équation, la pendule retardoit le 10 de 12′ 13″, le 11 elle retardoit de 12′ 21″; ainsi le temps vrai de l'immersion fut à 6^h 19′ 21″, le temps vrai de l'émersion à 7^h 7′ 25″, la durée de l'occultation fut de 48′ 4″.

Quoique cette observation ait été faite avec une lunette qui n'a que 3 pieds, M. le Gentil assure que les deux phases sont

très-exactes, & que l'une & l'autre se sont faites dans un clin d'œil ou dans moins d'un quart de seconde.

Cela étant, on peut en déduire, avec beaucoup d'exactitude, le temps vrai de la conjonction à Foulpointe, & en le comparant avec la conjonction tirée des Tables, au défaut d'observations correspondantes, on aura la différence des méridiens.

Le lieu de la Lune, le 10 Octobre 1763 à $2^h\ 29'$ de temps vrai pour Paris, par les Tables de Mayer...	8^s	6^d	$26'$	$36''$
Longitude à $4^h\ 29'$........................	8.	7.	37.	59.
Donc le mouvement horaire étoit de.........	0.	0.	35.	41,5
La longitude apparente d'*Antares*............	8.	6.	27.	44.
Et le temps de la Conjonction à Paris $2^h\ 30'\ 54''$.				
La latitude de la Lune pour le premier temps...		4.	11.	32.
La latitude pour le second temps...........		4.	15.	30.
Donc au temps de la conjonction............		4.	11.	36.
La latitude d'*Antares*.....................		4.	32.	13.

CALCUL *de la conjonction de la Lune & d'*Antares *par l'observation de* Foulpointe.

	ÉLÉMENS DU CALCUL. Pour l'Immersion.					Pour l'Émersion.				
Temps vrai de l'observation à Foulpointe..			6^h	$31'$	$36''$			7^h	$19'$	$40''$
Temps de l'observation réduits au méridien de Paris......................			3.	23.	39			4.	11.	43
Ascension droite du milieu du Ciel.......			66^d	$24'$	$0''$			54^d	$21'$	$0''$
Longitude du nonagésime..............	9^s		22.	29.	0	10^s		3.	45.	0
Hauteur du nonagésime................			86.	0.	0			88.	16.	0
Parallaxe horizontale pour Paris...........	0.	0.	59.	30,5		0.	0.	59.	28,5	
Parallaxe horizontale à Foulpointe........	0.	0.	59.	40		0.	0.	59.	38,0	
Parallaxe de longitude dans le sphéroïde aplati.	0.	0.	43.	6,2		0.	0.	50.	13,8	
Parallaxe de latitude dans le sphéroïde aplati...	0.	0.	7.	27,0		0.	0.	4.	25,1	
Diamètre apparent de la Lune...........	0.	0.	32.	53,4		0.	0.	32.	46,9	
Distance à la conjonction apparente sur l'écliptique....................	0.	0.	11.	36,7		0.	0.	9.	51,2	

Distance

	Élémens du Calcul.								
	Pour l'Immersion.				*Pour l'Émersion.*				
Diſtance à la conjonction vraie ſur l'écliptique en partie de degré..................	0^s	0^d	31′	34″	0^s	1^d	0′	9″
Diſtance à la conjonction vraie réduite en temps.		0^h	52′	56″		1^h	41′	0″
Temps de la conjonction qui en réſulte...		5.	38.	40		5.	38.	40
Différence des méridiens qui en réſulte....		3.	7.	46		3.	7.	46

D'où il réſulte pour la longitude de Foulpointe 66^d 56′ 30″; ce qui ne diffère pas d'un demi-degré des cartes de la Marine, ni de celle de M. Robert de Vaugondy qui donne 66^d 33′ de longitude & 17^d 48′ de latitude.

Les formules & la méthode que j'ai employées pour trouver ces réſultats, ſont expoſées fort au long dans le premier Volume de mon Aſtronomie.

M. d'Après a obſervé déjà cette longitude, & l'on voit dans ſa carte, cette poſition peu différente de celle que je viens de trouver.



OBSERVATION

De la HAUTEUR SOLSTICIALE du bord ſupérieur du Soleil, au ſolſtice d'hiver de l'année 1766.

Par M. CASSINI DE THURY.

21 Janvier 1767.

LE temps ayant été plus favorable vers le ſolſtice d'hiver de l'année dernière, qu'il ne l'eſt ordinairement dans cette ſaiſon, j'en ai profité pour obſerver les hauteurs méridiennes du Soleil & de la queue de la Baleine, les jours qui ont précédé & ſuivi celui du ſolſtice d'hiver, avec le quart-de-cercle mobile de ſix pieds de rayon.

M. le Duc de Chaulnes a bien voulu prendre part à cette obſervation, & la faire de concert avec nous, avec l'inſtrument de dix pouces trois quarts de rayon qu'il a préſenté à l'Académie, & dont nous avons déjà vérifié l'exactitude en pluſieurs occaſions.

J'ai donné dans le volume de l'Académie de 1752 le détail des obſervations que j'avois faites au ſolſtice d'hiver de 1748, de la hauteur méridienne du Soleil & de la queue de la Baleine, pour déterminer la diſtance de cette étoile au bord ſolſticial du Soleil, que j'avois trouvé de $3^d\ 49'\ 34''$; & l'on peut voir par la Table que j'ai donnée à la fin du Mémoire, que c'étoit à peu près le temps où l'obliquité de l'Écliptique apparente devoit être la plus grande.

Elle devoit être plus petite de 10 ſecondes, dix-huit années après, c'eſt-à-dire en 1766, à raiſon de 47 ſecondes en cent années, & l'effet de la nutation étoit nul; il étoit important de déterminer cette quantité par des obſervations exactes, & avec le même inſtrument que l'on avoit employé en 1748.

Le 18 Décembre, lorſque le thermomètre étoit à 2 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſus de la congélation, j'ai obſervé la hauteur de la queue de la Baleine de . . . . $21^d\ 57'\ 2''$

Le 21 Décembre, lorſque le thermomètre étoit à 3^d

au-dessus de la congélation, j'ai observé la hauteur méridienne du Soleil de . . . . 18d 1′ 31″

Il s'en falloit d'une seconde que cette hauteur ne fût la plus petite; ainsi la hauteur solsticiale apparente seroit, selon cette observation, de 18. 1. 30

Comme il n'est pas possible de répondre de la précision d'une ou de deux secondes dans une seule observation, on peut, pour l'obtenir, faire usage des observations faites avant & après le solstice, en tenant compte de la réduction sur laquelle on ne peut se tromper.

Le 28 Décembre, le thermomètre à 0d, la hauteur méridienne du Soleil a été observée de . . . . 18d 12′ 22″

La réduction au solstice étoit de . . . . — 10. 49

Donc la hauteur solsticiale étoit de 18. 1. 33

La hauteur de la queue de la Baleine a été observée de 21. 57. 4

Le 29 Décembre, la hauteur méridienne du Soleil a été observée de 18. 15. 47

Il en faut ôter 14′ 19″ réd. au solstice . . . . — 14. 19

Et l'on aura la hauteur solsticiale de 18. 1. 28

La hauteur de l'étoile de la queue de la Baleine a été observée de 21. 57. 5

Le thermomètre étant toujours à près d'un degré au-dessous de la congélation.

Si l'on prend un milieu entre les trois hauteurs méridiennes du Soleil & de l'étoile β de la Baleine, on aura pour la hauteur solsticiale apparente 18. 1. 30

Pour la hauteur de l'étoile 21. 57. 4

Et pour la distance de l'étoile au bord solsticial 3. 55. 34

On l'avoit trouvée en 1748 de 3. 49. 34

La différence est 6. 0

Mais l'étoile par son mouvement en déclinaison a dû varier précisément de cette quantité, à raison de 20 secondes par an; il s'ensuivroit donc que la hauteur solsticiale étoit la même en 1766 qu'en 1748, & que l'état de l'instrument qui donnoit en 1748 & 1749 la hauteur solsticiale apparente de 18d 1′ 26 & 29″, n'a pas varié dans l'espace de dix-huit années, puisqu'il

a donné cette hauteur en 1766, de 18d 1′ 30″, différente ſeulement d'une ſeconde.

M. le Duc de Chaulnes a obſervé deux fois avec ſon inſtrument la hauteur de l'étoile, qu'il a trouvée de...	21d 55′ 52″
M. Chappe a obſervé le 21 la hauteur méridienne du Soleil de....................................	18. 0. 21
Donc la diſtance de l'étoile au bord ſolſticial du Soleil, étoit, ſelon ces deux obſervations, de.............	3. 55. 31

avec une différence de 3 ſecondes du réſultat que nous avons trouvé avec l'inſtrument de ſix pieds de rayon.

Les obſervations de la diſtance d'*Arcturus* au bord du Soleil, faites au ſolſtice d'été 1766, prouvent également que la hauteur ſolſticiale apparente étoit la même en 1748 qu'en 1766.

Car nous avons déterminé la diſtance d'*Arcturus* au bord ſolſticial de............................	3d 19′ 32″
Et la hauteur d'*Arcturus* de..................	61. 35. 42
D'où l'on conclud la hauteur ſolſticiale apparente de	64. 55. 14

En 1748, j'ai déterminé la diſtance d'*Arcturus* au bord ſolſticial de..........................	3d 13′ 56″ 40‴
Et la hauteur d'*Arcturus* de...............	61. 41. 17. 0
Ce qui donne la hauteur ſolſticiale apparente de	64. 55. 13. 40

à peu près la même qu'en 1766.



MÉMOIRE

SUR un moyen de se garantir de la puanteur des Puisards, quand on est contraint d'en faire dans le voisinage des maisons.

Par M. DEPARCIEUX.

IL y a nombre de maisons dans Paris, & sans doute en bien d'autres endroits, où le défaut d'écoulement des eaux, oblige de faire des puisards pour recevoir, tant celles des pluies, que celles des cuisines, offices, lavoirs, &c. 5 Juin 1767.

Les graisses & autres immondices que ces eaux entraînent avec elles dans les puisards, y fermentent en peu de temps & en font des cloaques, aussi infectés que des fosses d'aisances, qui doivent nécessairement rendre l'air mal sain, & peuvent très-bien produire des incommodités & des maladies dont on ne soupçonne pas la cause: cette puanteur est sur-tout incommode dans les cuisines basses, où elle revient par le conduit par lequel s'en vont les eaux, au point de les rendre inhabitables, ainsi que le reste des souterrains.

On tâche de remédier à cette incommodité, en faisant curer ces puisards de temps à autre, ou en y faisant des évens ou cheminées; tout cela n'empêche pas qu'il n'en revienne dans les souterrains une odeur insoutenable, attirée par le courant d'air, formé par le feu de la cuisine, ou poussé par le vent, comme il fait de la fumée aux cheminées basses.

Tout Paris connoît les deux puisards des passages de l'Orangerie & des Feuillans, lesquels sont souvent très-infectés, comme on a pu le remarquer. J'en connois dans beaucoup de maisons particulières, & plusieurs où l'on a été obligé de murer tout-à-fait le trou du puisard : on a fait mettre une auge de pierre dans un coin de la cuisine, encastrée dans les terres, à fleur du pavé

dans laquelle vont ſe rendre les eaux, d'où on les enlève tous les jours avec des ſeaux.

M. de Bourgogne, ci-devant intéreſſé dans les Fermes du Roi, ayant acquis une maiſon, rue Bergère, qui étoit dans ce cas, c'eſt-à-dire d'avoir les cuiſines dans les ſouterrains, & un puiſard ſous le jardin, dont les exhalaiſons étoient inſupportables, y fit faire tout ce qu'on avoit pu imaginer juſque-là; évens, ventouſes, cheminées, tout cela ne ſervoit qu'à en augmenter quelquefois le mal, ou l'incommodité: laſſé de faire travailler ſans ſuccès, il crut que je pourrois lui indiquer quelque moyen meilleur que tout ce qu'il avoit fait juſque-là; & il vint me prier de vouloir bien aller voir l'endroit, ce que je fis.

On voit déjà que le moyen devoit être tel qu'il laiſſât un libre paſſage aux eaux propres ou ſales & à toutes les moyennes & menues ordures qu'elles entraînent, & que la communication de l'air du puiſard aux ſouterrains fût entièrement interrompue: après avoir vu l'endroit, j'ordonnai ce qui ſuit, qui a très-bien réuſſi, & la raiſon en eſt ſenſible.

Je fis faire une cuvette de pierre, que je ne puis mieux comparer, quant à la forme intérieure, qu'à un bac de rivière, ayant l'entrée & la ſortie en talut ou en pente : cette cuvette a intérieurement 18 pouces de long, 1 pied de largeur & 6 pouces de profondeur au milieu; le bord ou le deſſus de l'un des deux bouts de cette cuvette (c'eſt celui deſtiné à être dans le puiſard) eſt de 2 pouces plus bas que les trois autres côtés du tour de la cuvette; ce petit baſſin eſt placé de niveau dans l'épaiſſeur du mur du puiſard à la hauteur du pavé du fond du ruiſſeau par lequel les eaux arrivent dans le puiſard, de manière qu'il faut qu'elles paſſent par la cuvette pour tomber dans le puiſard; on a fait à chacun des deux grands côtés de la cuvette, une entaille de 3 pouces de profondeur, autant de largeur, & ſeulement de 2 pouces à droite & à gauche dans l'épaiſſeur des flancs: ces entailles ſont un peu plus près du bout de la cuvette qui eſt dans le puiſard que de l'autre; on a poſé de champ dans ces entailles, un morceau de dale de pierre dure, de 3 pouces d'épaiſſeur, de 16 pouces de largeur, d'autant d'épaiſſeur ou environ, & on a achevé de

maçonner autour de ce morceau de dale pour ne laiſſer aucun paſſage à l'air du dedans au dehors, autre que celui du bas de la cuvette ſous la pierre de champ qui eſt de 3 pouces de hauteur ſur toute la largeur de la cuvette: le bord du bout de la cuvette qui eſt dans le puiſard, n'étant que de 2 pouces plus bas que le reſtant du tour, & les entailles qui reçoivent la pierre de champ deſcendant de 3 pouces, il s'enſuit que la pierre de champ eſt d'un pouce dans l'eau quand la cuvette en eſt pleine; ce qui ôte toute communication d'air du dedans du puiſard au dehors, parce que la cuvette eſt toujours pleine d'eau & lui laiſſe un libre paſſage: l'eau qui reſte dans la cuvette ſe corromproit comme celle du puiſard, ſi on lui en donnoit le temps, mais elle n'y reſte jamais un jour entier; elle eſt continuellement chaſſée & remplacée par la dernière qui arrive, ſoit par celle que l'on répand toutes les fois qu'on lave quelque choſe, ſoit en y jetant quelques ſeaux d'eau propre: au moyen de quoi on n'eſt pas plus incommodé de l'odeur du puiſard dans la cuiſine ni dans le reſte des ſouterrains, que s'il n'y en avoit point.

J'ai fait faire uſage du même moyen pour l'écoulement de l'eau d'une glacière appartenante à M. le Comte de Maurepas à Pontchartrain: cette glacière, très-bien faite d'ailleurs, eſt placée contre un coteau & ſur un fond de glaiſe qui ne permit pas d'y faire un puiſard lorſqu'on la conſtruiſit. On crut, en la conſtruiſant, qu'une petite pierrée qui prendroit les eaux au plus bas de la glacière, pour les porter au dehors à 20 ou 25 toiſes de-là, avec une pente ſuffiſante, & recouverte de 12 à 15 pieds de terre, feroit le même effet qu'un puiſard & même plus ſûrement: cette pierrée a en effet très-bien porté les eaux de la glacière au dehors; car dès que les chaleurs arrivoient, l'eau couloit au bout de la pierrée comme d'une petite ſource, tant qu'il reſtoit de la glace dans la glacière: les portes d'une glacière ou d'une cave ne ſont jamais ſi bien cloſes, que l'air n'y trouve aiſément paſſage. S'il n'a qu'une ouverture pour entrer & ſortir, & qu'elle ſoit petite, il y reſte en repos comme dans un cul-de-ſac, & il ne change pas ou que très-inſenſiblement; mais s'il a deux paſſages ou ouvertures l'un au-deſſus de l'autre, ou encore mieux l'un

opposé à l'autre, il s'y établit un courant qui est d'autant plus fort que les passages sont plus libres, ou celui qui sert d'entrée à l'air beaucoup plus bas que celui par lequel il sort : c'est ce qui arrivoit à la glacière de M. de Maurepas ; l'air entroit par le bas de la pierrée, passoit par la glacière & sortoit par les joints de la porte ; & à la fin du mois d'Août ou en Septembre, la glacière étoit vide sans qu'on y eût pris de la glace, quoiqu'elle contienne près de 36 toises cubes de glace, & qu'elle soit très-bien faite d'ailleurs à tous égards : l'effet de l'introduction & du passage de l'air par la pierrée étoit si sensible, indépendamment de la prompte destruction de la glace, qu'avant qu'elle fût entièrement fondue, celle qui répondoit à l'ouverture de la pierrée étoit toujours creusée en rond vis-à-vis l'entrée de l'air, & le vide entre les murs & la glace toujours plus grand de ce côté-là que des autres.

M. le Comte de Maurepas m'ayant fait l'honneur de m'en parler, j'indiquai le même moyen que pour le puisard de M. de Bourgogne, on plaça de même la cuvette dans l'épaisseur du mur de la glacière, il y a environ cinq ans ; & depuis ce temps la glacière garde la glace comme la gardent les meilleures que l'on connoisse.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1.re *ABCDEFG*, la cuvette vue en perspective.

DC, le côté par où l'eau entre.

AB, celui par où elle sort, plus bas de 2 pouces que le premier.

hiK, profondeur de la cuvette toujours pleine jusqu'au niveau de *AB*.

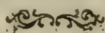
HI, dalle de pierre qui trempe dans l'eau & intercepte tout passage à l'air du puisard.

Figure 2, coupe de la même cuvette.

D, entrée de l'eau ; *A* sa sortie ; *H* la dalle de pierre ; *1*, *2* niveau de l'eau.

Figure 3, élévation vue du côté de la sortie de l'eau.

Figure 4, plan de la cuvette.

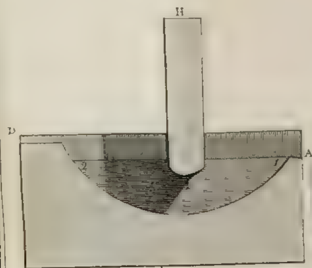


NOUVELLES


A
E

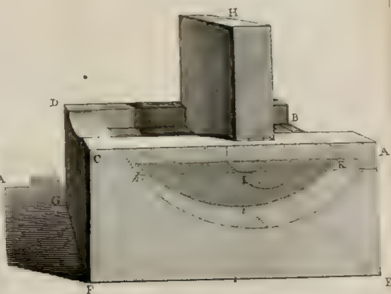


Fig. 2.



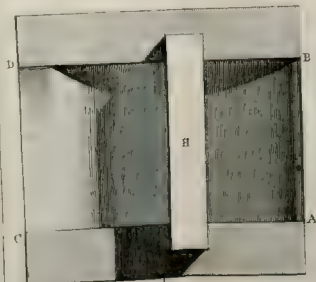
Coupe

Fig. 1.



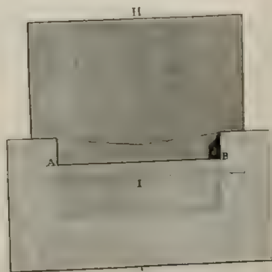
Perspective

Fig. 4.



Plan

Fig. 3



Elevation

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

CINQUIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

le demi-grand axe.

ϖ l'arc de 15^d rectifié.

δ le sinus / $\dot{\gamma}$ le cosinus } de l'inclinaison de l'orbite corrigée. (*3.e Mém. S. 3*) *Année 1765.*

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

Année 1764. s le ſinus } de la latitude corrigée de l'Obſervateur *(2.d Mém. §. 20, Table I)*, c'eſt-à-dire d'un angle qu'il faut ſubſtituer à la latitude vraie, & qui ſe conclut de cette latitude.
c le coſinus

g le ſinus } de l'angle horaire du Soleil.
h le coſinus

p le ſinus } de la déclinaiſon du Soleil à l'inſtant pour lequel on calcule;
q le coſinus

t la tang. } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Obſervateur placé au centre de la Terre, à l'inſtant pour lequel on calcule. *(3.e Mém. §. 2 & 4)*.
ω le ſinus
Année 1765. φ le coſinus

π le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inſtant pour lequel on calcule.

π' le ſinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'}{\pi} \times \xi.$$

$\Omega =$ coſinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$l = r \times \frac{\text{ſin. de la lat. de la ☾ à l'inſt. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}.$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{ſin. verſe (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}.$$

$$\varkappa = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſin. (mouv. horaire de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}.$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai ſuppoſé que les quantités précédentes étoient poſitives; qu'il pouvoit cependant arriver que quelques-unes de ces quantités deviniſſent négatives.

(3.) Que dans toutes les éclipſes de Soleil, les quantités r, ρ, v, ψ, ξ, c, q, φ, π, π', ζ, Ω, γ, $\varkappa$, étoient eſſentiellement poſitives; que par conſéquent le changement de leurs valeurs abſolues ne pouvoit faire varier le ſigne des termes dans leſquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, t, ω, l.

Que la quantité l devenoit négative lorsque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit australe à l'instant de la conjonction.

Que le signe de θ étoit déterminé par la formule du §. 3 du troisième Mémoire. *Année 1765.*

Que b devenoit négatif, lorsque l'instant pour lequel on calcule précédoit l'instant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorsque la latitude de l'Observateur étoit australe.

Que g devenoit négatif, lorsque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négatif, lorsque l'heure étoit entre six heures du soir & six heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorsque la déclinaison du Soleil étoit australe.

Que le signe de ω & de t étoit déterminé par la formule du §. 106 du quatrième Mémoire. *Année 1766.*

(5.) J'ai supposé que pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit les Elémens suivans.

Heure de la conjonction à Paris,	10h	31′	23″	du matin;
Dans	12d	9′	56″	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil en longitude.	0.	2.	27 $\frac{2}{3}$	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29.	39	
Latit. de la Lune à l'instant de la conjonction.	0.	39.	36	boréale.
Mouvem. horaire de la Lune en latitude. +	0.	2.	44	
Parallaxe horizontale polaire	0.	54.	1 $\frac{1}{2}$	
Obliquité de l'Écliptique	23.	28.	21	
Déclinais. du Soleil à l'instant de la conjonct.	4.	48.	50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil	0.	0.	10	
Demi-diamètre du Soleil	0.	16.	0 $\frac{1}{2}$	

$$\text{sinus (demi-diam. horizont. de la ☾)} = \frac{900}{3288} \times \text{sinus (parallaxe horizont. polaire)};$$

D'où j'ai conclu

		Logarithme
$r = +$	100000.	$r = 10{,}0000000$.
$\rho = +$	100565.	$\rho = 10{,}0024467$.
$v = +$	arc de 15^d rectifié.	$v = 9{,}4179686$.
$\theta = +$	sinus. $5^d\ 44'\ 26''$	$\theta = 9{,}0001044$.
$\psi = +$	cosin. 5. 44. 26.	$\psi = 9{,}9978165$.
$\xi = +$	cosin. 0. 39. 36.	$\xi = 9{,}9999711$.
$p = +$	sinus. 4. 48. 50.	$p = 8{,}9238624$.
$q = +$	cosin. 4. 48. 50.	$q = 9{,}9984653$.
$\omega = +$	sinus. 28. 44. 30.	$\omega = 9{,}6820198$.
$\varphi = +$	cosin. 28. 44. 30.	$\varphi = 9{,}9428989$.
$t = +$	tang. 28. 44. 30.	$t = 9{,}7391209$.
$\pi = +$	sinus. 0. 54. $1\frac{1}{2}$.	$\pi = 8{,}1963030$.
$\pi' = +$	sinus. 0. 0. 10.	$\pi' = 5{,}6855749$.
$\zeta = +$	sinus. 85. 30. 6.	$\zeta = 9{,}9986603$.
$\Omega = +$	cosin. 23. 28. 21.	$\Omega = 9{,}9624884$.

Logar. { sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction... $= 8{,}0614117$.
sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) $= 5{,}4972284$.
sin. (mouv. hor. de la ☾ en longitude — mouv. hor. du ☉) $= 7{,}8981331$.

		Logarithme
$l = +$	73301.	$l = 9{,}8651087$.
$\gamma = +$	200.	$\gamma = 7{,}3008965$.
$n = +$	50581.	$n = 9{,}7039847$.
$\frac{nr}{\zeta} = +$	50737.	$\frac{nr}{\zeta} = 9{,}7053244$.

Logarithme $3600'' = 3{,}5563025$.

(6.) Je suppose également que le Lecteur a présent à l'esprit
Année 1765. ce que j'ai dit *(§. 28 du 3.e Mém.)* sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme.

Qu'il ſe rappelle l'exception relative au nombre de ſecondes horaires.

Qu'il n'a pas oublié la diviſion du diſque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'*article III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Obſervateur rapporte le centre de la Lune. *Année 1765.*

Qu'il a préſent à la mémoire la manière de diſtinguer chacun des termes d'une équation, en le ſurmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour ſignifier la quantité dans l'expreſſion de laquelle ſe trouve le terme en queſtion; d'un chiffre, pour indiquer le rang de ce terme.

Qu'il ſe rappelle la méthode détaillée dans l'*article VI du troiſième Mémoire*, pour convertir le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction en expreſſion de la longitude du lieu.

(7.) Je ſuppoſe enfin que le Lecteur n'a pas oublié que par la latitude d'un lieu, j'entends ſa latitude corrigée. Cette latitude eſt réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie eſt réductible à la latitude corrigée, par la première Table du *§. 20* de mon ſecond Mémoire. *Année 1764.*

Ces ſuppoſitions admiſes, je paſſe à la ſolution de pluſieurs problèmes.

ARTICLE PREMIER.

De quelques queſtions du genre de maximis *&* minimis, *relatives aux plus courtes diſtances des centres.*

(8.) Si l'on calcule les plus courtes diſtances des centres, obſervées aux mêmes heures ſous différentes latitudes terreſtres, il ſera aiſé de remarquer que ces différens points de la Terre n'obſervent pas la même plus grande phaſe: ce phénomène dépend

de la latitude du lieu. Ainſi donc dans l'exemple particulier de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, le lieu qui ſous le parallèle boréal de 48d 51′, a vu la plus courte diſtance des centres à ſept heures du matin, n'a pas obſervé la même phaſe que celui pour qui ce phénomène arrivoit à la même heure ſous le parallèle de 60 degrés. Quoique la différence des latitudes occaſionne une très-grande diverſité dans les plus courtes diſtances, il eſt cependant une limite que ces diſtances ne peuvent pas franchir. Il eſt une certaine latitude au-delà de laquelle les phaſes, après avoir décru, recommencent à croître. Le lieu qui obſerve la plus courte diſtance des centres correſpondante à cette latitude particulière, eſt donc celui qui à une même heure donnée voit la plus grande ou la plus petite phaſe poſſible.

(9.) Soit $A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \rho \omega}{r^3} + \frac{c h p \rho \varphi}{r^4}$.

$$C = \frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^4} - \frac{c \rho \varphi h}{r^3}.$$

$$D = \frac{c p \rho \varphi g}{r^4} - \frac{c \rho \omega h}{r^3}.$$

$$E = \xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c p q \pi h}{r^4}.$$

Année 1765. J'ai démontré *(§. 51 du troiſième Mémoire)* que tangente de la plus courte diſtance des centres $= \frac{A \zeta \pi \sqrt{(C^2 + D^2)}}{r C E}$;

On aura donc pour chaque heure particulière le véritable *maximum maximorum* de diſtance des centres, en différentiant cette équation, & en faiſant nulle ſa différentielle; c'eſt-à-dire que ſi l'on ſuppoſe d'ailleurs $n = \frac{r D}{C}$; on aura pour véritable condition du *maximum maximorum* de diſtances des centres,

$$(n^2 + r^2) \times (E dA - A dE) + A E dn = 0,$$

(10.) Puiſque dans la queſtion préſente, l'angle horaire eſt donné, & que la latitude ſeule eſt variable, on a

$$dA = \frac{+ q\varphi r^2 cdc + g\rho\omega rsdc + hp\rho\varphi sdc}{r^4 s};$$

$$dC = \frac{- p\rho\omega gdc - \rho\varphi rhdc}{r^4};$$

$$dD = \frac{+ p\rho\varphi gdc - \rho\omega rhdc}{r^4};$$

$$dE = \frac{+ pr^2\pi cdc - \rho q\pi hsdc}{r^4 s};$$

$$dn = + \frac{\frac{nr^2}{\zeta\upsilon} \times \left(\frac{p\rho\varphi g - \rho\omega rh}{r^3}\right) \times dc}{\left(\frac{nr^2}{\zeta\upsilon} \frac{- cp\rho\omega g - c\rho\varphi rh}{r^4}\right)^2};$$

$$dn = + \frac{\frac{nr^2}{\zeta\upsilon} \times \frac{rD}{c} \times dc}{C^2};$$

L'équation du *paragraphe précédent* devient donc

$$(C^3 + D^2 C) \times \left(\frac{\xi dA - \frac{\psi l}{\zeta} dE + \frac{\pi rdC}{s}}{dc}\right) + \frac{nr^2}{\zeta\upsilon} \times \frac{AD^2 E}{c} = 0.$$

(11.) Il n'eſt pas poſſible en général de conclure directement de l'équation précédente, l'expreſſion de la latitude du lieu qui obſerve le *maximum maximorum* de phaſes pour chaque heure particulière. Mais quoique l'on ne puiſſe pas toujours avoir cette expreſſion, à cauſe du degré de l'équation, il y a cependant deux cas particuliers où l'on peut connoître rigoureuſement cette latitude; c'eſt lorſque $A = 0$, ou $D = 0$. On a alors

$$\xi dA - \frac{\psi l}{\zeta} dE + \frac{\pi rdC}{s} = 0.$$

D'où l'on tire en éliminant les quantités dA, dC, dE par le moyen des équations du §. 10,

$$\left.\begin{array}{l} (g\rho\omega r\xi + hp\rho\varphi\xi + \frac{\psi l}{\zeta} \times \rho q\pi h) \times s \\ + (q\varphi r^2\xi - \frac{\psi l}{\zeta} \times pr^2\pi) \times c - p\rho\omega\pi rg - \rho\varphi\pi r^2 h \end{array}\right\} = 0.$$

Année 1766. (12.) La supposition de $A = 0$, apprend *(4.e Mém. §. 10)* que si l'Éclipse centrale est la plus petite phase visible à l'heure quelconque assignée, la détermination de la latitude donnée par la formule précédente sera rigoureuse. On doit donc conclure que si dans tous les cas on substitue la formule du *§. 11* à celle du *§. 10*, l'erreur du résultat sera d'autant plus petite que la distance des centres observée sera moindre.

(13.) La supposition de $D = c\varsigma \times \frac{(p\varphi g - \omega r h)}{r^4} = 0$, fait voir que pour l'heure particulière déterminée par l'équation $p\varphi g - \omega r h = 0$, la latitude donnée par la formule du *§. 11*, sera rigoureuse. Elle nous apprend ensuite que si dans tous les cas on substitue la formule du *§. 11* à celle du *§. 10*, l'erreur du résultat sera d'autant plus petite que l'heure assignée sera plus proche de l'heure déterminée par l'équation

$$p\varphi g - \omega r h = 0,$$

ou que le lieu qui satisfait à la question aura une latitude plus approchante de celle déterminée par $c = 0$, c'est-à-dire que le lieu sera plus près du pôle.

Détermination du lieu particulier qui observe le maximum maximorum *des plus grandes phases.*

(14.) La remarque du *paragraphe précédent* fournit une méthode bien facile pour déterminer le lieu particulier de la Terre qui observe le *maximum maximorum* des plus grandes phases. En Année 1765. effet, on a vu *(3.e Mémoire, art. VII)* que le lieu particulier qui observe la plus petite distance des centres correspondante à l'heure déterminée par l'équation $p\varphi g - \omega r h = 0$, est celui qui, sous la même latitude, voit la plus grande phase possible. La formule du *§. 11* donne la latitude du lieu qui voit le *maximum maximorum* des phases visibles à l'heure indiquée par l'équation $p\varphi g - \omega r h = 0$; la formule du *§. 11* détermine donc

donc le lieu particulier qui observe le *maximum maximorum* des plus grandes phases: il ne s'agit que de substituer dans cette formule l'heure indiquée par l'équation $p\varphi g - \alpha r h = 0$; & de conclure la latitude.

(15.) Pour y parvenir;

Soit

$$P = \overset{(P\,1)}{\frac{\rho\omega\xi g}{r^3}} + \overset{(P\,2)}{\frac{p\rho\varphi\xi h}{r^4}} + \overset{(P\,3)}{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{\sigma q\pi k}{r^4}}$$

$$Q = \overset{(Q\,1)}{\frac{q\varphi\xi}{r^2}} - \overset{(Q\,2)}{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p\pi}{r^2}}$$

$$R = \overset{(R\,1)}{\frac{p\rho\omega\pi g}{r^4}} + \overset{(R\,2)}{\frac{\rho\varphi\pi k}{r^3}};$$

L'équation du §. 11 deviendra

$$Ps + Qc - Rr = 0.$$

Soit maintenant λ le sinus, & k le cosinus d'un angle aigu & positif H, tel que l'on ait $\frac{\lambda r}{k} = \frac{Qr}{P}$, c'est-à-dire dont la tangente égale $\frac{Qr}{P}$, on aura $\frac{ks + \lambda c}{r} = \frac{Rk}{P}$. Mais $\frac{ks + \lambda c}{r}$ est le sinus de la somme de la latitude demandée & de l'angle H; donc sinus (latitude demandée + angle H) $= \frac{R \times \text{cosinus } H}{P}$.

(16.) Puisqu'un même sinus appartient à deux angles différens, la somme de la latitude demandée & de l'angle H, a deux valeurs : il y a donc deux latitudes qui satisfont au problème.

(17.) En partant de l'équation

$$Ps + Qc - Rr = 0,$$

on est parvenu aux résultats suivans:

sinus (latitude demandée + angle H) $= \frac{R \times \text{cosinus } H}{P}$;

mais on ne doit point oublier que les suppositions particulières sur les valeurs P, Q, R, peuvent changer les signes des termes

de l'équation. Pour éviter toute incertitude ſur cette matière, je vais épuiſer les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 15, & preſcrire pour chaque combinaiſon, l'opération indiquée par la méthode. Il ne s'agira que de conſtater, d'après les réflexions du §. 4, quelle combinaiſon de ſignes a lieu pour le cas particulier dans lequel on eſt.

(18.) Les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 15, ſe réduiſent à quatre.

$Ps + Qc - Rr = 0$ . . . . 1.er CAS.

$Ps + Qc + Rr = 0$ . . . . 2.e CAS.

$Ps - Qc - Rr = 0$ . . . . 3.e CAS.

$Ps - Qc + Rr = 0$ . . . . 4.e CAS.

PREMIER CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de Q & de P.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus } H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \begin{cases} D - H \\ D' - H \end{cases}.$$

DEUXIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de Q & de P.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus } H}{P}$, &

que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \begin{Bmatrix} -D-H \\ -D'-H \end{Bmatrix}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de Q & de P.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus}\, H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \begin{Bmatrix} D+H \\ D'+H \end{Bmatrix}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de Q & de P.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus}\, H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \begin{Bmatrix} -D+H \\ -D'+H \end{Bmatrix}$$

(19.) Dans l'uſage de ces formules, on peut trouver des latitudes de quatre eſpèces.

Des latitudes poſitives, depuis 0^d juſqu'à 90^d.
Des latitudes poſitives, depuis 90. juſqu'à 180.
Des latitudes négatives, depuis 0. juſqu'à 90.
Des latitudes négatives, depuis 90. juſqu'à 180.

Car on obſervera que ſi l'on avoit, par exemple, une latitude poſitive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit à une latitude de l'eſpèce précédente, en prenant avec un ſigne contraire ſon ſupplément à 360 degrés.

Pour entendre ces ſolutions, on remarquera que le même cercle horaire appartient à deux heures différentes, éloignées entr'elles de douze heures. Le Soleil, par exemple, eſt dans le même cercle horaire à midi & à minuit, à 7 heures du matin & à 7 heures du ſoir. Comme il n'eſt pas poſſible de particulariſer une certaine portion du cercle horaire & d'exclure l'autre, le même calcul doit réſoudre à la fois deux queſtions différentes. Les latitudes poſitives ou négatives depuis 0^d juſqu'à 90^d, déterminent les lieux particuliers qui obſervent le *maximum maximorum* de phaſes à l'heure donnée. Quant aux latitudes poſitives ou négatives depuis 90^d juſqu'à 180^d, elles nous apprennent quels points de la Terre obſervent le *maximum maximorum* de phaſes, non pas préciſément à l'heure donnée, mais lorſque le Soleil eſt dans l'autre portion du cercle horaire.

On remarquera que les latitudes poſitives indiquent des latitudes boréales, & que les latitudes négatives indiquent des latitudes auſtrales.

On ne compte en Aſtronomie les latitudes que depuis 0^d juſqu'à 90^d; lors donc que l'on aura par un réſultat de calcul, une latitude corrigée plus grande que 90^d, pour en conclure la

latitude vraie, on prendra le supplément de cette latitude corrigée, & on achevera le calcul, comme si ce supplément eût été donné par la formule.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.

(20.) Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

P.

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{\rho\,\omega\,\xi}{r^3} = -\,0{,}3155624. & (P\,1.) \\ \frac{p\,\rho\,\varphi\,\xi}{r^4} = -\,1{,}1308209. & (P\,2.) \\ \frac{\psi\,l}{\zeta}\times\frac{\rho\,q\,\pi}{r^4} = -\,1{,}9385201. & (P\,3.) \end{cases}$$

Q.

$$Q = +\,87269.$$

$$\text{Log. } Q = 9{,}9408600.$$

R.

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{p\,\rho\,\omega\,\pi}{r^4} = -\,3{,}1953681. & (R\,1.) \\ \frac{\rho\,\varphi\,\pi}{r^3} = -\,1{,}8583514. & (R\,2.) \end{cases}$$

EXEMPLE.

(21.) *On demande quel lieu a observé le* maximum maximorum *de phases le 1.er Avril 1764.*

SOLUTION. J'observe d'abord que l'équation $p\varphi g - \omega r h = 0$; qui détermine l'heure du phénomène, indique deux heures différentes $\left\{\begin{matrix} 5^h\ 25'\ 12''\ \text{du matin} \\ 5.\ 25.\ 12\ \text{du soir} \end{matrix}\right\}$. Je prends arbitrairement l'une des deux heures; j'évalue en conséquence les quantités *P, Q, R*, & je vois *(§. 18)* dans quel cas je suis: je détermine ensuite la latitude, en observant *(§. 19)* que toutes les latitudes comprises entre 0^d & 90^d, appartiennent à l'heure pour laquelle j'ai calculé, & que les latitudes comprises entre 90^d & 180^d, appartiennent à l'autre heure.

TYPE du Calcul...... $5^h\ 25'\ 12''$ *du soir.*

$g = +$ sin. $81^d\ 18'$; $h = +$ cos. $81.\ 18$ } Logarithmes { $g = 9{,}9949740$; $h = 9{,}1797265$.

$P = +(P\,1) + (P\,2) + (P\,3)$

(P 1)	(P 2)	(P 3)
+9,9949740...log. *g*.	+9,1797265...log. *h*.	+9,1797265...log. *h*.
−0,3155624.	−1,1308209.	−1,9385201.
9,6794116...log. 47798.	8,0489056...log. 1119.	7,2412064...log. 174.

$P = +$ 49091................ Logarithme $P = 9{,}6910019$.

$R = +(R\,1) + (R\,2)$

(R 1)	(R 2)
+9,9949740...log. *g*.	+9,1797265...log. *h*.
−3,1953681.	−1,8583514.
6,7996059...log. 63.	7,3213751...log. 210.

$R = +$ 273..........Logarithme $R = 7{,}4361626$.

$Q = +$ 87269...........Logarithme $Q = 9{,}9408600$.

J'obſerve que puiſque *P*, *Q* & *R* ſont poſitifs, je ſuis dans le premier cas; on a donc

+19,9408600...log *Q r*.
− 9,6910019...log. *P*.
10,2498581...log. tang. *H*.

$H = 60^d\ 38'\ 28''$.

+ 7,4361626...log. *R*.
+ 9,6904429...log. coſin. *H*.
+17,1266055.
− 9,6910019...log. *P*.
7,4356036...log. ſin. { *D* ; *D'* }

$D = 0^d\ 9'\ 22''$.

$D' = 179^d\ 50'\ 38''$.

+ $0^d\ 9'\ 22''$ *D*.
− 60. 38. 28 *H*.
Lat. cor. = 60. 29. 6.
+ 0. 8. 17. (S. 7)
Lat. vr. = 60. 37. 23 Auſtr.

+ $179^d\ 50'\ 38''$ *D'*
− 60. 38. 28 *H*.
Lat. cor. = 119. 12. 10.
60. 47. 50 { ſupp. faite corrigée.
+ 0. 8. 13. (S. 7)
Lat. vr. = 60. 56. 3 Boréale.

(22.) Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les lieux qui ont observé les *maxima maximorum* de phases, étoient donc 1.° celui qui, situé sous le parallèle austral de 60^{d} 37′ 23″, a vu la plus grande phase à 5^{h} 25′ 12″ du soir; 2.° celui qui, situé sous le parallèle boréal de 60^{d} 56′ 3″, a vu la plus grande phase à 5^{h} 25′ 12″ du matin.

(23.) Rien de plus simple que de déterminer maintenant le *maximum maximorum* de phases, il ne s'agit que de substituer dans l'expression de la plus courte distance des centres du *§. 58 du 3.e Mémoire*, les latitudes & les angles horaires trouvés par les *Année 1765.* formules précédentes.

On trouvera, par exemple, que la distance observée à 5^{h} 25′ 12″ du soir, sous le parallèle austral de 60^{d} 37′ 23″, étoit une distance boréale de 1^{d} 33′ 18″, & que la distance observée à 5^{h} 25′ 12″ du matin, sous le parallèle boréal de 60^{d} 56′ 3″, étoit une distance australe de 0^{d} 14′ 32″$\frac{1}{2}$: cette seule dernière distance donnoit une éclipse.

Les recherches dont je viens de m'occuper, ont dû naturellement précéder celles qui vont suivre; en effet, puisqu'il sera question de calculer les lignes des plus courtes distances des centres, il n'est pas hors de propos, pour éviter des calculs inutiles, de connoître la limite des distances visibles sur la Terre.

Application de la formule du §. 11 *au cas général.*

(24.) J'ai remarqué *(§. 11)* qu'il n'est pas possible de conclure en général l'expression de la latitude correspondante au *maximum maximorum* de phases pour chaque angle horaire; mais j'ai fait voir, en même temps, qu'il est des cas où l'on peut connoître rigoureusement cette latitude: c'est lorsque, par des suppositions particulières, on a pour équation du problème,

$$\left.\begin{array}{l}(g\rho\omega r\xi + hp\rho\varphi\xi + \frac{\sqrt{l}}{\zeta}\times\rho q\pi h)\times s \\ + (q\varphi r^2\xi - \frac{\sqrt{l}}{\zeta}\times pr^2\pi)\times c - p\rho\omega\pi rg - \rho\varphi\pi r^2 h\end{array}\right\} = 0.$$

Quoique généralement parlant, l'équation précédente ne satisfasse pas à la question, présentée avec toute la rigueur géométrique;

n'est-il pas possible, dans notre système planétaire, que le problème soit tellement modifié par des suppositions particulières, que lors des plus grandes erreurs, la différence entre le véritable *maximum maximorum* de distances des centres, & le *maximum* déterminé par l'équation précédente, égale à peine quelques tierces de degré. Cette question mérite sans doute d'être approfondie, car il seroit absurde de compliquer les calculs pour atteindre à une exactitude chimérique.

(25.) Pour déterminer le *maximum* d'erreur dans lequel on peut tomber, en appliquant au cas général, la formule du *§. 11*, je remarque que l'équation de ce paragraphe seroit donnée directement, si en différentiant l'expression de la tangente de la plus courte distance des centres du *§. 9*, on regardoit $\frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$ comme une quantité constante. On a vu *(4.e Mémoire §. 147)* que $\frac{r \times \sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$ est l'expression de la sécante de l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune à l'instant de la plus grande phase: on aura donc les suppositions les moins favorables à la formule du *§. 11*, si l'on détermine les circonstances qui font varier dans le plus grand rapport, l'angle de la ligne des centres, en remontant de l'équateur vers le pôle.

Année 1766.

(26.) Afin de donner à cet examen toute la précision dont il est susceptible, je prendrai deux cas extrêmes; je supposerai d'abord que l'Éclipse de Soleil arrive à l'instant de l'équinoxe; je supposerai ensuite qu'elle a lieu vers les solstices à l'instant où l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, est nul.

Détermination du maximum *d'erreur de la formule du* §. 11; *en supposant que l'Éclipse arrive à l'instant de l'équinoxe dans les circonstances les moins favorables.*

(27.) Soit μ la tangente de l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune, correspondant à la plus grande phase.

J'ai

J'ai démontré (*§. 110, 117 & 122 du 3.e Mémoire*) Année 1765.

1.° que l'on avoit en général l'équation ſuivante

$$\mu = \frac{\frac{cp\rho\varphi g}{r^3} - \frac{c\rho\omega h}{r^2}}{\frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}};$$

2.° que l'heure du *maximum* de l'angle de la ligne des centres ſous chaque parallèle, ſe déterminoit par l'équation

$$cp\rho v - \frac{nr}{\zeta} \times (\varphi tg + p\varphi h) = 0;$$

3.° que dans notre ſyſtème planétaire le *maximum maximorum* de cet angle avoit lieu ſous l'équateur;

4.° que cet angle étoit nul ſous le pôle.

(28.) Si l'on ſuppoſe que l'Éclipſe arrive à l'inſtant de l'équinoxe, & que l'on calcule l'heure du *maximum* de l'angle pour l'équateur; on aura (à cauſe de $p = 0$, & de $c = r$)

$$g = 0, \quad h = \pm r,$$

Midi & minuit ſont donc les heures correſpondantes au *maximum maximorum* de l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Si l'on cherche maintenant l'expreſſion particulière de la tangente de ce dernier angle, & que je nomme μ' pour la diſtinguer de l'expreſſion générale, on aura

$$\mu' = \frac{\mp \rho\omega}{\frac{nr^2}{\zeta v} \mp \frac{\rho\varphi}{r}}.$$

Il eſt ſenſible, d'après cette équation, que l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel, influe ſur la valeur de μ'; on peut donc demander quelle doit être l'expreſſion de cet angle pour que la quantité μ' ſoit un *maximum;* la théorie *de maximis & minimis* apprend que cette valeur eſt déterminée par l'équation $\varphi = \rho r \times \frac{\zeta v}{nr^2}$, c'eſt-à-dire que l'angle doit être d'environ $58^d\ 44'\ 27''$. Dans notre ſyſtème planétaire, l'angle de l'orbite

peut à peine avoir la moitié de cette valeur, la quantité μ'' n'eſt donc point ſuſceptible d'un véritable *maximum* géométrique, mais ſa plus grande valeur a lieu, lorſque l'orbite relative fait le plus grand angle avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel. Pour calculer le *maximum* d'erreur de la formule du *ſ. 11,* dans l'hypothèſe que l'éclipſe arrive à l'inſtant de l'équinoxe, il faut donc ſuppoſer que l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel ſoit le plus grand poſſible, & calculer le *maximum maximorum* des phaſes obſervées à midi & à minuit, puiſque cette ſuppoſition donne la plus grande variation de l'angle de la ligne des centres, en remontant de l'équateur vers le pôle. Il faut de plus faire en ſorte que la latitude de la Lune que l'on choiſira, ſoit telle qu'elle donne une grande diſtance des centres pour le lieu particulier qui obſerve le *maximum maximorum* de phaſes, puiſque *(ſ. 12)* l'erreur du réſultat eſt d'autant plus grande que la diſtance des centres eſt plus conſidérable.

(29.) D'après les principes que je viens d'expoſer, j'ai trouvé, que la plus grande différence des diſtances des centres, déterminées par les méthodes des *ſ. 10 & 11,* peut à peine aller à une fraction de tierce de degré, quoique cette diſtance ſurpaſſe de beaucoup la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & qu'elle ſoit par conſéquent au-delà des limites dont on a beſoin dans le calcul des Éclipſes.

DÉTERMINATION du maximum *d'erreur de la formule du* §. 11, *en ſuppoſant que l'Éclipſe arrive vers les ſolſtices à l'inſtant où l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel, eſt nul.*

(30.) On peut conclure du *ſ. 27,* que ſi l'on ſuppoſe nul l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel, & conſéquemment $\omega = 0$, $t = 0$ & $\varphi = r$; le *maximum maximorum* de l'angle

de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative, a lieu sous l'équateur à l'heure déterminée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{n r}$; d'ailleurs cet angle est toujours nul sous le pôle. L'heure qui donne la plus grande variation de cet angle, en remontant de l'équateur vers le pôle, dans l'hypothèse de l'orbite relative perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, est donc celle déterminée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{n r}$. Pour calculer le *maximum* d'erreur de la formule du *§. 11*, il faut donc déterminer quel lieu observe le *maximum maximorum* de phases à l'heure indiquée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{n r}$; en observant de plus, conformément à la remarque du *§. 12*, que la latitude de la Lune que l'on choisira, soit telle qu'elle donne une grande distance des centres pour ce lieu particulier.

(31.) D'après ces observations, j'ai trouvé que la plus grande différence des distances des centres, déterminées par les méthodes des *§. 10 & 11*, peut à peine aller à 3 ou 4 tierces de degré, quoique cette distance surpasse de beaucoup la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune.

(32.) On doit conclure des recherches précédentes, que le problème proposé dans le présent article est tellement modifié par des circonstances particulières, que l'équation du *§. 11* est celle qui résout véritablement la question dans notre système planétaire; c'est-à-dire que cette équation détermine la *latitude du lieu qui voit le* maximum maximorum *de phases à une heure quelconque assignée.*

ARTICLE II.

Détermination de tous les lieux de la Terre, pour lesquels la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune, est d'une certaine quantité assignée; ou des différentes lignes des phases.

(33.) On connoît en Astronomie, ces lignes tracées sur

notre globe qui déterminent le lieu géométrique des différens points de la Terre, pour lesquels la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune est d'une certaine quantité assignée; on a imaginé différentes méthodes graphiques pour décrire ces courbes qui présentent un objet de curiosité intéressant. J'ai fait
Année 1766. voir *(4.e Mémoire, §. 108 & suivans)* comment ces méthodes graphiques pouvoient être ramenées à un calcul analytique fort simple; mais je n'ai pas laissé ignorer que comme ces méthodes de calcul n'étoient que l'expression des méthodes graphiques, elles participoient à toute l'inexactitude de ces méthodes, inexactitude dont le principe a été pleinement démontré dans mon *troisième*
Année 1765. *Mémoire.* J'entreprends de donner dans cet article la solution directe & rigoureuse du problème, qui, géométriquement parlant, n'a jamais été résolu; je joindrai, à cette solution, la comparaison des résultats déduits de mes formules avec ceux tirés des méthodes ordinaires. Cette comparaison fera aisément juger quel degré de confiance l'on doit accorder aux opérations graphiques.

(34.) Soit λ la tangente de la distance des centres assignée.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4}.$$

$$C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}.$$

$$D = \frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3}.$$

$$E^* = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho q\pi h}{r^4}.$$

J'ai démontré *(§. 51 du 3.e Mémoire)* que

$$\lambda = \frac{A\zeta\pi\sqrt{(C^2 + D^2)}}{rCE}.$$

Cette équation renferme quatre variables, le sinus & le cosinus de la latitude du lieu, le sinus & le cosinus de l'angle horaire; si donc on suppose connue la latitude du lieu & que l'on cherche,

* Dans l'expression de E, je néglige le terme $\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$, conformément au *§. 23* du *troisième Mémoire*. Cette remarque s'applique au problème de l'article précédent.

par exemple, l'angle horaire correſpondant; ou réciproquement, ſi l'on ſuppoſe connu l'angle horaire & que l'on cherche la latitude, il eſt ſenſible que l'équation peut être réduite à n'avoir qu'une ſeule variable; mais il paroît également évident que l'équation qui doit réſulter des opérations indiquées par l'analyſe, ſera trop compliquée pour en conclure la valeur de l'inconnue. Voyons s'il n'eſt pas poſſible de donner à la ſolution une forme plus commode?

(35.) J'ai déjà remarqué (§. 25) que $\frac{r\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$ eſt l'expreſſion de la ſécante de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune. Examinons ſi l'introduction de cet angle dans le calcul, ne conduiroit pas à une ſolution ſimple?

Soit μ la tangente } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.
m le coſinus }

Puiſque $\frac{r\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$ eſt la ſécante de l'angle dont m eſt le coſinus, on a (*Trigonométrie rectiligne*) $\frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C} = \frac{r}{m}$, & l'équation du §. 34 devient

$$\lambda = \frac{A\zeta\pi}{mE}.$$

De plus (§. 27) $\mu = \frac{\frac{cp\rho\varphi g}{r^3} - \frac{c\rho\omega h}{r^2}}{\frac{nr^2}{\zeta\upsilon} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}}$;

on a donc

$$\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi} - \frac{\lambda mps}{\zeta r^2} - \frac{\lambda mc\rho qh}{\zeta r^4} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\varphi}{r^4} = 0;$$

$$\frac{\mu nr^6}{\zeta\upsilon} - \mu cp\rho\omega g - \mu c\rho\varphi rh - cp\rho\varphi rg + c\rho\omega rh = 0.$$

Soit maintenant

$$G = \frac{\lambda m\xi r}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi lr}{\zeta\rho}; \quad H = \frac{\lambda mp}{\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}; \quad K = \frac{\lambda mq}{\zeta r} + \frac{p\varpi}{r};$$

$$R = \frac{p\varphi}{r} + \frac{\mu p\omega}{r^2}; \quad L = \omega - \frac{\mu\varphi}{r}; \quad I = \frac{\mu nr^2}{\zeta\upsilon\rho};$$

les équations précédentes deviendront

$Gr^2 - Hrs - Kch - cg\omega = 0$; $Ir^2 + Lch - Rcg = 0$;
d'où l'on tire $ch = \frac{Rcg - Ir^2}{L} = \frac{Gr^2 - Hrs - cg\omega}{K}$;
$cg = \frac{GLr^2 + IKr^2 - HLrs}{L\omega + KR}$. Mais (à cauſe de $c^2 = r^2 - s^2$, & de $h^2 = r^2 - g^2$) l'équation $ch = \frac{Rcg - Ir^2}{L}$ ſe transforme en la ſuivante $(Rcg - Ir^2)^2 - r^4L^2 + r^2L^2s^2 + L^2c^2g^2 = 0$; d'ailleurs ſi l'on ſuppoſe $KR + L\omega = Mr$, $GL + IK = Nr$, l'équation $cg = \frac{GLr^2 + IKr^2 - HLrs}{L\omega + KR}$ deviendra $Mcg + HLs - Nr^2 = 0$; donc

$(RNr^2 - MIr^2 - RHLs)^2 - r^4L^2M^2 + r^2L^2M^2s^2 + L^2(Nr^2 - HLs)^2 = 0$;

ou (à cauſe de $RNr^2 - MIr^2 = GLRr - ILr\omega$)

$(GRr - Ir\omega - RHs)^2 - r^4M^2 + r^2M^2s^2 + H^2L^2s^2 - 2LHNr^2s + N^2r^4 = 0$.

Soit maintenant

$$Q = \frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r}; \quad T = \frac{H^2R^2}{r^3} + \frac{L^2H^2}{r^3} + \frac{M^2}{r};$$

$$P = \frac{HQR - LNH}{rT}; \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

on aura

$$s^2 + 2Ps + rV = 0.$$

Lorſque par le moyen de l'équation précédente, la latitude du lieu qui ſatisfait à la queſtion propoſée, ſera déterminée, on connoîtra l'heure que l'on compte dans ce lieu par le moyen des équations $g = \frac{Nr^2 - HLs}{Mc}$, $h = \frac{Rg}{L} - \frac{Ir^2}{cL}$.

(36.) Après avoir déterminé la latitude du lieu correſpondante à un angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & l'heure que l'on compte dans ce lieu à l'inſtant du phénomène, on ſe rappellera que ſi l'on ſuppoſe

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4},$$

$$F = \frac{\beta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4}.$$

On aura

$$b = \frac{3600\zeta}{nr} \times \frac{\mu A}{r} - \frac{3600\zeta}{nr} \times F.$$

Lorſque l'on connoîtra le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène, & l'heure que l'on compte dans le lieu, la détermination de la longitude *(3.e Mémoire, Article VI)* n'a plus aucune difficulté. *Année 1765.*

(37.) On ne trouve dans les formules précédentes de quantités nouvelles que λ, m & μ. λ eſt l'expreſſion de la tangente de la diſtance des centres, μ eſt la tangente & m le coſinus de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Dans toutes les recherches, on regardera toujours m comme poſitive: quant aux valeurs λ & μ, elles peuvent être poſitives & négatives.

Si l'on ſuppoſe λ poſitif, le centre de la Lune, lors de la plus grande phaſe, ſera vu dans l'*hémiſphère boréal* du diſque du Soleil; il ſera vu dans l'*hémiſphère auſtral* lorſque λ eſt négatif. Fig. 1.

Si l'on ſuppoſe μ poſitif, le centre de la Lune paroîtra dans l'angle *auſtral précédent* ou dans l'angle *boréal ſuivant* du diſque du Soleil; il paroîtra, dans l'angle *auſtral ſuivant* ou dans l'angle *boréal précédent*, ſi μ eſt négatif.

Pour la plus grande intelligence de ce paragraphe, on peut lire ce qui a été dit à ce ſujet *(3.e Mémoire, Article III)*.

(38.) Lorſque l'on veut tracer rigoureuſement ſur la ſurface de notre globe, le lieu géométrique de tous les points de la Terre, qui obſervent ſucceſſivement une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée; le moyen qu'indique l'analyſe, eſt de ſuppoſer ſucceſſivement différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Il eſt aiſé de vérifier, par les méthodes de l'*Article X du 3.e Mémoire*, que dans les ſuppoſitions aſtronomiques, qui ont lieu pour la Lune, & en général pour notre ſyſtème planétaire, l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative à l'inſtant de la plus grande *Année 1765.*

phaſe, ne peut jamais ſurpaſſer un grand nombre de degrés; on aura donc bientôt épuiſé toutes les valeurs des angles qui donnent des latitudes réelles. Dans chaque cas particulier, c'eſt à la ſagacité du calculateur de prendre ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux ſuivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins rapprochés, & que la phaſe qu'il calcule paſſe plus ou moins près du pôle.

(39.) Pour récapituler en peu de mots ce qui vient d'être démontré:

Soit λ la tangente de la diſtance des centres aſſignée.

μ la tangente } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil
m le coſinus } & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$G = \overset{(G1)}{\frac{\lambda m \xi r}{\pi \zeta \rho}} - \overset{(G2)}{\frac{\psi l r}{\zeta \rho}}, \quad H = \overset{(H1)}{\frac{\lambda m p}{\zeta \rho}} - \overset{(H2)}{\frac{q \varphi}{\rho}}, \quad K = \overset{(K1)}{\frac{\lambda m q}{\zeta r}} + \overset{(K2)}{\frac{p \varphi}{r}}.$$

$$R = \overset{(R1)}{\frac{p \varphi}{r}} + \overset{(R2)}{\frac{\mu p \omega}{r^2}}, \quad L = \overset{(L1)}{\omega} - \overset{(L2)}{\frac{\mu \varphi}{r}}, \quad I = \overset{(I1)}{\frac{\mu n r^2}{\zeta \upsilon \rho}}.$$

$$M = \overset{(M1)}{\frac{KR}{r}} + \overset{(M2)}{\frac{L\omega}{r}}, \quad N = \overset{(N1)}{\frac{GL}{r}} + \overset{(N2)}{\frac{IK}{r}}, \quad Q = \overset{(Q1)}{\frac{I\omega}{r}} - \overset{(Q2)}{\frac{GR}{r}}.$$

$$T = \overset{(T1)}{\frac{H^2 R^2}{r^3}} + \overset{(T2)}{\frac{H^2 L^2}{r^3}} + \overset{(T3)}{\frac{M^2}{r}}, \quad P = \overset{(P1)}{\frac{HQR}{rT}} - \overset{(P2)}{\frac{HLN}{rT}};$$

$$V = \overset{(V1)}{\frac{N^2}{T}} + \overset{(V2)}{\frac{Q^2}{T}} - \overset{(V3)}{\frac{M^2}{T}}.$$

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{q s \varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{c g \rho \omega}{r^3}} + \overset{(A4)}{\frac{c h p \rho \varphi}{r^4}};$$

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{q s \omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{c g \rho \varphi}{r^3}} + \overset{(F4)}{\frac{c h p \rho \omega}{r^4}}.$$

On aura

Pour déterminer la latitude du lieu,

$$s^2 \pm 2Ps \pm rV = 0.$$

Pour

Pour déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu,

$$g = \overset{(g\,1)}{\frac{Nr^2}{Mc}} - \overset{(g\,2)}{\frac{HLs}{Mc}}, \quad h = \overset{(h\,1)}{\frac{gR}{L}} - \overset{(h\,2)}{\frac{Ir^2}{Lc}}.$$

Pour déterminer le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène,

$$b = \overset{(b\,1)}{\frac{3600\zeta}{nr} \times \frac{\mu A}{r}} - \overset{(b\,2)}{\frac{3600\zeta}{nr} \times F}.$$

Il eſt évident qu'il n'y a qu'un ſeul angle horaire correſpondant à chaque valeur de la latitude; en effet le ſinus & le coſinus de cet angle ſont déterminés chacun par une équation particulière. Lors donc que la valeur de g ſera connue, il ne ſera pas néceſſaire de faire le calcul en entier pour déterminer la valeur de h; il ſuffira de voir quel ſera le ſigne de cette valeur, afin de choiſir celui des deux angles horaires qui ayant g pour ſinus, ſatisfait au problème.

Si l'on doutoit qu'à l'heure déterminée par les formules précédentes, le Soleil fût levé dans le lieu pour lequel on calcule, on s'en aſſureroit *(2.e Mémoire, §. 36)* par le moyen *Année 1764.* de l'équation

$$h' = -\frac{pr^2s}{cpq}.$$

Cette équation ne détermine pas, rigoureuſement parlant, le coſinus de l'arc ſémi-diurne dans l'hypothèſe du ſphéroïde aplati; mais elle fait connoître (ce qui revient à très-peu près au même pour la Terre) l'angle horaire du point du parallèle qui ſe trouve dans l'horizon abſolu.

(40.) *TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la recherche qui nous occupe.*

G.	H.	K.
(G 1) Log. $\frac{\xi r}{\pi\zeta\rho} = -8{,}1974389.$	(H 1) Log. $\frac{r}{\zeta\rho} = -11{,}0772446.$	(K 1) Log. $\frac{q}{\zeta r} = -10{,}0001950.$
(G 2) $\frac{\psi lr}{\zeta\rho} = 72747.$	(H 2) $\frac{q\varphi}{R} = 86879.$	(K 2) $\frac{p\varphi}{r} = 7358.$

R.	L.	I.
(R 1) $\frac{p\varphi}{r} = 7358.$	(L 1) $\omega = 48086.$	
(R 2,) Log. $\frac{p\omega}{r^2} = -$ 1,3941178.	(L 2,) Log. $\frac{\varphi}{r} = -$ 0,0571011.	(I 1,) Log. $\frac{\eta r}{\zeta\rho\upsilon} = -$ 9,7150909.

M.	Q.
(M 2,) Log. $\omega = +$ 9,6820198;	(Q 1,) Log. $\omega = +$ 9,6820198;

A.	F.
(A 1,) $\frac{\psi l}{\zeta} = 73159.$	(F 1) $\frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$
(A 2,) Log. $\frac{q\varphi}{r^2} = -$ 0,0586358;	(F 2,) Log. $\frac{q\omega}{r^2} = -$ 0,3195149;
(A 3,) Log. $\frac{\rho\omega}{r^3} = -$ 10,3155335.	(F 3,) Log. $\frac{\rho\varphi}{r^3} = -$ 10,0546544;
(A 4,) Log. $\frac{p\rho\varphi}{r^4} = -$ 11,1307920.	(F 4,) Log. $\frac{p\rho\omega}{r^4} = -$ 11,3916711;

Log. $\frac{3600\zeta}{\eta r} = -$ 6,1490219.

Log. $\frac{pr}{\rho q} = -$ 1,0770497.

EXEMPLE.

(41.) *Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on demande quels lieux de la Terre ont observé une plus courte distance des centres de 11′ 56″⅔ australe.*

SOLUTION. Puisque la distance donnée est une distance australe de 11′ 56″⅔, on a

$\lambda = -$ tang. 11′ 56″⅔. . . . .Log. $\lambda = 7{,}5409362$;

si donc l'on suppose

$$\left.\begin{array}{l}\mu = \pm \text{ tang.} \\ m = + \text{ cosin.}\end{array}\right\} \text{de différens angles successifs.}$$

on déterminera tous les points de la Terre par lesquels a passé la trace de la plus courte distance australe des centres de $11' \; 56'' \frac{2}{3}$.

Soit l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de — $4^d \; 5' \; 40''$, on aura

$$\left.\begin{array}{l}\mu = - \text{ tang. } 4^d \; 5' \; 40'' \\ m = + \text{ cosin. } 4. \; 5. \; 40\end{array}\right\} \text{Log.}\left\{\begin{array}{l}\mu = 8,8548125. \\ m = 9,9988901. \\ \lambda m = 17,5398263.\end{array}\right.$$

TYPE du Calcul.

$G = - (G\,1) - (G\,2) \ldots\ldots\ldots (G\,2) = 72747.$

$(G\,1)$

$+17,5398263 \ldots \text{log. } \lambda m.$

$- \;\; 8,1974389.$

$9,3423874 \ldots \text{log. } 21998.$

$G = - 94745 \ldots \text{log. } G = 9,9765564.$

$H = - (H\,1) - (H\,2), \ldots\ldots\ldots (H\,2) = 86879.$

$(H\,1)$

$+17,5398263 \ldots \text{log. } \lambda m.$

$-11,0772446.$

$6,4625817 \ldots \text{log. } 29.$

$H = - 86908 \ldots \text{log.}\left\{\begin{array}{l} H = 9,9390598. \\ H^2 = 19,8781196.\end{array}\right.$

$K = - (K\,1) + (K\,2) \ldots\ldots\ldots (K\,2) = 7358.$

$(K\,1)$

$+17,5398263 \ldots \text{log. } \lambda m.$

$-10,0001950.$

$7,5396313 \ldots \text{log. } 346.$

$K = + 7012 \ldots \text{log. } K = 8,8458419.$

$R = + (R\,1) - (R\,2) \ldots\ldots\ldots (R\,1) = 7358.$

$(R\,2)$

$+ \;\; 8,8548125 \ldots \text{log. } \mu.$

$- \;\; 1,3941178.$

$7,4606947 \ldots \text{log. } 289.$

$R = + 7069 \ldots \text{log.}\left\{\begin{array}{l} R = 8,8493580. \\ R^2 = 17,6987160.\end{array}\right.$

$L = + (L\,1) + (L\,2)$ .... $(L\,1) = 48086.$

$(L\,2)$
$+ 8,8548125$ . . log. μ.
$- 0,0571011$.
$8,7977114$ . . . log. 6277.

$L = + 54363$ . . log. $\begin{cases} L = 9,7353034. \\ L^2 = 19,4706068. \end{cases}$

$I = - (I\,1)$.

$(I\,1)$
$+ 18,8548125$ . . log. $\mu\, r$.
$- 9,7150909$.
$9,1397216$ . . . log. 13795.

$I = - 13795$ . . . log. $I = 9,1397216$.

$M = + (M\,1) + (M\,2)$.

$(M\,1)$
$+ 8,8458419$ . . . log. K.
$+ 8,8493580$ . . . log. R.
$7,6951999$ . . . log. 496.

$(M\,2)$
$+ 9,7353034$ . . . log. L.
$+ 9,6820198$ . . . log. ω.
$9,4173232$ . . . log. 26141.

$M = + 26637$ . . . log. $\begin{cases} M = 9,4254853 \\ M^2 = 18,8509706 \end{cases}$ $\dfrac{M^2}{r} = 7095$.

$N = - (N\,1) - (N\,2)$.

$(N\,1)$
$+ 9,9765564$ . . . log. G.
$+ 9,7353034$ . . . log. L.
$9,7118598$ . . . log. 51506.

$(N\,2)$
$+ 9,1397216$ . . . log. I.
$+ 8,8458419$ . . . log. K.
$7,9855635$ . . . log. 967.

$N = - 52473$ .... log. $\begin{cases} N = 9,7199359. \\ N^2 = 19,4398718. \end{cases}$

$Q = - (Q\,1) + (Q\,2)$.

$(Q\,1)$
$+ 9,1397216$ . . . log. I.
$+ 9,6820198$ . . . log. ω.
$8,8217414$ . . . log. 6634.

$(Q\,2)$
$+ 9,9765564$ . . . log. G.
$+ 8,8493580$ . . . log. R.
$8,8259144$ . . . log. 6698.

$Q = + 64$ .... log. $\begin{cases} Q = 6,8061800. \\ Q^2 = 13,6123600. \end{cases}$

$T = +(T\,1) + (T\,2) + (T\,3) \ldots\ldots\ldots (T\,3) = 7095.$

(T 1)	(T 2)
+ 19,8781196 ... log. H^2.	+ 19,8781196 ... log. H^2.
+ 17,6987160 ... log. R^2.	+ 19,4706068 ... log. L^2.
7,5768356 ... log. 377.	9,3487264 ... log. 22322.

$T = +\,29794 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ log. T = 9,4741288.

$P = -(P\,1) - (P\,2).$

(P 1)	(P 2)
+ 9,9390598 ... log. H.	+ 9,9390598 ... log. H.
+ 6,8061800 ... log. Q.	+ 9,7353034 ... log. L.
+ 8,8493580 ... log. R.	+ 9,7199359 ... log. N.
+ 25,5945978.	29,3942991.
− 19,4741288 ... log. Tr.	− 19,4741288 ... log. Tr.
6,1204690 ... log. 13.	9,9201703 ... log. 83209.

$P = -\,83222 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ log. P = 9,9202381.

$V = +(V\,1) + (V\,2) - (V\,3).$

(V 1)	(V 2)	(V 3)
+ 19,4398718 ... log. N^2.	+ 13,6123600 .. log. Q^2.	+ 18,8509706 ... log. M^2.
− 9,4741288 ... log. T.	− 9,4741288 .. log. T.	− 9,4741288 ... log. T.
9,9657430 ... log. 92415.	4,1382312 .. log. 0,1375.	9,3768418 ... log. 23814½.

$V = +\,68601.$ Log. V = 9,8363304. Log. $\sqrt{(rV)}$ = 9,9181652.

Calcul de la Latitude du lieu.

Puiſque P eſt négatif & V poſitif, l'équation qui réſout le problème *(§. 39)* eſt $s^2 - 2Ps + rV = 0$. Si je compare cette équation avec les équations générales du ſecond degré *(4.e Mémoire, §. 42 & ſuivans)*, je vois que dans le cas particulier que je diſcute, on a Année 1766½

$$\text{ſinus} \left\{ \begin{matrix} B \\ B' \end{matrix} \right\} = \frac{r\sqrt{(rV)}}{P}.$$

$$s = \text{tang.} \left(\frac{B}{2}\right) \times \frac{\sqrt{(rV)}}{r}, \quad s = \text{tang.} \left(\frac{B'}{2}\right) \times \frac{\sqrt{(rV)}}{r}.$$

Les angles B, B' ſont chacun moindres que 180^d; les angles $\frac{B}{2}$, $\frac{B'}{2}$ ſont par conſéquent chacun moindres que 90^d, & les racines de l'équation ſont toutes deux poſitives.

+ 19,9181652......log. $r\sqrt{(rV)}$.
− 9,9202381......log. P.

9,9979271......log. sinus $\left\{ \begin{matrix} B \\ B' \end{matrix} \right\}$

$B = 84^d\ 24'\ 20''$ | $B' = 95^d\ 35'\ 40''$
$\frac{B}{2} = 42.\ 12.\ 10$ | $\frac{B'}{2} = 47.\ 47.\ 50$

+ 9,9575273...log. tang. $\frac{B}{2}$.	+10,0424727...log. tang. $\frac{B'}{2}$.
+ 9,9181652...log. $\sqrt{(rV)}$.	+ 9,9181652...log. $\sqrt{(rV)}$.
9,8756925...log. s.	9,9606379...log. s.
Latit. cor. = $48^d\ 41'\ 5''$	Latit. cor. = $65^d\ 58'\ 21''$
+ 9. 36. (§. 7)	+ 7. 11. (§. 7)
Latit. vr. = 48. 50. 41. Bor.	Latit. vr. = 66. 5. 32. Bor.

Calcul de l'Heure correspondante à la latitude de $48^d\ 50'\ 41''$.

Latitude vraie $48^d\ 50'\ 41''$ Latitude corrigée $48^d\ 41'\ 5''$.

$s = +$ sin. $48^d\ 41'\ 5''$
$c = +$ cos. $48.\ 41.\ 5.$
Logarithme: $s = 9{,}8756925.$ $c = 9{,}8196768.$ $\frac{s}{c} = +\ 0{,}0560157.$

$$g = -(g\,1) + (g\,2)$$

$(g\,1)$	$(g\,2)$
+29,7199359...log. Nr^2.	+ 9,9390598...log. H.
− 9,4254853...log. M.	+ 9,7353034...log. L.
20,2944506.	19,6743632.
− 9,8196768...log. c.	− 9,4254853...log. M.
10,4747738...log. 298382.	10,2488779.
	+ 0,0560157...log. $\frac{s}{c}$.
	10,3048936...log. 201788.

$g = -\ 96594.$ Log. $g = 9{,}9849501.$ $g = -$ sinus $75^d\ 0'\ 11''$.

Attendu que la valeur de h tirée de l'équation $h = \frac{gR}{L} - \frac{Ir^2}{Lc}$ est positive, on comptoit $6^h\ 59'\ 59''$ du matin dans le lieu lors du phénomène. Le Soleil étoit alors sur l'horizon.

Calcul de la Longitude.

s = + ſinus 48^d 41′ 5″		s = 9,8756925.	
c = + coſin. 48. 41. 5.		c = 9,8196768.	
g = − ſinus 75. 0. 11.	Logarithme..	g = 19,9849501.	
h = + coſin. 75. 0. 11.		h = 9,4129060.	
μ = − tang. 4. 5. 40.		cg = 19,8046269.	
		ch = 19,2325828.	
		μ = 8,8548125.	

$A = + (A\,1) - (A\,2) - (A\,3) + (A\,4)$.......... $(A\,1) = 73159$.

(A 2)	(A 3)	(A 4)
+9,8756925...log. s.	+19,8046269...log. cg.	+19,2325828...log. ch.
−0,0586358.	−10,3155335.	−11,1307920.
9,8170567...log. 65623.	9,4890934...log. 30839.	8,1017908...log. 1264.

$A = -$ 22039 Logarithme A = 9,3431919.

$F = + (F\,1) - (F\,2) + (F\,3) + (F\,4)$............... $(F\,1) = 7354$.

(F 2)	(F 3)	(F 4)
+9,8756925...log. s.	+19,8046269...log. cg.	+19,2325828...log. ch.
−0,3195149.	−10,0546544.	−11,3916711.
9,5561776...log. 35990.	9,7499725...log. 56231.	7,8409117...log. 693.

$F = +$ 28288. Logarithme F = 9,4516022.

$$b = + (b\,1) - (b\,2)$$

(b 1)	(b 2)
+ 9,3431919...log. A.	+ 9,4516022...log. F.
+ 8,8548125...log. μ.	− 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.
+ 8,1980044.	3,3025803...log. 2007″.
− 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.	
2,0489825...log. 112″.	

$b = -$ 1895″........ $\beta = - 7^d\ 53'\ 45''$.

Longitude = { + 22^d 9′ 15″...ang. conſt. ; + 7. 53. 45...ang. β. ; − 75. 0. 11...ang. hor. } = − 44^d 57′ 11″.

Le lieu étoit donc plus occidental que Paris de 44^d 57′ 11″.

On détermineroit de même l'heure & la longitude correſpondantes à la latitude de 66^d 5′ 32″.

Année 1766. Lorſque l'on voudra employer la méthode du *4.e Mémoire* pour trouver les racines des équations du ſecond degré; il ſera très-à-propos de relire ce que j'ai dit à ce ſujet, pour ne point ſe tromper, ſoit ſur le ſigne, ſoit ſur la nature de ces racines.

(42.) Il eſt une remarque qui ne doit point échapper, c'eſt que les calculs de la latitude du paragraphe précédent, déterminent directement deux points de la Terre, puiſque la latitude eſt donnée par une équation du ſecond degré. Mais indépendamment de ces deux points, les mêmes calculs peuvent, avec quelque légère différence, déterminer ſix autres latitudes, que j'appellerai *latitudes correſpondantes.* En effet, au lieu de ſuppoſer $\mu = -$ tangente $4^d\ 5'\ 40''$, ſi l'on ſuppoſe $\mu = +$ tang. $4^d\ 5'\ 40''$, comme la valeur de *m (§. 37)*, ne change point de ſigne; les quantités *G, H, K,* ſeront rigoureuſement les mêmes; la quantité *I* changera de ſigne ſans changer de valeur, & les quantités *R, L,* s'évalueront aiſément d'après les premiers calculs.

Suppoſons maintenant qu'après avoir cherché, par exemple, par quels points de la Terre, paſſe la trace d'une certaine diſtance auſtrale des centres, on veuille déterminer par quels points de la Terre paſſe la trace d'une égale diſtance boréale, en conſervant d'ailleurs le même angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite; alors la quantité λ changera de ſigne, mais les quantités μ & m conſerveront leurs ſignes & leurs valeurs. Dans cette nouvelle ſuppoſition, les quantités *I, R, L,* ſeront rigoureuſement les mêmes, & les quantités *G, H, K,* s'évalueront aiſément d'après les premiers calculs: un exemple va nous éclaircir.

Détermination

Détermination des Latitudes correſpondantes.

$\left.\begin{matrix}\mu = - \text{tang.} \\ m = + \text{coſin.}\end{matrix}\right\} 4^d\ 5'\ 40''$; $\lambda = -$ tang. $11'\ 56''\frac{2}{3}$.

$G = - (G\,1) - (G\,2) = - 94745.$
$H = - (H\,1) - (H\,2) = - 86908.$
$K = - (K\,1) + (K\,2) = + 7012.$
$R = + (R\,1) - (R\,2) = + 7069.$
$L = + (L\,1) + (L\,2) = + 54363.$
$I = - (I\,1) \ldots\ldots\ldots = - 13795.$

La phaſe eſt auſtrale, & le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *auſtral ſuivant* du diſque du Soleil.

$\left.\begin{matrix}\mu = + \text{tang.} \\ m = + \text{coſin.}\end{matrix}\right\} 4^d\ 5'\ 40''$; $\lambda = -$ tang. $11'\ 56''\frac{2}{3}$.

$G = - (G\,1) - (G\,2) = - 94745.$
$H = - (H\,1) - (H\,2) = - 86908.$
$K = - (K\,1) + (K\,2) = + 7012.$
$R = + (R\,1) + (R\,2) = + 7647.$
$L = + (L\,1) - (L\,2) = + 41809.$
$I = + (I\,1) \ldots\ldots\ldots = + 13795.$

La phaſe eſt auſtrale, & le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *auſtral précédent* du diſque du Soleil.

$\left.\begin{matrix}\mu = - \text{tang.} \\ m = + \text{coſin.}\end{matrix}\right\} 4^d\ 5'\ 40''$; $\lambda = +$ tang. $11'\ 56''\frac{2}{3}$.

$G = + (G\,1) - (G\,2) = - 50749.$
$H = + (H\,1) - (H\,2) = - 86850.$
$K = + (K\,1) + (K\,2) = + 7704.$
$R = + (R\,1) - (R\,2) = + 7069.$
$L = + (L\,1) + (L\,2) = + 54363.$
$I = - (I\,1) \ldots\ldots\ldots = - 13795.$

La phaſe eſt boréale, & le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *boréal précédent* du diſque du Soleil.

$\left.\begin{array}{l}\mu = + \text{tang.} \\ \varpi = + \text{cosin.}\end{array}\right\} 4^d\ 5'\ 40''$; $\lambda = +$ tang. $11'\ 56''\frac{2}{3}$.

$$G = + (G\,1) - (G\,2) = - 50749.$$
$$H = + (H\,1) - (H\,2) = - 86850.$$
$$K = + (K\,1) + (K\,2) = + 7704.$$
$$R = + (R\,1) + (R\,2) = + 7647.$$
$$L = + (L\,1) - (L\,2) = + 41809.$$
$$I = + (I\,1) \ldots\ldots\ldots = + 13795.$$

La phase est boréale, & le centre de la Lune est vu dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil.

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités G, H, K, L, R, I, de conclure les valeurs de M, N, Q, T, P, V, & d'achever le calcul comme dans l'exemple du *§. 41.*

Il est superflu d'avertir que si les sinus des angles B, B', de la latitude, ou de l'angle horaire, étoient donnés sous la forme de quantités plus grandes que le sinus total, le problème n'auroit plus de solution: le phénomène n'auroit pas lieu sur la Terre.

ARTICLE III.

DÉTERMINATION de tous les points de la Terre, par lesquels passe la trace de l'attouchement des limbes du Soleil & de la Lune.

SECTION PREMIÈRE.

De la Question considérée en général.

(43.) La recherche qui va nous occuper, pourroit être regardée au premier coup d'œil comme un cas particulier du problème de l'article précédent. Mais si l'on examine la question de plus près, il faudra convenir que la solution rigoureuse offre des difficultés supérieures : en effet, elle exige que l'on ait égard à la variation du diamètre de la Lune, relativement à sa hauteur sur les différens horizons; il est donc nécessaire de considérer ce

nouvel élément. Le problème ſe complique encore davantage, ſi l'on ſuppoſe que les rayons ſolaires s'inflechiſſent en paſſant près de la Lune. Telles ſont les difficultés qu'il faut vaincre, ſi l'on veut réſoudre le problème dans toute ſa rigueur. Mais ſi les difficultés ſont plus grandes, les objets de curioſité ſont plus intéreſſans. Suppoſons en effet que la diſtance des centres ſoit égale à la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la ligne qui ſatisfera au problème ſéparera, ſur notre globe, les pays qui pourront obſerver l'Éclipſe, d'avec ceux où elle ne ſera point viſible, quoique relativement à ces pays, le Soleil ſoit ſur l'horizon. Si l'on ſuppoſe au contraire cette diſtance des centres égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on déterminera rigoureuſement les limites qui comprennent tous les lieux de la Terre où l'Éclipſe ſoit totale, ſoit annulaire, pourra être obſervée. Au reſte, on ne doit point regarder comme indifférent d'avoir une méthode rigoureuſe pour réſoudre ces problèmes. Il eſt aiſé de ſentir combien ces ſolutions peuvent jeter de jour ſur la queſtion de l'inflexion des rayons ſolaires.

(44.) Puiſque λ exprime en général la tangente de la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, ſi l'on ſuppoſe λ égal à la tangente variable de la ſomme ou de la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on aura le cas particulier de l'attouchement des limbes.

(45.) Quatre queſtions principales ſe préſentent naturellement. En effet, puiſqu'il s'agit du contact des limbes du Soleil & de la Lune, on voit d'abord que ce contact peut être extérieur ou intérieur, & chacun de ces contacts ſe ſubdiviſe en deux autres cas; car, par exemple, on obſerve également un contact extérieur, ſoit que le limbe boréal du Soleil touche le limbe auſtral de la Lune, ſoit que le limbe auſtral du Soleil touche le limbe boréal de la Lune; il en eſt de même des contacts intérieurs. Pour éviter toute incertitude à ce ſujet, je diſcuterai ſéparément chacun de ces cas.

(46.) Soit $\frac{d}{b'} = \frac{\text{ſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune)}}{\text{ſinus (parallaxe horizontale polaire)}}$.

∂ = coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

∂' = coſinus (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\sigma =$ sinus } demi-diamètre du Soleil.
$\tau =$ cosinus }

$\tau' =$ cosinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\delta = \frac{a'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ cosinus (parallaxe horizontale polaire).

Année 1766. On peut conclure du *§. 122 du quatrième Mémoire*, que pour une latitude & à une heure quelconques,

$$\text{sin. (demi-diam. de la ☾)} = \begin{cases} \dfrac{\delta\,\partial}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}} & \text{contact extérieur.} \\[2ex] \dfrac{\delta\,\partial'}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}} & \text{contact intérieur.} \end{cases}$$

D'ailleurs puisque le cosinus du demi-diamètre de la Lune peut être regardé, sans erreur appréciable, comme une quantité constante, on a *(Trigonom. rectiligne)* lors du contact extérieur,

$$\text{sinus (distance des centres)} = \pm \frac{\sigma\tau'}{r} \pm \frac{\partial\,\delta\,\tau}{r\xi - \frac{ps\pi}{r} - \frac{cpqh\pi}{r^3}};$$

& lors du contact intérieur,

$$\text{sinus (distance des centres)} = \pm \frac{\sigma\tau'}{r} \mp \frac{\partial'\,\delta\,\tau}{r\xi - \frac{ps\pi}{r} - \frac{cpqh\pi}{r^3}}.$$

Donc *(Trigonométrie rectiligne)* lors du contact extérieur,

$$\text{tangente (distance des centres)} = \pm \frac{\sigma\tau'}{\partial} \pm \frac{\delta\,\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}};$$

& lors du contact intérieur,

$$\text{tangente (distance des centres)} = \pm \frac{\sigma\tau'}{\partial'} \mp \frac{\delta\,\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}}.$$

J'ai donné des doubles signes à l'expression de la tangente de la distance des centres du Soleil & de la Lune, parce que chacun des deux contacts intérieur & extérieur se subdivise en deux cas, ainsi que je l'ai remarqué *§. 45*.

(47.) On pourroit aussi faire entrer dans la solution, un nouvel

élément qui dépendroit, par exemple, d'une inflexion de lumière.

Soit ϑ la quantité dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune; on fera

$$\sigma = \text{ſinus (demi-diamètre du Soleil } \mp \vartheta\text{)},$$

ſuivant que l'on voudra calculer un contact extérieur ou intérieur des limbes. Je démontrerai la raiſon de ce procédé, lorſqu'il ſera particulièrement queſtion de l'inflexion des rayons ſolaires.

(48.) Si l'on ſubſtitue les valeurs de λ du *§. 46* dans l'équation du *§. 35*, & que l'on conſerve d'ailleurs toutes les autres conſtructions; il ſera aiſé de voir que l'on aura pour réſoudre les queſtions qui nous occupent.

$$\frac{\mu n r^6}{\zeta \upsilon} - \mu c p \varrho \omega g - \mu c \varrho \varphi r h - c p \varrho \varphi r g + c \varrho \omega r^2 h = 0.$$

$$\left.\begin{matrix} \pm \dfrac{\sigma \tau' \xi m}{\partial \pi \zeta} \mp \dfrac{\sigma \tau' p s m}{\partial \zeta r^2} \mp \dfrac{\sigma \tau' c \varrho q h m}{\partial \zeta r^4} \pm \dfrac{\delta \tau m}{\pi \zeta} \\ - \dfrac{\psi l}{\zeta} + \dfrac{q s \varphi}{r^2} - \dfrac{c g \varrho \omega}{r^3} - \dfrac{c h p \varrho \varphi}{r^4} \end{matrix}\right\} = 0.$$

$$\left.\begin{matrix} \pm \dfrac{\sigma \tau' \xi m}{\partial' \pi \zeta} \mp \dfrac{\sigma \tau' p s m}{\partial' \zeta r^2} \mp \dfrac{\sigma \tau' c \varrho q h m}{\partial' \zeta r^4} \mp \dfrac{\delta \tau m}{\pi \zeta} \\ - \dfrac{\psi l}{\zeta} + \dfrac{q s \varphi}{r^2} - \dfrac{c g \varrho \omega}{r^3} - \dfrac{c h p \varrho \varphi}{r^4} \end{matrix}\right\} = 0.$$

On déterminera donc tous les lieux qui obſerveront les contacts des limbes du Soleil & de la Lune, en employant les équations du *§. 39*, à l'exception toutefois des quantités G, H, K, auxquelles on ſubſtituera les valeurs ſuivantes.

Contacts extérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = \overset{(G\,1)}{+ \frac{\sigma \tau' \xi m r}{\partial \pi \zeta \varrho}} \overset{(G\,2)}{+ \frac{\delta \tau m r}{\pi \zeta \varrho}} \overset{(G\,3)}{- \frac{\psi l r}{\zeta \varrho}}.$$

$$H = \overset{(H\,1)}{+ \frac{\sigma \tau' p m}{\partial \zeta \varrho}} \overset{(H\,2)}{- \frac{q \varphi}{\varrho}}.$$

$$K = \overset{(K\,1)}{\pm \frac{\sigma \tau' q m}{\partial \zeta r}} \overset{(K\,2)}{\pm \frac{p \varphi}{r}}.$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = -\overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi m r}{\partial\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau m r}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = -\overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p m}{\partial\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = -\overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q m}{\partial\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi}{r}}.$$

Dans ces deux cas, si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, on supposera $\sigma =$ sin. (demi-diam. du Soleil $- \vartheta$).

Contacts intérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = +\overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi m r}{\partial'\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau m r}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = +\overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p m}{\partial'\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = +\overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q m}{\partial'\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi}{r}}.$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$G = -\overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi m r}{\partial'\pi\zeta\rho}} + \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau m r}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\psi l r}{\zeta\rho}}.$$

$$H = -\overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' p m}{\partial'\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = -\overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' q m}{\partial'\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi}{r}}.$$

Dans ces deux cas, si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, on supposera $\sigma =$ sin. (demi-diam. du Soleil $+ \vartheta$).

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\delta\tau = 17,6335553.$$

Contacts extérieurs.	*Contacts intérieurs.*
$\text{Log.}\ \frac{\tau'}{\partial} = + 0{,}0000135.$	$\text{Log.}\ \frac{\tau'}{\partial'} = - 0{,}0000040.$

Il ne faut pas oublier que dans tous les calculs, les nouvelles quantités ∂, ∂', σ, τ, τ', δ doivent être regardées comme positives.

SECTION SECONDE.

Détermination du nombre de doigts éclipsés du disque solaire.

(49.) On détermine quelquefois en Astronomie la quantité de l'Éclipse, par le nombre de doigts éclipsés du disque du Soleil. On partage en douze parties égales celui des diamètres du Soleil, dont le prolongement passeroit par le centre de la Lune, on appelle *doigt* chacune de ces parties, on divise chaque doigt en 60 min. ou ce qui revient au même, on partage le diamètre en 720 minutes; on dit, par exemple, que le Soleil éprouve une éclipse de trois doigts lorsque le bord E de la Lune est éloigné du bord éclipsé F du disque du Soleil, d'une quantité EF égale au $\frac{3}{12}$ du diamètre GF du disque du Soleil, ou ce qui revient au même lorsque la partie lumineuse $GE = \frac{9}{12}$ de ce diamètre; il en est de même des autres phases. Fig. 2.

(50.) Rien de plus simple que de déterminer rigoureusement l'équation aux différentes lignes des doigts éclipsés du disque solaire en faisant même entrer dans le problème la variation du diamètre de la Lune; en effet il est évident que l'on peut considérer par exemple une éclipse de 3 doigts de la partie australe du Soleil, comme l'attouchement extérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe austral d'un Soleil dont le rayon seroit égal à la moitié du rayon du disque solaire.

Une éclipse de 6 doigts de la partie australe du Soleil peut être considérée comme l'attouchement extérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe d'un Soleil dont le rayon seroit nul.

Une Éclipse de 9 doigts de la partie australe du Soleil, peut être considérée comme l'attouchement intérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe boréal d'un soleil dont le rayon seroit égal à la moitié du rayon du disque solaire.

Fig. 2. Une Éclipſe de 3 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être conſidérée comme l'attouchement extérieur du limbe auſtral de la Lune & du limbe boréal d'un Soleil, dont le rayon ſeroit égal à la moitié du diſque ſolaire.

Une Éclipſe de 6 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être conſidérée comme l'attouchement extérieur du limbe auſtral de la Lune & du limbe d'un Soleil dont le rayon ſeroit nul.

Une Éclipſe de 9 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être conſidérée comme l'attouchement intérieur du limbe auſtral de la Lune & du limbe auſtral d'un Soleil, dont le rayon ſeroit égal à la moitié du rayon du diſque ſolaire.

On peut donc, d'après ces remarques, réſoudre le problème, propoſé, par les méthodes du *paragraphe précédent;* il ne s'agit que d'employer les valeurs convenables de $\sigma, \tau, \partial, \partial'$.

SECTION TROISIÈME.

MÉTHODE abrégée pour calculer les contacts intérieurs des limbes, & en général une phaſe quelconque.

(51.) J'ai cru qu'il ſeroit utile de joindre le calcul rigoureux des différens lieux de la Terre, qui dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, ont obſervé les contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune.

Les calculs ont été faits dans la double ſuppoſition que les rayons ſolaires en paſſant près du limbe de la Lune éprouvent une inflexion d'environ $4'' \frac{1}{2}$, & qu'ils ne s'infléchiſſent pas. Ces réſultats rapprochés des obſervations, peuvent ſervir à vérifier les élémens de la Lune, que j'ai ſuppoſés dans cet ouvrage, elles pourront auſſi jeter un très-grand jour ſur la queſtion de l'inflexion des rayons ſolaires. Je n'ai pas étendu mes calculs au-delà du midi de l'Eſpagne & du nord de la Suède, attendu que par-delà ces limites, les traces du phénomène, ſe ſont perdues, ſoit dans la mer Atlantique, ſoit dans le nord de l'Aſie.

(52.) Si l'on avoit calculé par la formule rigoureuſe du *III.e article* de ce Mémoire, tous les points des lignes des contacts intérieurs, le travail eût été très-conſidérable; je vais donner

une

une méthode qui ſimplifie les calculs, ſans diminuer leur exactitude, & permet de donner une forme plus commode aux réſultats.

On peut conclure du *§. 58 du 3.ᵉ Mémoire,* que ſi ſous chaque parallèle terreſtre, on connoiſſoit l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui à l'inſtant de la plus grande phaſe obſerve un attouchement des limbes, le lieu ſeroit bien-tôt déterminé; il ne s'agit donc que d'avoir une méthode abrégée pour déterminer l'heure du phénomène ſous chaque latitude terreſtre. *Année 1765.*

Soit *KLL'* l'orbite relative de la Lune, *D, D'* la projection de l'Obſervateur. Quoique j'aie démontré dans le *4.ᵉ article du 3.ᵉ Mémoire*, qu'en général la plus courte diſtance des centres pour un lieu quelconque n'arrive pas lorſque, la Lune étant au point *L* de ſon orbite, le lieu ſe trouve dans la perpendiculaire *LD,* Fig. 3. mais lorſqu'au contraire, la Lune étant dans un point *L'* de ſon orbite, le lieu ſe trouve dans une ligne *L'D'* inclinée à l'orbite; cependant ſi la diſtance des centres du Soleil & de la Lune étoit petite à l'inſtant de la plus grande phaſe, l'heure de cette phaſe (ainſi qu'il a été remarqué dans les *§§. 118 & 120 du 3.ᵉ Mém.*) différeroit peu de l'heure du paſſage ſimultané du centre de la Lune & de la projection de l'Obſervateur par une perpendiculaire à l'orbite; on remarquera même que, dans le cas où cette diſtance ſeroit plus grande, il y a entre la différence des heures correſpondantes aux deux phénomènes une loi de continuité, qu'il eſt aiſé d'apercevoir. Si donc on détermine pour chaque parallèle terreſtre l'heure que l'on compte dans les points de ces parallèles qui obſervent des contacts intérieurs dans la perpendiculaire à l'orbite, on conclura aiſément l'heure que l'on comptera dans les points des mêmes parallèles qui obſerveront des contacts intérieurs lors de leurs plus grandes phaſes : un exemple rendra ces procédés ſenſibles.

Détermination de l'heure que l'on compte dans les différens points de la Terre qui obſervent un contact intérieur des limbes, lorſque le centre de la Lune & la projection de l'Obſervateur ſe trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative.

(53.) Rien de plus ſimple que de déterminer l'heure que l'on

compte dans les différens points de la Terre qui obſervent un contact intérieur des limbes, lorſque le centre de la Lune & la projection de l'Obſervateur ſe trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative: en effet, puiſque la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune eſt alors perpendiculaire à l'orbite, on a *Année 1765.* (*3.e Mémoire, §. 1.er & 36*), en ſuppoſant

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{\epsilon g\rho\omega}{r^3} + \frac{\epsilon hp\rho\varphi}{r^4}.$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{\epsilon\rho qh\pi}{r^4}.$$

Tang. (diſtance apparente des centres du Soleil & de la Lune) $= \frac{A\zeta\pi}{Er}$.

De plus (*§. 46*), lors des contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, ſi l'on ſuppoſe

$$\frac{d'}{b'} = \frac{\text{ſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune)}}{\text{ſinus (parallaxe horizontale polaire)}}.$$

$\partial' =$ coſinus (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\sigma =$ ſinus, $\tau =$ coſinus } demi-diamètre du Soleil.

$\tau' =$ coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\delta = \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

On a

Tang. (diſtance appar. des centres du ☉ & de la ☾) $= \pm \frac{\sigma\tau'}{\partial'} \mp \frac{\delta\tau}{E}$.

(54.) Donc, lors du contact intérieur du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune,

$$\left.\begin{matrix} \frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial'\pi\zeta} - \frac{\sigma\tau' ps}{\partial'\zeta r} - \frac{\sigma\tau'\epsilon\rho qh}{\partial'\zeta r^3} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} \\ - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{\epsilon g\rho\omega}{r^3} - \frac{\epsilon hp\rho\varphi}{r^4} \end{matrix}\right\} = 0.$$

Lors du contact intérieur du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune,

$$\left.\begin{matrix} \frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial'\pi\zeta} - \frac{\sigma\tau' ps}{\partial'\zeta r} - \frac{\sigma\tau'\epsilon\rho qh}{\partial'\zeta r^3} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} \\ + \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{\epsilon g\rho\omega}{r^3} + \frac{\epsilon h p\rho\varphi}{r^4} \end{matrix}\right\} = 0.$$

Si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, soit ϑ la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, on sera

$$\sigma = \text{sinus (demi-diamètre du} \odot + \vartheta).$$

(55.) Soit maintenant

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$P = + \overset{(P\,1)}{\frac{\rho\omega}{r}} \times \frac{c}{r}.$$

$$Q = + \overset{(Q\,1)}{\left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} + \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial'\zeta r}\right)} \times \frac{c}{r}.$$

$$R = + \overset{(R\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial'\pi\zeta}} - \overset{(R\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} - \overset{(R\,3)}{\frac{\psi l}{\zeta}} + \overset{(R\,4)}{\left(\frac{q\varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right)} \times \frac{s}{r}.$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$P = + \overset{(P\,1)}{\frac{\rho\omega}{r}} \times \frac{c}{r}.$$

$$Q = + \overset{(Q\,1)}{\left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} - \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial'\zeta r}\right)} \times \frac{c}{r}.$$

$$R = - \overset{(R\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial'\pi\zeta}} + \overset{(R\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} - \overset{(R\,3)}{\frac{\psi l}{\zeta}} + \overset{(R\,4)}{\left(\frac{q\varphi}{r} + \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right)} \times \frac{s}{r}.$$

Les équations du §. *précédent* deviendront,

$$Pg + Qh - Rr = 0.$$

Soit λ le sinus, & k le cosinus d'un angle aigu & positif H, tel que l'on ait $\frac{\lambda r}{k} = \frac{Qr}{P}$, c'est-à-dire dont la tangente $= \frac{Qr}{P}$; dans l'équation $Pg + Qh - Rr = 0$, si l'on substitue à la quantité Q sa valeur $\frac{P\lambda}{k}$, on aura

$\frac{kg + \lambda h}{r} = \frac{Rk}{P}$: mais $\frac{kg + \lambda h}{r}$ eſt le ſinus de la ſomme de l'angle horaire demandé & de l'angle H; donc

$$\text{ſinus (angle horaire demandé} + \text{angle } H) = \frac{Rk}{P};$$

Puiſqu'un même ſinus appartient à deux angles différens, la ſomme de l'angle horaire demandé & de l'angle H a deux valeurs; il y a donc deux angles horaires qui ſatisfont au problème.

(56.) Quoique les deux angles horaires, déterminés par le §. 55, ſatisfaſſent géométriquement au problème propoſé, il eſt cependant une conſidération aſtronomique qui peut exclure ces ſolutions: en effet, ſi le Soleil n'étoit pas ſur l'horizon à l'heure indiquée, l'épaiſſeur de la Terre empêcheroit de jouir du phénomène.

(57.) Les différentes combinaiſons qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 55, ſe réduiſent à quatre.

$Pg + Qh - Rr = 0$ . . . . 1.er Cas.

$Pg + Qh + Rr = 0$ . . . . 2.e Cas.

$Pg - Qh + Rr = 0$ . . . . 3.e Cas.

$Pg - Qh - Rr = 0$ . . . . 4.e Cas.

PREMIER CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus } H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} + D - H \\ + D' - H \end{array} \right\}$$

DEUXIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Q\,r}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus}\, H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} -D-H \\ -D'-H \end{array} \right\}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Q\,r}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus}\, H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} -D+H \\ -D'+H \end{array} \right\}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Q\,r}{P}$, & que je nomme H, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{R \times \text{coſinus}\, H}{P}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} +D+H \\ +D'+H \end{array} \right\}$$

(58.) Si l'on ne pouvoit pas obſerver l'attouchement des limbes ſous le parallèle aſſigné, on en ſeroit averti par une expreſſion abſurde, on auroit alors pour expreſſion du ſinus des angles $\left\{ \begin{matrix} D \\ D' \end{matrix} \right\}$ une quantité plus grande que le rayon.

(59.) On ne doit point oublier que je compte les angles horaires depuis 0^d juſqu'à 180^d de part & d'autre du méridien ſupérieur; je regarde comme poſitifs les angles horaires depuis midi juſqu'à minuit; & comme négatifs les angles horaires entre minuit & midi; ainſi, par exemple, l'angle horaire correſpondant à 8 heures du ſoir égale $+$ 120 degrés; & l'angle horaire correſpondant à 8 heures du matin égale $-$ 60 degrés. Comme il pourroit arriver dans quelques cas particuliers que l'expreſſion de l'angle horaire fut donné ſous la forme d'un angle $\left\{ \begin{matrix} +K \\ -K \end{matrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés, on ſubſtituera alors à l'expreſſion $\left\{ \begin{matrix} +K \\ -K \end{matrix} \right\}$ de l'angle horaire, cette nouvelle expreſſion $\left\{ \begin{matrix} -360^d + K \\ +360 - K \end{matrix} \right\}$.

(60.) Il eſt bien facile de déterminer maintenant l'heure que l'on compte dans les différens lieux de la Terre qui obſervent des attouchemens intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, lorſque la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative, il ne s'agit que de déterminer par les formules précédentes, l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui, ſous chaque parallèle terreſtre, obſerve le phénomène.

(61.) Pour connoître d'une manière préciſe la trace du phénomène, il ne ſuffit pas de déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui l'obſerve; il faut de plus connoître l'inſtant phyſique du phénomène pour conclure la longitude des différens points de notre Globe qui peuvent l'obſerver. Quoique la ſolution de cette dernière queſtion ne ſoit pas abſolument néceſſaire pour l'intelligence de la méthode que je me propoſe de développer, je vais cependant en donner l'analyſe.

(62.) Soit

b le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4}.$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4} + \frac{nr}{\zeta} \times \frac{b}{3600}.$$

On a vu *(3.e Mémoire, §. 36)* qu'en général, *Année 1765.*

Tangente de l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative $= \frac{Ar}{B}$.

Dans le cas particulier qui nous occupe, l'angle de la ligne des centres eſt de 90 degrés; donc la tangente eſt infinie; donc $B = 0$: ſi donc on ſuppoſe

$$F' = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4}$$

On aura $$b = -\frac{3600\zeta}{nr} \times F'.$$

Il ne s'agit que de ſubſtituer dans l'expreſſion de la quantité F' les ſinus & coſinus des latitudes & des angles horaires qui ſatisfont à la queſtion propoſée; on conclura donc le nombre b de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, & l'on convertira ce nombre de ſecondes horaires en expreſſion de la longitude du lieu, par le moyen de l'*article VI du 3.e Mémoire.* *Année 1765.*

(63.) Puiſque tangente $H = \frac{Qr}{P}$, cet angle eſt conſtant pour chaque contact particulier, mais il varie lorſque l'on paſſe d'un contact à l'autre.

(64.) Avant de paſſer aux exemples, je vais donner la Table des quantités conſtantes de l'Écliple du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

Si l'on ſuppoſe une inflexion de $4'' \frac{1}{2}$.

Logarithme $\delta = + 7{,}6335601$.

σ = ſinus	16′ 5″	Logarithme.....	σ = 7,6701006.
τ = coſinus	16′ 5″		τ = 9,9999953.
τ' = coſinus	14. 47		τ' = 9,9999960.
∂' = coſinus	1. 18		∂' = 10,0000000.

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

P.

(P 1,)

$$\frac{\rho\omega}{r} = + 9{,}6844665.$$

Q.

(Q 1,)

$$\text{Log.} \left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} + \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial'\zeta r}\right) = + 8{,}8959747.$$

$H = 9^d\ 14'\ 38''$......... log. coſinus $H = 9{,}9943236$.

R.

$$+ (R\ 1) - (R\ 2) - (R\ 3) = - 70751.$$

(R 4,)

$$\text{Log.} \left(\frac{q\varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right) + 9{,}9411684.$$

Contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

P.

(P 1,)

$$\text{Log.} \frac{\rho\omega}{r} = + 9{,}6844665.$$

Q.

(Q 1,)

$$\text{Log.} \left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} - \frac{\sigma\tau'\rho q}{\partial'\zeta r}\right) = + 8{,}8407332.$$

$H = 8^d\ 9'\ 19''$........... log. coſinus $H = 9{,}9955857$.

R.

$$- (R\ 1) + (R\ 2) - (R\ 3) = - 75567.$$

(R 4,)

$$\text{Log.} \left(\frac{q\varphi}{r} + \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right) = + 9{,}9415562.$$

Si

Si l'on ne ſuppoſe pas le rayon ſolaire infléchi.

Logarithme $\delta = + 76335601$.

σ = ſinus } τ = coſinus }	16′ 0″ ½	Logarithme..	σ = 7,6680690. τ = 9,9999953.
τ' = coſinus	14. 47		τ' = 9,9999960.
∂' = coſinus	1. 13 ½		∂' = 10,0000000.

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

P. ... Q.

(P 1,) ... (Q 1,)

$\text{Log.} \frac{\rho\omega}{r} = + 9,6844665.$ $\text{Log.} \left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} + \frac{\sigma\tau' pq}{\partial'\zeta r}\right) = + 8,8958644.$

$H = 9^d\ 14'\ 28''$ .... log. coſinus $H = 9,9943266.$

R.

$+ (R\ 1) - (R\ 2) - (R\ 3) = - 70890.$

(R 4,)

$\text{Log.} \left(\frac{q\varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right) = + 9,9411684.$

Contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

P. ... Q.

(P 1,) ... (Q 1,)

$\text{Log.} \frac{\rho\omega}{r} = + 9,6844665.$ $\text{Log.} \left(\frac{p\rho\varphi}{r^2} - \frac{\sigma\tau' pq}{\partial'\zeta r}\right) = + 8,8408586.$

$H = 8^d\ 9'\ 28''$ .... log. coſinus $H = 9,9955830.$

R.

$- (R\ 1) + (R\ 2) - (R\ 3) = - 75428.$

(R 4,)

$\text{Log.} \left(\frac{q\varphi}{r} + \frac{\sigma\tau' p}{\partial'\zeta}\right) = + 9,9415562.$

EXEMPLE.

(65.) *On demande quelle heure on comptoit dans le lieu qui, le 1.er Avril 1764, a observé l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune sous le parallèle boréal de 48d 51', lorsque la ligne des centres étoit perpendiculaire à l'orbite relative. On suppose d'ailleurs une inflexion de 4" ½ dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, toutes les suppositions primitives avoient lieu pour le parallèle boréal de 48d 51'; il n'y a donc aucun changement à faire dans les signes des valeurs de P, Q, R.

TYPE du Calcul pour trouver les valeurs de P, Q, R.

Latitude vraie..................	48d 51' 0"
	− 0. 9. 35. (§. 7)
Latitude corrigée...............	48. 41. 25.

s = sinus 48d 41' 25" } Logarithme.... { s = 9,8757280.
c = cosin. 48. 41. 25 } { c = 9,8196289.

$$P = + (P\ 1)$$

$(P\ 1)$

+ 9,8196289.......log. c.
+ 9,6844665.
9,5040954.......log. P.

$R = (R\,1) - (R\,2) - (R\,3) + (R\,4) \ldots (R\,1) - (R\,2) - (R\,3) = -70751.$

$(R\ 4)$

+ 9,8757280...log. s.
+ 9,9411684.
9,8168964...log. 65599.

R = − 5152...........log. R = 8,7119759.

Puisque P & Q sont des quantités positives, & que R est négatif, on est dans le second cas du §. 57.

TYPE du Calcul pour trouver l'angle horaire.

$H = 9^d\ 14'\ 38''$ . . . . . . log. cosinus $H = 9{,}9943236$.

$+\ 9{,}9943236$	. . . log. cosin. H.
$+\ 8{,}7119759$	. . . log. R.
$+18{,}7062995$.	
$-\ 9{,}5040954$	. . . log. P.
$9{,}2022041$	. . . log. sin. $\begin{cases} D \\ D' \end{cases}$

$D = 9^d\ 9'\ 57''$.

$-\ 9^d\ 9'\ 57''$	. . . . . . D.
$-\ 9.\ 14.\ 38$	. . . . . . H.
$-18.\ 24.\ 35$.	

$D' = 170^d\ 50'\ 3''$.

$-170^d\ 50'\ 3$	. . . . . . D'.
$-\ 9.\ 14.\ 38$	. . . . . . H.
$-180.\ 4.\ 41$.	
$+179.\ 55.\ 19$	. . {supplément à 360d.

Comme sous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$ le Soleil ne s'est levé qu'à $5^h\ 38'\ 8''$ du matin le 1.er Avril 1764, cette considération exclut l'angle de $+\ 179^d\ 55'\ 19''$ qui répond à $11^h\ 59'\ 41''$ du soir; il n'y a donc que l'angle de $-\ 18^d\ 24'\ 35''$ correspondant à $10^h\ 46'\ 22''$ du matin, qui satisfasse véritablement au problème.

Si l'on vouloit déterminer la longitude du lieu qui a observé le phénomène dont il s'agit, à $10^h\ 46'\ 22''$, sous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$, on trouveroit, par la formule du *§. 62*, que le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène $= +\ 547$ secondes, &, par le *VI.e article du 3.e Mémoire*, que la longitude de ce lieu est une longitude orientale de $1^d\ 27'\ 55''$. *Année 1765.*

(66.) D'après les principes expliqués dans le *§. 52*, & les calculs du *paragraphe précédent*, j'ai formé des Tables qui représentent dans la double hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi, les différens lieux de la Terre où, lors de la plus grande phase, on a observé, le 1.er Avril 1764, des contacts intérieurs des limbes.

Pour faire entendre plus clairement la construction de ces Tables, prenons pour exemple l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune dans l'hypothèse du rayon infléchi. J'ai calculé d'abord, par la formule rigoureuse du *III.e article*, plusieurs points de la véritable courbe, j'ai formé la Table suivante.

Angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative.	*Latitudes.*	*Heures que l'on comptoit dans le lieu lors du phénomène.*	
— 13d 0′ 0″	32d 2′ 21″ bor.	8h 57′ 35″	du matin.
— 13. 40. 0	35. 31. 3	9. 21. 8	
— 13. 40. 0	44. 16. 36	10. 16. 50	
— 13. 0. 0	48. 12. 43	10. 41. 51	
— 12. 0. 0	52. 6. 35	11. 7. 39	
— 10. 0. 0	57. 56. 46	11. 50. 27	
— 8. 0. 0	62. 43. 2	12. 32. 42	

J'ai déterminé ensuite, par la méthode & dans les suppositions des §§. 53, 54, 55 & *suivans*, l'heure que l'on comptoit dans les lieux de la Terre qui ont observé un attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, sous les parallèles trouvés par les calculs précédens; je suis parvenu aux résultats suivans.

Latitudes.	*Heures que l'on comptoit dans le lieu, lors du phénomène.*	
32d 2′ 21″ bor.	8h 57′ 57″	du matin.
35. 31. 3	9. 21. 30	
44. 16. 36	10. 17. 13	
48. 12. 43	10. 42. 13	
52. 6. 35	11. 7. 59	
57. 56. 46	11. 50. 44	
62. 43. 2	12. 32. 55	

J'ai comparé les heures correspondantes des deux Tables, j'ai vu que, sous les parallèles compris entre 32d 2′ 21″ & 48d 12′ 43″ de latitude, la méthode du §. 55 donnoit constamment un résultat trop grand de 22 secondes, & que, sous le parallèle de 62d 43′ 2″, la différence de l'heure n'étoit plus

que de 13 secondes; j'ai donc conclu que j'aurois les véritables angles horaires correspondans aux plus grandes phases, tels qu'ils seroient donnés par le calcul rigoureux, si je retranchois, pour tous les degrés de latitude compris entre les parallèles de 32^d & de 48^d, 22 secondes de temps sur chaque heure déterminée par la méthode du *§. 55*, & proportionnellement quelques secondes de moins, en remontant vers le 62.e degré de latitude.

(67.) Lorsque l'on connoît la latitude du lieu qui observe une plus grande phase quelconque, & l'heure que l'on compte dans ce lieu, à l'instant du phénomène, rien de plus simple que de déterminer la longitude correspondante. Soit en effet

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A\,3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A\,4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}};$$

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{nr^2}{\zeta v}} - \overset{(C\,2)}{\frac{cp\rho\omega g}{r^4}} - \overset{(C\,3)}{\frac{c\rho\varphi h}{r^3}};$$

$$D = \overset{(D\,1)}{\frac{cp\rho\varphi g}{r^4}} - \overset{(D\,2)}{\frac{c\rho\omega h}{r^3}}.$$

$$F = \overset{(F\,1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F\,3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} + \overset{(F\,4)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}};$$

J'ai démontré *(3.e Mémoire, §. 58)* que l'on a Année 1765.

$$b = \overset{(b\,1)}{\frac{3600\,\zeta}{nr} \times \frac{AD}{C}} - \overset{(b\,2)}{\frac{3600\,\zeta}{nr} \times F.}$$

On connoîtra donc la distance à la conjonction évaluée en secondes horaires, d'ailleurs on connoît l'heure que l'on compte dans le lieu: on conclura donc *(3.e Mémoire, article VI)* la longitude du lieu qui observe la plus grande phase.

Je ne donnerai point d'exemple de ce dernier calcul, qui n'est

Année 1765. qu'un cas particulier des *§§. 62 & 63 du 3.e Mémoire :* je renvoie à ces paragraphes.

Par les procédés que je viens d'expliquer, j'ai conſtruit des Tables qui renferment ſous ſept colonnes, les latitudes des lieux qui ont obſervé l'attouchement des limbes, les heures que l'on comptoit dans ces différens lieux lors du phénomène, les différences horaires pour chaque demi-degré de latitude, les longitudes, les différences des longitudes pour chaque demi-degré de latitude, les demi-diamètres de la Lune calculés par la formule de *l'article II* Année 1766. *de mon 4.e Mémoire*, les diſtances des centres du Soleil & de la Lune; je laiſſe aux Aſtronomes à apprécier un pareil travail, qui, je crois, ne peut s'exécuter directement & rigoureuſement que par mes formules.

(68.) Afin de profiter de tous les ſecours que l'on peut tirer de mes méthodes, j'ai penſé qu'il étoit à propos de joindre aux calculs précédens la trace de l'Éclipſe centrale; cette Table, conſtruite par la méthode de la *IIe ſection de mon 4.e Mémoire,* renferme ſous cinq colonnes les latitudes des lieux qui ont vu l'Éclipſe centrale, les heures que l'on comptoit dans ces différens lieux lors du phénomène, les différences horaires pour chaque demi-degré de latitude, les longitudes, les différences des longitudes pour chaque demi-degré de latitude.

(69.) Quoique j'aie ſuppoſé *(§. 5)* que la conjonction eſt arrivée le 1.er Avril 1764, lorſqu'il étoit à Paris $10^h 31' 23''$ du matin, cependant la conſtruction des Tables n'eſt pas tellement liée à cet élément, qu'elles ne ſoient également exactes, en ſuppoſant que la conjonction ſoit arrivée quelques inſtans plus tôt ou plus tard, pourvu toutefois que la latitude de la Lune, à l'inſtant de la conjonction, ſoit celle que j'ai ſuppoſée. Rien de plus ſimple que la démonſtration de cette propoſition : en effet, les longitudes ſont évaluées en partant du lieu qui comptoit $10^h\ 31'\ 23''$ du matin lors de la conjonction; j'ai prétendu que cette propriété appartenoit à Paris. Imaginons maintenant que la conjonction ſoit arrivée lorſqu'il étoit à Paris, par exemple, $10^h\ 30'\ 23''$, le lieu qui comptoit à cet inſtant $10^h\ 31'\ 23''$ eſt donc un lieu plus

oriental de 15 minutes de degré; le terme d'où l'on part pour évaluer les longitudes est donc plus oriental que Paris de 15 minutes de degrés; on pourra donc se servir de mes Tables, en augmentant toutes les longitudes orientales de 15 minutes de degrés, & en diminuant de 15 minutes les longitudes occidentales. On fera voir par un raisonnement analogue qu'il faudroit augmenter toutes les longitudes occidentales, & diminuer toutes les longitudes orientales de 15 minutes de degrés, si la conjonction étoit arrivée lorsqu'il étoit à Paris $10^h 32' 23''$.

(70.) Dans les calculs, j'ai supposé le demi-diamètre non altéré du Soleil de $16' 0'' \frac{1}{2}$, tel qu'il se trouve dans la *Connoissance des Temps* de 1764. Je n'ignore pas que ce demi-diamètre, mesuré avec toute la précision possible par M. Short, a été trouvé de $15' 59'' \frac{1}{2}$, & je me propose dans les calculs ultérieurs, d'avoir égard à cette détermination pour trouver, s'il est possible, un accord plus grand entre les observations. Suivant le même Astronome, le demi-diamètre de la Lune, mesuré horizontalement à $10^h 30' 43''$ à Londres, étoit de $14' 54'' \frac{3}{4}$, c'est-à-dire d'environ $1'',2$ plus petit que celui que l'on conclut des calculs, en supposant le rapport du sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune au sinus du demi-diamètre horizontal comme 3288 à 900. Si l'on veut donc ramener les demi-diamètres de la Lune, calculés dans les Tables suivantes, aux demi-diamètres conclus de l'observation de M. Short, il faudra soustraire $1'',2$ de toutes les déterminations; mais alors on supposera le demi-diamètre non altéré du Soleil de $15' 59'' \frac{1}{2}$: au reste on n'ignore pas que ces petites différences entre les diamètres observés, dépendent beaucoup de la lunette dont on se sert; je croirois cependant que, quand on calcule des contacts, il faut partir de la supposition des diamètres déterminés par les plus grandes lunettes, quelle que soit la longueur de celle que l'on emploie pour l'observation. En effet, l'augmentation des diamètres du Soleil & de la Lune, vus par une petite lunette n'est, à proprement parler, qu'une illusion optique qui ne peut influer sur les diamètres réels, & quelle que soit la lunette dont on se sert, le disque du Soleil ne doit, ce me semble, paroître entamé par la Lune que lorsqu'il l'est réellement.

ATTOUCHEMENT du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, en ſuppoſant une inflexion de 4″ 30‴.

LATITUD.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		Demi-diam. de la LUNE.		Diſtances des centres du SOLEIL & de la LUNE.	
D.	M.	H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
38.	0	9.	9.	7	3.	15	12.	33.	31 *occ.*	24.	34	14.	56,1	1.	8,9
38.	30	9.	12.	22	3.	14	12.	8.	57	24.	19	14.	56,1	1.	8,9
39.	0	9.	15.	36	3.	12	11.	44.	38	24.	4	14.	56,1	1.	8,9
39.	30	9.	18.	48	3.	11	11.	20.	34	23.	49	14.	56,1	1.	8,9
40.	0	9.	21.	59	3.	10	10.	56.	45	23.	35	14.	56,2	1.	8,8
40.	30	9.	25.	9	3.	9	10.	33.	10	23.	23	14.	56,2	1.	8,8
41.	0	9.	28.	18	3.	7	10.	9.	47	23.	13	14.	56,2	1.	8,8
41.	30	9.	31.	25	3.	6	9.	46.	34	23.	6	14.	56,2	1.	8,8
42.	0	9.	34.	31	3.	5	9.	23.	28	22.	58	14.	56,3	1.	8,7
42.	30	9.	37.	36	3.	5	9.	0.	30	22.	50	14.	56,3	1.	8,7
43.	0	9.	40.	41	3.	4	8.	37.	40	22.	45	14.	56,3	1.	8,7
43.	30	9.	43.	45	3.	3	8.	14.	55	22.	42	14.	56,3	1.	8,7
44.	0	9.	46.	48	3.	3	7.	52.	13	22.	41	14.	56,4	1.	8,6
44.	30	9.	49.	51	3.	2	7.	29.	32	22.	40	14.	56,4	1.	8,6
45.	0	9.	52.	53	3.	2	7.	6.	52	22.	41	14.	56,4	1.	8,6
45.	30	9.	55.	55	3.	2	6.	44.	11	22.	42	14.	56,4	1.	8,6
46.	0	9.	58.	57	3.	2	6.	21.	29	22.	46	14.	56,4	1.	8,6
46.	30	10.	1.	59	3.	1	5.	58.	43	22.	54	14.	56,4	1.	8,6
47.	0	10.	5.	0	3.	1	5.	35.	49	23.	4	14.	56,4	1.	8,6
47.	30	10.	8.	1	3.	1	5.	12.	44	23.	14	14.	56,4	1.	8,6
48.	0	10.	11.	2	3.	1	4.	49.	30	23.	23	14.	56,4	1.	8,6
48.	30	10.	14.	3	3.	1	4.	26.	7	23.	32	14.	56,4	1.	8,6
49.	0	10.	17.	4	3.	2	4.	2.	35	23.	41	14.	56,4	1.	8,6
49.	30	10.	20.	6	3.	2	3.	38.	54	23.	54	14.	56,4	1.	8,6
50.	0	10.	23.	8	3.	2	3.	15.	0	24.	10	14.	56,3	1.	8,7
50.	30	10.	26.	10	3.	3	2.	50.	50	24.	30	14.	56,3	1.	8,7
51.	0	10.	29.	13	3.	4	2.	26.	20	24.	55	14.	56,3	1.	8,7
51.	30	10.	32.	17	3.	5	2.	1.	25	25.	20	14.	56,3	1.	8,7
52.	0	10.	35.	22	3.	6	1.	36.	5	25.	45	14.	56,2	1.	8,8
52.	30	10.	38.	28	3.	7	1.	10.	20	26.	10	14.	56,2	1.	8,8
53.	0	10.	41.	35	3.	7	0.	44.	10	26.	35	14.	56,1	1.	8,9
53.	30	10.	44.	42	3.	8	0.	17.	35	27.	0	14.	56,1	1.	8,9
54.	0	10.	47.	50			0.	9.	25 *or.*			14.	56,0	1.	9,0

ATTOUCHEMENT

ATTOUCHEMENT du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.

LATITUD.	HEURES que l'on comptoit dans le lieu.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	LONGITUDES.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distances des centres du SOLEIL & de la LUNE.
D. M.	H. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
38. 0	9. 10. 4	3. 15	12. 22. 16 *or.*	24. 34	14. 56,1	1. 4,4
38. 30	9. 13. 19	3. 14	11. 57. 42	24. 19	14. 56,1	1. 4,4
39. 0	9. 16. 33	3. 12	11. 33. 23	24. 4	14. 56,1	1. 4,4
39. 30	9. 19. 45	3. 11	11. 9. 19	23. 49	14. 56,1	1. 4,4
40. 0	9. 22. 56	3. 10	10. 45. 30	23. 35	14. 56,2	1. 4,3
40. 30	9. 26. 6	3. 9	10. 21. 55	23. 22	14. 56,2	1. 4,3
41. 0	9. 29. 15	3. 7	9. 58. 33	23. 13	14. 56,2	1. 4,3
41. 30	9. 32. 22	3. 6	9. 35. 20	23. 4	14. 56,2	1. 4,3
42. 0	9. 35. 28	3. 5	9. 12. 16	22. 57	14. 56,3	1. 4,2
42. 30	9. 38. 33	3. 5	8. 49. 19	22. 50	14. 56,3	1. 4,2
43. 0	9. 41. 38	3. 4	8, 26. 29	22. 45	14. 56,3	1. 4,2
43. 30	9. 44. 42	3. 4	8. 3. 44	22. 42	14. 56,3	1. 4,2
44. 0	9. 47. 46	3. 3	7. 41. 2	22. 40	14. 56,4	1. 4,1
44. 30	9. 50. 49	3. 2	7. 18. 22	22. 38	14. 56,4	1. 4,1
45. 0	9. 53. 51	3. 2	6. 55. 44	22. 40	14. 56,4	1. 4,1
45. 30	9. 56. 53	3. 2	6. 33. 4	22. 44	14. 56,4	1. 4,1
46. 0	9. 59. 55	3. 2	6. 10. 20	22. 50	14. 56,4	1. 4,1
46. 30	10. 2. 57	3. 2	5. 47. 30	23. 0	14. 56,4	1. 4,1
47. 0	10. 5. 59	3. 1	5. 24. 30	23. 10	14. 56,4	1. 4,1
47. 30	10. 9. 0	3. 1	5. 1. 20	23. 20	14. 56,4	1. 4,1
48. 0	10. 12. 1	3. 1	4. 38. 0	23. 30	14. 56,4	1. 4,1
48. 30	10. 15. 2	3. 2	4. 14. 30	23. 40	14. 56,4	1. 4,1
49. 0	10. 18. 4	3. 2	3. 50. 50	23. 50	14. 56,4	1. 4,1
49. 30	10. 21. 6	3. 3	3. 27. 0	24. 0	14. 56,4	1. 4,1
50. 0	10. 24. 9	3. 3	3. 3. 0	24. 20	14. 56,3	1. 4,2
50. 30	10. 27. 12	3. 4	2. 38. 40	24. 40	14. 56,3	1. 4,2
51. 0	10. 30. 16	3. 4	2. 14. 0	25. 0	14. 56,3	1. 4,2
51. 30	10. 33. 20	3. 5	1. 49. 0	25. 20	14. 56,3	1. 4,2
52. 0	10. 36. 25	3. 6	1. 23. 40	25. 45	14. 56,2	1. 4,3
52. 30	10. 39. 31	3. 7	0. 57. 55	26. 10	14. 56,2	1. 4,3
53. 0	10. 42. 38	3. 8	0. 31. 45	26. 35	14. 56,1	1. 4,4
53. 30	10. 45. 46	3. 9	0. 5. 10	27. 0	14. 56,1	1. 4,4
54. 0	10. 48. 55		0. 22. 10 *occ.*		14. 57,0	1. 4,5

ÉCLIPSE CENTRALE.

LATITUDES.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.		LONGITUDES.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.	
D.	*M.*	*H.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
36.	0	9.	10.	27	3.	18	11.	23.	29 *occid.*	24.	55
36.	30	9.	13.	45	3.	17	10.	58.	34	24.	40
37.	0	9.	17.	2	3.	16	10.	33.	54	24.	25
37.	30	9.	20.	18	3.	15	10.	9.	29	24.	10
38.	0	9.	23.	33	3.	13	9.	45.	19	23.	55
38.	30	9.	26.	46	3.	12	9.	21.	24	23.	40
39.	0	9.	29.	58	3.	11	8.	57.	44	23.	27
39.	30	9.	33.	9	3.	10	8.	34.	17	23.	17
40.	0	9.	36.	19	3.	9	8.	11.	0	23.	10
40.	30	9.	39.	28	3.	8	7.	47.	50	23.	6
41.	0	9.	42.	36	3.	7	7.	24.	44	23.	3
41.	30	9.	45.	43	3.	6	7.	1.	41	23.	0
42.	0	9.	48.	49	3.	6	6.	38.	41	23.	0
42.	30	9.	51.	55	3.	6	6.	15.	41	23.	1
43.	0	9.	55.	1	3.	6	5.	52.	40	23.	3
43.	30	9.	58.	7	3.	6	5.	29.	37	23.	5
44.	0	10.	1.	13	3.	5	5.	6.	32	23.	8
44.	30	10.	4.	18	3.	5	4.	43.	24	23.	11
45.	0	10.	7.	23	3.	5	4.	20.	13	23.	17
45.	30	10.	10.	28	3.	5	3.	56.	56	23.	25
46.	0	10.	13.	33	3.	6	3.	33.	31	23.	35
46.	30	10.	16.	39	3.	6	3.	9.	56	23.	50
47.	0	10.	19.	45	3.	6	2.	46.	6	24.	5
47.	30	10.	22.	51	3.	6	2.	22.	1	24.	20
48.	0	10.	25.	57	3.	7	1.	57.	41	24.	35
48.	30	10.	29.	4	3.	8	1.	33.	6	24.	50
49.	0	10.	32.	12	3.	9	1.	8.	16	25.	10
49.	30	10.	35.	21			0.	43.	6		

Suite de l'*ÉCLIPSE CENTRALE.*

LATITUDES.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.		LONGITUDES.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.	
D.	*M.*	*H.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
49.	30	10.	35.	21			0.	43.	6 *occid.*		
					3.	10				25.	30
50.	0	10.	38.	31			0.	17.	36		
					3.	11				25.	50
50.	30	10.	41.	42			0.	8.	14 *orient.*		
					3.	12				26.	20
51.	0	10.	44.	54			0.	34.	34		
					3.	13				26.	50
51.	30	10.	48.	7			1.	1.	24		
					3.	14				27.	20
52.	0	10.	51.	21			1.	28.	44		
					3.	15				27.	50
52.	30	10.	54.	36			1.	56.	34		
					3.	15				28.	20
53.	0	10.	57.	51			2.	24.	54		
					3.	16				28.	50
53.	30	11.	1.	7			2.	53.	44		
					3.	18				29.	20
54.	0	11.	4.	25			3.	23.	4		
					3.	20				29.	50
54.	30	11.	7.	45			3.	52.	54		
					3.	23				30.	34
55.	0	11.	11.	8			4.	23.	28		
					3.	26				31.	20
55.	30	11.	14.	34			4.	54.	48		
					3.	29				32.	8
56.	0	11.	18.	3			5.	26.	56		
					3.	32				32.	58
56.	30	11.	21.	35			5.	59.	54		
					3.	34				33.	48
57.	0	11.	25.	9			6.	33.	42		
					3.	36				34.	45
57.	30	11.	28.	45			7.	8.	27		
					3.	39				35.	42
58.	0	11.	32.	24			7.	44.	9		
					3.	42				36.	40
58.	30	11.	36.	6			8.	20.	49		
					3.	46				37.	45
59.	0	11.	39.	52			8.	58.	34		
					3.	51				38.	50
59.	30	11.	43.	43			9.	37.	24		
					3.	55				40.	0
60.	0	11.	47.	38			10.	17.	24		

ATTOUCHEMENT du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.

LATIT.	HEURES que l'on comptoit dans le lieu.	DIFF. pour un demi degré de latit.	LONGITUDES.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE
D. M.	H. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
36. 0	9. 23. 24	3. 15	8. 53. 30 occid.	24. 7	14. 56,8	1. 3,7
36. 30	9. 26. 39	3. 14	8. 29. 23	23. 55	14. 56,8	1. 3,7
37. 0	9. 29. 53	3. 14	8. 5. 28	23. 43	14. 56,9	1. 3,6
37. 30	9. 33. 7	3. 13	7. 41. 45	23. 30	14. 56,9	1. 3,6
38. 0	9. 36. 20	3. 12	7. 18. 15	23. 22	14. 57,0	1. 3,5
38. 30	9. 39. 32	3. 11	6. 54. 53	23. 17	14. 57,0	1. 3,5
39. 0	9. 42. 43	3. 10	6. 31. 36	23. 13	14. 57,0	1. 3,5
39. 30	9. 45. 53	3. 10	6. 8. 23	23. 8	14. 57,0	1. 3,5
40. 0	9. 49. 3	3. 10	5. 45. 15	23. 5	14. 57,1	1. 3,4
40. 30	9. 52. 13	3. 9	5. 22. 10	23. 5	14. 57,1	1. 3,4
41. 0	9. 55. 22	3. 9	4. 59. 5	23. 8	14. 57,1	1. 3,4
41. 30	9. 58. 31	3. 8	4. 35. 57	23. 10	14. 57,1	1. 3,4
42. 0	10. 1. 39	3. 8	4. 12. 47	23. 12	14. 57,1	1. 3,4
42. 30	10. 4. 47	3. 8	3. 49. 35	23. 15	14. 57,1	1. 3,4
43. 0	10. 7. 55	3. 8	3. 26. 20	23. 22	14. 57,1	1. 3,4
43. 30	10. 11. 3	3. 9	3. 2. 58	23. 29	14. 57,1	1. 3,4
44. 0	10. 14. 12	3. 8	2. 39. 29	23. 37	14. 57,1	1. 3,4
44. 30	10. 17. 20	3. 8	2. 15. 52	23. 45	14. 57,1	1. 3,4
45. 0	10. 20. 28	3. 8	1. 52. 7	23. 55	14. 57,1	1. 3,4
45. 30	10. 23. 36	3. 9	1. 28. 12	24. 8	14. 57,1	1. 3,4
46. 0	10. 26. 45	3. 10	1. 4. 4	24. 23	14. 57,0	1. 3,5
46. 30	10. 29. 55	3. 11	0. 39. 41	24. 43	14. 57,0	1. 3,5
47. 0	10. 33. 6	3. 11	0. 14. 58	25. 7	14. 57,0	1. 3,5
47. 30	10. 36. 17	3. 12	0. 10. 9 orient.	25. 33	14. 57,0	1. 3,5
48. 0	10. 39. 29		0. 35. 42		14. 56,9	1. 3,6

*Suite de l'*ATTOUCHEMENT *du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.*

LATIT.	HEURES que l'on comptoit dans le lieu.	DIFF. pour un demi degré de latit.	LONGITUDES.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.
D. M.	H. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
48. 0	10. 39. 29	3. 13	0. 35. 42 orient.	25. 58	14. 56,9	1. 3,6
48. 30	10. 42. 42	3. 14	1. 1. 40	26. 22	14. 56,9	1. 3,6
49. 0	10. 45. 56	3. 15	1. 28. 2	26. 46	14. 56,9	1. 3,6
49. 30	10. 49. 11	3. 16	1. 54. 48	27. 12	14. 56,9	1. 3,6
50. 0	10. 52. 27	3. 18	2. 22. 0	27. 40	14. 56,8	1. 3,7
50. 30	10. 55. 45	3. 20	2. 49. 40	28. 10	14. 56,8	1. 3,7
51. 0	10. 59. 5	3. 21	3. 17. 50	28. 40	14. 56,7	1. 3,8
51. 30	11. 2. 26	3. 23	3. 46. 30	29. 10	14. 56,7	1. 3,8
52. 0	11. 5. 49	3. 25	4. 15. 40	29. 40	14. 56,6	1. 3,9
52. 30	11. 9. 14	3. 27	4. 45. 20	30. 20	14. 56,6	1. 3,9
53. 0	11. 12. 41	3. 29	5. 15. 40	31. 10	14. 56,5	1. 4,0
53. 30	11. 16. 10	3. 31	5. 46. 50	32. 0	14. 56,4	1. 4,1
54. 0	11. 19. 41	3. 33	6. 18. 50	32. 40	14. 56,3	1. 4,2
54. 30	11. 23. 14	3. 36	6. 51. 30	33. 30	14. 56,3	1. 4,2
55. 0	11. 26. 50	3. 39	7. 25. 0	34. 20	14. 56,2	1. 4,3
55. 30	11. 30. 29	3. 43	7. 59. 20	35. 10	14. 56,1	1. 4,4
56. 0	11. 34. 12	3. 46	8. 34. 30	36. 0	14. 56,0	1. 4,5
56. 30	11. 37. 58	3. 49	9. 10. 40	37. 10	14. 55,9	1. 4,6
57. 0	11. 41. 47	3. 53	9. 47. 50	38. 20	14. 55,8	1. 4,7
57. 30	11. 45. 40	3. 57	10. 26. 10	39. 30	14. 55,7	1. 4,8
58. 0	11. 49. 37	4. 2	11. 5. 40	40. 50	14. 55,6	1. 4,9
58. 30	11. 53. 39	4. 7	11. 46. 30	42. 0	14. 55,5	1. 5,0
59. 0	11. 57. 46	4. 11	12. 28. 30	43. 25	14. 55,4	1. 5,1
59. 30	0. 1. 57	4. 16	13. 11. 55	44. 50	14. 55,3	1. 5,2
60. 0	0. 6. 13		13. 56. 45		14. 55,2	1. 5,3

ATTOUCHEMENT du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en supposant une inflexion de 4″ 30‴.

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi degré de latit.		LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		Demi-diam. de la LUNE.		Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.	
D.	*M.*	*H.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
36.	0	9.	24.	19	3.	15	8.	43.	0 *occid.*	24.	7	14.	56,8	1.	8,2
36.	30	9.	27.	34	3.	14	8.	18.	53	23.	55	14.	56,8	1.	8,2
37.	0	9.	30.	48	3.	14	7.	54.	58	23.	43	14.	56,9	1.	8,1
37.	30	9.	34.	2	3.	13	7.	31.	15	23.	30	14.	56,9	1.	8,1
38.	0	9.	37.	15	3.	12	7.	7.	45	23.	22	14.	57,0	1.	8,0
38.	30	9.	40.	27	3.	11	6.	44.	23	23.	17	14.	57,0	1.	8,0
39.	0	9.	43.	38	3.	10	6.	21.	6	23.	13	14.	57,0	1.	8,0
39.	30	9.	46.	48	3.	10	5.	57.	53	23.	8	14.	57,0	1.	8,0
40.	0	9.	49.	58	3.	10	5.	34.	45	23.	5	14.	57,1	1.	7,9
40.	30	9.	53.	8	3.	9	5.	11.	40	23.	5	24.	57,1	1.	7,9
41.	0	9.	56.	17	3.	9	4.	48.	35	23.	8	14.	57,1	1.	7,9
41.	30	9.	59.	26	3.	8	4.	25.	27	23.	12	14.	57,1	1.	7,9
42.	0	10.	2.	34	3.	8	4.	2.	15	23.	17	14.	57,1	1.	7,9
42.	30	10.	5.	42	3.	8	3.	38.	58	23.	22	14.	57,1	1.	7,9
43.	0	10.	8.	50	3.	9	3.	15.	36	23.	29	14.	57,1	1.	7,9
43.	30	10.	11.	59	3.	9	2.	52.	7	23.	36	14.	57,1	1.	7,9
44.	0	10.	15.	8	3.	9	2.	28.	31	23.	44	14.	57,1	1.	7,9
44.	30	10.	18.	17	3.	9	2.	4.	47	23.	52	14.	57,1	1.	7,9
45.	0	10.	21.	26	3.	9	1.	40.	55	24.	0	14.	57,1	1.	7,9
45.	30	10.	24.	35	3.	9	1.	16.	55	24.	10	14.	57.1	1.	7,9
46.	0	10.	27.	44	3.	10	0.	52.	45	24.	25	14.	57,0	1.	8,0
46.	30	10.	30.	54	3.	11	0.	28.	20	24.	50	14.	57,0	1.	8,0
47.	0	10.	34.	5	3.	12	0.	3.	30	25.	20	14.	57,0	1.	8,0
47.	30	10.	37.	17	3.	12	0.	21.	50 *orient.*	25.	50	14.	57,0	1.	8,0
48.	0	10.	40.	29			0.	47.	40			14.	56,9	1.	8,1

Suite de l'*ATTOUCHEMENT du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en suppoſant une inflexion de 4″ 30‴.*

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi degré de latit.		LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		Demi-diam. de la LUNE.		Diſtanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.	
D.	M.	H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
48.	0	10.	40.	29	3.	14	0.	47.	40 *orient.*	26.	10	14.	56,9	1.	8,1
48.	30	10.	43.	43	3.	15	1.	13.	50	26.	30	14.	56,9	1.	8,1
49.	0	10.	46.	58	3.	16	1.	40.	20	26.	50	14.	56,9	1.	8,1
49.	30	10.	50.	14	3.	17	2.	7.	10	27.	20	14.	56,9	1.	8,1
50.	0	10.	53.	31	3.	18	2.	34.	30	27.	50	14.	56,8	1.	8,2
50.	30	10.	56.	49	3.	19	3.	2.	20	28.	20	14.	56,8	1.	8,2
51.	0	11.	0.	8	3.	21	3.	30.	40	28.	50	14.	56,7	1.	8,3
51.	30	11.	3.	29	3.	24	3.	59.	30	29.	20	14.	56,7	1.	8,3
52.	0	11.	6.	53	3.	26	4.	28.	50	30.	0	14.	56,6	1.	8,4
52.	30	11.	10.	19	3.	28	4.	58.	50	30.	50	14.	56,6	1.	8,4
53.	0	11.	13.	47	3.	30	5.	29.	40	31.	30	14.	56,5	1.	8,5
53.	30	11.	17.	17	3.	33	6.	1.	10	32.	20	14.	56,4	1.	8,6
54.	0	11.	20.	50	3.	35	6.	33.	30	33.	10	14.	56,3	1.	8,7
54.	30	11.	24.	25	3.	37	7.	6.	40	33.	50	14.	56,3	1.	8,7
55.	0	11.	28.	2	3.	39	7.	40.	30	34.	30	14.	56,2	1.	8,8
55.	30	11.	31.	41	3.	43	8.	15.	0	35.	20	14.	56,1	1.	8,9
56.	0	11.	35.	24	3.	47	8.	50.	20	36.	10	14.	56,0	1.	9,0
56.	30	11.	39.	11	3.	51	9.	26.	30	37.	10	14.	55,9	1.	9,1
57.	0	11.	43.	2	3.	54	10.	3.	40	38.	30	14.	55,8	1.	9,2
57.	30	11.	46.	56	3.	58	10.	42.	10	39.	50	14.	55,7	1.	9,3
58.	0	11.	50.	54	4.	3	11.	22.	0	41.	10	14.	55,6	1.	9,4
58.	30	11.	54.	57	4.	8	12.	3.	10	42.	30	14.	55,5	1.	9,5
59.	0	11.	59.	5	4.	12	12.	45.	40	43.	50	14.	55,4	1.	9,6
59.	30	0.	3.	17	4.	17	13.	29.	30	45.	10	14.	55,3	1.	9,7
60.	0	0.	7.	34			14.	14.	40			14.	55,2	1.	9,8

De l'usage des Tables précédentes.

(71.) Rien de plus simple que de tracer maintenant sur une carte de l'Europe, les différens lieux qui ont pu observer l'Éclipse centrale & les contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune; il ne s'agit que de transcrire géographiquement mes Tables : on voit, par exemple, que l'Éclipse centrale a d'abord été visible entre le cap Saint-Vincent & le cap Sainte-Marie, qu'elle a traversé le royaume des Algarves, l'Estramadoure, la partie occidentale de la Castille vieille, la Biscaye, le golfe de Gascogne, le pays d'Aunis, le Poitou, la partie orientale de l'Anjou, le Maine, le Perche, la partie orientale de la Normandie, la partie occidentale de la Picardie, l'Artois, le comté de Flandre, la Zélande, la province de Hollande, la mer d'Allemagne, la partie boréale du Jutland, une petite portion de la Norvège, la Dalécarlie, l'Ingermanie, la Bothnie.

L'attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune, a d'abord été observé vers l'embouchure du Tage au nord-ouest de Lisbonne, il a traversé une petite partie du Portugal vers le nord, une petite portion de la Galice & du royaume de Léon, les Asturies, le golfe de Gascogne, a passé près de Belle-Isle, a traversé la Bretagne, le Cotentin, la Manche, le Comté de Kent & de Suffex, l'embouchure de la Tamise, la mer d'Allemagne, la Norvège, la Lapponie Suédoise.

L'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, a d'abord été visible vers Cadiz, a traversé l'Andalousie, la Castille nouvelle, une petite portion de la Castille vieille, de l'Arragon & de la Navarre Espagnole, a traversé la partie de la Navarre qui appartient à la France, le Béarn, la Gascogne, le Bazadois, la Guyenne, le Périgord, le Limosin, la Marche, le Berry, le Gâtinois, la Champagne, les Ardennes, le pays de Liége, le duché de Clèves, la Westphalie, la partie la plus méridionale du Jutland, l'île de Fionie, le Westrogotie, la Westmanie, le golfe de Bothnie, la Lapponie russienne.

SECTION

SECTION QUATRIÈME.

*COMPARAISON sommaire des principales observations de l'Éclipse annulaire, avec les résultats de mes Tables *.*

(72.) J'ai cru qu'il pourroit être agréable aux Astronomes d'avoir sous les yeux la comparaison des principales observations de l'Éclipse annulaire faites en Europe, avec les résultats de mes Tables. Ces observations sont tirées de la Connoissance des Temps & des Mémoires de l'Académie. J'aurois fort desiré que la notice que l'on trouve de ces observations, renfermât un peu plus de détail, que l'on eût marqué l'heure du phénomène, la largeur précise de la partie australe & de la partie boréale de l'anneau, & sur-tout la position exacte du lieu où l'on a observé; au défaut de cette dernière détermination, j'ai eu recours à la Connoissance des Temps, aux Mémoires de l'Académie & à la Carte de la France; au reste, je ne garantis aucune des positions que j'emploie.

(73.) *OBSERVATIONS de Caen, de Vire, de Roye & de Calais.*

A Caen, l'Éclipse lors de son milieu étoit annulaire, mais non pas centrale; on ne dit pas l'heure de l'observation.

A Vire, l'Éclipse a été vue annulaire & presque centrale à $10^h\ 17'\ 45''$. *Voy. Mém. de l'Acad. 1764, p. 146 & suiv.*

A Roye en Picardie, l'Éclipse a été vue annulaire & presque centrale, la partie australe de l'anneau étoit plus large que la partie boréale; on ne dit point l'heure du phénomène.

A Calais, l'Éclipse a été jugée presque centrale à $10^h\ 38'\ 47''$.

Caen est situé sous $49^d\ 11'\ 10''$ de latitude boréale, avec une longitude occidentale de $2^d\ 42'$. *Connoissance des Temps, 1769.*

Vire est situé sous $48^d\ 50'$ de latitude, avec une longitude occidentale de $3^d\ 20'$. *Carte de France.*

Roye est situé sous le parallèle boréal de $49^d\ 44'$ avec une longitude orientale de $23'$. *Ibid.*

Calais est situé sous le parallèle boréal de $50^d\ 57'\ 31''$ avec une longitude occidentale de $29'$. *Connoissance des Temps, 1769.*

* Ce qui suit, jusqu'au *paragraphe 92* inclusivement, n'a éte lû que le 19 Novembre 1768.

Résultat de mes Tables, en supposant une inflexion de $4'' \frac{1}{2}$.

PARALLÈLES de	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement austral.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'Éclipse centrale.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement boréal.
	D. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*
Caen........	3. 53. 47 *occid.*	0. 58. 44 *occid.*	1. 50. 19 *orient.*
Vire........	4. 10. 26	1. 16. 39	1. 31. 30
Roye......	3. 27. 43	0. 31. 6	2. 20. 0
Calais......	2. 28. 23	0. 32. 23 *orient.*	3. 28. 19

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit donc annulaire à Caen, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1716 à 437.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Vire, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 9087 à 1527.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Roye, mais non centrale; la partie australe de l'anneau étoit à la partie boréale comme 1421 à 744.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Calais, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1545 à 756.

Pour faire entendre comment j'ai conclu de mes Tables, le rapport de la partie boréale de l'anneau à la partie australe; prenons l'exemple de Calais, situé sous le parallèle boréal de $50^d\ 57'\ 31''$ avec une longitude occidentale de $29'$. Je vois que sous le parallèle de Calais, la longitude du lieu qui a vu l'attouchement austral des limbes, étoit de $2^d\ 28'\ 23''$ occidentale; que la longitude du lieu qui a vu l'Éclipse centrale étoit de $0^d\ 32'\ 23''$ orientale; que la longitude du lieu qui a vu l'attouchement boréal des limbes, étoit de $3^d\ 28'\ 19''$ orientale. Je fais donc le raisonnement suivant:

Si la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme

la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu pour lequel on calcule) est à la différence des longitudes (du lieu pour lequel on calcule & du lieu qui voit l'attouchement austral), il est sensible que le lieu qui observe l'Éclipse centrale seroit situé à égale distance des lieux qui observent les deux attouchemens : mes Tables démontrent que ces distances ne sont pas absolument égales. Soit donc

P la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu pour lequel on calcule).

P' la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement austral & du lieu pour lequel on calcule).

Q la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu qui observe l'Éclipse centrale).

Q' la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement austral & du lieu qui observe l'Éclipse centrale).

On a

La partie boréale de l'anneau est à la partie australe :: PQ' : P'Q.

Il est inutile d'avertir que si, dans l'évaluation des quantités *P, P', Q, Q'*, l'un des lieux que l'on compare avoit une longitude orientale & l'autre une longitude occidentale, la différence des longitudes de ces lieux seroit alors égale à la somme de leurs longitudes orientale & occidentale.

OBSERVATIONS de Rennes & de Madrid.

(74.) A Madrid, l'Éclipse a été vue annulaire pendant 4' 23", le commencement de l'anneau a été observé à 9h 47' 38", & la fin à 9h 52' 1". *Connoissance des Temps, 1766.*

A Rennes, l'Éclipse a été vue annulaire pendant 3' 20", le commencement de l'anneau a été observé à 10h 15' 31", & la fin à 10h 18' 51", la partie boréale de l'anneau a paru à l'Observateur au moins deux fois plus large que la partie australe; M. le Monnier, à qui nous devons cette observation, remarque qu'il peut y avoir quelqu'incertitude sur l'instant du phénomène, attendu que la méridienne sur laquelle on avoit réglé les pendules, avance d'une ou de deux minutes. *Mémoires de l'Acad. 1764, pages 148 & 152.*

Rennes est situé sous le parallèle boréal de 48d 6' 45", avec une longitude occidentale de 4d 2'. *Connoissance des Temps, 1770.*

Madrid est situé sous le parallèle boréal de 40d 25' 0", avec une longitude occidentale de 5d 46'. *Ibid.*

Résultat de mes Tables, en supposant une inflexion de 4″ ½.

PARALLÈLES de	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement austral.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'Éclipse centrale.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement boréal.
Rennes......	4ᵈ 44′ 10″ *occid*	1ᵈ 52′ 19″ *occid*	0ᵈ 53′ 38″ *or.*
Madrid.....	10. 37. 6	7. 51. 41	5. 15. 31 *occid.*

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit donc annulaire à Rennes, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1829 à 252.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Madrid, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 183 à 1595.

Je ne puis dissimuler une objection très-spécieuse, que l'on peut faire contre mes résultats. Comment se persuader que l'Observateur de Rennes se soit mépris, en estimant le rapport des deux largeurs de l'anneau, au point de ne regarder que comme double une quantité triple, quadruple & même sextuple; c'est cependant ce qui résulte de mes calculs, car suivant moi, la partie boréale de l'anneau a dû être plus que septuple de la partie australe; on peut dire la même chose des observations de Vire, de Calais & de Roye où l'Éclipse a été jugée presque centrale, quoiqu'une des parties de l'anneau fût double & même quadruple de l'autre; je laisse à résoudre cette difficulté, qu'il me paroît impossible de rejeter sur l'inflexion des rayons solaires, car la disproportion des deux parties de l'anneau, calculées & observées, est trop grande pour imaginer que le rapport ait été troublé à un tel point par la seule inflexion; d'ailleurs les calculs ont été faits dans l'hypothèse du rayon infléchi.

Il ne peut être ici question, ce me semble, d'avoir recours à quelques suppositions sur les élémens lunaires pour expliquer ce paradoxe astronomique; l'hypothèse favorable à l'une des observations,

par exemple à celle de Rennes ou de Vire, ne ſerviroit qu'à rendre eſſentiellement plus défectueuſes les obſervations de Roye & de Madrid. D'après ces réflexions, ne peut-on pas légitimement ſoupçonner de l'erreur dans l'eſtime de deux quantités non meſurées, erreur qui pourroit avoir ſa ſource dans une illuſion purement optique, & dans un jugement involontaire ſur la grandeur de la petite portion lumineuſe de l'anneau dont le micromètre eût ſans doute appris à ſe défier? Au reſte, s'il reſtoit quelque doute ſur le rapport que j'ai aſſigné entre les deux parties de l'anneau obſervé à Rennes, je prierois de ne pas oublier que, dans cette ville, l'Éclipſe n'a été vue annulaire que pendant 3′ 20″; cette durée pourroit difficilement ſe concilier avec un plus grand rapport.

Il eſt triſte que chacune des obſervations de Rennes & de Madrid, dont la comparaiſon eût été très-concluante, renferme quelqu'incertitude; la longitude de Madrid n'eſt pas abſolument certaine, ou du moins elle eſt controverſée; l'heure de l'obſervation de Rennes n'eſt certainement pas celle marquée dans les Mémoires de l'Académie: cette remarque doit ſans doute animer le zèle des Aſtronomes, & les engager à déterminer la poſition de deux capitales dont la ſituation eſt intéreſſante pour la théorie des Éclipſes; elle doit en particulier exciter M. le Monnier à remplir l'engagement qu'il a pris de vérifier l'heure vraie des obſervations de Rennes, de conſtater la latitude & la longitude préciſes du lieu où l'on a obſervé, & de publier ſon travail à cet égard; car quelles conſéquences tirer pour des déterminations délicates, d'une obſervation dont toutes les parties ne ſont pas rigoureuſement conſtatées.

OBSERVATIONS de Sens, de Nolon & de Rocheſtre.

(75.) Vers 10h 41′, M. le Cardinal de Luynes, qui obſervoit à Nolon, a vu le bord de la Lune ſe détacher du bord du Soleil; le phénomène a été preſqu'inſtantané. Pluſieurs perſonnes qui obſervoient l'éclipſe à Sens, *à la vue ſimple* *, ont dit unanimement qu'ils avoient vu un cercle de lumière autour du diſque obſcur de la Lune. L'Éclipſe a été auſſi obſervée annulaire à Rocheſtre. On ne dit point l'heure de ce dernier phénomène. *Mémoires de l'Acad. 1764, pages 279 & 280.*

* Comme l'obſervation de Sens a été faite *à la vue ſimple*, on pourroit, avec quelque fondement, révoquer en doute ſon exactitude, elle me paroît cependant cohérente avec les réſultats donnés par le calcul.

Connoiſſance des Temps, 1768. Sens eſt ſitué ſous le parallèle boréal de 48d 11′ 56″, avec une longitude orientale de 57 minutes.

Mémoires de l'Acad. 1764, p. 283. Nolon eſt ſitué ſous le parallèle boréal de 48d 14′ 47″, avec une longitude orientale de 56′ 15″.

Dictionnaire de Vaugien. Rocheſtre eſt ſitué ſous le parallèle boréal de 51d 22′, avec une longitude occidentale de 1d 56′.

Réſultat de mes TABLES.

PARALLÈLES de	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement auſtral.		LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement boréal.	
	En ſuppoſant une inflexion de 4″½.	En ne ſuppoſant pas d'inflexion.	En ne ſuppoſant pas d'inflexion.	En ſuppoſant une inflexion de 4″½.
Sens.	. . . .	. . . .	0d 46′ 0″ *orient.*	0d 58′ 5″ *orient.*
Nolon.	. . . .	. . . .	0. 48. 26	1. 0. 34
Rocheſtre. . . .	2d 8′ 4″ *occid.*	1d 55′ 20″ *occid.*		

Ces calculs préſentent des objets de curioſité intéreſſans : en effet, il eſt aiſé de voir que ſi l'on ne ſuppoſe pas le rayon infléchi, Rocheſtre, Sens & Nolon n'ont pu obſerver l'Éclipſe annulaire; Rocheſtre eſt de 40 ſecondes de degrés trop occidentale; Sens eſt trop à l'eſt d'environ 11 minutes de degré, & Nolon eſt trop à l'eſt d'environ 8′; ſi l'on ſuppoſe au contraire une inflexion de 4″½, Sens & Nolon ſeront ſitués vers la limite orientale de l'Éclipſe annulaire, le phénomène aura dû y être preſqu'inſtantané, & l'Éclipſe annulaire aura encore été viſible trois ou quatre lieues à l'oueſt de Rocheſtre; ce dernier point me paroît important à conſtater pour la théorie des Éclipſes, ainſi que la poſition préciſe de Rocheſtre & l'heure du phénomène; je ne doute pas que les Aſtronomes d'Angleterre ne nous donnent des éclairciſſemens ſur cet objet.

De quelques villes où il eût été important d'avoir des Observateurs.

(76.) Je vais parcourir rapidement plusieurs villes où il eût été important d'avoir des Observateurs.

Cadiz est situé sous le parallèle boréal de 36^d 31′ 7″ avec une longitude occidentale de 8^d 21′, je trouve par mes Tables que sous cette latitude, l'attouchement boréal passe par 8^d 18′ de longitude occidentale, en supposant le rayon infléchi, & par 8^d 28′ 30″ en ne supposant pas le rayon infléchi; la longitude de Cadiz est entre ces deux longitudes; on a donc vu l'Éclipse annulaire à Cadiz si le rayon est infléchi, & ce phénomène n'a pas dû être observé si le rayon n'est pas infléchi. Il seroit important d'avoir l'observation faite dans ce lieu, & sur-tout de la comparer avec celle faite à Lisbonne, qui se trouve peu éloignée de la limite occidentale de l'Éclipse annulaire *. *Connoissance des Temps, année 1768.*

Si l'on suppose Tolède sous le parallèle de 39^d 50′ avec une longitude occidentale de 5^d 40′, cette ville est située à une minute de degré près de la limite orientale de l'Éclipse annulaire dans l'hypothèse du rayon infléchi. *Ibid.*

En France, mes Tables font voir que Limoges, Bourges, Mézières, Coûtances, Reims, sont dans un cas à peu-près semblable à celui de Cadiz; je tiens de M. l'abbé le Bossut, de cette Académie, qui se trouvoit à Mézières en 1764, que l'Éclipse y a été vue annulaire.

(77.) Je pourrois pousser mes recherches plus loin & faire voir qu'il n'est aucun lieu où l'on ait observé l'Éclipse annulaire, qui ne soit compris dans la bande de l'Éclipse annulaire, aucun lieu où les cornes se sont approchées, qui ne soit situé près des limites; il est aisé de sentir combien ce travail seroit considérable; je m'arrêterai uniquement aux observations de Troyes & de Kergars; à Troyes, les cornes se sont approchées de 90 à 100 degrés, à Kergars, les cornes se sont approchées de 80 à 85 degrés; Kergars étoit donc un peu plus près de la limite occi- *Mémoires de l'Acad. 1764, pages 148 & 149.*

* Depuis la lecture de ce Mémoire, M. Cassini le fils, m'a communiqué l'observation de Cadiz; l'Éclipse y a été vue annulaire.

dentale que Troyes ne l'étoit de la limite orientale; cette conclusion est conforme au résultat de mes Tables; en effet, la limite occidentale passe 32 minutes de degrés à l'est de Kergars; la limite orientale passe 42 minutes de degrés à l'ouest de Troyes.

(78.) Je ne puis passer sous silence une observation qui me paroît confirmer la théorie de l'inflexion des rayons solaires, & dont je n'avois aucune connoissance lorsque j'ai déterminé la quantité de cette inflexion. A Kergars, M. d'Après a déterminé exactement la fin de l'Éclipse à $11^h 38' 42''$ de temps vrai; sa pendule avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises les 29 & 30 Mars, 1.er & 2 Avril; la longitude de ce lieu est de $5^d 30'$ à l'occident de Paris, la latitude y a été observée de $47^d 47' 10''$.

Mémoires de l'Acad. 1764, p. 148.

J'ai calculé d'après mes formules & les élémens du §. 5; la distance des centres & le demi-diamètre de la Lune pour $11^h 38' 42''$ à Kergars, j'ai trouvé que cette distance étoit de $30' 54'',1$ & le demi-diamètre de la Lune de $14' 57'',7$.

Calcul indépendant de toute supposition sur les élémens lunaires.

Demi-diamètre du Soleil	$16' \; 0'',5$.
Demi-diamètre de la Lune	14. 57,7.
	30. 58,2.
Quantité à soustraire, à cause de l'inflexion	— 4,5.
Distance des centres lors de la fin de l'Éclipse	30. 53,7.

Cette distance ne diffère que de $0'',4$ de la distance trouvée par le calcul.

Le centre de la Lune, lors de l'observation, étoit situé dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil.

Cette détermination est singulièrement confirmée par l'observation du commencement de l'Éclipse, faite à Londres à $9^h 4' 33''$ du matin; en effet, j'ai calculé d'après les élémens du §. 5, la distance des centres & le demi-diamètre de la Lune pour $9^h 4' 33''$ à Londres; j'ai trouvé que cette distance étoit de $30' 49'',7$ & le demi-diamètre de la Lune de $14' 54'',4$.

Calcul

Calcul indépendant de toute ſuppoſition ſur les élémens lunaires.

Demi-diamètre du Soleil........................	16′	0″,5.
Demi-diamètre de la Lune.......................	14.	54,4.
	30.	54,9.
Quantité à ſouſtraire à cauſe de l'inflexion.........	—	4,5.
Diſtance des centres au commencement de l'Éclipſe...	30.	50,4.

Cette diſtance ne diffère que de 0″,7 de la diſtance trouvée par le calcul.

Le centre de la Lune, lors de l'obſervation, étoit ſitué dans l'angle *auſtral précédent* du diſque du Soleil.

Tout me paroît donc établir deux phénomènes abſolument diſtincts & qui n'ont aucune relation entr'eux :

Inflexion dans les rayons ſolaires.

Illuſion purement optique ſur l'eſtime des deux portions de l'anneau, pour les lieux où lors de l'Éclipſe annulaire, le diſque de la Lune projetée ſur le Soleil eſt excentrique au diſque de cet aſtre.

ARTICLE IV.

Sur la cauſe phyſique de l'inflexion des rayons ſolaires.

(79.) Quoique je réſerve pour un autre Mémoire le détail des différentes méthodes * par leſquelles j'ai déterminé directement l'exiſtence & la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires, je crois cependant que le peu que je viens d'expoſer ſur cette matière, ne doit laiſſer aucun doute ſur la vérité de la théorie; je vais donc m'occuper des cauſes phyſiques de l'inflexion.

On ne peut, ce me ſemble, s'arrêter qu'à deux hypothèſes pour expliquer ce phénomène; il faut l'attribuer à l'attraction Newtonienne, ou ſuppoſer la Lune environnée d'une atmoſphère

* Ces méthodes ont été préſentées à l'Académie, & les réſultats lûs les 20, 23 & 27 Mars 1765; on en peut voir l'analyſe dans mon premier Mémoire, imprimé dans le volume de 1764, *page 159 & ſuiv.* j'attends que l'ordre des problèmes que je me ſuis propoſé de réſoudre, amène la publication de ces méthodes.

qui réfracte les rayons ſolaires ; cette ſeconde hypothèſe eſt ſans doute la plus naturelle, & elle ſera excluſivement vraie, ſi l'attraction Newtonienne ne peut donner l'explication du phénomène.

On ne peut attribuer l'inflexion des rayons ſolaires à l'attraction Newtonienne.

(80.) Dans les paragraphes ſuivans, je me propoſe d'examiner ſi l'inflexion des rayons ſolaires doit être attribuée à l'attraction Newtonienne ; je pars de l'hypothèſe de l'émiſſion des rayons ſolaires, & je fais totalement abſtraction des effets que l'intenſité de la lumière peut cauſer ſur la rétine.

(81.) Pour entendre cette diſcuſſion, on ſe rappellera les propoſitions ſuivantes, très-connues des Géomètres.

Soit A un projectile quelconque circulant dans une ſection conique, en vertu d'une force centrale, en raiſon inverſe du quarré des diſtances.

m le demi-grand axe de la ſection conique.

P le paramètre du grand axe.

B la diſtance du foyer à l'apſide inférieure.

C la diſtance du centre de la ſection conique au foyer.

H la hauteur dont il faudroit que la projectile A tombât librement pour acquérir pendant ſa chute, en vertu des impulſions uniformes de la force qui agit au ſommet du grand axe, une vîteſſe égale à ſa vîteſſe tangentielle.

La Géométrie nous apprend que l'on a les équations ſuivantes,

$$P = 4H.$$

$$C = m \times \left(\frac{2H}{B} - 1\right).$$

On peut voir la démonſtration de la première propoſition, dans la théorie de la Lune de M. Clairaut, *pages 7 & 8* de la nouvelle édition. Quant à la ſeconde propoſition, on la conclut aiſément de la première, en ſubſtituant $4H$ à P dans l'équation aux ſections coniques par rapport au foyer, & en ſuppoſant l'ordonnée égale à zéro, & l'abſciſſe égale à B.

(82.) Par la propriété des ſections coniques;

La trajectoire eſt une hyperbole, lorſque C ſurpaſſe m, c'eſt-à-dire lorſque H ſurpaſſe B.

La trajectoire eſt une ellipſe, lorſque C eſt moindre que m, c'eſt-à-dire lorſque B ſurpaſſe H.

La trajectoire eſt une parabole, lorſque $B = H$.

(83.) Soit enfin m le demi-grand axe d'une hyperbole.
n le demi-axe des hyperboles conjuguées.
r le ſinus total.
B la diſtance du foyer au ſommet de l'hyperbole.
P le paramètre du grand axe.

La théorie des ſections coniques nous apprend que l'on a

$$\sqrt{(m^2 + n^2)} = B + m.$$

$$mP = 2n^2.$$

$$\text{tang. (Angle des aſymptotes avec le grand axe)} = \frac{nr}{m}.$$

(84.) De l'équation

$$\sqrt{(m^2 + n^2)} = B + m,$$

on tire

$$n^2 = B^2 + 2Bm.$$

Donc ſi l'on ſuppoſe m infiniment petit, relativement à B, on aura

$$n = B.$$

$$m = \frac{2B^2}{P}.$$

Mais (*§. 82*)

$$P = 4H;$$

donc

$$\frac{n}{m} = \frac{2H}{B}.$$

Appliquons ces principes au problème qui nous occupe.

(85.) On ſait que la maſſe de la Lune $= \frac{1}{70}$ de la maſſe de la Terre; le rayon de la ſphère lunaire $= \frac{1}{4}$ du rayon terreſtre: donc l'attraction de la Lune à ſa ſurface $= \frac{16}{70}$ de l'attraction de la Terre pareillement à ſa ſurface.

Les corps ſur la Terre parcourent quinze pieds dans la première ſeconde de leur chute; donc ces mêmes corps parcourroient en nombres ronds environ quatre pieds à la ſurface de la Lune.

(86.) Les obſervations ont appris que la lumière emploie environ cinq cents ſecondes à parvenir du Soleil à notre œil: ſuppoſons donc la diſtance du Soleil à la Terre de trente millions de lieues, le rayon ſolaire parcourra dans une ſeconde de temps ſoixante mille lieues. Si l'on réduit ce nombre de lieues en pieds, à raiſon de quinze mille pieds par lieue *, on aura neuf cents millions de pieds pour le chemin parcouru par le rayon ſolaire dans une ſeconde de temps.

(87.) Examinons maintenant de quelle hauteur il faudroit qu'un corps tombât, pour acquérir en vertu de la force attractive qui agit à la ſurface de la Lune, une vîteſſe capable de lui faire parcourir neuf cents millions de pieds dans une ſeconde.

On démontre en Mécanique, que ſi l'on veut comparer les différentes vîteſſes ſucceſſives d'un même corps ſollicité par une force accélératrice conſtante, on a

les quarrés des vîteſſes acquiſes ſont comme les eſpaces parcourus.

On ſait de plus que dans le mouvement uniformément accéléré, *l'eſpace parcouru dans un temps donné, eſt ſoudouble de l'eſpace que le corps auroit parcouru s'il s'étoit mû uniformément pendant le même temps avec ſa vîteſſe finale;* appliquons ces principes.

Puiſque le corps qui tombe à la ſurface de la Lune parcourt quatre pieds dans la première ſeconde de ſa chute, ſa vîteſſe acquiſe à la fin de ce premier inſtant, eſt telle qu'il parcourroit huit pieds pendant une ſeconde en vertu de cette vîteſſe uniforme; la vîteſſe acquiſe par ce corps eſt donc à la vîteſſe du rayon ſolaire comme 8 eſt à 900000000. L'eſpace parcouru par ce corps tandis qu'il a acquis cette vîteſſe, égale quatre pieds; ſoit donc H la hauteur dont il faudroit qu'un corps tombât pour acquérir, en vertu de la force attractive qui agit à la ſurface de la Lune, une vîteſſe capable de lui faire parcourir neuf cents millions de

* Je ſuppoſe chaque lieue de 2500 toiſes.

pieds dans une ſeconde, on aura, en vertu des principes précédens,

$$H = \frac{900000000^2 \times 4}{8^2} = \frac{900000000^2}{16} \text{ pieds.}$$

(88.) Donc *(§. 81)* le paramètre de la ſection conique, décrite par le rayon lumineux qui raſe le limbe de la Lune, $= \frac{900000000^2}{4}$ pieds.

(89.) Puiſque le centre d'attraction de la Lune coincide avec le centre de cet aſtre, le rayon lumineux qui raſe le limbe de la Lune paſſe à une diſtance du foyer égale au demi-diamètre de la Lune; le demi-diamètre de la Lune eſt un peu plus du quart du demi-diamètre terreſtre; le rayon de la Terre contient environ 1500 lieues. On peut donc ſuppoſer en nombre ronds que le demi-diamètre de la Lune contient environ 400 lieues, qui (réduites en pieds à raiſon de 15000 pieds par lieue) égalent ſix millions de pieds. Donc $\frac{2H}{B} = \frac{900000000^2}{8 \times 6000000} = \frac{810000000000}{48}$.

Donc *(§. 82, 83 & 84)* la trajectoire décrite par le rayon ſolaire eſt une hyperbole dont les aſymptotes font avec le grand axe un angle qui a pour expreſſion de ſa tangente, $r \times \frac{810000000000}{48}$.
La trajectoire décrite par le rayon ſolaire ſe confond donc abſolument avec l'axe des hyperboles conjuguées, c'eſt-à-dire avec une ligne droite.

Il n'eſt donc pas poſſible d'attribuer l'inflexion des rayons ſolaires à l'attraction Newtonienne.

On ne peut expliquer les phénomènes que l'on obſerve dans les Éclipſes, par les inégalités que l'on voit à la circonférence de la Lune, & par la durée de la ſenſation de la vue.

(90.) Lors de l'Éclipſe du 16 Août 1765, M. Blondeau a vu à Calais quelques élévations ſur le diſque de la Lune; on peut lire à ce ſujet un Mémoire de M. le Monnier. Cette cauſe tendroit à diminuer la durée de l'Éclipſe annulaire & à augmenter *Mém. Acad. année 1765.*

la durée de l'Éclipſe en général. Les obſervations ſont contraires; il faut donc avoir recours à une autre explication.

Mém. Acad. 1765, page 439 & ſuiv.

Le ſyſtème ingénieux de M. le Chevalier d'Arcy, ſur la durée de la ſenſation de la vue, ne peut pas ſeul expliquer les phénomènes obſervés. Indépendamment de pluſieurs difficultés aſtronomiques qu'il faudroit réſoudre, il eſt impoſſible d'expliquer dans ce ſyſtème pourquoi, dans de certaines circonſtances, des points du diſque du Soleil reparoiſſent lorſque le calcul indique qu'ils ſont encore cachés par la Lune; pourquoi vers les limites de l'Éclipſe, des points du diſque ſolaire ne ceſſent point de paroître quoiqu'ils s'enfoncent réellement ſous le diſque de la Lune, mais moins de $4'' \frac{1}{2}$.

Concluons donc que la Lune eſt environnée d'une atmoſphère rare qui réfracte les rayons ſolaires.

Dans l'hypothèſe de l'inflexion des rayons ſolaires, le diamètre de la Lune eſt vu ſous le même angle, ſoit qu'il paroiſſe éclairé ſur un fond obſcur, ou obſcur ſur un fond éclairé.

(91.) On a douté long-temps ſi le diamètre de la Lune étoit vu ſous le même angle, lorſqu'il paroît éclairé ſur un fond obſcur, ou obſcur ſur un fond éclairé. Cette queſtion ſemble maintenant décidée par la célèbre obſervation de M. le Monnier, de l'Éclipſe du 25 Juillet 1748. M. de la Lande a remarqué que l'obſervation faite à Londres par M. Short, le 1.er Avril 1764, confirme cette déciſion. Je vais faire voir que dans l'hypothèſe du rayon infléchi (théoriquement parlant & abſtraction faite de l'illuſion optique, que l'intenſité de la lumière peut cauſer ſur la rétine), le diamètre de la Lune eſt vu ſous le même angle, ſoit qu'il paroiſſe éclairé ſur un fond obſcur, ou obſcur ſur un fond éclairé.

Connoiſſ. des Temps, 1766.

Fig. 4. Soit LMP la Lune, Nnp l'atmoſphère lunaire, S un point radiant du Soleil, N, n les points où le rayon ſolaire $SNnE$, que je ſuppoſe tangent à la Lune au point M, & réfracté aux points N, n, rencontre l'atmoſphère lunaire; E l'Obſervateur; LN, Ln les rayons menés du centre L de la Lune aux points N, n; EL la droite menée de l'Obſervateur au centre de la Lune; SE la

droite menée de l'Obſervateur au point radiant S; SNF la route du rayon lumineux, en ne le ſuppoſant pas réfracté au point N; nFK le prolongement de la route du rayon lumineux réfracté au point n; F le point d'interſection de ces deux lignes. Fig. 4.

Il eſt ſenſible que le point du diſque ſolaire qui paroîtra ſe dégager du diſque de la Lune, eſt celui dont le rayon lumineux, après une première réfraction au point N, eſt tangent au diſque lunaire, & parvient à l'Obſervateur en éprouvant une ſeconde réfraction au point n: l'angle LEn ſera donc l'angle ſous lequel ſera vu le demi-diamètre de la Lune. Mais cet angle ſera le même, ſoit que la Lune étant ſur un fond lumineux, la droite $SNMnE$ ſoit un rayon ſolaire émané du point S; ſoit que la Lune étant ſur un fond obſcur, le point M ſoit un point radiant du diſque lunaire: donc dans l'hypothèſe de l'inflexion des rayons ſolaires, cauſée par une atmoſphère, le diamètre de la Lune eſt vu ſous le même angle, ſoit qu'il paroiſſe éclairé ſur un fond obſcur, ou obſcur ſur un fond éclairé.

(92.) Dans le triangle SEF dont l'angle en E meſure l'inflexion du rayon ſolaire, on a

$$\text{ſin. } SEF = \text{ſin. } SFK \times \frac{SF}{SE}.$$

SE eſt la diſtance du Soleil à la Terre, SF eſt à très-peu près égal à la diſtance de la Lune au Soleil; d'ailleurs le triangle NnF eſt iſocèle par la nature de la queſtion, puiſqu'il eſt évident qu'un Obſervateur qui ſeroit au point M dans la Lune, verroit également à l'horizon l'Obſervateur E & le point radiant S; les angles FNn, FnN, ſont donc chacun égaux à la réfraction horizontale. On a donc

Angle $SFK = 2 \times$ réfraction horiz. que l'on éprouve dans la Lune; donc le ſinus de l'angle qui meſure l'inflexion des rayons ſolaires raſant le limbe de la Lune,

$$= \text{ſin. } (2 \times \text{réfract horiz. que l'on éprouve dans la ☾}) \times \frac{\text{diſt. de la Lune au Soleil}}{\text{diſt. de la Terre au Soleil}}.$$

On peut également conclure que l'angle ſous lequel la Lune eſt vue dans l'hypothèſe d'une atmoſphère, eſt plus grand que

l'angle ſous lequel elle ſeroit vue ſans cette atmoſphère, ainſi que l'a démontré M. de Fouchy*. Il fait voir que le ſinus de l'augmentation du demi-diamètre de la Lune eſt au ſinus de la réfraction horizontale dans la Lune, comme la moitié de l'eſpace parcouru par le rayon lumineux dans l'atmoſphère lunaire, eſt à la diſtance de la Lune à la Terre.

* Tranſ. philoſ. 1739.

ARTICLE V.

De l'uſage des Éclipſes de Soleil, relativement à l'inflexion des rayons ſolaires.

(93.) Il me paroît qu'il y a deux queſtions principales à examiner relativement à l'inflexion des rayons ſolaires, car je crois difficile de révoquer en doute l'exiſtence de ce phénomène.

1.° *Quelle eſt la quantité préciſe de l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune!*

2.° *La force infléchiſſante agit-elle à une diſtance quelconque avec la même intenſité! ſon activité, au contraire, n'eſt-elle pas différente ſuivant la diſtance du rayon ſolaire au limbe de la Lune!*

Sur la première queſtion, il m'a paru, par des calculs multipliés que je me propoſe de répéter avec la plus grande exactitude, que l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune eſt d'environ $4'' \frac{1}{2}$; je dis d'environ $4'' \frac{1}{2}$, car on ne peut exiger une préciſion mathématique & irréfragable ; la ſomme des pays qui voient l'Éclipſe annulaire eſt donc plus grande dans l'hypothèſe du rayon infléchi que dans la ſuppoſition contraire, tandis que la ſomme des pays privés entièrement de la lumière lors de l'Éclipſe totale avec demeure dans l'ombre, eſt plus petite. On peut vérifier, par exemple, par le moyen de mes Tables, que le 1.er Avril 1764, la bande de l'Éclipſe annulaire a été augmentée d'environ $\frac{1}{15}$ dans nos climats d'Europe.

Sur la ſeconde queſtion, j'ai cru voir, par la comparaiſon des plus grandes phaſes obſervées à Londres, à Breſt, à Toulouſe, que la diminution de l'inflexion n'eſt pas auſſi ſubite que l'a ſuppoſé M. Euler,

M. Euler, c'est-à-dire que la sphère d'activité de la force infléchissante agit encore sensiblement sur le rayon solaire qui passe à une certaine distance du limbe de la Lune.

Comme la théorie de l'inflexion des rayons solaires est une matière neuve, & que je suis fort éloigné de regarder mes résultats, quelque cohérens qu'ils soient entr'eux, comme des déterminations incontestables, je crois qu'il n'est pas inutile de présenter rapidement les principaux usages que l'on peut faire des Éclipses de Soleil relativement à cet objet.

OBSERVATIONS que l'on peut faire lorsque le disque de la Lune est entièrement projeté sur le disque du Soleil.

(94.) Quoiqu'il semble établi d'une manière constante que le diamètre de la Lune, vu sur le disque lumineux du Soleil, ne paroît pas sous un angle plus grand que quand on l'observe sur l'azur du ciel, & que la seule altération que l'inflexion produise, est de faire voir à la circonférence de la Lune un point du Soleil, qui autrement eût été caché derrière la Lune; on invite les Astronomes à constater de plus en plus ce point important. Si cette première observation est curieuse, il est infiniment plus intéressant de mesurer, dans ces circonstances, le diamètre du Soleil; il est évident que cette dernière observation, faite avec toute l'exactitude possible, donneroit de grandes lumières sur les questions proposées, relativement à l'inflexion des rayons solaires.

Il est une réflexion importante qui ne doit point échapper. Quand même l'observation du diamètre du Soleil ne découvriroit aucune altération dans cet élément, lorsque la Lune étant toute entière sur le Soleil, les limbes de ces astres ne sont point contigus: ce seroit conclure précipitamment que d'assurer que les rayons rasant le limbe de la Lune, ne souffrent aucune inflexion. Supposons en effet que le demi-diamètre du Soleil surpasse d'une minute le demi-diamètre de la Lune, comme dans l'Éclipse du 1.er Avril 1764, & imaginons avec M. Euler que la sphère d'inflexion s'étende infiniment peu loin, le rayon solaire qui passe à une minute du limbe de la Lune, pourroit n'éprouver aucune

déviation de sa route rectiligne, tandis que le rayon rasant le limbe de cette Planète seroit infléchi.

(95.) Si de premières observations découvroient des altérations dans le diamètre du Soleil, il seroit essentiel de réitérer ces mesures, en cas que cela fût possible; afin de déterminer la variation de l'inflexion, relativement aux différentes distances des limbes.

OBSERVATIONS relatives à l'illusion optique mentionnée dans les paragraphes 74 & 78.

(96.) Lorsque le disque de la Lune projetée sur le Soleil est excentrique au disque de cet astre, il me semble qu'il seroit utile de faire des observations relativement à l'illusion optique, dont j'ai parlé à l'occasion de l'Éclipse annulaire observée à Vire, Roye, Rennes & Calais* *(§. 73, 74 & suiv.)* & qui fait juger d'une manière si fautive du rapport des deux portions de l'anneau.

On pourroit, ce me semble, vérifier si le micromètre ne serviroit point à rectifier le premier jugement involontaire sur le rapport des deux portions de l'anneau.

OBSERVATION de la durée de l'anneau ou de la demeure dans l'ombre.

(97.) Un moyen facile & très-propre à faire connoître l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune est de déterminer exactement la durée de l'anneau ou la demeure dans l'ombre dans deux lieux différens dont la position soit connue, & qui soient situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale sur notre globe. J'ajoute cette dernière circonstance, car autrement les observations pourroient n'être pas concluantes, à moins que l'on ne supposât connus les élémens de la Lune, avec la plus scrupuleuse exactitude.

Il est aisé de rendre cette vérité palpable. Supposons que dans un certain lieu le centre de la Lune ait parcouru une corde de la

* Le même phénomène a été observé à Cadiz. Les Observateurs ont jugé l'Éclipse *presque centrale,* quoique les deux portions de l'anneau fussent réellement dans le rapport de 9 à 127.

partie boréale du disque du Soleil. Si le temps du passage observé est plus grand que le temps calculé, il est sensible qu'une des conséquences que l'on peut en tirer, c'est que la Lune ayant passé plus près du centre du Soleil que le calcul ne l'indiquoit, le temps de la description de cette plus grande corde s'est trouvé naturellement augmenté. Un léger changement dans la latitude de la Lune pourra donc rendre raison du phénomène, ainsi que des autres observations faites du même côté de l'Éclipse centrale, sans que l'on soit obligé d'avoir recours à l'inflexion des rayons solaires. Il n'en est pas de même si l'on compare cette observation avec le temps employé par la Lune à parcourir une corde de la partie australe du disque solaire: les changemens que l'on supposeroit dans les élémens lunaires, pour faire cadrer une des observations, rendroient nécessairement l'autre observation plus défectueuse.

(98.) Cette dernière remarque ne s'applique pas seulement à la durée de l'anneau; elle a également lieu pour des observations quelconques. Supposons en effet le disque solaire partagé en quatre angles égaux, par la parallèle & la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune, menées par le centre du Soleil; & nommons ces angles (ainsi qu'il est expliqué *§. 31 de mon 3.e Mém.*) Fig. 1. Année 1765.

Angle boréal précédent.

Angle boréal suivant.

Angle austral suivant.

Angle austral précédent.

La forme des équations me fait voir que tant que l'on ne comparera pas des observations faites dans des lieux, relativement auxquels, lors des phénomènes, le centre de la Lune est situé dans des angles opposés au sommet, on ne pourra rien conclure d'absolument irréfragable sur l'inflexion solaire. Il restera toujours incertain si l'on n'attribue pas aux élémens lunaires ce qui n'est dû qu'aux causes physiques, & réciproquement. S'il m'étoit permis de me citer, je dirois que dans l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les observations faites dans la partie australe du Soleil, & calculées suivant les méthodes ordinaires, m'ont constamment donné des élémens différens que les observations faites dans la partie boréale,

quoique les résultats des observations faites dans la même partie du disque, fussent assez cohérens entr'eux. On peut conclure de ces remarques que la comparaison du commencement de l'Éclipse à Londres & de la fin à Kergars est très-propre à donner des lumières sur la quantité de l'inflexion, puisque lors de l'observation de Londres le centre de la Lune étoit dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil, & que lors de l'observation de Kergars, le centre de la Lune étoit dans l'angle *boréal suivant* du disque.

OBSERVATION des lieux situés sur la limite de l'Éclipse annulaire ou du cône d'ombre.

(99.) Puisque les limites de l'Éclipse annulaire ou du cône d'ombre sont altérées par l'inflexion des rayons solaires, d'une manière qui a un rapport déterminé avec la quantité de l'inflexion, un des moyens les plus sûrs & les plus faciles pour fixer la quantité précise de l'inflexion des rayons solaires rasant le limbe de la Lune, est de constater, s'il est possible, quels pays situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale se sont trouvés précisément sur les limites de l'Éclipse annulaire, ou du cône d'ombre. Il peut être aussi fort utile de déterminer dans chaque lieu le point du disque solaire où s'est formé l'anneau, le point où il s'est rompu, c'est-à-dire l'arc du disque du Soleil, intercepté entre ces points & les fils horaires, horizontaux, ou verticaux menés par le centre du Soleil. Cette détermination doit être exacte & précise, & non fondée sur une estime vague. La comparaison de cet élément avec la durée de l'anneau, peut jeter un grand jour sur la question de l'inflexion; si l'on connoît d'ailleurs avec précision les élémens de la Lune, ou que l'on compare entr'elles des observations faites dans des pays situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale.

OBSERVATION de la durée de l'anneau ou de la demeure dans l'ombre, dans les pays situés sur la ligne de la centralité.

(100.) Le moyen le plus sûr & le plus facile de déterminer

inconteſtablement la quantité préciſe de l'inflexion des rayons ſolaires raſant le limbe de la Lune, ſeroit d'obſerver exactement la durée de l'anneau dans un lieu où l'Éclipſe ſeroit centrale. En effet la différence entre le temps calculé & le temps obſervé, ne pouvant s'expliquer par aucune hypothèſe ſur les élémens de l'Éclipſe, il faudroit néceſſairement avoir recours aux cauſes phyſiques.

La détermination ſeroit encore plus inconteſtable, ſi indépendamment de la durée de l'anneau, on avoit obſervé la durée totale de l'Éclipſe. Il ſeroit très-ſatisfaiſant de concilier des obſervations contradictoires en apparence par une hypothèſe ſimple.

Je ne connois aucune obſervation de ce genre, faite le 1.er Avril 1764; quoique la trace de l'Éclipſe centrale ait paſſé très-près de pluſieurs villes importantes, telles que Bilbao, Valladolid, la Rochelle, Saumur, Fontenai-le-Comte, Thouars, le Mans, Nogent-le-Rotrou, Laigle, Vernon, Amiens, Dourlens, Béthune, Ypres, Bruges, Midelbourg, Delpht, la Haie & généralement preſque toutes les villes de la Hollande proprement dite. Il ſeroit à ſouhaiter que la trace de la centralité que l'on trouve calculée dans ce Mémoire, pût nous procurer quelque phénomène de cette eſpèce dont l'Obſervateur n'auroit pas ſenti tout le prix.

(101.) Parmi cette ſuite d'Éclipſes de Soleil que la révolution des ſiècles ramène, il en eſt d'une nature ſingulière, qu'il ſeroit eſſentiel d'obſerver; ce ſont celles qui ſont annulaires pour de certains climats, & totales avec demeure dans l'ombre pour d'autres climats: je m'explique. Perſonne n'ignore que le diamètre de la Lune augmente à proportion que cette Planète s'élève ſur l'horizon; ſi donc le diamètre du Soleil n'étoit que de quelques ſecondes plus grand que le diamètre horizontal de la Lune, il pourroit arriver que l'Éclipſe fût annulaire pour les climats qui obſerveroient l'Éclipſe le ſoir ou le matin, & qu'elle fût totale pour les climats qui l'obſerveroient vers midi. On voit aiſément par ce ſimple expoſé, combien il ſeroit intéreſſant de conſtater le point de notre globe où ſe feroit le paſſage de l'Éclipſe annulaire à l'Éclipſe totale. L'Éclipſe du 23 Septembre 1699 étoit dans ce cas. Au reſte il ne ſeroit pas néceſſaire de ſe trouver préciſément au point

de paſſage; la comparaiſon de la durée de l'anneau, obſervée dans un lieu quelconque, avec la demeure dans l'ombre obſervée dans un autre lieu, donneroit de grandes lumières ſur la quantité de l'inflexion, ſur-tout ſi ces lieux étoient ſitués de part & d'autre de la trace de l'Éclipſe centrale.

Observations que l'on peut faire dans les pays ſitués près des limites de l'Éclipſe annulaire.

(102.) On ſait que lors des Éclipſes annulaires, dans les climats ſitués vers les limites de l'anneau, la diſtance des cornes commence par être nulle, augmente enſuite à meſure que la diſtance des centres diminue, parvient à ſa plus grande valeur, diminue à meſure que la diſtance des centres diminue, recommence à croître, parvient une ſeconde fois à ſa plus grande valeur, puis diminue à meſure que la diſtance des centres augmente. L'analyſe m'a fait voir que l'inflexion des rayons ſolaires altère d'une manière aſſez ſenſible le temps écoulé dans l'intervalle de ces deux plus grandes diſtances des cornes; il ſera donc utile d'obſerver l'intervalle de temps écoulé entre ces deux plus grandes diſtances, ſur-tout ſi l'on a ſoin de comparer le réſultat à des obſervations analogues, faites dans des climats ſitués de l'autre côté de la trace centrale, conformément à la remarque du *§. 98.*

Observations que l'on peut faire dans les pays ſitués près des limites de l'Éclipſe.

(103.) Puiſque la trace de l'attouchement des limbes eſt ſenſiblement altérée par l'inflexion ſolaire, on ne doit point négliger, dans les pays qui peuvent être ſitués vers ces confins, de déterminer préciſément la quantité de l'Éclipſe & les points du diſque ſolaire qui ont été entamés d'abord, ou qui ſe ſont dégagés les derniers du diſque de la Lune, conformément à ce que j'ai dit *(§. 99).* Ces obſervations ſeront d'autant plus concluantes, que l'on connoîtra d'ailleurs avec plus de préciſion les élémens de la Lune ou qu'on les comparera avec des obſervations analogues, faites dans des climats ſitués de l'autre côté de la trace centrale, conformément à la remarque du *§. 98.*

OBSERVATIONS qui n'exigent aucunes circonſtances particulières.

(104.) Les obſervations dont j'ai parlé juſqu'ici, ſont, pour ainſi dire, des obſervations locales, c'eſt-à-dire qu'elles ne peuvent être faites que dans de certaines circonſtances particulières; les obſervations qui me reſtent à développer, me paroiſſent avoir l'avantage d'être générales, de s'étendre à toutes les circonſtances, & de pouvoir être réitérées pluſieurs fois pendant la même Éclipſe: je veux parler de la relation entre l'accroiſſement des diſtances des cornes & le temps écoulé. Je ſerois tenté de croire que cette obſervation eſt très-capable de déterminer avec préciſion l'inflexion des rayons qui raſent le limbe de la Lune, ſur-tout ſi l'on conſidère combien il eſt facile de réitérer ces obſervations, & conſéquemment de les rectifier les unes par les autres. Ces obſervations ſont ſur-tout concluantes lorſque la marche des cornes eſt un peu rapide, c'eſt-à-dire vers le commencement ou la fin de l'Éclipſe, ou lorſque l'anneau eſt prêt à ſe former. Je ne diſcuterai point ſi cette méthode exige une trop grande préciſion dans les quantités obſervées que l'on eſt obligé d'employer dans le calcul; tout ce que je puis dire, c'eſt que ces obſervations m'ont donné la véritable quantité de l'inflexion, que je n'ai fait que vérifier par les autres procédés.

L'eſprit de la méthode eſt bien facile à ſaiſir. En effet, puiſque l'inflexion des rayons ſolaires altère l'équation au diſque du Soleil, ainſi que je le démontrerai par la ſuite, les phénomènes doivent ſe paſſer dans cette nouvelle ſuppoſition, de la même manière que ſi la Lune ſe projetoit ſur un nouvel aſtre dont le diſque ne coïncideroit pas avec celui du Soleil. Il eſt donc ſenſible que la marche des cornes, ſi je puis m'exprimer ainſi, ſera différente, ſur-tout vers le commencement & la fin de l'Éclipſe, ou lorſque l'anneau eſt prêt à ſe former.

OBSERVATIONS relatives à la loi ſuivant laquelle l'inflexion varie.

(105.) Je ne connois d'autre moyen pour déterminer la loi

ſuivant laquelle l'inflexion varie, relativement à la diſtance du rayon ſolaire au limbe de la Lune, que des obſervations ſimultanées de la diſtance des cornes, comparées avec la diſtance des limbes : il eſt aiſé de ſentir quelles concluſions on peut tirer de cette comparaiſon. En effet ſi l'inflexion varie relativement à la diſtance du rayon ſolaire au limbe de la Lune, les diſtances des limbes & des cornes ne ſont plus partie du même cercle. On pourroit même ſe paſſer de l'obſervation de la diſtance des cornes, ſi l'on connoiſſoit les élémens lunaires avec la dernière exactitude.

Il ſeroit également à propos de meſurer le diamètre horizontal du Soleil lors des différentes phaſes de l'Éclipſe, pour découvrir ſi ce diamètre ne ſeroit point altéré par l'atmoſphère de la Lune, à meſure que cet aſtre s'avance ſur le diſque ſolaire.

Ces dernières réflexions démontrent qu'il peut y avoir quelque inexactitude dans la méthode ordinaire de réduire les diſtances des limbes en doigts éclipſés du diſque ſolaire. En effet on veut exprimer la quantité éclipſée du Soleil ; cette quantité ne peut s'obſerver immédiatement, il la faut conclure de la diſtance des limbes ; mais quelle concluſion rigoureuſe peut-on tirer ſi la portion non éclipſée du diſque ſolaire eſt altérée ſuivant une loi inconnue ?

(106.) Il eſt un phénomène qu'il me paroît eſſentiel de vérifier : lors de l'Éclipſe de Soleil du 16 Août 1765, on a vu à Calais une eſpèce d'expanſion de la lumière ſolaire vers les points d'interſections des diſques du Soleil & de la Lune ; cette expanſion de lumière formoit une portion de cercle qui venoit ſe réunir au diſque du Soleil en faiſant un angle très-ſenſible. Ce phénomène, s'il eſt conſtaté par de nouvelles obſervations, tendroit à prouver que la force inflèchiſſante agit à une petite diſtance, & que ſon énergie finit preſque ſubitement.

Mémoires de l'Acad. 1765.

Fig. 5.

ARTICLE VI.

De tous les lieux de la Terre pour leſquels la plus courte diſtance des centres arrive au même inſtant phyſique aſſigné.

(107.) Je terminerai ce Mémoire par la détermination de tous

tous les lieux de la Terre qui observent leurs plus grandes phases respectives au même instant physique assigné.

Soit λ la tangente de la distance des centres.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant donné de la plus grande phase.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{ch\gamma\rho\varphi}{r^4}.$$

$$C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{c\gamma\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}.$$

$$D = \frac{c\gamma\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3}.$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{ch\gamma\rho\omega}{r^4};$$

J'ai démontré *(3.e Mémoire, §. 58)* que l'on a l'équation suivante, *Année 1765.*

$$b = \frac{3600\,\zeta}{nr} \times \left(\frac{AD}{C} - F\right).$$

Cette équation renferme le sinus & le cosinus de la latitude du lieu, le sinus & le cosinus de l'angle horaire; si donc on suppose connue la latitude du lieu, & que l'on cherche, par exemple, l'angle horaire correspondant; ou réciproquement, si l'on suppose connu l'angle horaire & que l'on cherche la latitude, il est sensible *(Trigonométrie rectiligne)* que l'équation peut être réduite à n'avoir qu'une seule variable; mais il paroît également évident que l'équation qui doit résulter des opérations indiquées par l'analyse, sera trop compliquée pour en conclure la valeur de l'inconnue. Voyons s'il n'est pas possible de donner à la solution une forme plus commode?

(108.) J'ai déjà remarqué *(4.e Mémoire, §. 147)* que *Année 1766.* $\frac{r\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$ est l'expression de la sécante de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.

Soit μ la tangente, n le sinus, m le cosinus de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.

On a *(Trigonométrie rectiligne)*

$$\frac{r\sqrt{(C^2+D^2)}}{C} = \frac{r^2}{m};\ m^2C^2 + m^2D^2 - r^2C^2 = 0;$$

$$m^2D^2 - n^2C^2 = 0;\quad \mu C - rD = 0;$$

donc

$$b = \frac{3600\zeta}{nr} \times \left(\frac{\mu A}{r} - F\right)$$

donc *(§. 108)*

$$\frac{\mu n r^6}{\zeta v} - \mu cp\varrho\omega g - \mu c\varrho\varphi rh - cp\varrho\varphi rg + c\varrho\omega r^2 h = 0;$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{nrb}{3600\zeta} - \dfrac{\mu}{r} \times \left(\dfrac{\psi l}{\zeta} - \dfrac{qs\varphi}{r^2} + \dfrac{cg\rho\omega}{r^3} + \dfrac{chp\varrho\varphi}{r^4}\right) \\ \quad + \dfrac{\theta l}{\zeta} - \dfrac{qs\omega}{r^2} - \dfrac{cg\rho\varphi}{r^3} + \dfrac{chp\varrho\omega}{r^4} \end{array}\right\} = 0.$$

Soit

$$D' = \frac{\mu\psi l}{\zeta\varrho} - \frac{\theta lr}{\zeta\varrho} - \frac{nbr^2}{3600\zeta\varrho};\quad G = \frac{\mu q\varphi}{\varrho \cdot r} - \frac{q\omega}{\varrho};$$

$$H = \frac{\mu\omega}{r} + \varphi;\qquad K = \frac{\mu p\varphi}{r^2} - \frac{p\omega}{r};$$

$$R = \frac{\mu p\omega}{r^2} + \frac{p\varphi}{r},\quad L = \frac{\mu\varphi}{r} - \omega,\quad I = \frac{\mu nr^2}{\zeta v\varrho};$$

les équations précédentes deviendront

$$D'r^2 - Grs + Hcg + Kch = 0;\ Ir^2 - Lch - Rcg = 0;$$

d'où l'on tire $ch = \dfrac{Ir^2 - Rcg}{L} = \dfrac{Grs - D'r^2 - Hcg}{K}$;

$cg = \dfrac{IKr^2 + D'Lr^2 - GLrs}{KR - HL}$. Mais (à cause de $c^2 = r^2 - s^2$, & de $h^2 = r^2 - g^2$) l'équation $ch = \dfrac{Ir^2 - Rcg}{L}$ se transforme en la suivante $(Ir^2 - Rcg)^2 - r^4L^2 + r^2L^2s^2 + L^2c^2g^2 = 0$; d'ailleurs si l'on suppose $KR - HL = Mr$, $IK + D'L = Nr$, l'équation $cg = \dfrac{IKr^2 + D'Lr^2 - GLrs}{KR - HL}$ deviendra $Mcg - Nr^2 + GLs = 0$; donc

$$(GLRs + MIr^2 - NRr^2)^2 - r^4L^2M^2 + r^2L^2M^2s^2 + L^2 \times (Nr^2 - GLs)^2 = 0;$$

ou (à cauſe de $MIr^2 - NRr^2 = - HILr - D'LRr$)

$$(GRs - HIr - D'Rr)^2 - r^4M^2 + r^2M^2s^2 + N^2r^4 - 2r^2GLNs + G^2L^2s^2 = 0.$$

Soit enfin

$$Q = \frac{HI}{r} + \frac{D'R}{r}; \quad T = \frac{G^2R^2}{r^3} + \frac{G^2L^2}{r^3} + \frac{M^2}{r};$$

$$P = \frac{GQR}{rT} + \frac{GLN}{rT}; \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

on aura $$s^2 - 2Ps + rV = 0.$$

Lorſque, par le moyen de l'équation précédente, la latitude du lieu qui ſatisfait à la queſtion propoſée, ſera déterminée, on connoîtra l'heure que l'on compte dans le lieu par le moyen des équations $g = \frac{Nr^2 - GLs}{Mc}$, $h = \frac{Ir^2}{cL} - \frac{Rg}{L}$.

Il eſt évident qu'il n'y a qu'un ſeul angle horaire correſpondant à chaque valeur de la latitude; en effet le ſinus & le coſinus de cet angle ſont déterminés chacun par une équation particulière. Lors donc que la valeur de g ſera connue, il ne ſera pas néceſſaire de faire le calcul en entier pour déterminer la valeur de h; il ſuffira de voir quel ſera le ſigne de cette valeur, afin de choiſir celui des deux angles horaires qui ayant g pour ſinus, ſatisfait au problème.

Si l'on doutoit qu'à l'heure déterminée par les formules précédentes, le Soleil fût levé dans le lieu pour lequel on calcule, on s'en aſſureroit *(2.e Mémoire, §. 36)* par le moyen *Année 1764.* de l'équation $$h' = - \frac{pr^2s}{c\rho q}.$$

(109.) Après avoir déterminé la latitude du lieu correſpondante à un angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & l'heure que l'on compte dans ce lieu à l'inſtant du phénomène, on ſe rappellera que ſi l'on ſuppoſe

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{\gamma b^2\pi}{3600^2 r};$$

m = coſinus de l'angle de la ligne des centres, à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative;

 on a *(3.e Mémoire, §. 58)*

$$\lambda = \frac{A\zeta\pi}{mE}.$$

On connoîtra donc la plus courte diſtance des centres obſervée dans le lieu à l'heure aſſignée.

Quant à la détermination de la longitude du lieu, elle n'a aucune difficulté *(3.e Mémoire, article VI)*, puiſque l'on connoît l'inſtant phyſique du phénomène & l'heure que l'on compte dans le lieu.

(110.) On ne trouve dans les formules précédentes, de quantités nouvelles que λ, m, μ & b. λ eſt l'expreſſion de la tangente de la diſtance des centres, μ eſt la tangente & m le coſinus de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Dans toutes les recherches, on regardera toujours m comme poſitive : quant aux valeurs λ, μ & b, elles peuvent être poſitives & négatives.

b eſt poſitif ſi l'inſtant donné eſt après la conjonction.

b eſt négatif ſi l'inſtant donné eſt avant la conjonction.

λ poſitif indique une phaſe boréale.

λ négatif indique une phaſe auſtrale,

Fig. 1. Si λ & μ ſont poſitifs, le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *boréal ſuivant* du diſque du Soleil.

Si λ & μ ſont négatifs, le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *auſtral ſuivant* du diſque du Soleil.

Si λ eſt poſitif & μ négatif, le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *boréal précédent* du diſque du Soleil.

Si λ eſt négatif & μ poſitif, le centre de la Lune eſt vu dans l'angle *auſtral précédent* du diſque du Soleil.

(111.) Lorſque l'on veut tracer rigoureuſement ſur la ſurface de notre globe, le lieu géométrique de tous les points de la Terre, qui obſervent leurs plus grandes phaſes reſpectives au même inſtant phyſique aſſigné ; le moyen qu'indique l'analyſe, eſt de ſuppoſer ſucceſſivement différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune. Dans chaque cas

particulier, le calculateur prendra ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux suivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins proches, & que l'instant pour lequel il calcule est plus ou moins éloigné de l'instant de la conjonction.

(112.) Pour récapituler en peu de mots ce qui vient d'être démontré :

Soit b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant physique assigné.

λ la tangente de la distance des centres.

μ la tangente, m le cosinus } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$D' = \overset{(D'1)}{\frac{\mu\psi l}{\zeta\rho}} - \overset{(D'2)}{\frac{nbr^2}{3600\zeta\rho}} - \overset{(D'3)}{\frac{\theta l r}{\zeta\rho}}, \quad G = \overset{(G1)}{\frac{\mu\varphi q}{\rho r}} - \overset{(G2)}{\frac{q\omega}{\rho}}, \quad H = \overset{(H1)}{\frac{\mu\omega}{r}} + \overset{(H2)}{\varphi}.$$

$$K = \overset{(K1)}{\frac{\mu p\varphi}{r^2}} - \overset{(K2)}{\frac{p\omega}{r}}, \quad R = \overset{(R1)}{\frac{\mu p\omega}{r^2}} + \overset{(R2)}{\frac{p\varphi}{r}}, \quad L = \overset{(L1)}{\frac{\mu\varphi}{r}} - \overset{(L2)}{\omega}, \quad I = \overset{(I1)}{\frac{\mu n r^2}{\zeta\upsilon\rho}},$$

$$M = \overset{(M1)}{\frac{KR}{r}} - \overset{(M2)}{\frac{HL}{r}}, \quad N = \overset{(N1)}{\frac{IK}{r}} + \overset{(N2)}{\frac{D'L}{r}}, \quad Q = \overset{(Q1)}{\frac{HI}{r}} + \overset{(Q2)}{\frac{D'R}{r}}.$$

$$T = \overset{(T1)}{\frac{G^2R^2}{r^3}} + \overset{(T2)}{\frac{G^2L^2}{r^3}} + \overset{(T3)}{\frac{M^2}{r}}, \quad P = \overset{(P1)}{\frac{GQR}{rT}} + \overset{(P2)}{\frac{GLN}{rT}}, \quad V = \overset{(V1)}{\frac{N^2}{T}} + \overset{(V2)}{\frac{Q^2}{T}} - \overset{(V3)}{\frac{M^2}{T}}.$$

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$E = \overset{(E1)}{\xi} - \overset{(E2)}{\frac{ps\pi}{r^2}} - \overset{(E3)}{\frac{c\rho qh\pi}{r^3}} - \overset{(E4)}{\frac{\gamma b^2\pi}{3600^2 r}}.$$

On aura

Pour déterminer la latitude du lieu,

$$s^2 - 2Ps + rV = 0.$$

Pour déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu;

$$g = \overset{(g1)}{\frac{Nr^2}{Mc}} - \overset{(g2)}{\frac{GLs}{Mc}}, \quad h = \overset{(h1)}{\frac{Ir^2}{cL}} - \overset{(h2)}{\frac{Rg}{L}}.$$

Pour déterminer la phaſe que l'on obſerve,

$$\lambda = \frac{A\zeta\pi}{mE}.$$

(113.) Comme la préſente queſtion me paroît plus curieuſe qu'utile, je me diſpenſerai de donner le type du calcul, qui d'ailleurs a beaucoup d'analogie avec celui du *§. 41* de ce Mémoire.

(114.) On pourroit pouſſer ces recherches encore plus loin.

Étant donné un certain angle de la ligne des centres, correſpondant à l'inſtant de la plus grande phaſe; on peut demander le dernier inſtant phyſique, & par une conſéquence directe, le dernier lieu où cet angle puiſſe être obſervé ſur la Terre.

Rien de plus ſimple que la ſolution du problème: en effet, de l'équation $s^2 - 2Ps + rV = 0$ du *§. 108*, on tire

$$s = P \pm \sqrt{(P^2 - rV)}.$$

Je remarque que les deux valeurs de s deviennent égales lorſque $P^2 - rV = 0$; d'un autre côté le cas d'égalité eſt le paſſage des valeurs réelles aux valeurs imaginaires; donc $P^2 - rV = 0$, eſt la dernière relation poſſible entre P & V, propre à donner des valeurs de s réelles.

Dans l'équation $P^2 - rV = 0$, ſi l'on ſubſtitue à P & à V, leurs valeurs tirées du *§. 112*, on aura

$$G^2 \times (RN - QL)^2 - G^2M^2R^2 - G^2L^2M^2 - M^4r^2 + M^2N^2r^2 + M^2Q^2r^2 = 0.$$

Mais (*§. 112*)

$$Nr = IK + D'L, \quad Qr = HI + D'R, \quad Mr = KR - HL;$$

donc

$$RN - LQ = I \times \left(\frac{KR}{r} - \frac{HL}{r}\right) = MI;$$

l'équation $P^2 - rV = 0$, devient donc

$$G^2I^2 - G^2R^2 - G^2L^2 - M^2r^2 + N^2r^2 + Q^2r^2 = 0;$$

relation qui ſatisfait à la queſtion propoſée.

(115.) Puiſque $Nr = IK + D'L$ & $Qr = HI + D'R$,

l'équation du *paragraphe précédent* peut être mise sous la forme suivante,

$$(D'R + HI)^2 + (D'L + IK)^2 - M^2r^2 - G^2R^2 - G^2L^2 + G^2I^2 = 0.$$

Je remarque que puisque D' est la seule quantité qui renferme b, l'équation finale ne sera que du second degré par rapport à b; on peut donc déterminer aisément le dernier instant physique, où l'angle donné sera observé sur la Terre.

Si l'on conserve les valeurs de G, H, I, K, L, M, R du *§. 112*, & que l'on suppose de plus

$$T' = \frac{G^2I^2 + H^2I^2 + K^2I^2 - M^2r^2}{L^2r + R^2r} - \frac{G^2}{r},$$

$$P' = \frac{IKL + HIR}{L^2 + R^2};$$

on aura pour résoudre la question proposée,

$$D'^2 + 2D'P' + T'r = 0.$$

$$b = \frac{3600}{n} \times \left(\frac{\mu + l}{r^2} - \frac{D'\zeta\rho}{r^2} - \frac{\theta l}{r}\right).$$

(116.) Lorsque l'on aura déterminé par le moyen de l'équation du *paragraphe précédent*, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'au premier ou au dernier instant physique, où il sera possible d'observer sur la terre un certain angle donné de la ligne des centres, correspondant à l'instant de la plus grande phase, il est sensible que la détermination de la latitude du lieu où cet angle sera observé, de la phase correspondante, & de l'heure que l'on comptera dans le lieu lors du phénomène, n'est qu'un cas particulier du *§. 112*. On connoîtra donc *(3.e Mém. art. VI)* la longitude de ce lieu.

On remarquera relativement à la solution, qu'à chaque valeur de b répondent toujours deux latitudes *(§. 112)*. Pour chaque angle de la ligne des centres, on a *(§. 115)* une double valeur de b. Le problème a donc quatre solutions.

Je ne m'étendrai pas davantage sur cette dernière question, qui ainsi que la précédente, me paroît plus curieuse qu'utile.

(117.) De l'équation $D'^2 + 2D'P' + T'r = 0$; on tire

$$D' = - P \pm \sqrt{(P'^2 - T'r)};$$

$P'^2 - T'r = 0$ eſt donc la dernière relation poſſible entre P' & T' propre à donner des valeurs réelles de D'. Cette équation détermine donc l'angle de la ligne des centres correſpondant au premier & au dernier inſtant où l'on puiſſe obſerver une plus grande phaſe ſur la Terre, & conſéquemment (*§. 115*) ce premier & ce dernier inſtant. Comme l'équation finale qui réſulteroit de la ſubſtitution des valeurs de P' & de T' ſeroit d'un degré élevé, & que le problème eſt plus curieux qu'utile, je me contente d'en indiquer l'analyſe.

(118.) On pourroit encore ſe propoſer la queſtion ſuivante:

Étant donné un angle quelconque de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, correſpondant à l'inſtant de la plus grande phaſe, on demande ſous quelle latitude on peut obſerver cet angle à une certaine heure donnée.

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce problème. Soit en effet

μ la tangente de l'angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite;

on aura

$$c = \frac{nr^2}{\zeta v} \times \frac{\mu r^4}{\mu p \rho \omega g + \mu \varphi \rho r h + p \rho \varphi r g - \rho \omega r^2 h}.$$

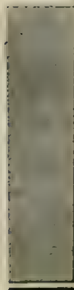
Il eſt aiſé de voir que le problème a deux ſolutions, puiſque c appartient à deux latitudes égales, l'une auſtrale & l'autre boréale.

Il eſt ſuperflu d'avertir que la ſolution ſeroit imaginaire, ſi la quantité c étoit plus grande que le rayon.



OBSERVATIONS

p.232 Pl.4



Pla. III

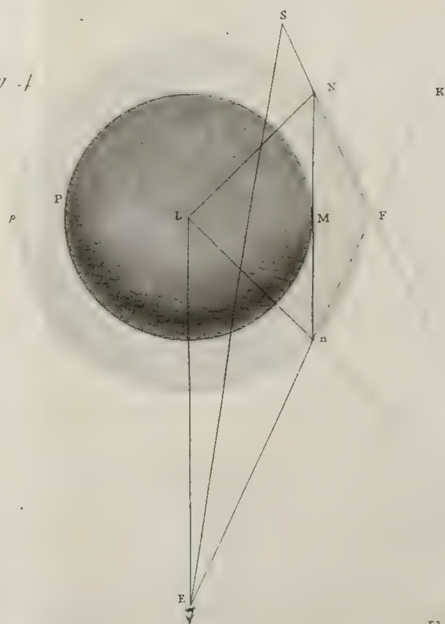
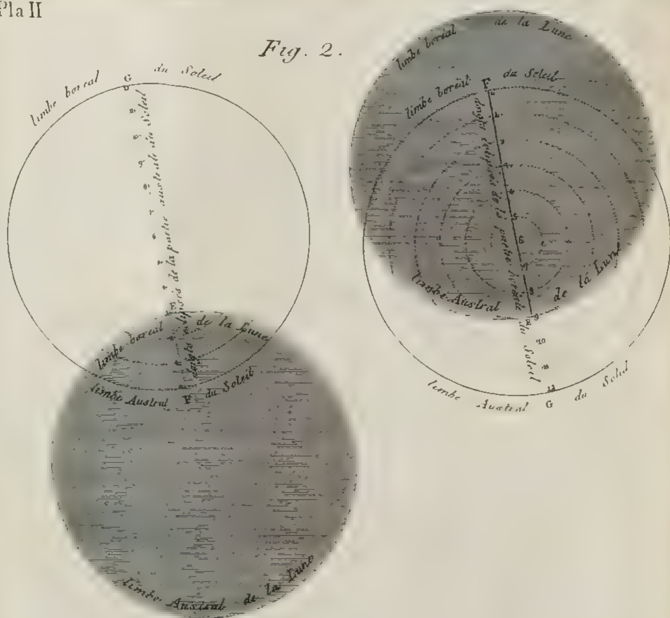


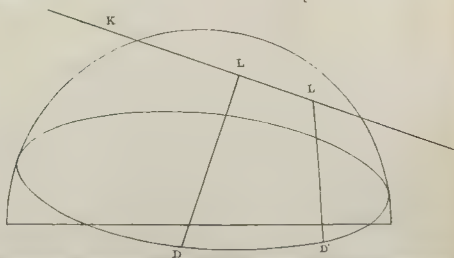
Fig. 5.





Pla II

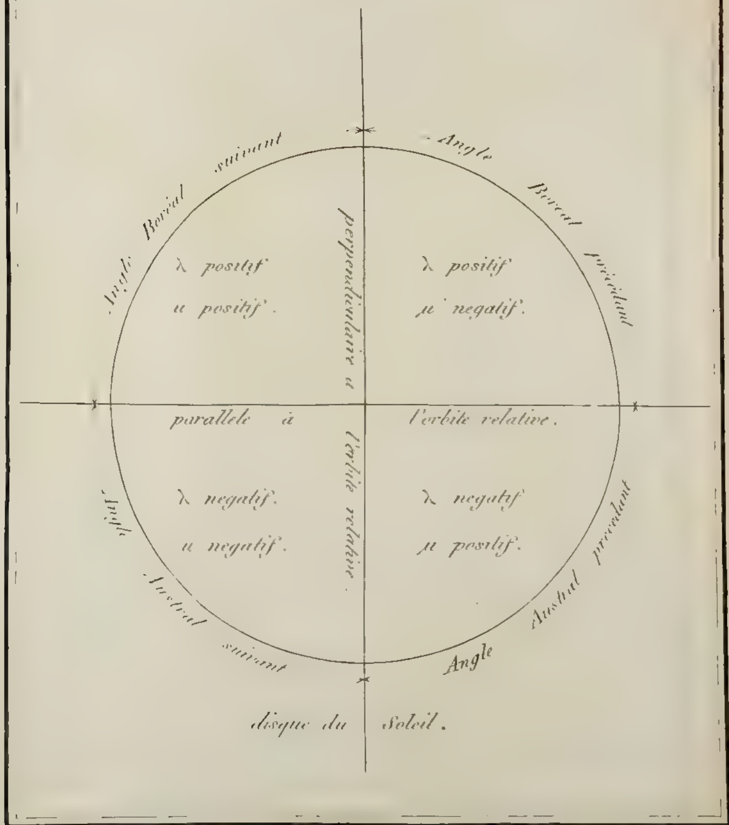

Fig. 2.
limbe boreal G du Soleil
limbe boreal de la Lune
limbe Austral F du Soleil
limbe Austral de la Lune
limbe boreal de la Lune
limbe boreal F du Soleil
limbe Austral de la Lune
limbe Austral G du Soleil


Fig 3
K
L
L
D
D'



Pla. I

Fig. 1.


Angle Boreal suivant
Angle Boreal precedant
λ positif
μ positif.
λ positif
μ negatif.
perpendiculaire à l'orbite relative.
parallele à l'orbite relative.
λ negatif.
μ negatif.
λ negatif
μ positif.
Angle Austral suivant
Angle Austral precedant
disque du Soleil.

OBSERVATIONS SUR LES SELS QU'ON RETIRE DES CENDRES DES VÉGÉTAUX.

Par M. DU HAMEL.

IL y a dix-huit ou vingt ans, que je me proposai d'examiner avec soin les sels que je retirerois des cendres d'un assez grand nombre de différentes espèces de Plantes des environs de Denainvilliers en Gâtinois : on verra dans la suite de ce Mémoire que la position du lieu où ces plantes ont crû n'est pas une chose indifférente. 9 Avril 1766.

Je faisois sécher à l'ombre les plantes dont j'avois intention de retirer des sels, je les brûlois dans une tour de terre à creuset qui avoit quatre ou cinq pieds de hauteur sur neuf à dix pouces de diamètre, fournissant de nouvelles plantes à mesure que celles qui étoient embrasées se consumoient.

Quand il s'étoit rassemblé au fond de ce fourneau une suffisante quantité de cendres, je faisois calciner séparément, dans un creuset fort évasé, celle qui venoit de chaque espèce de plante; je lessivois à l'ordinaire ces cendres ainsi calcinées, & procédant méthodiquement à la cristallisation des sels, je mettois à part les cristaux à mesure qu'ils se formoient.

Je ne rapporterai point ici le détail de ces expériences; il suffira, pour l'objet que je me propose d'exposer à l'Académie, de dire que presque toutes ces cendres me fournirent plus ou moins de tartre vitriolé, quelques-unes un peu de sel marin, pas le moindre vestige de nitre, mais beaucoup de sel alkali fixe de la nature du sel de tartre ou du nitre fixé par les charbons, & point du tout du sel alkali de la soude.

Je prie qu'on se rappelle ici la grande différence qu'il y a entre les deux sels alkalis que je viens de nommer; que le sel de tartre ne se cristallise point; qu'il tombe en *deliquium* à l'air; qu'il fait,

avec l'acide du nitre, un nitre régénéré; avec celui du ſel marin, le ſel digeſtif de *Sylvius;* avec celui du vitriol, le tartre vitriolé; que le ſel alkali de la ſoude ſe criſtalliſe, qu'il ne tombe point en *deliquium,* qu'il ſe réduit même en farine lorſqu'il eſt expoſé à l'air ſec; qu'il fait, avec l'acide nitreux, un nitre quadrangulaire; avec l'acide marin, un vrai ſel marin; & avec l'acide du vitriol, du ſel de Glauber. Toutes ces choſes ſont très-connues: ainſi il ſuffit de les avoir rappelées fort en abrégé; mais ce à quoi il faut prêter une ſingulière attention, c'eſt aux différens produits des plantes qui viennent ſur les bords de la mer & de celles qui croiſſent dans les provinces de l'intérieur du royaume.

J'ai déjà dit en gros, quels ſont les ſels que fourniſſent les plantes de nos provinces; c'eſt principalement du tartre vitriolé & un ſel alkali de la nature de celui du tartre: dans les recherches qu'on a faites ſur la ſoude qui nous vient des pays maritimes, on n'a point aperçu de tartre vitriolé, mais du ſel marin & du ſel de Glauber en aſſez grande quantité; & tout le ſel alkali qui eſt reſté après la criſtalliſation des ſels moyens, étoit le vrai ſel de ſoude ou la vraie baſe du ſel marin qui ſe criſtalliſe & qui ne tombe point en *deliquium.*

Cette différence dans les produits dépend-elle des organes des plantes qui ont modifié différemment les ſucs qu'elles ont tiré de la terre; ou les différentes terres ont-elles fourni ici une ſubſtance & là une autre? Voilà deux idées fort différentes, chacune deſquelles peut être ſoutenue d'expériences qui lui ſont favorables. Si j'avois à prouver que la ſéve ſouffre des changemens très-ſinguliers, ſuivant l'organiſation des plantes qui la reçoivent, je ferois remarquer qu'un chou & un pied d'eſtragon qui ont été plantés dans une même terre, ont des ſaveurs très-différentes, & qu'en toute ſorte de terrein, chaque plante conſerve la ſaveur & l'odeur qui lui ſont propres; qu'une même eſpèce de pêcher écuſſonné ſur un ſauvageon-pêcher, ſur un abricotier, ſur un amandier ou ſur un prunier, ne change point de nature; qu'une jeune orange qu'on greffe par la queue ſur un citronnier, groſſit & vient à maturité ſans participer en aucune façon ni de l'odeur ni de la ſaveur du citronnier; enfin que les chênes, les amandiers, les marroniers

d'inde, que j'ai élevés dans de l'eau très-claire & très-pure, ont donné, par l'analyſe chimique, les mêmes principes que ceux de même eſpèce qui avoient été élevés dans la terre. Ces faits, & pluſieurs autres que je pourrois encore rapporter, font apercevoir que la diſpoſition organique des végétaux peut donner à la ſéve des modifications très-différentes.

Il ne faut cependant pas étendre trop ces idées, car les goûts de terroir que contractent les fruits & les légumes dans certaines terres, indiquent qu'il y a quelque choſe du terrein qui paſſe dans les plantes ſans ſouffrir d'altération conſidérable; & j'ai rapporté, dans mon Traité de la Phyſique des arbres, publié en 1758, beaucoup d'expériences qui prouvent qu'il y a des ſucs qui conſervent dans les végétaux, les uns leurs couleurs, & d'autres leur odeur. Kunckel a remarqué que le nitre étoit plus ou moins abondant dans les plantes de même genre, ſuivant que la terre où elles avoient pris leur accroiſſement étoit plus ou moins chargée de ce ſel; de même j'ai dit, dans la Phyſique des arbres, que je croyois avoir remarqué que les plantes qui croiſſoient ſur les maſures & les vieilles murailles abondoient en ſel de nitre, pendant que celles qui croiſſoient au bord de la mer, contenoient beaucoup de ſel marin; que celles qui avoient été élevées dans des terres rouges & ferrugineuſes, fourniſſoient beaucoup de ſels vitrioliques: malheureuſement, ai-je ajouté à l'endroit cité, *ces obſervations n'ont pas été exécutées ſur la même eſpèce de plante élevée dans les différens terreins que je viens d'indiquer.* Depuis ce temps, je me propoſois de faire cette expérience intéreſſante & de la ſuivre avec toute l'attention dont je ſerois capable; je me propoſois d'examiner ſi une même eſpèce de plante, élevée au bord de la mer ou dans une province qui en ſeroit fort éloignée, fourniroit des ſels différens; une circonſtance favorable s'eſt préſentée l'année dernière, j'en ai profité; & le détail de mes opérations, ainſi que leurs réſultats, fait la partie vraiment intéreſſante de ce Mémoire.

J'appris que M. Fontanne, Inſpecteur des Manufactures du Poitou, s'étoit procuré de bonne graine de kali & qu'il ſe propoſoit d'en faire un ſemis conſidérable ſur les bords des marais ſalans, je priai M. Trudaine de Montigny de me procurer environ une

livre de la graine de ce même kali; l'ayant reçu à temps, comme je ne ſavois pas dans quelle terre cette plante réuſſiroit le mieux, j'en ſemai à Denainvilliers, où la terre eſt de bonne qualité pour produire du froment, mais un peu sèche; j'en fis ſemer auſſi ſur la rive de la forêt d'Orléans à Vrigny, où le terrein eſt un ſable gras & ſubſtantieux qui retient aſſez l'humidité; on en ſema encore au Monceau dans un potager qui eſt au bord de la rivière d'Eſſonne; enfin je priai M. le Préſident de Malesherbes d'en faire ſemer dans ſon potager, qui eſt peu élevé au-deſſus de la même rivière & dont la terre eſt fort bonne & légère. Le kali eſt bien venu dans ces différens terreins, ſur-tout à Denainvilliers où les plantes avoient près de deux pieds & demi de hauteur; il eſt vrai que comme l'année 1765 a été fort sèche, on arroſoit de temps en temps les planches où l'on avoit ſemé le kali.

Vers le 20 Septembre, je fis arracher toutes ces plantes & je les fis étendre dans une Orangerie, afin de les deſſécher aſſez pour les pouvoir brûler; mais cette plante, graſſe de ſa nature, ſe deſsèche difficilement; & comme le 12 Octobre il falloit mettre les orangers en ſerre, je fus obligé de la brûler, quoiqu'elle fût encore fort humide. Pour y parvenir, je fis rougir un grand fourneau de terre à creuſet, en mettant dedans & deſſous du charbon allumé; quand le fourneau fut rouge, j'ôtai le charbon qui étoit dans le fourneau, & je continuai à faire du feu deſſous; au moyen de ces précautions, je parvins à brûler & à réduire en cendres environ deux cents livres de kali; les cendres s'étoient tellement endurcies au fond du fourneau, que je fus obligé de les en détacher à force, ce qui me paroiſſoit annoncer que j'aurois un ſel de ſoude ſemblable à celui que cette plante fournit au bord de la mer, car on ſait que la ſoude nous vient en maſſes fort dures; mais au bout de quelques jours, m'étant aperçu qu'elles aſpiroient un peu d'humidité de l'air, je ſoupçonnai que ces cendres contenoient encore quelque choſe de gras, ce qui me détermina à les faire calciner; enſuite je les leſſivai avec de l'eau bouillante; je filtrai la leſſive & je la fis évaporer ſur un bain de ſable dans des terrines de grès verniſſées; la liqueur s'étant troublée, je la filtrai de nouveau, & il me reſta ſur le filtre une terre ſéléniteuſe;

j'évaporai encore cette liqueur filtrée, & n'ayant pu parvenir à avoir aucuns criſtaux, j'évaporai juſqu'à ſiccité la liqueur qui étoit très-chargée de ſel : j'obtins ainſi une maſſe d'un ſel aſſez blanc, mais qui ſe chargeant de l'humidité de l'air, tomboit en *deliquium.* Alors j'inclinai ſur de grandes terrines de grès verniſſées les capſules qui contenoient ce ſel, pour ôter tout ce que l'humidité de l'air faiſoit fondre, dans la vue d'examiner enſuite ce qui reſteroit de ſalin, ſoupçonnant que ce ſeroit quelques ſels moyens; je verſois même de temps en temps ſur ce ſel de l'eau froide pour emporter le ſel le plus fuſible & avancer l'opération, qui dura néanmoins juſqu'au commencement du mois de Décembre, la maſſe ſaline perdant toujours de ſon volume. Enſuite, dans la vue de connoître de quelle nature étoit le ſel qui tomboit en *deliquium*, je verſai deſſus de l'huile de vitriol, & j'eus un beau tartre vitriolé avec un peu de ſélénite; ce ſel alkali déliqueſcent étoit donc de la nature de celui du tartre & tout-à-fait ſemblable à celui que m'avoient fourni les plantes de nos environs : je crus alors la queſtion décidée; car il me paroiſſoit bien prouvé que les plantes ſe chargeoient des ſels qui étoient dans la terre où on les élevoit. Je fus encore confirmé dans cette idée en examinant de la ſoude que M. Fontanne avoit ſemée & brûlée au bord des marais ſalans, & qu'il avoit envoyée à M. Trudaine de Montigny. Il eſt bon de remarquer que le kali de M. Fontanne étoit de la même graine qu'il m'avoit envoyée : or la ſoude de M. Fontanne ne m'a pas donné le moindre veſtige d'alkali de la nature du ſel de tartre, mais beaucoup de vrai ſel de ſoude & un peu de ſel de Glauber. Voici le détail de cette opération, qui a donné les mêmes réſultats que toutes les bonnes ſoudes que j'ai examinées.

La leſſive de la ſoude étant filtrée étoit verdâtre, en la rapprochant par l'évaporation elle ſe troubla; on la filtra de nouveau, il reſta ſur le filtre une terre bleue, c'étoit du bleu de Pruſſe & une matière blanchâtre, brillante & feuilletée: cette ſubſtance ſéléniteuſe étoit mêlée d'un peu de ſel marin qui décrépitoit ſur la pelle rougie au feu. Ayant encore rapproché cette diſſolution, elle ſe troubla de nouveau & fournit les mêmes ſubſtances qu'on en avoit obtenues en premier lieu; enfin ayant encore continué

l'évaporation, il se cristallisa un peu de sel de Glauber, du sel marin & beaucoup du sel alkali de la soude, qui fournit, avec l'acide vitriolique, du sel de Glauber; la soude de M. Fontanne peut donc être regardée comme aussi parfaite que celle d'Alicante, & elle ne donne pas le moindre vestige du sel alkali de la nature du sel de tartre.

Comme il n'y avoit de différence entre mes cendres & celles que j'avois reçues de M. Fontanne que la seule circonstance que le kali de M. Fontanne avoit été semé & avoit crû au bord de la mer, au lieu que le mien avoit été élevé dans une province qui en est fort éloignée; je me croyois en droit de conclure de ce que mon sel étoit tombé en *deliquium* & avoit fourni du tartre vitriolé, que les plantes contenoient des sels différens suivant la nature des terres où on les avoit élevées : cependant il me restoit à examiner la portion de sel qui n'étoit point tombée en *deliquium*, & que je jugeois être presqu'entièrement formée par quelques sels moyens: cette masse saline fut entièrement dissoute dans l'eau froide & il ne resta sur le filtre qu'une très-petite quantité de terre: ayant concentré la liqueur par une évaporation ménagée il se forma au fond de beaux cristaux de sel alkali de la soude, qui ont formé avec l'acide vitriolique, du sel de Glauber.

Ayant continué l'évaporation il se forma encore des cristaux, mais moins beaux que les premiers, ils étoient empreints d'une eau-mère qui étoit jaunâtre, & qui les a empêché de se dessécher parfaitement, parce qu'elle contenoit un sel fort gras de la nature du sel de tartre.

On voit par ces expériences, que la soude qui a été élevée dans les terres fort éloignées de la mer, tient en quelque façon le milieu entre les plantes naturelles de nos provinces & celles qui sont maritimes, puisque nous avons trouvé dans les cendres du kali que nous avons élevé dans nos provinces, & le sel alkali de la soude & celui qui est de la nature du sel de tartre; d'où je crois qu'on peut conclure que le terrein & les plantes elles-mêmes peuvent concourir à la formation des différens sels qu'on trouve dans les cendres des végétaux.

Ce fait me paroît si singulier que quoique mon expérience ait

été faite avec ſoin, je me propoſe de la répéter ſi M. Trudaine de Montigny peut encore me procurer de la graine de kali, d'autant que j'ai des vues qui pourront rendre ces expériences de plus en plus intéreſſantes: mais en attendant que ce point de Phyſique ſoit confirmé par une nouvelle expérience, il ſuit de celle que je viens de rapporter, que le kali vient très-bien dans l'intérieur du royaume, & quoique ſa ſoude ſoit un peu différente de celle que fournit cette plante au bord de la mer, elle eſt très-alkaline & pourra être employée très-utilement dans les blanchiſſeries & les ſavonneries.

SUITE DES EXPÉRIENCES SUR LES SELS QU'ON PEUT RETIRER DES LESSIVES DU KALI.

Par M. DU HAMEL.

DANS le Mémoire ci-deſſus ſur les ſels qu'on retire de la leſſive du kali, j'ai prouvé que cette plante, quand elle eſt cultivée au bord de la mer, fournit, par l'incinération, du ſel alkali de la nature de la baſe du ſel marin & un peu de ſel marin; & de plus, que quand elle a été cultivée dans des terres éloignées de la mer, elle donne, outre les deux ſels dont je viens de parler, du tartre vitriolé & un ſel alkali de la nature du ſel de tartre. Mais je me ſuis engagé de ſemer dans nos jardins la graine que j'avois recueillie de ma ſoude, non-ſeulement pour conſtater ce que j'avois avancé dans mon Mémoire, mais encore pour connoître ſi la quantité du ſel de ſoude & du ſel marin diminueroit en cultivant pendant pluſieurs années le kali loin de la mer.

29 Juillet 1767.

En conſéquence, j'ai ſemé de la graine que j'avois recueillie dans nos jardins; la plante étant parvenue à ſa maturité, je l'ai étendue dans un grenier ſur des draps pour la faire ſécher, au moins en partie; car cette plante eſt graſſe, & on a bien de la peine à la deſſécher complètement: quand je l'ai jugée aſſez sèche pour être brûlée, j'ai fait rougir un fourneau de terre à creuſet,

& j'y ai fait brûler mes plantes de kali, j'ai ensuite fait calciner leurs cendres dans un creuset ouvert, j'en ai fait la lessive & je l'ai évaporée jusqu'à ce qu'il commençât à se former des cristaux; alors étant sur le point de revenir à Paris, j'y apportai cette lessive dans des bouteilles de verre; & comme mon laboratoire est à la campagne, M. Cadet a bien voulu se charger de suivre la cristallisation de cette lessive: voici quels ont été les produits de 8 onces de cette liqueur.

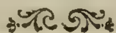
Première cristallisation. Un gros huit grains de tartre vitriolé, ce qui indique déjà la présence d'un sel alkali de la nature de celui du tartre.

Seconde cristallisation. Une once de sel de soude.

Troisième cristallisation. Deux gros de sel marin: ces deux dernières cristallisations ont donc fourni les mêmes sels que fournit le kali qu'on a cultivé au bord de la mer.

Il est resté une liqueur ou une eau-mère qui étoit incapable de fournir des cristaux. Pour nous assurer quelle étoit sa nature, nous l'avons saturée avec de l'acide vitriolique, & nous en avons obtenu une once un gros quatre grains de beau tartre vitriolé, pas un atome de sel de Glauber: ceci joint à la première cristallisation établit très-bien que cette eau-mère contenoit un sel alkali de la nature de celui du tartre, & point du tout de sel de la nature de la base du sel marin.

Les expériences faites sur la soude cultivée en 1766, s'accordent donc à merveille avec celles que j'avois faites sur la soude cultivée en 1765; il paroît même que la quantité de l'alkali de la nature de celui du tartre, a été plus abondant dans nos nouvelles expériences que dans les précédentes, dont les résultats sont confirmés par celles dont nous rendons compte à l'Académie: mais une observation qu'il est très-à-propos de ne pas omettre, est qu'en faisant le tartre vitriolé avec notre eau-mere & l'acide vitriolique, il s'est précipité vingt-quatre grains d'un sel soyeux argentin insipide & insoluble dans l'eau, très-semblable, au moins à la vue, au sel acéteux mercuriel.



OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DE LA COMÈTE DE 1759, ET RÉFLEXIONS SUR LE RETOUR DES COMÈTES.

Par M. CASSINI DE THURY.

LES préparatifs que les Aſtronomes avoient faits pour obſerver cette Comète, qui devoit reparoître pour la quatrième fois, ſembloient annoncer des obſervations ſi exactes & ſi multipliées, que je m'étois cru diſpenſé de publier celles que j'avois faites à l'Obſervatoire, & que je ſavois devoir peu différer de celles de M. Maraldi, faites dans le même lieu; mais lorſque j'ai parcouru le volume de 1759, qui vient de paroître, & où l'on a expoſé les Obſervations qui ont été communiquées de toutes parts à l'Académie, j'ai été ſi étonné des différences que j'ai remarquées entre les réſultats des obſervations de M. Maraldi & de celles des autres Aſtronomes, que j'ai cru que pour tirer le Public de l'embarras du choix, il ſeroit avantageux de lui expoſer les obſervations que j'ai faites dans mon particulier, tous les jours que le temps a permis de voir la Comète. 3 Septembre 1766.

Je dois d'abord faire remarquer qu'excepté les premiers jours du mois de Mai, où cette Comète a reparu avec éclat, elle devint enſuite ſi confuſe & ſi foible, qu'il falloit beaucoup d'attention & d'habitude à obſerver pour bien eſtimer le temps de ſon paſſage par les réticules; c'eſt ce qui nous a engagés à répéter pluſieurs fois les obſervations, pour être en état de choiſir celles où la Comète paroiſſoit plus diſtinctement.

J'aurois pu obſerver le 1.er Mai le paſſage de la Comète au méridien, ſans les nuages qui couvroient cette partie du ciel; je ne découvris la Comète que 22 minutes après ſon paſſage au méridien, qui devoit arriver à $8^h\ 3'$: mais pour ſuppléer à cette

obſervation, j'ai fait celle du paſſage au méridien des étoiles auxquelles j'ai comparé la Comète; ainſi il ne peut y avoir d'incertitude ſur la 1.re obſervation, que quelques Aſtronomes ont fait entrer dans le nombre de celles choiſies pour calculer les élémens de l'orbite de cette Comète.

I.re Obſervation. Le 1.er Mai à $9^h\ 4'$, j'ai comparé la Comète à une Étoile de l'Hydre femelle, qui paſſoit au méridien 40′ 46″, à ma pendule réglée ſur le moyen mouvement avant *y* de l'Hydre, & dont la hauteur méridienne fut obſervée de $15^d\ 25'\ 30''$, la Comète précédoit cette Étoile de 45′ 4″ de temps; & en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'Étoile de $186^d\ 15'\ 20''$, on trouve celle de la Comète de $159^d\ 55'\ 1''$.

La Comète étoit plus ſeptentrionale de 4′ 45″ de degré que l'Étoile, dont la déclinaiſon déduite de la hauteur méridienne étoit de $25^d\ 47'\ 47''$: donc la déclinaiſon de la Comète étoit de $25^d\ 43'\ 2''$.

Cette obſervation, que M. de la Lande a employée pour déterminer les élémens de l'orbite de la Comète, a été faite à Greenwich par M. Bradley à $8^h\ 54'$; mais le réſultat eſt ſi différent de celui que je viens de rapporter, que je ſoupçonne une faute de copie dans celle qui a été envoyée à M. de la Lande, ou d'impreſſion dans le Mémoire de M. de la Lande; on lit: *que l'aſcenſion droite de la Comète étoit de* $15^d\ 55'$; il y a certainement un 9 d'oublié, & il faut lire $159^d\ 55'$; ce qui s'accorde à notre obſervation: mais par rapport à la déclinaiſon que M. Bradley a trouvée de $25^d\ 52'$, je crois que c'eſt une faute de copie, & qu'il faut lire $25^d\ 42'$, ce qui s'accorde avec les obſervations de pluſieurs Aſtronomes; cependant M. de la Lande, en ſuppoſant cette obſervation exacte, a trouvé

La longitude de la Comète de	5ˢ	22ᵈ	36′	20″
que nous trouvons plus petite de 4′ 54″, de	5.	22.	31.	26
Et la latitude de		31.	23.	7
que nous avons trouvée plus petite de 9′ 59″, de		31.	24.	8.

C'eſt cependant ſur cette obſervation que M. de la Lande a fondé ſa théorie; il étoit donc important de la vérifier.

M. Messier, qui a observé le même jour que nous la Comète, a déterminé à $9^h\ 27'$ son ascension droite de $159^d\ 51'\ 20''$; il est vrai que c'est à une heure un peu différente, mais le mouvement de la Comète étoit si lent, que la différence ne peut aller à $3'\ 41''$, qui est celle que l'on remarque entre l'observation de M. Messier & la nôtre.

Mais il a trouvé la déclinaison de $25^d\ 43'\ 6''$, différente seulement de 4 secondes de la mienne, ce qui semble ne laisser aucun doute qu'il y a une erreur de 10 minutes dans la déclinaison déterminée par M. Bradley, en supposant la copie exacte.

Le 3 Mai à $9^h\ 2'$, j'ai comparé la Comète à une étoile de l'Hydre, dont j'ai déterminé l'ascension droite de $160^d\ 26'\ 17''$, & la déclinaison de $18^d\ 50'\ 10''$; la Comète précédoit cette Étoile de $11'\ 59''\frac{1}{2}$, & étoit plus méridionale de $44'\ 46''$: donc l'ascension droite de la Comète étoit de $157^d\ 26'\ 17''$, & sa déclinaison de $19^d\ 34'\ 56''$. II.me Observation.

Le P. Hell, qui a fait la même observation à Vienne, a déterminé l'ascension droite de la Comète de $157^d\ 28'\ 50''$, & la déclinaison de $19^d\ 31'\ 50''$; cette détermination diffère beaucoup de la mienne, qui s'accorde avec celle de M. Maraldi, ayant égard à une faute d'impression; car il faut lire $19^d\ 35'\ 37''$, au lieu de $19^d\ 38'\ 17''$, puisque $21'\ 54''$ ajoutées à $19^d\ 13'\ 43''$, donnent $19^d\ 35'\ 37''$. *Éphém. 1760.* *Voy. Mém. de l'Acad. 1759, p. 281.*

M. de Mairan a communiqué à l'Académie les observations faites à la Haie par M. Gabry, Correspondant, qui a déterminé la position de la Comète le 3 Mai; sa longitude de............. $5^s\ 17^d\ 21'$

que M. Maraldi a trouvée de................ 5. 17. 15

La latitude de.............................. 27. 21

que M. Maraldi a trouvée de................... 26. 51.

Cette différence d'un demi-degré dans la latitude, prouve que la détermination de M. Gabry n'a été faite que par des observations grossières, par des alignemens, ou par estime, de la manière qu'on observoit autrefois les Comètes.

Le 5 Mai à $9^h\ 10'$, j'ai comparé la Comète à l'étoile μ de l'Hydre, dont j'avois déterminé l'ascension droite de $153^d\ 36'\ 38''$, & la déclinaison de $15^d\ 36'\ 42''$; la Comète précédoit cette III.me Observation.

Étoile de 9′ 29″, & étoit plus ſeptentrionale de 4′ 15″: donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 155ᵈ 59′ 23″, & la déclinaiſon de 15ᵈ 32′ 27″.

IV.me Obſervation. Le 6 Mai à 10ʰ 12′, j'ai comparé la Comète à deux Étoiles différentes, 1.° à l'étoile ν de l'Hydre, qu'elle précédoit de 15′ 53″; 2.° à l'étoile δ de la Coupe, qu'elle précédoit de 45′ 12″; en ſuppoſant l'aſcenſion droite de la première Étoile de 159ᵈ 26′ 10″, & celle de la ſeconde de 166ᵈ 49′ 15″, on trouve l'aſcenſion droite de la Comète par la première de 155ᵈ 27′ 16″, & par la ſeconde de 155ᵈ 29′ 25″.

La Comète étoit plus méridionale que l'étoile δ de 28′ 13″; donc la déclinaiſon de la Comète étoit de 13ᵈ 56′ 35″.

M. Gabry a déterminé la longitude de la Comète de...	5ˢ	12ᵈ	51′
M. Maraldi........................	5.	12.	49
La latitude........................		23.	11
M. Maraldi........................		22.	26
Moindre de........................		0.	45.

V.me Obſervation. Le 7 Mai à 10ʰ 45′, j'ai comparé la Comète à la même étoile δ de la Coupe, qu'elle précédoit de 46′ 48″, dont j'ai déduit ſon aſcenſion droite de 155ᵈ 5′ 21″.

La Comète étoit plus ſeptentrionale que l'étoile de 46′ 36″; donc ſa déclinaiſon étoit de 12ᵈ 41′ 41″.

M. Gabry a déterminé la longitude de..........	5ˢ	11ᵈ	59′
que M. Maraldi a trouvée de..................		11.	54
La latitude de........................		21.	1
que M. Maraldi a trouvée de..................		21.	25.

VI.me Obſervation. Le 8 Mai à 9ʰ 2′, j'ai comparé la Comète à une Étoile dont l'aſcenſion droite étoit de 154ᵈ 48′ 35″, & la déclinaiſon de 13ᵈ 21′ 17″, la Comète paſſoit au fil horaire dans le même temps que l'Étoile; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 154ᵈ 48′ 35″; mais la Comète étoit plus ſeptentrionale de 40′ 0″: donc la déclinaiſon de la Comète étoit de 11ᵈ 41′ 17″.

VII.me Obſervation. Le 9 Mai, j'ai comparé la Comète aux étoiles ι & δ de la Coupe, la Comète précédoit ι de 1ʰ 8′ 0″, & δ de 48′ 55″;

en supposant l'ascension droite de ι de la Coupe de 171^d 36′ 17″, on trouve l'ascension droite de la Comète par ι de la Coupe de 157^d 33′ 29″, & par δ de 157^d 33′ 30″ à 9^h 13′.

La différence de déclinaison entre l'étoile ι & la Comète, a été trouvée de 1^d 10′ 21″, & en supposant la déclinaison de ι de la Coupe de 11^d 52′ 30″, on trouve celle de la Comète de 10^d 42′ 9″.

Le 12 Mai, cette observation étoit importante pour déterminer directement l'inclinaison du plan de l'orbite de la Comète, qui, selon la remarque de M. de la Caille, ne diffère pas sensiblement de la latitude observée. VIIIme Observation.

A 9^h 32′, j'ai comparé la Comète à l'étoile θ de la Coupe que la Comète précédoit de 1^h 8′ 20″; en supposant l'ascension droite de l'Étoile de 171^d 6′ 27″, on trouve celle de la Comète de 153^d 48′ 47″.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de 7′ 45″; en supposant la déclinaison de l'Étoile de 8^d 28′ 17″, on trouve celle de la Comète de 8^d 36′ 2″.

J'ai répété cette observation à 10^h 49′, la Comète paroissant moins distinctement, parce qu'elle étoit dans les vapeurs de l'horizon, elle précédoit la même Étoile de 1^h 8′ 18″; mais la différence de déclinaison fut trouvée de 5′ 17″, ce qui donneroit la déclinaison de la Comète de 8^d 33′ 34″; j'ai comparé la Comète à l'étoile α de l'Hydre, mais elle passoit à la pointe du réticule, ce qui rend les observations imparfaites.

Le 13 Mai à 9^h 32′, j'ai comparé la Comète à une Étoile dont j'ai déterminé l'ascension droite de 154^d 44′ 0″, & la déclinaison de 6^d 24′ 40″, la Comète étoit plus orientale que l'Étoile de 51′ 0″, & plus méridionale de 1^d 41′ 31″; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 53′ 0″, & la déclinaison de 8^d 6′ 11″. IXme Observation.

Je ne dissimulerai pas que par d'autres observations faites plus tard, on a trouvé l'ascension droite de la Comète de 154^d 1′ 0″, & la déclinaison de 8^d 11′ 20″, mais j'ai soupçonné que l'on avoit touché à la lunette.

Le 14 Mai à 9^h 45′, j'ai comparé la Comète à la même Xme Observation.

Étoile que la veille & à une autre Étoile qui précédoit la Comète de —+— 1′ 26″, j'ai déterminé l'ascension droite de cette Étoile de 153^d 26′ 33″, & sa déclinaison de 5^d 50′ 24″: c'est à cette même Étoile que la Comète a toujours été comparée les jours suivans, ce qui étoit nécessaire pour bien déterminer son mouvement diurne qui n'étoit que de quelques secondes de temps. Il y avoit à craindre que si l'on eût employé tous les jours, différentes Étoiles, la plus petite erreur dans la position de ces Étoiles ne fût plus grande que la quantité du mouvement de la Comète, j'ai trouvé par cette Étoile l'ascension droite de la Comète de 153^d 48′ 3″; la Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de 1^d 8′ 27″, & par conséquent sa déclinaison étoit de 7^d 33′ 7″: il y a une faute d'impression dans le Mémoire de M. Maraldi, il faut lire 7^d 30′ 22″, au lieu de 7^d 38′ 22″,

XIme Observation. Le 15 Mai à 9^h 38′, la Comète a été comparée à la même Étoile que la veille, qui précédoit la Comète de 1′ 13″; d'où l'on a déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 44′ 48″.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de 1^d 15′ 36″, & avoit alors 7^d 6′ 0″ de déclinaison méridionale.

Le P. Hell a déterminé le même jour, à Vienne, l'ascension droite de la Comète de 153^d 41′ 35″, & la déclinaison de 7^d 8′ 13″.

XIIme Observation. Le 16 Mai à 9^h 5′, nous avons comparé la Comète à la même Étoile qui la précédoit de 1′ 4″; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 42′ 33″.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de 51′ 16″; donc la déclinaison de la Comète étoit de 6^d 41′ 40″.

Les PP. le Sueur & Jacquier, ont déterminé à Rome l'ascension droite de la Comète de 153^d 44′ 28″, & la déclinaison de 6^d 41′ 0″.

XIIIme Observation. Le 17 Mai à 8^h 8′, la même Étoile précédoit la Comète de 58″$\frac{1}{2}$, & étoit plus septentrionale que la Comète de 30′ 11″; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 41′ 12″; & sa déclinaison de 6^d 20′ 35″.

Les mêmes Pères ont déterminé à Rome à 9^h 44′ l'ascension

droite de la Comète de 153^d 43′ 28″, & la déclinaiſon de 6^d 24′ 33″, plus grande de 4′ que ſelon nos obſervations.

Le 18 Mai, la même Étoile précédoit la Comète de 51″ ½, & étoit plus ſeptentrionale de 11′ 10′; d'où j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de 153^d 39′ 25″, & la déclinaiſon de 6^d 1′ 34″ pour 9^h 20′. XIVme Obſervation.

Le 19 Mai à 9^h 42′, la même Étoile précédoit la Comète de 48″ ½, & étoit plus méridionale que la Comète de 6′ 31″; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 153^d 38′ 40″, & la déclinaiſon de 5^d 43′ 53″. XVme Obſervation.

Le P. Hell a déterminé le même jour l'aſcenſion droite de la Comète de 150^d 39′ 12″, & la déclinaiſon de 5^d 45′ 33″.

Le 20 Mai à 9^h 38′, l'Étoile précédoit la Comète de 53″, & étoit plus méridionale de 23′ 30″; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 153^d 39′ 48″, & la déclinaiſon de 5^d 26′ 54″. XVIme Obſervation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'aſcenſion droite de la Comète de 153^d 39′ 12″, & la déclinaiſon de 5^d 29′ 9″.

Le 21 Mai à 9′ 53′, l'Étoile précédoit la Comète de 55″, & étoit plus méridionale de 37′ 51″; donc l'aſcenſion droite de la Comète 153^d 40′ 18″, & la déclinaiſon de 5^d 12′ 33″. XVIIme Obſervation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'aſcenſion droite de la Comète de 153^d 39′ 27″, & la déclinaiſon de 5^d 12′ 36″.

Cette obſervation eſt une des trois que M. de la Lande a employées pour calculer les élémens de l'orbite; il a ſuppoſé pour 9^h 42′ la longitude de la Comète de 5^f 7^d 31′ 52″, & la latitude de 15^d 3′ 20″, plus grande de 3′ 20″, que M. Maraldi.

Le 22 Mai à 9^h 40′, la même Étoile précédoit la Comète de 1′ 2″, & étoit plus méridionale de 51′ 11″; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 153^d 42′ 3″, & la déclinaiſon de 4^d 58′ 13″. XVIIIme Obſervation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'aſcenſion droite de la Comète de 153^d 42′ 33″, & la déclinaiſon de 5^d 2′ 1″.

Le 23 Mai à 9^h 23′, l'Étoile précédoit la Comète de 1′ 7″, & étoit plus méridionale de 1^d 3′ 49″; d'où j'ai déduit l'aſcenſion droite de la Comète de 153^d 43′ 3″, & la déclinaiſon de 4^d 46′ 35″. XIXme Obſervation.

XX.me Observation. Le 24 Mai à 9^h 31', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 19" $\frac{1}{2}$, & étoit plus méridionale de 1^d 14' 34"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 46' 35", & la déclinaison de 4^d 35' 50".

XXI.me Observation. Le 25 Mai à 10^h 4', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 35", & étoit plus méridionale de 1^d 23' 31"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 50' 18", & la déclinaison de 4^d 26' 53".

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'ascension droite de la Comète de 153^d 49' 45", & la déclinaison de 4^d 29' 7".

XXII.me Observation. Le 26 Mai à 10^h 2', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 41", & étoit plus méridionale de 1^d 38' 18"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 53' 15", & la déclinaison de 4^d 12' 6".

XXIII.me Observation. Le 27 Mai à 10^h 21', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 56" $\frac{1}{2}$, & étoit plus méridionale de 1^d 41' 51"; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 55' 40", & la déclinaison de 4^d 8' 33".

L'on a comparé la Comète à une autre Étoile, dont l'ascension droite étoit de 155^d 49' 15", & la déclinaison de 4^d 7' 3"; la différence d'ascension droite entre cette Étoile & la Comète étoit de 1^d 52' 5', & en déclinaison de 2' 11": donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 57' 10", & la déclinaison de 4^d 9' 15", mais la première détermination est préférable, parce que l'on y a employé le même terme de comparaison.

XXIV.me Observation. Le 28 Mai, il n'étoit plus possible de voir la Comète & l'Étoile, à laquelle on l'avoit toujours comparée depuis le 14 Mai, dans le même champ de la lunette; mais comme cette même Étoile avoit été comparée à une autre que l'on a observée le 28, on a pu déterminer le mouvement de la Comète par rapport à la première, qui a été du 27 au 28 Mai de 12 second. & par conséquent l'ascension droite de la Comète étoit de 154^d 0' 13"; la Comète étoit plus septentrionale que la seconde Étoile observée la veille de 6' 15", & par conséquent la déclinaison de la Comète étoit de 4^d 0' 48".

Le

Le même jour, le P. Hell a déterminé l'ascension droite de la Comète de 154^d 0′ 3″, & la déclinaison de 4^d 7′ 32″.

Le P. Morand, à Avignon, a déterminé l'ascension droite de la Comète de 153^d 56′ 13″, & la déclinaison de 3^d 57′ 31″; ainsi il y a une différence de 10 minutes entre l'observation du P. Hell & celle du P. Morand, laquelle provient de la difficulté de bien estimer le moment des passages de la Comète, qui paroissoit très-foiblement, aux fils des reticules.

J'ai encore vu la Comète le 29, mais les observations ont été trop imparfaites pour mériter d'être rapportées.

Les différences que nous venons de faire remarquer entre les résultats des observations de différens Astronomes, doivent nous faire regretter de n'être point en état de pouvoir confirmer celles que M. Messier a faites dans les mois de Janvier & de Février; car ce qui échappe à un Observateur peut être saisi par un autre, & plus une observation est difficile, plus l'on a besoin du secours & des lumières des Astronomes les plus exercés.

L'avantage que l'on avoit de connoître à peu près la révolution de la Comète, a facilité le calcul des élémens de l'orbite qu'elle a parcourus, car si nous n'avions eu que les observations faites pendant le mois de Mai, quoique plus propres que les autres à donner exactement les élémens, à cause de leurs grandes distances du périhélie, l'on auroit été fort embarrassé sur le choix des observations qui n'ont pas pu être plus exactes, parce que la Comète paroissoit confuse & mal terminée; d'ailleurs elle étoit si proche de l'horizon dans les dernières observations qui ont été faites, que la lumière étoit affoiblie par les vapeurs.

Les différences que l'on vient de remarquer entre les résultats des observations des Astronomes, prouvent combien il étoit difficile de déterminer exactement la position de cette Comète, & confirment l'idée où je suis depuis long-temps, que l'on retrouveroit plusieurs des anciennes Comètes si l'on pouvoit compter sur la détermination des anciens Astronomes, fondée sur des méthodes si imparfaites, qu'il est étonnant que M. Halley ait pris la peine d'en ébaucher la théorie; car, indépendamment du peu d'exactitude des observations, ne pourroit-on pas craindre des fautes

d'impreſſion, ou de citation de la part des auteurs qui les ont rapportées, telles qu'on le remarque tous les jours dans les Mémoires mêmes de l'Académie, & que les ont découvertes ceux qui ont diſcuté les obſervations les plus anciennes, pour en déduire les élémens de la théorie des Planètes?

M. Halley, qui a calculé l'orbite de vingt-quatre Comètes, ne nous a donné aucun détail des obſervations qu'il avoit employées, n'a rien dit de leur exactitude & de la confiance que l'on devoit avoir aux théories plus certaines les unes que les autres; il nous avertit ſeulement que la théorie des quatre premières étoit fondée ſur des obſervations groſſières.

M. Struicht, qui nous a donné l'hiſtoire d'un plus grand nombre de Comètes, ne rapporte que leurs poſitions, c'eſt-à-dire leurs longitudes & latitudes, ſans entrer dans aucun détail des circonſtances des obſervations; mais l'on voit, par leur date, qu'elles ont été faites près du périhélie, qui eſt la ſituation la moins propre pour déterminer les élémens de leur théorie, puiſque les dimenſions de l'orbite ne peuvent être bien déduites que des inégalités dans les vîteſſes héliocentriques, & que l'on ſait que toutes les Planètes ont un mouvement uniforme vers le périhélie.

Il a donc fallu partir de quelques obſervations, faites pendant une quinzaine de jours ou un mois au plus, pour en déduire les élémens les plus délicats de l'Aſtronomie, tels que la diſtance de la Comète au Soleil, le lieu de ſon périhélie, &c. élémens qui ſervent à reconnoître le retour de la même Comète; la détermination de l'inclinaiſon de leur orbite, qui eſt le principal caractère de l'identité d'une Comète, ſuppoſe que les latitudes ſoient bien déterminées, qu'elles ſoient inégales, & ſi les obſervations anciennes ne donnoient point la latitude des Comètes avec une plus grande préciſion que celles faites à la Haye en 1759, dont le réſultat eſt différent des nôtres de près d'un degré, on ne pourroit faire aucun uſage de la théorie des anciennes Comètes.

Il faut cependant convenir que dans le nombre de Comètes qui ont paru, il s'en trouve dont l'on a des ſuites d'obſervations de plus d'un mois, ſur-tout depuis qu'on les obſerve avec des lunettes, & qu'on peut les ſuivre juſqu'au temps qu'elles diſparoiſſent

à la lunette; mais il ne s'ensuit pas pour cela que l'on ait plus exactement leur théorie, puisque c'est la quantité du chemin qu'elles ont fait, par rapport au Soleil ou de l'arc héliocentrique, qui rend les théories plus ou moins certaines: en général la théorie d'une Comète qui n'aura parcouru un arc héliocentrique que de quelques degrés, doit être regardée comme indéterminable; c'est par cette raison que les deux Comètes que j'ai observées cette année ne peuvent pas augmenter le catalogue des Comètes, quoique je sois parvenu à représenter leur position avec la plus grande exactitude. Nous avons cherché la seconde Comète qui devoit, selon le calcul de M. Pingré, reparoître le matin dans le mois de Juin; mais nous n'avons rien vu, & il y a apparence que sa théorie n'étoit pas encore bien connue.

Nous attendons le retour de la Comète de 1532 & de 1661, dont la révolution est de cent vingt-neuf années, quoique sa distance au Soleil ait été déterminée en 1532 de 5091 parties; donc la distance de la Terre au Soleil est de 10000 toises, & en 1661 de 4485, parce que les autres élémens s'accordent à très-peu près: ne pourroit-on pas croire que la Comète de 1664 est la même que celle de 1718, parce que l'une & l'autre étoient rétrogrades, que leur distance au Soleil étoit précisément la même, que la position de leurs périhélies étoit dans le même signe? il n'y a que l'inclinaison qui est différente.

Les élémens de la Comète de 1699, diffèrent fort peu de ceux de la Comète de 1742; la distance au Soleil, de la Comète de 1699, a été déterminée de 7440 toises, & de la Comète de 1742 de 7655; la position de l'aphélie de l'une & de l'autre ne diffère que de quelques degrés; l'inclinaison de l'orbite de la première étoit de 69 degrés, & de la seconde de 67; l'une & l'autre avoient un mouvement rétrograde; enfin ne pourroit-on pas croire que quelques Comètes qui reviennent, tournent autour d'un autre Soleil que le nôtre?



OBSERVATION
DE L'OPPOSITION DE SATURNE
DU 23 NOVEMBRE 1765,
ET DE CELLE DE JUPITER DU 5 FÉVRIER 1766,
Faites à l'École Royale Militaire.

Par M. JEAURAT.

14 Juin 1766.

LES Obſervations contenues dans ce Mémoire, ont été faites avec un inſtrument des paſſages, ſitué exactement dans le plan du méridien, & elles ont été vérifiées par d'autres obſervations faites avec un ſecteur de cercle de 4 pieds de rayon, & ſitué dans un vertical diſtant de celui du méridien d'environ 4 minutes de temps.

La lunette de mon inſtrument des paſſages eſt garnie d'un réticule, & celle de mon ſecteur de cercle eſt garnie d'un excellent micromètre.

Des obſervations faites à mon inſtrument des paſſages, puis de celles qui ont été faites 4 minutes après avec mon ſecteur de cercle, j'ai déduit, pour chaque obſervation particulière, des déterminations moyennes; c'eſt de ces déterminations moyennes que j'ai déduit ce qui ſuit:

1.° Pour l'oppoſition de Saturne avec le Soleil,

L'oppoſition eſt arrivée le 23 Nov. 1765 à...............	17^h 11′ 56″	Temps vrai à Paris.
	16. 59. 4	Temps moyen à Paris.

La long. héliocentr. obſervée dans l'écliptique, étoit de	2^f	2^d	14′	28″
La long. héliocentr. obſervée dans l'orbite, étoit de...	2.	2.	12.	50
La long. héliocentr. calculée ſelon M. Halley, étoit de	2.	1.	55.	24
Conſéquemment l'erreur des Tables en longit. étoit de		—	17.	26.

Cette erreur — 17′ 26″ répond, selon les Tables de M. Halley, à l'anomalie moyenne. . . . . 5ˢ 4ᵈ 52′ 2″

Saturne avoit alors une latitude australe géocentrique de. . . 2. 6. 23.

2.° J'ai trouvé pour l'opposition de Jupiter,

Que son opposition avec le ☉ est arrivée le 5 Févr. 1766 à { 15ʰ 25′ 43″ Temps vrai à Paris. / 15. 40. 16 Temps moyen à Paris.

Que la longitude héliocentrique	observée. . .	dans l'Écliptique, étoit de. . .	4ˢ	17ᵈ	27′	2″
		dans son orbite, étoit de. . . .	4.	17.	27.	30
	calculée selon	M. Halley, étoit de.	4.	17.	30.	4
		M. Cassini, étoit de.	4.	17.	22.	30
		mes nouvelles Tables, étoit de	4.	17.	29.	44

Conséquemment que l'erreur des Tables en longitude étoit pour celles.	de M. Halley, de	+ 2.	34
	de M. Cassini, de	— 5.	0
	des miennes, de	+ 2.	14

Que ces erreurs + 2′ 34″, — 5′ 0″, + 2′ 14″, répondent.	selon les Tables de M. Halley, à l'anomalie moyenne	10.	2.	5.	13
	selon les Tables de M. Cassini, à l'anomalie moyenne	10.	2.	22.	53
	selon les miennes, à l'anomalie moyenne.	10.	2.	8.	20.

De plus, Jupiter avoit, dans l'instant de son opposition observée, une latitude boréale géocentrique de. . . . . . . 0ᵈ 20′ 56″

Enfin le diamètre de Jupiter a été observé de. . . . . 0. 0. 44.

En comparant présentement l'erreur de mes Tables avec celles de M.ʳˢ Halley & Cassini, on voit que la mienne est moindre que celle de M. Halley de 0′ 20″, & moindre que celle de M. Cassini de 2′ 46″; d'ailleurs si l'erreur des Tables de M. Halley n'excède ici la mienne que de 0′ 20″, ce n'est que parce que ce point de l'orbite est un de ceux qui sont favorables aux Tables de M. Halley; car en 1759, elles se sont éloignées du vrai de 9′ 50″, & les miennes concilient, comme on sait *, la totalité des observations de ce siècle, de manière que mes erreurs sont rarement de 3 minutes $\frac{1}{2}$, très-fréquemment d'une ou de 2 seulement, & même, par fois, de moins encore.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1766, p. 100.

Je termine ce Mémoire par les observations d'où j'ai déduit les résultats qui précèdent.

1.° *Observations de SATURNE, faites dans les approches de son opposition avec le Soleil.*

JOURS des Observations. ANNÉE 1765.	PASSAGE AU MÉRIDIEN. TEMPS DE LA PENDULE. ♈ du BÉLIER.	SATURNE.	TEMPS vrai. SATURNE.	TEMPS de la Pendule. ε du TAUREAU.
20 Novemb.	10h 15′ 26″	12h 37′ 50″	12h 16′ 25″	12h 49′ 18″
22 Novemb.	10. 8. 7	12. 29. 49	12. 7. 16	12. 41. 59
24 Novemb.	10. 0. 48	12. 21. 48	11. 58. 8	12. 34. 40

Position apparente des deux Étoiles avec lesquelles SATURNE a été comparé.

♈ du BÉLIER	Longitude	0s 29d 54′ 50″
	Latitude boréale	7. 9. 19.
	Ascension droite	25. 10. 32.
	Déclinaison boréale	18. 8. 26.
ε du TAUREAU	Longitude	2. 5. 11. 18.
	Latitude australe	2. 35. 34.
	Ascension droite	63. 44. 55.
	Déclinaison boréale	18. 38. 34.

Calculs des Observations de SATURNE.

TEMPS VRAI des Observations DE SATURNE. *Année 1765.* H. M. S.	ASCENSION droite de SATURNE observée. D. M. S.	DÉCLINAIS. boréale de SATURNE observée. D. M. S.	LONGITUDE géocentrique de SATURNE observée. S. D. M. S.	LATITUDE géocentr. de SATURNE observée. D. M. S.	LONGITUDE de la Terre, calculée selon M. l'abbé de la Caille. S. D. M. S.
20 Novemb. à 12. 16. 25	60. 52. 29	18. 37. 0	2. 2. 30. 52	2. 6. 28 A	
22 Novemb. à 12. 7. 16	60. 41. 57	18. 35. 16	2. 2. 20. 41	2. 6. 25 A	2. 1. 0. 52
24 Novemb. à 11. 58. 8	60. 31. 25	18. 33. 30	2. 2. 10. 27	2. 6. 22 A	2. 3. 1. 59

2.° *Obſervations de* JUPITER, *faites dans les approches de ſon oppoſition avec le Soleil.*

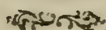
JOURS des OBSERVATIONS. *Année 1766.*	PASSAGES AU MÉRIDIEN.			
	TEMPS DE LA PENDULE.			TEMPS VRAI.
	α Aldebaran.	γ Luiſante des ♊.	JUPITER.	JUPITER.
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
29 Janvier...	7. 34. 18	9. 35. 41	12. 35. 40	12. 33. 53 $\frac{1}{2}$
3 Février...	7. 16. 9	9. 17. 32	12. 14. 55	12. 11. 2
4 Février...	7. 12. 30	9. 13. 53	12. 10. 46	12. 6. 30
5 Février...	7. 8. 52	9. 10. 15	12. 6. 36	12. 1. 59
6 Février...	7. 5. 11	9. 6. 34	12. 2. 25	11. 57. 30

Poſition apparente des deux Étoiles avec leſquelles JUPITER *a été comparé.*

Aldebaran............	Aſcenſion droite......	65ᵈ 38′ 5″
	Déclinaiſon boréale....	16. 1. 25
γ Luiſante des Gemeaux...	Aſcenſion droite......	96. 3. 12
	Déclinaiſon boréale....	16. 34. 52.

Calculs des Obſervations de JUPITER.

TEMPS VRAI des Obſervations DE JUPITER. *Année 1766.*	ASCENSION droite de JUPITER obſervée.	DÉCLINAIS. boréale de JUPITER obſervée.	LONGITUDE géocentrique de JUPITER obſervée.	LATIT. géocentr. de JUPITER obſervée.	LONGITUDE de la Terre, calculée ſelon M. l'abbé de la Caille.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	S. D. M. S.
29 Janvier à 12. 33. 53 $\frac{1}{2}$	141. 9. 53	16. 17. 25			
3 Février à 12. 11. 2	140. 30. 50	16. 30. 12			
4 Février à 12. 6. 30	140. 23. 16	16. 32. 51	4. 17. 36. 9	20. 47 B	4. 16. 17. 52
5 Février à 12. 1. 59	140. 15. 21	16. 35. 30	4. 17. 28. 8	20. 55 B	4. 17. 18. 27
6 Février à 11. 57. 30	140. 7. 50	16. 38. 8	4. 17. 20. 27	21. 4 B	4. 18. 19. 0



EXAMEN CHIMIQUE

De l'Eau minérale de l'abbaye des Fontenelles en Poitou près la Roche-sur-Yon :

Avec des Observations intéressantes sur la Sélénite.

Par M. CADET.

CETTE Fontaine minérale, dont on n'avoit pas encore entendu parler, appartient à M. l'abbé de Valcour; elle est située sur une terre que l'on appelle dans le pays *Chaps*. La source de la fontaine coule du nord au sud; elle est éloignée de la mer d'environ dix ou douze petites lieues.

L'eau prise à la fontaine même est aussi claire que celle qui sort d'un rocher; on voit continuellement nager à la superficie une espèce de rouille en forme d'écume.

L'eau qui m'a été envoyée directement par M. l'abbé de Valcour, étoit claire, limpide & sans couleur; il s'étoit précipité dans le fond de la bouteille une poudre jaune en petite quantité.

Cette eau minérale ne porte à la bouche aucune impression ferrugineuse; elle est aussi douce & presqu'aussi légère que l'eau de la Seine filtrée.

Quelques gouttes d'huile de tartre par défaillance versées dans cette eau, la troublent sur le champ & lui donnent un œil d'opale; expérience qui peut servir à y faire connoître la sélénite.

L'alkali volatil n'y démontre aucune nuance de bleu qui puisse faire craindre qu'elle contienne du cuivre.

La noix de galle n'a donné aucune nuance de violet, qui ait pu d'abord me faire soupçonner que cette eau fût martiale; cette expérience a toujours été & est encore un des meilleurs moyens que les Chimistes emploient pour démontrer la présence du fer dans les eaux minérales qui en contiennent; elle n'a pas eu lieu dans ce cas-ci, quoique l'eau minérale en contînt réellement.

Pareille chose est arrivée à M. Malouin dans l'analyse qu'il a donnée

donnée à l'Académie en 1746 des eaux ſavonneuſes de Plombières: cette obſervation doit dorénavant nous rendre plus circonſpects à ne pas décider qu'une eau minérale eſt exempte de fer, parce que la noix de gale n'y en décèle point.

J'ai mis évaporer dans une capſule de verre, au bain-marie, une pinte de cette eau minérale. Dans le commencement de l'évaporation j'ai aperçu l'eau ſe troubler, & s'éclaircir enſuite à meſure qu'elle précipitoit une poudre jaunâtre; j'ai ſéparé cette poudre, ainſi que le précipité jaune de la bouteille où étoit l'eau minérale; l'examen que j'en ai fait m'a porté à regarder ces précipités comme une terre martiale produite par un fer très-atténué, diviſé & privé de la plus grande partie de ſon phlogiſtique, lequel ſe dépoſe à la longue, & que la chaleur achève de précipiter.

L'eau minérale portée juſqu'à un certain point de concentration prend un caractère ſalin, & dans cet état elle précipite la diſſolution de l'argent de coupelle, dans l'acide nitreux, en un *coagulum* qui fait la lune cornée: preuve évidente de la préſence de l'acide marin contenu dans cette eau minérale.

La lame de fer poli plongée dans cette liqueur concentrée n'a point pris de couleur de cuivre; on ne peut juſqu'ici la ſoupçonner d'en contenir; cette eau minérale évaporée à ſiccité donne du ſel marin.

L'eau minérale que j'avois analyſée, étoit en trop petite quantité pour me mettre en état de porter un jugement certain ſur la nature de ces eaux. L'éloignement de cette ſource minérale ne me permettant pas de me tranſporter ſur les lieux, j'écrivis à M. l'abbé de Valcour de vouloir bien me faire évaporer cent pintes de cette eau minérale juſqu'à la réduction d'environ une pinte, en prenant ſoin de conſerver ce qui ſe précipiteroit dans le vaiſſeau pendant l'évaporation; ce travail a été exécuté, on m'a envoyé les produits dans une bouteille de pinte exactement bouchée, la liqueur qu'elle contenoit étoit claire, il y avoit au fond de la bouteille un dépôt aſſez conſidérable; j'ai agité le tout pour le verſer ſur un filtre, la liqueur qui a paſſé étoit d'une couleur citrine & laiſſoit ſur la langue une impreſſion de ſel marin. Je l'ai évaporée avec grand ſoin dans une capſule de verre ſur un bain de ſable; vers le milieu

de l'évaporation, j'ai aperçu un nombre de feuillets talqueux qui n'avoient aucun caractère falin, qui craquetoient fous les dents comme ceux qu'on obtient par l'évaporation des différentes eaux de puits & de plufieurs eaux minérales; c'eft la fubftance à laquelle les Chimiftes ont donné le nom de *félénite*, & que la plupart regardent comme un fel compofé de l'acide vitriolique uni à une terre calcaire; cependant M. Boulduc * ne le décide pas formellement, il fe contente, en parlant de cette terre, de dire qu'elle paroît calcaire.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1735, p. 450.

Je ferois tenté de porter un autre jugement fur la nature des félénites; je penferois que c'eft plutôt à la terre vitrifiable qu'à la terre calcaire que la plupart doivent leur formation & principalement celles qui font en aiguilles foyeufes : voici mon raifonnement. L'eau de la Seine & la plupart des eaux de fources, paffent & fe filtrent à travers des lits de fable, elles entraînent avec elles des portions fi fines, qu'elles paffent même à travers le filtre de papier gris; fi l'on verfe quelques gouttes d'acide vitriolique dans de l'eau de la Seine, & qu'on la mette digérer quelque temps & évaporer enfuite dans un vaiffeau de verre, elle donne un fel en aiguilles foyeufes, compofé de l'acide vitriolique de la portion de terre vitrifiable de l'eau de la Seine. Si dans cette même eau on verfe auffi quelques gouttes d'acide marin, on en tirera également un fel foyeux & infoluble dans l'eau froide.

Je ferois donc porté à croire par cette expérience & plufieurs autres dont je rendrai compte ci-après, que les acides qui exiftent dans les eaux de puits, en agiffant fur les portions de fable divifées, forment avec elles la félénite que contiennent en plus ou moins grande quantité différentes eaux de puits; & que c'eft à cette même terre vitrifiable qu'on doit attribuer la caufe de la précipitation du fer dans les eaux minérales, par la raifon que la terre vitrifiable ayant plus d'affinité que le fer avec les acides minéraux, contraint le fer à fe précipiter, d'où réfultent les félénites qu'on obtient ordinairement; au refte, je ne veux pas dire qu'il ne puiffe auffi fe former de la félénite par les terres calcaires.

Certaines eaux minérales, lorfqu'on en a féparé la félénite par l'ébullition, confervent encore une portion de fer qui ne peut plus

se précipiter; celle de Passy, appartenante à M. de Casalbigi, est dans le même cas; c'est l'abondance du fer, ce sont les principes que cette eau contenoit, qui m'ont fait penser qu'à l'aide d'une liqueur alkaline chargée du principe sulfureux de sang de bœuf, j'en pourrois tirer un bleu semblable au bleu de Prusse, & j'en ai donné au public l'analyse en 1755.

Si dans l'ebullition de cette eau minérale, cette portion de fer restante ne peut plus se précipiter, c'est par la raison que l'acide de ces eaux minérales ne trouve plus de cette même terre vitrifiable ou peut-être calcaire à laquelle on doit attribuer, ce me semble, la cause de la précipitation naturelle du fer qui s'opère dans les eaux minérales qui en contiennent, ainsi que l'a obsérvé feu M. Boulduc dans l'analyse qu'il a donnée à l'Académie en 1735 sur les eaux de Forges; & je pense que c'est à cette même terre vitrifiable qui se trouve dans les eaux de la Seine, qu'on peut attribuer la décomposition qu'éprouvent les vitriols de Mars & cuivreux, à mesure qu'on les dissout dans l'eau.

Feu M. Geoffroy assure que l'eau la plus pure distillée jusqu'à vingt fois dans des vaisseaux de verre y laisse encore à la vingtième distillation un sédiment terreux.

Je n'ai jamais mieux reconnu l'existence de ce principe terrestre & de celui de la sélénite toute formée dans les eaux potables, que dans celle du grand puits de l'Hôtel royal des Invalides; l'eau en est de la plus grande limpidité, elle dépose pendant l'ébullition une si grande quantité de ce principe terrestre & salin, que la chaudière de la grande cuisine, qui n'étoit qu'à l'usage de l'eau bouillante, se trouvoit garnie en très-peu de temps d'une incrustation de l'épaisseur quelquefois de deux pouces, qui y durcissoit au point qu'il falloit des pioches pour l'en séparer; j'en ai fait tirer dans un jour plus de cinquante livres dans l'intention de l'examiner: on est étonné de voir l'extrême division du principe salin & terrestre qui y est contenu, & l'extrême limpidité que cette eau conserve.

L'accroissement des plantes dans l'eau, sur lequel M. du Hamel a donné à l'Académie en 1748, des expériences si curieuses, ne seroit-il pas dû à ces principes terrestres & salins.

Mes conjectures ſur la formation des ſélénites par la terre vitrifiable, méritent d'être appuyées de quelques autres preuves, & je vais tâcher d'en donner. Je ne prétends pas chercher à détruire le ſyſtème adopté par pluſieurs habiles Chimiſtes, que les ſels ſéléniteux ſont compoſés de l'acide vitriolique & d'une terre calcaire; mais les expériences ſuivantes me ſont croire que c'eſt ſouvent une terre vitrifiable engagée dans un des trois acides minéraux.

Le verre à vitres de France étoit regardé, par feu M. Geoffroy, comme le verre le plus pur, & comme un verre ſur lequel les acides n'avoient aucune action; je ſuis pourtant parvenu à l'attaquer par les acides, en cherchant à rompre l'aggrégation des parties du verre par une forte trituration; je l'ai portée à une ſi grande diviſion, qu'humecté d'un peu d'eau, ce verre ſe pétriſſoit dans les doigts comme de la terre glaiſe; dans cet état, les trois acides minéraux l'ont également attaqué & m'ont donné tous trois des ſels en aiguilles ſoyeuſes, qui ne différoient en rien l'un de l'autre. Pourquoi ſemblable choſe n'arriveroit-elle pas dans les eaux ſéléniteuſes? Les acides contenus dans certaines eaux de puits ne peuvent-ils pas également agir ſur une terre vitrifiable portée à cette extrême diviſion, & former avec elle des ſels en aiguilles ſoyeuſes, inſolubles dans l'eau froide, tels qu'on en tire de différentes eaux de puits & de celle de la Seine, à l'aide des acides minéraux & de pluſieurs eaux minérales, & en un mot ſemblables à ceux que j'ai tirés du verre à vitres de France par les trois acides minéraux, & dont j'ai parlé dans un Mémoire ſur la terre vitrifiable du borax, imprimé parmi les *Mémoires préſentés à l'Académie!*

On rencontre quelquefois la préſence de ces trois acides dans une même eau, ainſi que je l'ai vu dans les eaux de puits d'Orléans, que M. l'Intendant m'avoit chargé d'examiner. M. Baron a été témoin de ce fait des trois acides, dans l'analyſe de l'eau du puits de l'École Royale-militaire, qu'il a vu faire ſous ſes yeux par M. Martin, Apothicaire, laquelle analyſe a été imprimée dans le Journal de Médecine de 1757; les ſélénites par conſéquent ne pourroient-elles pas être dûes également à chacun de ces trois acides? enfin ce même ſel ſéléniteux ne pourroit-il pas être tout

formé dans les différentes terres vitrifiables & calcaires par où ces eaux passent & se filtrent?

On obtient encore des eaux potables & minérales une autre espèce de sélénite, qui n'est qu'un assemblage de petits feuillets talqueux, insolubles dans l'eau froide, qui craquent sous les dents, dont je crois que la plupart ne doivent leur origine qu'à la terre vitrifiable; j'en ai eu de semblables dans nombre d'occasions, que je n'ai dûs qu'au hasard. Étant à concentrer de l'huile de vitriol dans le laboratoire que j'occupois chez feu M. Geoffroi, ma cornue se cassa, toute l'huile de vitriol fut répandue dans le bain de sable; je pensai d'abord à laisser refroidir le tout; j'en séparai ensuite tout le sable qui étoit imbibé de l'huile de vitriol, dans l'intention de le lessiver pour en réchapper ce que je pourrois d'acide; j'évaporai ma lessive dans une cloche de verre de jardinier sur un bain de sable; l'évaporation étoit aux trois quarts lorsque je me retirai; le lendemain matin en rentrant dans le laboratoire, je trouvai que ma liqueur m'avoit fourni une quantité prodigieuse de petits feuillets talqueux, insolubles dans l'eau froide, & exactement semblables à ceux que j'ai tirés fort souvent de différentes eaux de puits. J'ai eu aussi occasion de tirer plusieurs cristallisations semblables, de plusieurs dissolutions que j'ai faites de la mine de Cobolt par les acides minéraux, que je n'attribue qu'à l'action de ces acides sur les quartz ou autres terres vitrifiables non métalliques, vu que la partie purement métallique & colorante de cette mine produit des sels métalliques bien différens, comme cela se voit par les expériences que j'ai données à l'Académie en 1756, & qui sont imprimées dans le *III.e Volume des Savans étrangers.*

Le hasard m'a fourni une autre expérience à ce sujet. Lorsque je fus consulté pour remédier à des taches qui étoient survenues à la Porcelaine de Séve, je démontrai que ces taches ne venoient que du principe flogistique du vinaigre dont on se servoit pour broyer la couverte, & qui ressuscitoit des parties de plomb de la litarge qu'on y emploie pour suppléer au vinaigre commun & éviter la dépense du vinaigre distillé, qui étoit la liqueur que je proposai comme la plus convenable; je donnai à essayer trois liqueurs acides que j'avois amenées à peu-près au point de l'acidité

du vinaigre; la première étoit un mélange d'eau & d'acide vitriolique; la seconde étoit acidulée seulement avec l'acide du nitre; & la troisième avec l'acide marin. La première liqueur de ces trois mélanges réussit à merveille; on sortit du four six cents pièces de Porcelaine préparées avec cette première liqueur, toutes sans aucune tache; M. Hellot, dont on déplore la perte (& que j'ai lieu de regretter plus que personne, par les instructions & les conseils pleins d'amitié que j'en ai toujours reçus) étoit présent à cette défournée & en dressa son rapport; j'abandonnai ces trois liqueurs acides dans des bouteilles de verre de pinte. Au bout de quelque temps le hasard me les fit examiner; j'observai que ces liqueurs, qui dans leur origine avoient été très-claires, étoient devenues troubles; je les filtrai séparément, & je trouvai sur chaque filtre un sel par petites lames, qui craquetoit sous les dents, insoluble dans l'eau froide & qui ressembloit, on ne peut pas davantage, au sel sédatif, du moins pour la configuration de ses cristaux.

D'après ces différentes expériences que je viens d'exposer, je ne crois pas qu'on doive considérer aujourd'hui toutes les sélénites comme formées par une terre calcaire avec l'acide vitriolique; j'espère qu'on ne désapprouvera pas cette digression, assez relative à l'analyse dont il s'agit ici pour avoir pu interrompre un instant le fil de nos expériences.

Je reviens à l'évaporation des eaux des Fontenelles: après avoir séparé la sélénite de cette eau minérale, je continuai de l'évaporer, elle cessa de me donner des feuillets talqueux; j'aperçus peu après à sa superficie une petite pellicule, qui étoit un assemblage de petits cristaux de sel marin très-réguliers qui se précipitoient & se renouveloient successivement dans la capsule. La liqueur ayant cessé de me donner des cristaux, il m'est resté une petite quantité d'eau-mère semblable à celle que fournissent les fabriques de sel marin, laquelle précipite, quand on la mêle avec l'alkali fixe, une terre blanche de la nature des terres calcaires que fournissent les eaux-mères de nitre, les eaux de Sédlitz & le sel d'Ebsom d'Angleterre, sel à base terreuse qui ne diffère en rien, comme je le prouverai dans un autre temps, du sel de Sédlitz & de celui

qu'on tire de son eau minérale. Je mets une grande différence entre ces précipités; celui de l'eau-mère du nitre est en partie de nature calcaire, au lieu que je considère ceux du sel de Sédlitz & du sel d'Ebsom d'Angleterre comme la base même du sel marin, qui me paroît avoir subi une altération considérable: ces deux sels se cristallisent en petites aiguilles, & avec une addition d'acide vitriolique, ils donnent des cristaux semblables à ceux du sel de Glauber; ils n'en diffèrent que parce qu'ils ont un peu plus d'amertume, & qu'ils fournissent toujours un précipité par les alkalis fixes, ce que ne fait point le sel de Glauber préparé avec le sel marin ou avec l'alkali de soude.

Il me restoit à examiner le dépôt de ces eaux; quoiqu'en goûtant l'eau minérale, je n'y trouvasse aucun goût ferrugineux, je soupçonnai que ce dépôt étoit ocreux; je le lavai avec soin; je le fis sécher & le mis dans un creuset au feu de forge; je donnai le feu le plus vif pendant une heure; il m'est resté une poudre d'un assez beau rouge; je l'ai examinée avec la pierre d'aimant, elle n'en a rien enlevé. Pour m'assurer si c'étoit vraiment une terre martiale, comme l'indiquoit sa couleur rouge dans la calcination, j'en ai fait une pâte avec de l'huile de lin cuite; je l'ai distillée dans une cornue de verre luttée; j'ai distillé d'abord avec précaution, mais sur la fin j'ai donné un feu assez fort pour fondre la cornue; j'ai cessé alors l'opération; il en est résulté une poudre noire attirable par l'aimant; j'ai versé sur cette poudre une huile de vitriol affoiblie, la plus grande partie s'est dissoute avec chaleur & effervescence; j'ai étendu cette dissolution dans de l'eau, je l'ai filtrée ensuite, elle a pris avec la noix de galle une nuance de violet qui a passé aussitôt au noir; cette liqueur évaporée a donné du vitriol de mars: pour m'assurer s'il ne participoit point du cuivre, j'ai eu recours à une autre expérience que celle de l'alkali volatil; celle-ci avoit été regardée jusqu'à présent par les Chimistes comme la pierre de touche propre à en déceler jusqu'aux plus petits atomes; mais j'ai fait voir que cette épreuve étoit insuffisante en bien des cas, & sur-tout dans celui-ci, depuis que j'ai trouvé le moyen de cacher le cuivre, sans que l'alkali volatil puisse le démontrer. Voici donc l'expérience que j'ai substituée

à celle-là : j'ai dissous ce vitriol de mars dans l'esprit de vitriol dont j'étois sûr; j'ai joint cette dissolution à deux parties d'esprit-de-vin très-rectifié, j'ai trempé un papier blanc dans ce mélange, j'y ai mis aussitôt le feu, la flamme en étoit bleue & blanche; je n'ai aperçu aucun indice de couleur verte, ce qui m'a fait conclure que la terre martiale de cette eau minérale ne participe en rien du cuivre, & que l'on ne peut soupçonner cette eau d'en contenir.

La fixité & le beau rouge que donne, par la calcination, le dépôt ocreux de cette eau minérale, me firent d'abord juger qu'il pourroit être de quelque utilité dans la peinture en émail; pour aviver encore davantage cette couleur rouge, j'ai versé dessus une huile de vitriol blanche, très-concentrée; j'ai bien mêlé le tout avec un tube de verre; j'ai abandonné ce mélange l'espace de vingt-quatre heures, ensuite je l'ai lavé avec de l'eau distillée pour en enlever la plus grande partie de l'acide; je l'ai séché dans une étuve & à l'abri de la poussière, ce qui est essentiel à observer; je l'ai mis ensuite à calciner sur un têt plat sous la moufle du fourneau de coupelle; lorsque j'ai vu prendre à la matière une belle couleur rouge foncée, j'ai retiré le têt, j'ai pris une partie de cette couleur que j'ai broyée sur une glace avec une partie de fondant, lequel étoit de la couverte de la porcelaine de Sève, triturée par l'acide vitriolique: ce mélange appliqué sur l'émail d'un morceau d'essai de Porcelaine, s'y est fondu & a donné le beau rouge de mars.

L'ocre de l'eau minérale de Passy de M. de Casalbigi, est dans le même cas, & donne dans les émaux un beau rouge.

J'ai examiné aussi le dépôt ocreux qu'on avoit tiré de la source même, il est d'une couleur jaune foncée; j'en ai calciné dans un creuset, & aussitôt que la matière a commencé à rougir, il s'en est élevé une quantité de vapeurs acides, sulfureuses & très-pénétrantes; la matière restante étoit un colcothar.

Il résulte de l'analyse de cette eau minérale, 1.° qu'elle contient un fer très-atténué, divisé & privé de la plus grande partie de son flogistique.

2.° Que le fer est le produit de quelque pyrite martiale, sur laquelle

laquelle ces eaux paſſent & ſe filtrent; le dépôt ocreux de la ſource en eſt une preuve, vu l'acide ſulfureux qu'il ſournit & le colcothar qui en réſulte.

3.° Que l'acide du ſel marin y exiſte ainſi que ſa baſe, puiſqu'on en obtient des criſtaux de ſel marin très-réguliers.

4.° Que la ſélénite que l'on en ſépare dans le commencement de l'évaporation, eſt formée aux dépens du fer par la terre vitrifiable que je crois être dans les eaux, &, à meſure qu'elle s'unit à l'acide vitriolique, oblige le fer à s'en précipiter; cela fait que quand cette eau ſort de ſa ſource, quoique dans une bouteille exactement bouchée, la plus grande partie du fer s'en précipite au bout de quelque temps; de-là il ſuit que cette eau eſt dans le cas de ne pouvoir être tranſportée, & que les malades ſeront obligés d'aller en faire uſage ſur les lieux.

On attribue de très-bons effets & des vertus ſingulières à cette eau, je n'en ſerois pas étonné; les eaux de Forges, qui ont acquis tant de célébrité & dont la Médecine a retiré tant d'avantages, contiennent, comme celle-ci, un fer extrêmement diviſé; on trouve auſſi dans toutes deux de la ſélénite & du ſel marin: cette reſſemblance doit rendre intéreſſantes les eaux des Fontenelles, qui ont fait l'objet de ce Mémoire.

A l'égard des vertus médicinales de ces eaux, les Médecins du Pays aſſurent qu'elles ſont apéritives, bonnes pour l'eſtomac, efficaces contre les maladies de la peau & la colique néphrétique.



OBSERVATIONS DE L'OPPOSITION DE SATURNE DE L'ANNÉE 1766.

Par M. JEAURAT.

23 Décemb. 1766.

LES Obſervations de Saturne, que contient ce Mémoire, ont été faites à l'École Royale-militaire par un très-beau temps, & avec un inſtrument des paſſages, dirigé exactement dans le plan du méridien.

La lunette de mon inſtrument des paſſages a 2 pieds; elle contient un réticule de $1^{d}\ 21'\ 22''$ d'ouverture; cette lunette, ſuffiſamment bonne pour ces ſortes d'obſervations, m'a ſervi pour déterminer les différences en aſcenſions droites & en déclinaiſons; & de mes déterminations, il réſulte que l'oppoſition de Saturne avec le Soleil, eſt arrivée le 7 Décembre 1766,

à $20^{h}\ 27'\ 40''$, temps vrai } du méridien de Paris.
à 20. 20. 2, temps moyen }

Saturne avoit alors une longitude héliocentrique

obſervée de........................... $2^{f}\ 16^{d}\ 19'\ 41''$,
calculée ſelon M. Halley, de................. 2. 16. 4. 6.

Ce qui donne — $15'\ 35''$ pour l'erreur des Tables en longitude.

La longitude obſervée ($2^{f}\ 16^{d}\ 19'\ 41''$) a été corrigée de la réduction à l'écliptique, ſavoir de — $1'\ 32''$; conſéquemment la longitude $2^{f}\ 16^{d}\ 19'\ 41''$ eſt réduite à l'orbite.

J'ai trouvé auſſi pour le même inſtant, $20^{h}\ 27'\ 40''$, temps vrai à Paris:

Que la latitude géocentrique obſervée étoit de $1^{d}\ 37'\ 10''$ auſtrale:

Que l'anomalie moyenne de Saturne étoit de $5^{f}\ 17^{d}\ 32'\ 22''$;

Et qu'il ne s'en falloit que de $12^{d}\ 27'\ 38''$ que Saturne ne fût arrivé à ſon périhélie.

Voici les obſervations telles qu'elles ont été faites, & elles ſont ſuivies des calculs que j'ai faits pour parvenir aux réſultats que je viens de donner.

JOURS des OBSERVATIONS.	PASSAGES AU MÉRIDIEN. Temps vrai de SATURNE.	Temps de la Pendule. SATURNE.	Temps de la Pendule. ζ du Taureau	DIFFÉRENCE des Ascensions droites.	DIFFÉRENCE des Déclin.
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	M. S.
1766. 28 Novembre..	12. 44. 31	12. 42. 52,5	13. 1. 56	— 4. 46. 39	+ 14. 44
29 Novembre..	12. 39. 52	12. 38. 40,5	12. 58. 5	— 4. 51. 55	+ 14. 15
3 Décembre..	12. 21. 12	12. 21. 48,5	12. 42. 35	— 5. 12. 28	+ 12. 18
7 Décembre..	12. 2. 23	12. 4. 46,0	12. 26. 56	— 5. 33. 24	+ 10. 50
8 Décembre..	11. 57. 39	12. 0. 30,5	12. 23. 2	— 5. 38. 47	+ 10. 28
9 Décembre..	11. 52. 55	11. 56. 15,0	12. 19. 8	— 5. 44. 11	+ 10. 7

Poſition de l'Étoile ζ du TAUREAU *pour le 7 Décembre 1766.*

Longitude................	$2^s\ 21^d\ 31'\ 48''$	ζ du TAUREAU.
Latitude auſtrale..............	2. 13. 31	
Aſcenſion droite apparente.......	80. 56. 25	
Déclinaiſon apparente boréale......	20. 58. 54	

JOURS des OBSERVATIONS.	TEMPS VRAI des Obſervations.	ASCENSION droite de SATURNE.	DÉCLINAIS. de SATURNE.	LONGITUDE géocentrique de SATURNE.	LATITUDE géocentrique de JUPITER.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
1766. 28 Novembre..	12. 44. 31	76. 9. 46	21. 13. 38 B	2. 17. 6. 47	1. 37. 36 A
29 Novembre..	12. 39. 52	76. 4. 30	21. 13. 9	2. 17. 1. 55	1. 37. 34
3 Décembre..	12. 21. 12	75. 43. 57	21. 11. 12	2. 16. 42. 27	1. 37. 23
7 Décembre..	12. 2. 23	75. 23. 1	21. 9. 44	2. 16. 23. 0	1. 37. 12
8 Décembre..	11. 57. 39	75. 17. 37	21. 9. 22	2. 16. 17. 57	1. 37. 3
9 Décembre..	11. 52. 55	75. 12. 14	21. 9. 1	2. 16. 12. 55	1. 36. 54



OBSERVATIONS
DU PASSAGE DE LA LUNE PAR LES PLÉÏADES, Le 22 Septembre 1766.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

23 Décemb. 1766. LES occultations des Étoiles par la partie éclairée de la Lune étant très-difficiles à obſerver, à cauſe des irradiations de la lumière que produiſent les meilleures lunettes, j'ai fait uſage dans cette obſervation d'une excellente lunette de Campani de 19 pieds $\frac{1}{2}$, pour obſerver les immerſions, & d'une de 10 pieds pour les émerſions; ces dernières devoient arriver par la partie obſcure de cette Planète; la pendule dont je me ſuis ſervi, avoit été réglée par des hauteurs correſpondantes priſes les 21, 22 & 23; elle avançoit le 22 à midi ſur le temps vrai de $1' \, 15'' \frac{1}{2}$, & de 11 ſecondes dans 24 heures.

J'obſervai l'immerſion de *Celeno*, marquée *g* dans le Catalogue de M. l'abbé de la Caille, à $10^h \, 24' \, 53''$, temps vrai; quoique la Lune fut très-bien terminée dans ma lunette, je ne fus cependant pas auſſi ſatisfait de mon obſervation que je le deſirois, ſoit à cauſe que cette obſervation fut très-difficile, ou à cauſe de la petiteſſe de l'Étoile, qui n'eſt que de la 7.me grandeur, ſoit parce que la lunette groſſiſſant conſidérablement, elle devoit néceſſairement augmenter l'irradiation de la lumière dans le même rapport; quoi qu'il en ſoit, je retirai cet équipage, & j'adaptai à ma lunette celui qui portoit un oculaire de 3 pouces; ma lunette ne groſſiſſoit plus alors que de quatre-vingts fois; mais la Lune étoit infiniment mieux terminée & ſi éclatante, que pour ne pas fatiguer ma vue, je couvrois, juſqu'au moment de l'obſervation, l'œil droit avec lequel je devois obſerver quelques minutes après l'immerſion de *Celeno*; le bord inférieur de la Lune parut à égale diſtance de *Electra* & de *Taygeta*, de façon que je crus d'abord que ces deux Étoiles ſeroient éclipſées; je reconnus cependant à $10^h \, 34'$

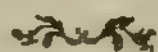
environ, qu'*Electra* ne le feroit point; je mesurai alors la distance du bord de la Lune à cette Étoile avec une lunette de 10 pieds, à laquelle j'avois adapté un micromètre, je trouvai cette distance de 66 parties ou 26 secondes; mais la Lune étoit déjà éloignée de cette Étoile: je crois que la plus proche distance n'a pas été de plus de 14 à 15 secondes.

L'immersion de *Taygeta* arriva à $10^h 40' 5''$, temps vrai; cette observation me parut de la plus grande précision; j'aperçus l'Étoile qui prit une teinte rouge sur le bord de la Lune & s'éclipsa dans un instant: je crois que cette couleur a plutôt sa source dans la petite irradiation de la lumière que dans l'atmosphère de la Lune, ainsi qu'on le verra par les émersions.

J'observai avec la même précision l'immersion de *Maya*, & j'y aperçus le même phénomène; l'immersion arriva à $10^h 53' 34''$, temps vrai. J'observai à $10^h 59' 2'' \frac{1}{2}$ l'émersion d'une Étoile, que j'avois prise d'abord pour *Celeno*, & que je crois celle située au sud de cette Étoile: *Taygeta* parut à $11^h 41' 59''$; je diffère dans cette dernière observation d'environ une minute de celle de M. Maraldi, ce qui ne peut avoir sa source que dans un mécompte dans l'heure prise à la pendule.

J'aperçus à $11^h 44' 31''$ la petite Étoile qui est au midi de *Maya*, elle me servit à fixer la vue dans l'endroit où *Maya* devoit paroître quelques minutes après; & en effet, cette dernière Étoile parut comme un éclair à $11^h 51' 30''$: cette Étoile ayant paru si promptement & dans son état naturel, il me paroît très-difficile d'accorder ce fait avec l'atmosphère de la Lune, ou cette atmosphère doit être bien rare. Cette observation prouve évidemment la fausseté de celle d'un Anglois *, qui a prétendu mesurer l'étendue de cette atmosphère par les degrés de lumière qu'une Étoile a montrés successivement dans une pareille observation; & en effet, la lumière de cette Étoile n'ayant point été altérée à son émersion, il paroît que l'altération qu'elle avoit soufferte dans l'immersion qui est arrivée dans la partie éclairée de la Lune, a uniquement sa source dans l'irradiation de la lumière de cette Planète, & non pas dans son atmosphère.

* On trouve cette Observation dans les *Transactions philosophiques*.



MÉMOIRE SUR LES ROUES HYDRAULIQUES.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

IL y a deux eſpèces ordinaires de Roues hydrauliques, l'une connue généralement ſous le nom de *roue à aubes* ou *à palettes,* qui ſe meut par le choc de l'eau; l'autre, connue ſous le nom de *roue à pots* ou *à godets,* qui ſe meut en partie par le choc & en partie par le poids de l'eau.

Je me propoſe dans ce Mémoire, 1.° de trouver la manière de faire produire à chacune des deux eſpèces de roues le plus grand effet poſſible; 2.° d'aſſigner le rapport qui eſt entre les plus grands effets poſſibles de l'une & de l'autre.

Je commencerai d'abord par les roues à palettes, j'examinerai enſuite les roues à godets.

PROBLEME I.

Fig. 1. (1.) *Soit un filet d'eau qui tombe le long d'un plan incliné* AB *ſur les palettes obliques HG d'une roue horizontale* RS, *de manière qu'il n'y ait aucune molécule du fluide qui ne frappe quelque palette; on ſuppoſe que cette roue, en tournant, faſſe monter le poids* P, *& on demande quelle ſera la vîteſſe de la roue lorſqu'elle ſera parvenue à ſon mouvement uniforme!*

SOLUTION.

Je ſuppoſe que le mouvement eſt déjà parvenu à cet état d'uniformité, & je remarque qu'alors l'action inſtantanée du fluide ſur les palettes fera équilibre avec l'action de la gravité ſur le poids *P,* ou, ce qui eſt la même choſe, que la quantité de mouvement que le fluide perdra à chaque inſtant dans le plan de la roue, fera équilibre avec la quantité de mouvement que l'action de la gravité donneroit au poids *P* dans le même inſtant.

Cela posé, par le point A, d'où l'on suppose que le fluide tombe, je mène l'horizontale AF qui rencontre au point F le prolongement de la palette HG; je prends sur AF la partie AM pour représenter la vîtesse du point B de la roue, tandis que AB représentera la vîtesse du fluide au point B; je tire ensuite MB qui représentera la vîtesse & la direction relatives du fluide par rapport au point B de la roue; du point M, je mène MD perpendiculaire sur BF, & du point D, je mène DE perpendiculaire sur AF. Il est clair que MD sera la vîtesse avec laquelle la palette sera frappée, & que ME sera la partie de cette vîtesse perdue dans le plan de la roue. Fig. 1.

Soit à présent la hauteur $CB = H$, l'angle $ABC = A$, $CBF = B$, la vîtesse du point B de la roue $= V$, la force accélératrice de la gravité $= g$, un élément du temps $= dt$, le poids que la roue élève $= P$, le rayon de la roue $= R$, le rayon de la circonférence sur laquelle se roule le cordon qui élève le poids $P = r$; enfin la quantité d'eau que le réservoir fournit par secondes $= E$.

On aura la vîtesse absolue du fluide au point $B = \sqrt{(2gH)}$, la ligne $AB = \frac{H}{\text{cos. } A}$, $AC = H$ tang. A, $AM = \frac{H \cdot V}{\text{cos. } A \sqrt{(2gH)}}$, $AF = H(\text{tang. } A + \text{tang. } B)$, $ME = H \text{ cos. } B^2 \times (\text{tang. } A + \text{tang. } B - \frac{V}{\text{cos. } A \sqrt{(2gH)}})$, la quantité de fluide qui tombera sur les palettes dans un temps $dt = \frac{E dt}{1''} \times \sqrt{(2gH)}$; sa quantité de mouvement sera par conséquent $= \frac{E dt}{1''} \times \sqrt{(2gH)}$, & la partie du mouvement qui servira à faire mouvoir la roue & qui doit être en équilibre avec l'action instantanée de la gravité sur le poids P, sera $= \frac{E dt}{1''} \times \frac{ME}{AB} \times \sqrt{(2gH)} = \frac{E dt}{1''} \times (\text{tang. } A + \text{tang. } B - \frac{V}{\text{cos. } A . \sqrt{(2gH}}) \text{ cos. } B^2 . \text{cos. } A . \sqrt{(2gH)}$: mais la quantité de mouvement que l'action de la gravité donneroit au poids P dans le même temps $= gP dt$; on aura donc, à

cause de l'équilibre de ces deux quantités,

Fig. 1. $\frac{gPr}{R} = \frac{R}{1''} . (\text{tang.} A + \text{tang.} B - \frac{V}{\text{cof.} A . \sqrt{(2gH)}}) . \text{cof.} B^2 . \text{cof.} A . \sqrt{(2gH)}$.

C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE I.

(2.) Pour trouver les conditions qui donnent le plus grand effet possible, je remarquerai que l'effet d'une roue hydraulique est d'autant plus grand que le poids qu'elle est supposée élever est plus grand & monte avec plus de vîtesse; cet effet est donc proportionnel à $\frac{P . Vr}{R}$: mettant dans cette expression la valeur de $\frac{Pr}{R}$, prise dans l'équation qu'on vient de trouver, on aura l'effet de la roue ou $\frac{P . Vr}{R} = \frac{V . E}{1''} . (\text{tang.} A + \text{tang.} B - \frac{V}{\text{cof.} A . \sqrt{(2gH)}}) . \text{cof.} B^2 . \text{cof.} A . \sqrt{(2gH)}$; égalant cette quantité à un *maximum*, & différenciant en faisant varier V, on aura $V = \frac{1}{2} \text{cof.} A . \sqrt{(2gH)} . (\text{tang.} A + \text{tang.} B)$; mettant ensuite cette valeur dans celle de $\frac{P . Vr}{R}$, & différenciant de nouveau en faisant varier ou A ou B, on aura $\text{cof.} (A + B) = 0$, ou $A + B = 90^d$; ce qui fait voir que, pour le plus grand effet possible de cette roue, il faut que la direction du fluide fasse un angle droit avec le plan de la palette qu'il frappe. Mettant à présent cette valeur de $A + B$ dans celle de la vîtesse que nous avons trouvée plus haut, on aura $V = \frac{\sqrt{(2gH)}}{2 \text{fin.} A}$, qui est la seconde condition nécessaire pour le plus grand effet possible.

COROLLAIRE II.

(3.) Comparons à présent l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir: pour cela, je remarque que la quantité d'eau qui tombe de la hauteur H, tandis que le poids P monte de

de la même hauteur $= \frac{E}{1''} \times \frac{H.R}{Vr}$; mettant dans cette expreſſion Fig. 1.
la valeur de $\frac{Vr}{R}$, priſe dans le *corollaire précédent*, on aura la quantité d'eau cherchée $= \frac{E}{1''} \times \frac{2HP.1''}{HE} = 2P$; d'où l'on voit que ſi la force de cette roue étoit employée à élever des poids depuis le point B juſqu'à la ſurface du réſervoir de l'eau qui la met en mouvement, les poids élevés ne ſeroient jamais que la moitié du poids de l'eau deſcendue, quand bien même on ſuppoſeroit que la roue à palettes produiroit ſon plus grand effet poſſible.

COROLLAIRE III.

(4.) La ſolution qu'on vient de donner pour les roues horizontales à palettes obliques, s'applique également aux roues verticales ordinaires. Suppoſons, par exemple, une de ces roues Fig. 2.
placée dans un petit canal dont les palettes, en tournant, rempliſſent exactement tout le paſſage, de manière qu'aucune molécule d'eau ne puiſſe s'échapper par aucun côté ſans frapper les palettes & ſans perdre la vîteſſe qu'elle a de plus que ces palettes : il eſt clair que pour adapter la ſolution à ce cas particulier, il ſuffira de ſuppoſer $B = 0$ ou $A = 90^d$; mettant cette valeur dans l'expreſſion générale de la vîteſſe qui répond au plus grand effet poſſible, on aura $V = \frac{1}{2}\sqrt{(2gH)}$, c'eſt-à-dire qu'il faudra, pour le plus grand effet poſſible, que la vîteſſe des palettes de la roue ſoit la moitié de celle du fluide qui les fait mouvoir.

REMARQUE.

(5.) Ce que ma ſolution vient de me donner, eſt contraire à ce qu'ont dit juſqu'à préſent les Géomètres qui ont travaillé ſur cette matière : en effet, tous ont trouvé, que pour faire produire à une roue à palettes le plus grand effet poſſible, il ne falloit laiſſer prendre aux palettes que le tiers de la vîteſſe du fluide qui les frappoit, & voici ſur quoi ce réſultat étoit fondé. On ne conſidéroit dans cette roue qu'une ſeule palette AB, contre laquelle on cherchoit la force du choc du fluide; on trouvoit, en appelant

B la vîteſſe du fluide & *V* celle des palettes, que le choc étoit Fig. 2. proportionnel à $(B - V)^2$; & comme l'effet de la roue eſt néceſſairement proportionnel à la vîteſſe des palettes multipliée par le choc du fluide, on avoit l'effet de la roue repréſenté par $V . (B = V)^2$, d'où on tiroit pour le *maximum* $V = \frac{1}{3} B$; mais il falloit obſerver que dans le mouvement dont il s'agit, l'action de l'eau ne s'exerce pas contre une palette iſolée, mais contre pluſieurs palettes à la fois, & que ces palettes fermant tout le paſſage du petit canal & ôtant au fluide la vîteſſe qu'il a de plus qu'elles, la quantité du mouvement perdu par ce fluide, & par conſéquent le choc qu'éprouvent les palettes, n'eſt plus proportionnel au carré de la différence des vîteſſes des fluides & des palettes, mais ſeulement à la différence de ces vîteſſes; d'où il ſuit que l'effet eſt repréſenté par $V . (B - V)$, & non pas par $V . (B - V)^2$: or égalant $V . (B - V)$ à un *maximum*, on trouve $V = \frac{1}{2} B$, comme dans le *corollaire III.*

REMARQUE.

Les roues horizontales à palettes ſont fort en uſage dans les provinces méridionales de France, mais il faut remarquer qu'on donne ordinairement une courbure à ces palettes; & comme cette forme peut en changer l'effet, je vais l'examiner dans le problème ſuivant.

PROBLEME II.

(6.) *Soit encore un petit canal* AB, *par lequel un filet d'eau tombe ſur les palettes courbes* BGD; *on ſuppoſe que l'eau entre dans ces courbes ſans les frapper, & qu'après avoir agi ſur elles par une eſpèce de preſſion depuis* B *juſqu'en* D, *elle ſorte horizontalement par la partie inférieure* D: *on demande la vîteſſe uniforme à laquelle cette roue parviendra?*

SOLUTION.

Suppoſons, comme dans le *problème précédent,* qu'on prenne ſur *AC* la ligne *AM* pour repréſenter la vîteſſe du point *B* de la roue, tandis que *AB* repréſentera celle du fluide à ce même

point B, tirons ensuite la ligne MB; il est clair que si on veut que le fluide tourne dans la courbe BGD sans produire aucun choc, il faudra que le premier côté de la courbe soit dans la direction MB, & alors le fluide entrera dans la courbe avec une vîtesse relative représentée par MB, & en sortira avec cette même vîtesse relative, plus celle que la gravité lui aura donnée dans le temps qu'il sera parvenu de B en D. Pour trouver à présent la quantité de mouvement que le fluide aura perdue contre la roue, il faudra chercher la vîtesse horizontale absolue que ce fluide avoit en arrivant au point B, & en retrancher la vîtesse horizontale absolue qu'il conservera en sortant par D; cette différence exprimera la vîtesse horizontale perdue par chaque molécule depuis B jusqu'en D, ou, ce qui est la même chose, la somme des vîtesses horizontales que tout le fluide contenu dans la courbe BD perd dans un instant : de-là, il sera facile de conclure la quantité de mouvement perdue par le fluide, & il ne restera plus qu'à supposer qu'elle est en équilibre avec celle que la gravité auroit donnée au poids pendant le même instant. Fig. 2.

Cela posé, soient conservées les mêmes dénominations que dans le *problème précédent*, & soit outre cela $BH = h$, on aura $AB = \frac{H}{\text{cos}. A}$, $AC = H \,\text{tang}. A$, la vîtesse absolue du fluide en $B = \sqrt{(2gH)}$, $AM = \frac{V.H}{\text{cos}.\, A\,.\,\sqrt{(2gH)}}$, $MC = H.(\text{tang}. A - \frac{V}{\text{cos}.\, A\,.\,\sqrt{(2gH)}})$, $MB = \sqrt{[(MC)^2 + (BC)^2]} = \frac{H}{\text{cos}. A}\sqrt{(1 + \frac{V^2}{2gH} - \frac{2V\,\text{sin}. A}{\sqrt{(2gH)}})}$, la vîtesse représentée par $MB = \frac{MB}{AB}.\sqrt{(2gH)}$, la hauteur dûe à cette vîtesse $= H \times \frac{MB^2}{AB^2}$; ajoutant la hauteur $BH = h$, on aura la hauteur dûe à la vîtesse relative du fluide au point $D = h + H \times \frac{(MB)^2}{(AB)^2}$; donc cette vîtesse sera $= \sqrt{[2g.(h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})]}$: or (*hyp.*) la direction du fluide à sa sortie par D

Fig. 2. eſt horizontale; ainſi puiſque la vîteſſe du point D de la roue $= V$, il s'enſuit que le fluide, en ſortant par D, aura une vîteſſe horizontale vers $S = V - \surd[2g \cdot (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})]$: mais avant d'entrer dans la courbe au point B, il avoit une vîteſſe horizontale $=$ ſin. $A \surd(2gH$; donc lorſqu'il ſortira par D, il aura perdu une vîteſſe $=$ ſin. $A\surd(2gH) - V + \surd[2g \times (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})]$. A préſent, nous remarquerons que la quantité de fluide qui entre dans la roue dans le temps $dt = \frac{E\,dt}{1''}$; multipliant cette quantité par la vîteſſe perdue que nous avons trouvée ci-deſſus, le produit devra faire équilibre avec la quantité de mouvement que la gravité auroit imprimée au poids P dans le même temps, c'eſt-à-dire avec $Pg\,dt$: on aura donc $\frac{gPr}{R} = \frac{E}{1''} \cdot [$ſin. $A\surd(2gH) - V + \surd(2g \cdot h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})]$ $=$ (en mettant la valeur de $\frac{MB}{AB}$) $\frac{E}{1''} \times ($ſin. $A \surd(2gH - V + \surd[2g \cdot (h + H) + V^2 - 2V$ ſin. $A\surd(2gH)]$. C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE I.

(7.) Pour trouver les conditions qui donnent le plus grand effet poſſible, on égalera à un *maximum* la valeur de $\frac{P.Vr}{R}$, trouvée par le *problème précédent*; on différenciera en regardant V comme variable, & on trouvera la vîteſſe qui convient au plus grand effet poſſible $= \frac{g \cdot (H + h)}{\text{ſin.} A . \surd(2gH)}$.

COROLLAIRE II.

(8.) Pour comparer à préſent l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir, je cherche d'abord la quantité d'eau qui tombe ſur la roue dans le temps que le poids monte de la hauteur entière $H + h$, & je trouve que cette quantité

$= \frac{E}{1''} \times \frac{(H+h)R}{Vr}$; mettant dans cette expreſſion la valeur de $\frac{Vr}{R}$, priſe dans le *problème* & le *corollaire précédens*, on trouvera que dans le temps que le poids monte de la hauteur $H + h$, il tombe ſur la roue une quantité d'eau dont le poids $= P$; c'eſt-à-dire que ſi la force de cette roue étoit employée à élever des poids depuis le point B juſqu'à la ſurface du réſervoir qui fournit l'eau, la ſomme des poids élevés pourroit être égale au poids de tout le fluide deſcendu, & par conſéquent le plus grand effet poſſible de cette roue eſt double du plus grand effet poſſible des roues à palettes planes.

REMARQUE.

(9.) J'aurois pu dans la ſolution du *problème I.er* avoir égard à l'action que la gravité du fluide exerce ſur les palettes lorſque après le choc il coule ſur ces palettes; j'aurois pu auſſi conſidérer les différens bras de levier par leſquels le fluide agit; mais ces nouvelles conſidérations ne pouvant faire que de petits changemens dans les réſultats, j'ai cru pouvoir les négliger.

PROBLEME III.

(10.) *Soit une roue à godets* ADE *miſe en mouvement par un filet d'eau* MN; *on ſuppoſe que la circonférence de la roue ait pluſieurs cavités qui puiſſent contenir toute l'eau qui tombe ſur la roue pendant une révolution, & qui la conſervent depuis le point* N *juſqu'au point inférieur* E, *où on veut que l'eau ſorte de ces cavités: on ſuppoſe encore que cette roue élève le poids* P, *& on demande la vîteſſe uniforme à laquelle elle parviendra!* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit le poids $= P$, le rayon de la roue $= R$, celui de la circonférence qui élève le poids $= r$, la quantité d'eau qui tombe par ſecondes $= E$, la hauteur totale $BE = H$, la hauteur de la chute du fluide depuis B juſqu'en $N = h$, la force de la gravité $= g$, un élément du temps $= dt$.

Puiſqu'on ſuppoſe que le mouvement eſt parvenu à l'uniformité, il s'enſuit que le choc du fluide en N, plus l'action du fluide contenu dans la partie NDE de la circonférence, font équilibre avec l'action du poids P; donc la quantité de mouvement que le fluide en N perd dans un inſtant contre la roue, plus celle que lui imprimeroit dans le même temps la gravité du fluide contenu depuis N juſqu'en E, doivent faire équilibre avec la quantité de mouvement que la gravité imprimeroit au poids P dans le même temps; il ne s'agit plus que de trouver ces trois quantités: or 1.° la vîteſſe du fluide en $N = \sqrt{(2gh)}$, & la vîteſſe de la circonférence $= V$; donc, en ſuppoſant (comme cela doit être pour le plus grand effet poſſible) que le fluide frappe les cavités de la circonférence dans la direction de la tangente au point N, la vîteſſe perdue par chaque molécule du fluide ſera $= \sqrt{(2gh)} - V$; mais la quantité de fluide qui entre dans la roue pendant le temps $dt = \frac{Edt}{1''}$, donc la quantité de mouvement perdue par le fluide dans le temps dt ou, ce qui eſt la même choſe, la quantité qui auroit été imprimée à la circonférence de la roue $= \frac{Edt}{1''}[\sqrt{(2gh)} - V]$: 2.° la quantité de fluide contenu dans la circonférence $NDE = \frac{E}{1''} \times \frac{NDE}{V}$; l'action de la gravité ſur ce fluide pendant le temps $dt = \frac{E}{1''} \times \frac{NDE}{V} \times gdt$; mais cette action ne s'exerçant pas tangentiellement à la circonférence, on cherchera à déterminer cette action tangentielle, & on trouvera facilement qu'elle eſt égale au produit de l'action verticale, dont nous venons de parler, par le rapport de HE à NDE; on aura donc la quantité de mouvement que le fluide auroit imprimée à la circonférence pendant le temps $dt = \frac{E}{1''} \times \frac{NDE}{V} \times gdt \times \frac{HE}{NDE} = \frac{E}{1''} \times gdt \times \frac{H-h}{V}$: 3.° la quantité de mouvement que la gravité auroit imprimée au poids P dans le même temps $= Pgdt$; on aura donc, à cauſe de

l'équilibre de ces trois quantités, $\frac{gPr}{R} = \frac{E}{1''} \times [\sqrt{(2gh)} - V + g \times \frac{H-h}{V}]$. *C. Q. F. T. & D.*

COROLLAIRE I.

(11.) Supposons que la roue n'élève aucun poids, & qu'on veuille savoir la plus grande vîtesse à laquelle elle pourra parvenir, on fera dans l'équation $P = 0$, & on trouvera $V = \frac{1}{2}\sqrt{(2gh)} + \sqrt{(gH - \frac{1}{2}gh)}$; supposant encore $h = 0$, on aura $V = \sqrt{(gH)}$; c'est-à-dire que si, le diamètre de la roue étant égal à BE ou plus grand que BE, le fluide entre dans la circonférence par un point de niveau avec le point B, la circonférence de la roue, quoiqu'elle n'élève aucun poids, ne parviendra jamais qu'à une vîtesse dûe à la moitié de la hauteur BE. Fig. 4.

COROLLAIRE II.

(12.) Supposons à présent qu'on veuille avoir les conditions du plus grand effet possible, on égalera $\frac{P.Vr}{R}$ à un *maximum*: or, par le *problème III*, on a $\frac{P.Vr}{R} = \frac{E.V}{g \times 1''} \times [\sqrt{(2gh)} - V + g \times \frac{H-h}{V}]$; différenciant en faisant varier V, & égalant à zéro, on aura $V = \frac{1}{2}\sqrt{(2gh)}$, c'est-à-dire qu'il faudra que la circonférence de la roue prenne la moitié de la vîtesse du fluide qui la frappe, ainsi que nous l'avons déjà trouvé pour les roues à aubes. Mettant à présent cette valeur de V dans celle de $\frac{P.Vr}{R}$, qui représente l'effet de la roue, on trouvera cet effet proportionnel à $\frac{E}{1''} \times (H - \frac{h}{2})$, d'où l'on voit facilement qu'il faut pour le plus grand effet possible qu'on ait $h = 0$; c'est-à-dire que le diamètre de la roue doit être ou égal à BE ou plus grand que BE, & que, dans les deux cas, le fluide doit entrer dans la circonférence de la roue au niveau du point B, & par conséquent avec

une vîtesse infiniment petite; d'où il suit que la vîtesse de la roue doit aussi être infiniment petite.

COROLLAIRE III.

(13.) Pour comparer l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir, je cherche d'abord la quantité d'eau qui tombe sur la roue dans le temps que le poids monte de toute la hauteur H, & je trouve qu'elle est égale à $\frac{E}{1''} \times \frac{H.R}{Vr}$, quantité qui (en mettant pour $\frac{Vr}{R}$ sa valeur prise dans le *corollaire précédent*, & faisant $h = 0$) devient égale à P; donc cette roue est dans le même cas que les roues horizontales à palettes courbes, c'est-à-dire qu'elle peut élever depuis la partie inférieure de la roue jusqu'à la surface du réservoir qui fournit l'eau, une quantité de poids égale au poids de toute l'eau qui la fait mouvoir.

SOLUTIONS des Problèmes contenus dans ce Mémoire, par le principe de la conservation des forces vives.

J'ai cru qu'on ne seroit pas fâché de voir cette nouvelle application d'un principe dont on a fait jusqu'à présent un si grand usage dans les questions d'Hydrodynamique; mais j'avertis que pour bien entendre les solutions que je vais donner, il faudroit avoir présente la manière dont je me suis servi de ce principe dans mon Mémoire sur les fluides, imprimé avec ceux de 1766, Mémoire dont ceci peut être regardé comme une continuation.

Fig. 3. (14.) Je me propose d'abord la solution du *Problème II:* il est facile de voir qu'il n'y a pas de forces vives perdues dans cette question; par conséquent l'incrément des forces vives, acquis par le systême, pendant un instant, sera égal à l'incrément du moment de la descente du fluide, moins l'incrément du moment de l'ascension du poids P. Soient donc employées les mêmes dénominations que dans l'*article 6,* & soit outre cela la vîtesse avec laquelle le fluide s'échappe sous la roue $= Z$; on aura l'incrément

l'incrément des forces vives de tout le système pendant un instant $= \frac{E\,dt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g}$, celui du moment de la descente du fluide sera $= \frac{E\,dt}{1''} \cdot (H + h)$, celui de l'ascension du poids P sera $= \frac{P \cdot Vr\,dt}{R}$; on aura donc $\frac{E\,dt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g} = \frac{E\,dt}{1''} \cdot (H + h) - \frac{P \cdot Vr\,dt}{1''}$: or nous avons trouvé dans ce même *article 6*, que $Z = V - \sqrt{[2g \cdot (H+h) + V^2 - 2V \sin. A \sqrt{(2gH)}]}$; mettant cette valeur dans l'équation ci-dessus, on aura $\frac{E}{1''} \cdot [\sin. A\sqrt{(2gH)} - V + \sqrt{[2g \cdot (H+h) + V^2 - 2V \sin. A\sqrt{(2gH)}]}] = \frac{gPr}{R}$, comme nous l'avons trouvé dans le *problème II*. C. Q. F. T. & D. Fig. 3.

(15.) Je vais chercher à présent le mouvement de la roue à godets. Il est clair d'abord que le fluide sort de la partie inférieure de cette roue avec la vîtesse V; par conséquent si le principe de la conservation des forces vives avoit lieu sans restriction dans ce problème, on auroit, ainsi que dans le précédent, $\frac{E\,dt}{1''} \times \frac{VV}{2g} = \frac{E\,dt}{1''} \times H - \frac{P \cdot Vr}{R}\,dt$: mais le fluide frappant les cavités de la circonférence en N, il y a nécessairement une perte de forces vives; & on verra facilement, d'après mon Mémoire sur les fluides, que la vîtesse du fluide étant u & celle de la roue étant V, cette perte de forces vives sera $= \frac{(u - V)^2}{2g} \times \frac{E\,dt}{1''}$: il n'y aura donc qu'à ajouter cette quantité au premier membre de l'équation ci-dessus, & on aura la vraie équation du problème $\frac{E}{1''} + \left(\frac{VV + (u - V)^2}{2g}\right) = \frac{E}{1''} \times H - \frac{P \cdot Vr}{R}$; ou en mettant u pour sa valeur $\sqrt{(2gh)}$, $\frac{E}{1''} \times [\sqrt{(2gh)} - V + g \times \frac{H-h}{V}] = \frac{gPr}{R}$, comme dans le *problème III*. C. Q. F. T. & D. Fig. 4.

Fig. 2. (16.) La ſolution pour les roues verticales, eſt ſemblable à celle pour les roues à godets : en effet, la vîteſſe du fluide lorſqu'il a frappé les aubes étant V, l'incrément des forces vives du ſyſtème ſera $\frac{VV}{2g} \times \frac{Edt}{1''}$, & par conſéquent en employant le principe des forces vives ſans reſtriction, on auroit $\frac{Edt}{1''} \times \frac{VV}{2g} = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P.Vrdt}{R}$; mais il y a dans cette queſtion une perte de forces vives qui eſt pareille à celle de la queſtion précédente, & qu'on trouvera auſſi égale à $\frac{(u-V)^2}{2g} \times \frac{Edt}{1''}$; on aura donc $\frac{E}{1''} \times (\frac{VV+(u-V)^2}{2g}) = \frac{E}{1''} \times H - \frac{PVr}{R}$; ou $\frac{E}{1''} . [\sqrt{(2gH)} - V] = \frac{gPr}{R}$, ce qui eſt l'équation qu'on trouveroit pour ce problème particulier par la méthode que j'ai ſuivie dans ce Mémoire.

Fig. 2. (17.) La ſolution du premier problème eſt un peu plus embarraſſante, parce que la perte de forces vives qui ſe fait au point B, ne doit pas être eſtimée comme dans les queſtions précédentes : pour trouver cette perte de forces vives, regardons la palette GH comme un corps d'une maſſe B, qui tourne autour de l'axe CB avec une vîteſſe V; dans cette ſuppoſition, la force vive de la palette avant le choc eſt $\frac{BVV}{2g}$, & comme le choc de la molécule $\frac{Edt}{1''}$ lui imprime dans un inſtant une vîteſſe $\frac{Edt.ME}{1''.B.AB} \sqrt{(2gH)}$; ſa force vive après le choc $= B . (\frac{VV}{2g} + \frac{2V.Edt.ME.\sqrt{(2gH)}}{2g.1''.A.AB})$, & par conſéquent cette palette acquiert par le choc une force vive $= \frac{2V.Et.ME.\sqrt{(2gH)}}{2g.1''.AB}$. D'un autre côté, Z étant la vîteſſe avec laquelle le fluide ſort par-deſſous la roue, & $\sqrt{(2gH)}$ celle qu'il a avant le choc, il s'enſuit qu'il perd par le choc une force vive $= \frac{2gH - ZZ}{2g}$; retranchant de cette quantité la force

vive acquise par la palette, on aura la perte des forces vives faite par tout le système $= \frac{2gH - ZZ}{2g} - \frac{2V.Edt.ME}{2g.1''.AB} \cdot \sqrt{(2gH)}$; Fig. 1.

il ne reste plus qu'à ajouter cette perte de forces vives à l'incrément des forces vives acquises dans un instant par tout le système, incrément qui est évidemment $= \frac{Edt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g}$, & égaler ensuite la somme à $\frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P.Vrdt}{R}$, comme nous l'avons fait ci-dessus, & on aura pour l'équation du problème $\frac{E}{1''} \times (\frac{ZZ}{2g} + \frac{2gH - ZZ - ZV.\frac{ME}{AB}.\sqrt{(2gH)}}{2g}) = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P.Vrdt}{R}$, ou $\frac{E}{1''} \cdot (\frac{ME}{AB} \cdot \sqrt{(2gH)} = \frac{gPr}{R}$; & mettant pour ME & AB leurs valeurs prises dans l'*article 1*, on aura enfin $\frac{E}{1''} \times \text{cos}. B^2 \text{ cos}. A . \sqrt{(2gH)} . (\text{tang}. A + \text{tang}. B - \frac{\text{cos}. A \sqrt{(2gH)}}{V}) = \frac{gPr}{R}$, comme dans la première solution. C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE GÉNÉRAL.

(18.) Supposons une machine quelconque mûe par un fluide, & soit la vîtesse que ce fluide conserve après avoir agi sur cette machine $= Z$, soit encore la perte de forces vives qui peut se faire dans tout le système $= \frac{Edt}{1''} \times \frac{vv}{2g}$, il est clair par les solutions précédentes qu'on aura $\frac{Edt}{1''} \times (\frac{ZZ + vv}{1''}) = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P.Vrdt}{R}$, ou $\frac{E}{1''} \times (H - \frac{ZZ + vv}{2g}) = \frac{P.Vr}{R}$, & comme (*article 2*) $\frac{P.Vr}{R}$ sera proportionnel à l'effet de cette machine, il s'ensuit que $H - \frac{ZZ + vv}{2g}$ le sera aussi; d'où

Fig. 1. l'on voit qu'une machine dans laquelle on auroit $\frac{ZZ + vv}{2g} = o$, ou, ce qui est la même chose, $\frac{E}{1''} \times H = P \frac{P.Vr}{R}$, produiroit le plus grand de tous les effets possibles, & qu'il seroit absurde de dire qu'une autre machine quelconque pût produire un effet plus grand : or cette équation $\frac{E.H}{1''} = \frac{P.Vr}{R}$ a lieu dans le mouvement des roues à godets & des roues horizontales à palettes courbes, pourvu qu'on remplisse toutes les conditions du *maximum* que j'ai assigné ; donc ces deux espèces de roues peuvent dans la théorie produire le plus grand de tous les effets possibles; d'où il suit aussi, par l'*article 8,* que les roues à palettes planes ne peuvent produire que la moitié de ce plus grand effet.

Application des Solutions précédentes à la pratique.

J'ai donné dans ce Mémoire les rapports que les effets des différentes espèces de roues doivent avoir entre eux par la théorie, mais il se peut faire que ces rapports ne soient plus les mêmes dans la pratique, & c'est ce que je vais examiner dans les réflexions suivantes.

Des roues verticales à palettes ou à aubes.

(19.) Ces roues pourroient produire la moitié du plus grand de tous les effets possibles, comme nous l'avons dit *(article 18),* si les palettes, en tournant dans leur petit canal, en remplissoient exactement tout le passage, & ne laissoient échapper aucune partie du fluide sans lui avoir ôté la vîtesse qu'il a de plus qu'elles; mais on est obligé, pour éviter le froissement de ces palettes contre les bords & les fonds du canal, de laisser un petit intervalle entre elles & ce canal, ce qui en même-temps donne à une partie du fluide la liberté de s'échapper sans exercer son action : il n'est pas possible de déterminer la diminution d'effet qui provient de cette cause, puisqu'elle dépend du plus ou moins de perfection de l'ouvrage ; mais je crois qu'il est rare que dans la

pratique l'effet de cette roue ſoit les $\frac{3}{8}$ du plus grand de tous les effets poſſibles, quoique dans la théorie il pût en être la moitié.

Des roues horizontales à palettes planes.

(20.) Celles-ci ne perdent pas, à beaucoup près, une auſſi grande quantité de l'action du fluide que les précédentes, & par conſéquent elles doivent leur être préférées lorſque la quantité de chute que l'on a, ou d'autres circonſtances, permettent également de faire uſage des unes & des autres : mais voici encore un avantage particulier dont ces roues jouiſſent; nous avons vu dans la ſolution que nous avons donnée *(article 1)* qu'elles peuvent toujours produire leur plus grand effet poſſible, pourvu qu'on laiſſe prendre à leurs palettes une vîteſſe $= \frac{\sqrt{(2gH)}}{2 \text{ ſin. } A}$; or cette quantité augmentant à proportion que ſin. A diminue, il s'enſuit que, ſans rien perdre de l'effet de ces roues, on peut en diminuant l'angle A, augmenter conſidérablement la vîteſſe des palettes, ſuivant l'exigence des machines qu'on veut faire mouvoir; au lieu qu'il n'y a qu'une ſeule vîteſſe, ſavoir la moitié de celle du fluide, qui convienne au plus grand effet poſſible des roues verticales. Fig. 1.

Des roues horizontales à palettes courbes.

(21.) Ces roues n'ont pas ſur les précédentes tout l'avantage que la théorie leur aſſigne, parce qu'il eſt comme impoſſible dans la pratique que toutes les parties du fluide entrent dans les courbes, en ſuivant une direction convenable, & en ſortant dans une direction horizontale, comme cela devroit être pour le plus grand effet poſſible : malgré ces défauts & quelques autres qu'il ſeroit trop long de détailler, ces roues ſont toujours ſupérieures aux roues horizontales à palettes planes, & à plus forte raiſon aux roues verticales, pourvu qu'on ait une chute d'eau ſuffiſante : par exemple, je crois qu'avec une chute de 5 ou 6 pieds, on peut faire une roue horizontale à palettes courbes, dont l'effet ſoit à celui des roues verticales ordinaires, au moins comme 3 eſt à 2,

Des roues à godets.

(22.) Nous avons dit que pour qu'une roue à godets produiſe ſon plus grand effet poſſible, il faut 1.° que ſon diamètre
Fig. 8. ſoit égal à toute la hauteur de la chute BE ou plus grand que cette hauteur; 2.° que l'eau entre dans les godets au niveau de la ſurface du réſervoir; 3.° que la vîteſſe de la roue ſoit infiniment petite: mais quoique le plus grand effet poſſible n'exiſte réellement que lorſque ces trois conditions ſont obſervées, on peut néanmoins donner au fluide une petite chute BA, & à la roue une aſſez grande vîteſſe, ſans que pour cela l'effet s'éloigne beaucoup de celui qui eſt le plus grand. Pour le faire voir, prenons un exemple particulier, ſuppoſons que la hauteur entière $BE = 12$ pieds, que le diamètre de la roue $= 11$ pieds, & que ce fluide entre dans la roue par le point A: comme les godets commencent toujours à ſe vider avant d'arriver au point E, ſuppoſons que l'arc EY de 25 degrés ſoit toujours entièrement vide (le reſte de la demi-circonférence étant uniformément plein); il eſt clair d'après les précédentes ſolutions, qu'il faudra pour le plus grand effet poſſible que la vîteſſe des palettes ſoit la moitié de celle qui eſt dûe à la hauteur BA; on aura donc $V = \frac{1}{2}\sqrt{(2g \cdot BA)} = \frac{3^{\text{pieds}},87}{1''}$: or la roue ayant la vîteſſe que nous venons d'aſſigner, on trouvera facilement que ſon effet ſera à ſon plus grand effet poſſible comme $BO - \frac{1}{2}BA$ eſt à BE, ou comme $\frac{11^{\text{pieds}}}{1} \cdot (1 + \text{coſ. } 25^{d}) + \frac{1}{2}$ eſt à 12, ou comme 11 eſt à 12 à très-peu de choſe près; ainſi malgré les imperfections que nous avons ſuppoſées dans la conſtruction de cette roue, & quoiqu'on laiſſe prendre aux palettes une vîteſſe de près de 4 pieds par ſecondes, l'effet ne ſera diminué que d'un douzième; ſuppoſons même qu'on eût beſoin de donner 6 pieds de vîteſſe par ſecondes à ces palettes, on trouveroit que la diminution d'effet ne ſeroit encore, malgré cela, que d'un dixième ſeulement.

On voit par cet exemple, que les roues à godets produiſent,

à peu de chose près, dans la pratique, le plus grand de tous les effets possibles, au lieu que nous avons dit que les roues verticales ordinaires ne produisoient au plus que les $\frac{3}{8}$ de cet effet, & que les deux espèces de roues horizontales en produisoient seulement, l'une un peu moins, l'autre un peu plus de la moitié.

Au reste l'emploi des différentes espèces de roues que je viens d'examiner, dépendant de la chute d'eau dont on peut disposer, de la nature des machines qu'on veut faire mouvoir, & enfin de plusieurs autres circonstances particulières, on ne peut assigner généralement les avantages d'une espèce sur l'autre : mais d'après les principes que je viens de donner, on pourra aisément dans chaque cas en faire une comparaison assez exacte, & c'est l'objet que je me proposois dans ce *Mémoire*.



PRÉCIS DES OPÉRATIONS

Continuées en 1766 dans la Méditerranée.

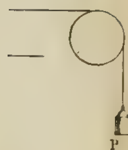
Par M. DE CHABERT.

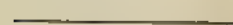
29 Avril 1767. JE viens rendre hommage à l'Académie du fruit des travaux de ma dernière campagne; il a été recueilli avec beaucoup de risques & de peines dans les pays peu fréquentés que j'ai parcourus: mais je remplissois tout-à-la-fois dans ma commission, le vœu ancien de l'Académie & l'intention bienfaisante du Ministère de la Marine, de diminuer les dangers de la navigation de la Méditerranée; deux motifs bien puissans pour moi de m'efforcer à les surmonter tous.

Je déterminai d'abord en partant de Toulon les latitudes du cap Corse & de la ville de Ferraio dans l'île d'Elbe, par des observations faites à terre; je fis encore celle de la direction respective de ces deux points, je reconnus la situation de la plupart des petites îles de ce parage, soit entr'elles ou avec la terre ferme de l'Italie; je relevai ensuite la position des îles de Ponce & de celles qui forment l'ouverture du golfe de Naples.

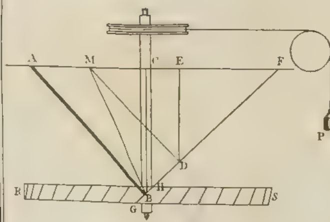
Quoique la longitude de la ville de ce nom eût été déjà déterminée, comme j'ignorois si c'étoit avec la précision nécessaire, je profitai de la circonstance qui se présentoit pendant mon séjour dans cette ville, pour assurer d'autant plus cette détermination par l'Émersion du premier Satellite de Jupiter du 5 Juin; d'ailleurs le jeune Roi des Deux-Siciles qui aime les Sciences & cultive les Arts, desiroit de suivre le travail astronomique relatif à l'observation de ce phénomène. J'eus l'honneur de lui en expliquer les détails, & non-seulement de l'observer en sa présence, mais encore de procurer à Sa Majesté la satisfaction de l'observer Elle-même avec exactitude & de décider la situation de sa capitale sur le globe.

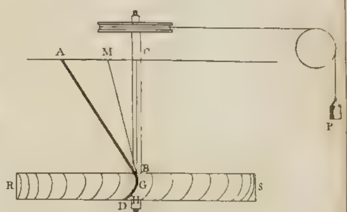
Je

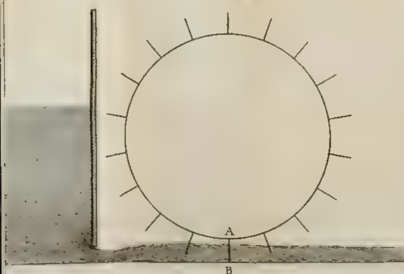

P

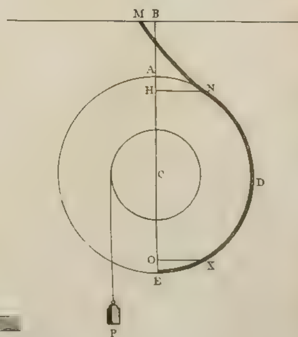



D


Fig. 1
A
M
C
E
F
P
D
R
H
B
S
G


Fig. 3.
A
M
C
P
B
R
G
S
D
H


Fig. 2
A
B


Fig. 4
M B
A
H
N
C
D
O
X
E
P

Je me servis pour la première fois dans cette occasion de l'horloge astronomique à verge de compensation, que je venois d'acquérir de M. Berthoud, faite avec la perfection dont on sait qu'il est capable.

On desiroit ardemment à Naples d'avoir des observations de latitude & de direction, au moins pour les principaux points de la côte jusqu'au détroit du Phare; on se plaignoit de ne rien connoître dans cette partie avec assez de certitude pour l'employer dans une carte du royaume, à laquelle on travailloit; mais je ne pouvois pas me proposer alors de remplir cet objet d'une manière suivie; il falloit que je me rendisse au plus tôt à Tunis pour y reprendre mes opérations sur la côte de Barbarie; cependant, comme il se présente quelquefois en navigant le long des côtes, des occasions d'observer, sans retarder sensiblement la route, je pris la mienne de ce côté; j'observai d'abord la latitude de la pointe orientale de l'île Capri, à terre, & sa situation par rapport au Palais du Roi à Naples; continuant ensuite de tirer vers le midi, je liai encore Capri avec la petite île Plane devant la Licosa, par une observation de latitude & de gisement faite sur cette dernière île. De-là je fus au cap de Palinure, à l'ouverture du golfe de Policastre, & je descendois à terre dans le même dessein, mais j'y trouvai de la part des Calabrois des obstacles qui m'obligèrent de discontinuer ce travail.

Je passai dans le détroit du Phare de Messine, & j'y fis quelques remarques sur les précautions à prendre contre la violence des courans qu'on y éprouve: me trouvant ensuite devant le cap Passero, à l'extrémité sud-est de la Sicile, je descendis à la petite île qui le forme, où est une grosse tour de garde dont je déterminai la latitude: j'eus aussi occasion d'observer celle de l'entrée de la Calle Saint-Paul, au nord de l'île de Malte; je fis une semblable observation à la Lampedouse, à l'entrée du petit port qui est au midi de cette île, & je relevai par rapport à elle, les directions de deux autres îles ses voisines, le Lampion & la Linouse.

Lorsque je partis de Tunis pour poursuivre mon travail de 1764, aux côtes orientales du royaume de ce nom, muni de

paſſeports & même accompagné d'un Officier du Bey, que j'avois embarqué pour me ſervir de ſauve-garde dans les endroits où je voudrois débarquer, je commençai par l'obſervation de la latitude de Clipea, aujourd'hui le fort de Galipia, à l'ouverture du golfe de Hamemet, du côté du nord : cette latitude avec celle connue du cap Bon, & leur giſement reſpectif que je relevai, aſſurent la diſtance de ces points.

Du mouillage de Galipia je fus à la ville de Hamemet, qui eſt au fond du golfe de ce nom, du côté du nord; j'y deſcendis & je fixai encore ſa latitude, je me rendis enſuite à Souza, grande ville qui eſt preſque au fond du même golfe, du côté du ſud, où l'on fait un commerce conſidérable d'huile & de grains; mais dont le mouillage eſt dangereux en hiver.

La diſtance de ces deux dernières villes ne permettant pas de les apercevoir pour les relever de l'une à l'autre, je pris la précaution, à meſure que je traverſois l'eſpace de mer qui les ſépare, de choiſir avec la frégate un point à peu près au milieu de leur diſtance, d'où je découvris tout-à-la-fois, & relevai ces deux villes à des degrés oppoſés de la bouſſole: dès-lors il eſt ſenſible que j'eus leur giſement avec la même préciſion que ſi je l'avois obſervé directement de l'un à l'autre objet, & qu'ayant encore la différence en latitude entre Hamemet & Souza, déduite d'obſervations faites avec un quart-de-cercle de près de deux pieds & demi de rayon, je conclus la diſtance exacte de ces deux villes.

Cette méthode dont je fais uſage autant qu'il eſt poſſible, me met en état de meſurer des triangles dont l'hypothénuſe peut avoir juſqu'à dix-huit ou vingt lieues, lorſque les deux objets qui le terminent ſont aſſez élevés pour être aperçus en même-temps d'un point quelconque entre l'un & l'autre, & d'obtenir, par la réſolution de pareils triangles, la meſure d'une telle étendue, ſouvent à moins de cent toiſes d'erreur.

J'achevai la viſite & les opérations du golfe de Hamemet par la latitude que j'obſervai à terre à la ville de Moneſtier où le mouillage eſt ſûr pour un vaiſſeau de guerre, & enfin par celle des Conillières, îles fort baſſes, d'où je parvins cependant à

découvrir & à relever avec précision la ville d'Africa ou Médea, au moyen de quelques échafaudages avec de grandes échelles; par-là je liai, avec le golfe, la côte qui le suit au midi des Conillières.

Je m'avisai d'un expédient à peu-près pareil à Africa, pour avoir le gisement de cette ville avec quelques pointes de la côte du côté du nord & de celui du sud, ne pouvant les observer d'un lieu élevé sur terre, comme je me l'étois proposé. Les Maures de cette ville s'étoient révoltés contre les ordres du Bey, dont j'étois le porteur; ils n'avoient jamais voulu, malgré ma sauve-garde, me laisser descendre à terre; plus de six cents hommes attroupés sur le rivage, m'avoient même lancé avec des frondes une grêle de pierres, & j'avois été obligé de me contenter d'observer la latitude à bord de la frégate, mouillée est & ouest avec le château d'Africa. Je mis donc à la voile, & ayant fait monter un Pilote intelligent au haut du grand mât, d'où il découvroit les objets éloignés que je voulois relever & qu'on ne voyoit pas de la hauteur du pont; je passai plusieurs fois avec la frégate d'abord du côté du nord de la presqu'île d'Africa, & dans l'instant que le Pilote avertissoit que la frégate traversoit la direction du château avec l'objet éloigné de la partie du midi, on relevoit sur le pont le château, & par conséquent aussi l'objet éloigné qu'on ne voyoit pas; je fis la même chose au midi de la presqu'île pour le relèvement des objets éloignés du côté du nord.

On voit que ce moyen peut être souvent de grande ressource pour connoître les gisemens qu'on croyoit impossible de relever.

Je déterminai aussi la latitude de la tour de Capoula, au midi d'Africa, sans pouvoir descendre à terre; le peuple s'y attroupoit encore à mon approche : je fis ensuite le tour des trois îles des Querquenis, qui ont ensemble environ six à huit lieues d'étendue du nord-est au sud-ouest; elles sont si peu élevées au-dessus du niveau de la mer, que souvent on ne voit pas la terre, quoiqu'on n'en soit éloigné que d'une lieue & demie; on aperçoit seulement des palmiers qui semblent sortir de l'eau.

Ces îles sont entourées de hauts-fonds qui s'étendent assez loin, & dont la profondeur diminue par gradation en approchant de

terre; la grosse mer du large se brise à la tête, & elle est absolument tranquille sur le fond, au point que les plus gros vaisseaux chassés par une tempête affreuse, peuvent venir en toute sûreté de jour ou de nuit vers les Querquenis; la tranquillité de la mer les avertit d'abord qu'ils entrent sur le haut-fond, & lorsque, par la sonde, ils trouvent seulement sept & même six brasses d'eau, ils n'ont qu'à mouiller sans s'embarrasser du lieu, parce que certainement ils y seront aussi-bien que dans le meilleur port.

Le même avantage se trouve encore autour de l'île de Gerbi & le long de la côte vers l'est jusqu'à Zoara, où la terre est encore presqu'aussi basse: quel bonheur pour les marins, si toutes les côtes offroient une telle ressource!

Le travail relatif à la situation des Querquenis fut nécessairement compliqué; j'y employai l'estime du chemin, les observations de la latitude à bord, quelquefois les relèvemens des terres, mais sur-tout la sonde, qui est le véritable guide & un moyen suffisant lorsqu'il ne s'agit que de naviguer autour de ces îles; & comme ma frégate tiroit peu d'eau, je pouvois approcher de terre jusqu'au fond de trois brasses.

Je fus mouiller ensuite devant la ville de Sfacs, qui est derrière les Querquenis; elle est assez considérable & susceptible d'un commerce beaucoup plus étendu que celui qui s'y fait; mais elle est peuplée d'hommes qui ne respectent aucune autorité, qui sont méchans, cruels & superstitieux à l'excès. La nouvelle de la révolte d'Africa à mon sujet y étoit répandue: cependant le Gouverneur de cette province, qui vint dîner à mon bord, me flattoit que je pourrois, lui présent, observer sans danger la latitude sur le rivage; j'y descendois en conséquence avec lui, lorsqu'un petit bateau du pays vint en hâte au-devant de ma chaloupe avertir le Gouverneur que le peuple étoit soulevé & nous attendoit au rivage dans l'intention de nous égorger tous deux; je retournai à mon bord, & il n'y eut plus lieu de penser à descendre; j'y suppléai en déduisant avec soin la latitude de Sfacs de celle de mon bord, que j'observai pendant deux jours.

De-là, j'entrai dans le golfe de Gabès, autrefois la petite Sirthe, lequel est presqu'inconnu parce qu'on n'y fait point de

commerce; j'y descendis aux petites îles désertes nommées *Psaila*, qui sont au fond du côté du nord, & j'observai la latitude sur la plus méridionale.

C'est-là que j'éprouvai le plus sensiblement la marée, que j'avois déjà reconnue depuis les Querquenis; elle est très-réglée dans tout ce golfe, & distincte de l'effet des vents du large ou de terre qu'on voit dans d'autres golfes de la Méditerranée. Lorsque j'abordai aux îles de Psaila le 13 Août vers onze heures & demie du matin, jour où la Lune étoit en quadrature, la mer commençoit à baisser; & quand, mon observation finie, je voulus retourner à mon bord, ma chaloupe se trouva tout-à-fait échouée, il fallut attendre le retour du flot; la différence de hauteur de l'eau de la haute à la basse mer, fut ce jour-là d'environ 3 pieds, mais la hauteur du rivage en sable aride, indiquoit que dans les grandes marées cette différence peut être de 5 pieds.

La marée se fait encore sentir visiblement sur toute la côte, à l'est du golfe de Gabès, & même jusqu'à celle du golfe de la Sidre : mais l'effet en étant moindre, on distingue difficilement les temps exacts du flux & du reflux, à cause de l'agitation de la mer par le vent.

Des îles de Psaila je traversai le golfe de Gabès pour prendre les principales connoissances de sa forme & mesurer sa largeur; je déterminai encore sans descendre à terre, la latitude de Gerbi; je parcourus le tour de cette île & je fus mouiller devant le château de Birban ou de Bibien, derrière lequel sont des salines; c'est la dernière possession du royaume de Tunis. Je desirois fort d'en sortir pour trouver sur les côtes de Tripoli, des hommes plus traitables, & j'avois bien raison, car je manquai de perdre ici la vie. On me conseilla de supposer que mon bâtiment étoit marchand, afin d'en imposer moins à la Soldatesque de ce château, qui étoit Maure, & la gagner par le payement des petits droits dont les vaisseaux de guerre sont exempts; je me déguisai personnellement en aide-pilote, je fis quelques présens, nous fumes très-bons amis, on me permit d'observer à l'entrée de la nuit quelques hauteurs d'étoiles, & je venois de finir lorsqu'un des Maures qui nous entouroient, & qui s'ennuyoient appa-

remment de nous voir, me dit aſſez doucement de me retirer, je lui demandai un inſtant; il me reſtoit en effet un ſeul coup d'œil à donner pour vérifier quelque choſe ſur l'état du quart-de-cercle, & j'y travaillai ſans penſer au danger qui me menaçoit; ce malheureux n'en dit pas plus, mais tira ſon poignard & le plongeoit dans ma gorge ſans un Officier de mon bord qui fut à temps de retenir le coup : nous nous jettames en hâte dans la chaloupe, avec le quart-de-cercle tout monté, & pouſſames au large.

Du mouillage de Bibian je vins à celui des ſalines de Zoara, appartenantes à Tripoli ; j'obſervai ſans difficulté la hauteur méridienne du Soleil à terre, les Maures étoient alors aux Salines à une lieue du rivage; enfin j'arrivai à Tripoli.

Le Pacha de cette régence me combla d'honneurs & de politeſſes, & j'en profitai pour employer le temps du ſéjour que je ſerois obligé de faire dans ce port pour mon aiguade; je dreſſai ma tente aſtronomique, j'y établis l'inſtrument des paſſages & j'obſervai le lieu de la Lune au méridien, les 27, 28 & 29 Août, afin d'aſſurer mieux la longitude de Tripoli déterminée en 1702 par le P. Feuillée, mais où il reſtoit quelqu'incertitude à cauſe des obſervations correſpondantes.

En partant de cette ville je vérifiai d'abord ſa diſtance au cap Meſurat, & je la trouvai beaucoup plus courte qu'elle n'eſt marquée ſur les cartes; je viſitai enſuite toutes les côtes praticables du golfe de la Sidre, autrefois la grande Sirthe: j'eus ſoin de les prolonger à environ demi-lieue du rivage & de mouiller tous les ſoirs, afin qu'en ne navigant ainſi que pendant le jour, je ne laiſſaſſe rien que je n'euſſe vu; je reconnus qu'indépendamment de ce qu'il s'en faut au moins d'un tiers que ce golfe ne ſoit ſi enfoncé que les cartes l'indiquent, il n'offre pas des mouillages ſûrs pour tous les vents, comme beaucoup de perſonnes me l'avoient aſſuré; que dans le cas où l'on viendroit y mouiller de relâche ou autrement, on n'y trouveroit aucune part ni eau ni habitans, par conſéquent nulle reſſource; je n'y trouvai pas non plus cette multitude de dangers & de petites îles que les mauvais plans dont j'étois muni y ſuppoſoient de toutes parts, mais

ſeulement dans un endroit quelques hauts-fonds de roches, ſur leſquels il y a trois braſſes d'eau nommées le *banc de la Roſe,* c'eſt, je penſe, le ſeul danger qui exiſte dans ce golfe; je le découvris par haſard, & j'y euſſe péri ſi ma frégate eût tiré autant d'eau que les vaiſſeaux; je fixai ſa poſition à tous égards, & ſur-tout très-exactement en latitude que j'obſervai à terre, ainſi que j'avois fait pour le cap Meſurat & pour quelques autres points du golfe.

Enfin je reconnus, par l'eſtime de mes routes, une erreur générale ſur toutes les Cartes dans l'ouverture du même golfe, qu'elles montroient trop étendue d'environ quatorze lieues du cap Meſurat à Bengaſi; cela me détermina à fixer la longitude du point de Bengaſi, pour établir ſolidement la correction néceſſaire, & à profiter de l'occaſion favorable qu'offroient les phénomènes les plus propres pour cet objet, qui devoient arriver la nuit du 22 au 23 Septembre.

Bengaſi eſt cependant un mauvais port ſemé de roches, qui n'offre ſûreté qu'aux plus petits bâtimens marchands; mais la néceſſité d'y rectifier cette erreur, me fit prendre le parti d'y entrer, quoiqu'avec quelques riſques; j'obſervai cette nuit les Émerſions de deux petites étoiles des Pléïades, & de plus le lieu de la Lune au méridien le 27 Septembre au matin: je ſus campé pendant cet intervalle, non ſans crainte des incurſions que les Arabes du déſert de Barca font ſouvent dans ce canton.

Je rembarquai le 27 mes inſtrumens dans le deſſein de partir le lendemain pour aller obſerver quelques latitudes au fond du Levant, & de-là à l'ouverture du golfe Adriatique pour y fixer un point de longitude: je mis à la voile le 29, mais ma marche venoit d'être changée par un évènement imprévu; un coup de vent violent fit chaſſer la frégate, quoique mouillée ſur quatre ancres; elle toucha pendant deux heures ſur un fond qui ſe trouva heureuſement de ſable dans cet endroit; il y eut cependant des apparences d'un mal qui pouvoit être trop dangereux, s'il étoit réel, pour ne pas exiger la viſite de la carenne avant d'entreprendre une navigation qui devenoit rude dans cette ſaiſon.

Je fus donc obligé d'aller à Malte, où je fis ma quarantaine en même temps que cette opération; je reconnus que la frégate

n'avoit pas souffert sensiblement de cet accident: je la remis en aussi bon état qu'auparavant & j'appareillai de ce port le 25 Octobre.

Je travaillai alors sur la côte orientale de Sicile; j'ajoutai à la latitude déjà déterminée du cap Passero, celles du cap de Morre di Porco, du fanal de l'entrée du port de Siracuse & de celui d'Agosta; j'observai toutes ces latitudes à terre avec les principaux gisemens des côtes entre ces points. Je fis même à Siracuse l'observation de l'éclipse du premier satellite de Jupiter, du 27 Octobre au matin.

Je me rendis ensuite, comme je l'avois projeté, à l'ouverture du golfe Adriatique & je mouillai au port de Tarente, j'y établis ma tente astronomique, & indépendamment de trois immersions d'étoiles des Pléïades du 16 Novembre, j'observai le lieu de la Lune au méridien les 14, 15, 16, 17 & 18 du même mois.

Je reconnus encore l'effet de la marée dans le port intérieur de Tarente; je l'observai avec soin pendant cinq jours consécutifs d'un temps calme, mais la différence de la haute à la basse mer y est petite.

Le fond de la mer est très-fertile en coquillages autour de la ville de Tarente, & sur-tout aux environs des canaux de communication du port extérieur à l'intérieur aux extrémités de l'île sur laquelle Tarente est bâtie.

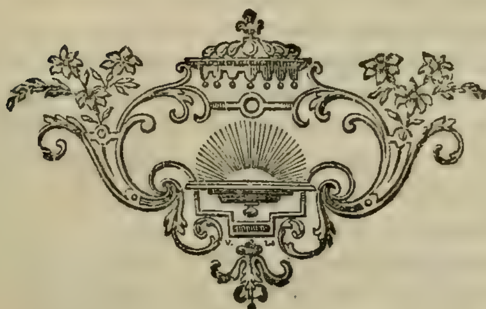
On y connoît jusqu'à quarante sortes de coquillages, & en si grande abondance qu'ils sont la principale nourriture du peuple.

Cette pêche se fait par conséquent tous les jours & dans la quantité qu'on veut; on a seulement soin, à mesure que l'on tire du fond des coquillages trop petits, de les rejeter dans l'eau pour leur donner le temps de grossir, c'est ce que l'on appele *les semer*.

Les temps devinrent dès-lors si orageux, & la navigation si périlleuse & si difficile que je ne réussis plus à rien de ce que je voulois faire, soit dans ce parage ou en me rapprochant de France, & même quoique je ne perdisse plus un moment ce dernier objet de vue, les coups de vents contraires furent si fréquens

fréquens & si obstinés, que je n'arrivai à Toulon que le 26 de Janvier, & dans tout cet intervalle, je n'eus occasion d'observer autre chose que la latitude de Palerme; les instrumens pour la détermination de la longitude y furent inutilement établis.

J'ai eu le bonheur, en arrivant à Paris, de trouver qu'on y avoit fait des observations correspondantes à la plupart des miennes, & j'ai lieu d'espérer que je n'aurai plus rien à desirer à cet égard lorsque M.rs les Astronomes étrangers, empressés de concourir à l'utilité de mon objet, auront bien voulu m'envoyer, comme ils le firent en 1765, leurs observations correspondantes.



MÉMOIRE
SUR L'ACTION D'UN FEU VIOLENT DE CHARBON,
Appliqué à plusieurs terres, pierres & chaux métalliques.

Par M. MACQUER.

11 Juillet 1767.

TOUS ceux qui s'intéressent au progrès des Sciences, ont applaudi au Mémoire que M. d'Arcet, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, a lû à l'Académie dans ses Assemblées des 16 & 28 Mai de l'année dernière : ce Mémoire contient en effet une très-grande quantité d'expériences du genre de celles qui peuvent le plus augmenter nos connoissances sur la plupart des corps que la terre renferme dans son sein, & dont nous avons tant d'intérêt de bien connoître les propriétés. L'objet de M. d'Arcet étoit d'examiner les altérations que pourroient éprouver les principales espèces de matières terreuses & pierreuses que nous offre la Nature, en les exposant à l'action d'un feu croissant également, continué pendant plusieurs jours & en même temps le plus fort qu'il seroit possible; & les succès qu'il a eus prouvent que le feu qu'il a appliqué à ces corps a été en effet le plus fort qu'on ait employé jusqu'à présent dans un travail réglé & consistant en une nombreuse suite d'expériences du même genre : il est démontré depuis le Mémoire de M. d'Arcet, qu'une multitude de terres & de pierres qu'on avoit cru jusqu'à présent réfractaires ou infusibles au feu des fours & fourneaux, tels que beaucoup de pierres calcaires, les talcs, mica, asbestes ou amiantes, les gypses & plusieurs terres métalliques, ne le sont point, & que parmi ces corps exposés à un feu d'une force & d'une durée suffisantes, les uns se fondent complètement, & passent même à une vitrification parfaite, & que les autres approchent plus ou moins de la fusion.

Mais il a fallu, pour que M. d'Arcet pût faire ces découvertes, qu'il eût à sa disposition un feu bien supérieur aux plus forts que l'on connoisse, non-seulement dans les laboratoires de Chimie, mais encore dans les grands fours des manufactures, où l'on a besoin d'une chaleur très-violente & long-temps soutenue; il a eu cet avantage dans ceux que M. le Comte de Lauraguais a employés à faire cuire la Porcelaine plus dure & plus solide qu'aucune de celles qu'on eût faites jusqu'alors en France, dont il a fait la découverte, & pour laquelle M. d'Arcet étoit son coopérateur *. Ce dernier a profité en homme éclairé & zélé de cette heureuse circonstance, pour faire toutes les belles expériences dont son Mémoire est rempli; mais quelque nombreuses qu'elles soient, il s'en faut beaucoup, comme le remarque M. d'Arcet lui-même, qu'elles aient été aussi variées & aussi multipliées qu'elles méritent de l'être: les travaux de M. le Comte de Lauraguais ayant été interrompus, les expériences de M. d'Arcet, qui ne se faisoient qu'à l'aide de ces mêmes travaux, l'ont été aussi, & celles qui sont faites sont bien capables de faire desirer celles qui ne le sont pas, & de faire regretter que le grand travail, & sur-tout la dépense très-considérable qu'elles exigent, y mettent des obstacles presque insurmontables, du moins pour la plupart des Physiciens & des Chimistes.

Telles étoient à peu-près les réflexions que je faisois en raisonnant sur le Mémoire de M. d'Arcet : les effets que j'avois vu produire au petit fourneau à charbon dans lequel j'avois fait mes essais dans mes recherches sur la Porcelaine, & dont j'ai donné la description dans mon Mémoire sur les Argiles, imprimé dans ceux de l'Académie de l'année 1758, me firent espérer qu'un fourneau à charbon, construit de même, mais dont les dimensions seroient plus grandes, pourroit produire dans l'espace de quelques

* M. d'Arcet n'est pas le seul qui ait eu part à ce beau travail; M. le Guay, aux talens duquel les meilleurs Connoisseurs, & M. d'Arcet en particulier, se font un devoir de rendre justice, y a aussi beaucoup contribué: je crois que c'est faire également l'éloge de ces deux habiles hommes, que de dire que c'est M. d'Arcet lui-même qui m'a dicté ce qui concerce M. le Guay dans cette note.

heures une chaleur égale à celle qui règne dans les grands fours à bois après plusieurs jours de feu continuel.

J'ai eu occasion de faire construire le fourneau à charbon que je croyois le plus propre à remplir ces vues; ce fourneau fut fait & placé dans le laboratoire d'un des Membres de l'Académie, & nous y fimes ensemble toutes les expériences dont je vais rendre compte.

Le fourneau dont il s'agit étoit en tout semblable au fourneau d'essai de Porcelaine, dont j'ai donné la description dans mon Mémoire sur les argiles : ainsi je ne m'arrêterai point à en exposer ici la construction; on la trouvera suffisamment détaillée dans ce Mémoire, & d'ailleurs elle est fort simple. J'avertis seulement que, pour parvenir plus sûrement à notre but, je fis faire celui-ci d'environ 2 pouces plus grand dans toutes ses dimensions; qu'il est, de même que le précédent, en terre cuite de Vaugirard, & que ses parois ont deux bons pouces d'épaisseur : je rappelle aussi que je n'applique point de soufflets à ce fourneau, parce que sa construction est telle qu'il se détermine un courant d'air qui entre par son ouverture inférieure, traverse son foyer & sort par son tuyau ou cheminée; ce qui fait brûler avec la plus grande activité le charbon qu'il contient.

Comme il s'agissoit moins dans nos expériences de continuer & d'augmenter celles de M. d'Arcet, que de les constater & de nous assurer s'il étoit possible de produire dans notre petit fourneau à charbon & dans l'espace de quelques heures un feu aussi fort que celui qu'il avoit eu dans les grands fours à bois, chauffés pendant plusieurs jours de suite, nous nous sommes attachés à exposer à l'action de notre feu les mêmes matières qu'il avoit exposées au sien, en préférant toujours les plus réfractaires, celles qu'aucun Chimiste, sans en excepter M. Pott, n'avoit pu fondre jusqu'à présent dans les fourneaux; c'est-à-dire les chaux blanches d'antimoine & d'étain, & sur-tout le gypse pur dont M. d'Arcet regarde la vitrification complète comme le plus important & le plus étonnant de tous les effets qu'il a vu produire à son grand feu.

Nous avons donc mis dans notre première fournée du gypse de Montmartre bien pur, de l'antimoine diaphorétique bien lavé,

de la chaux d'étain bien blanche, faite par l'acide nitreux & bien lavée, de la chaux d'étain blanche, faite par la détonation avec le nitre & bien lavée, une pierre venant de Norwège, de la nature de la matière talqueuse qu'on nomme *craie de Briançon blanche*, un spath dur tiré du granit d'Alençon, une argile blanche très-pure & dépouillée exactement de tout sable, la même argile, non purgée de son sable fin, un morceau de craie de Champagne, enfin le même gypse de Montmartre, placé dans un autre endroit que le premier morceau.

Toutes ces matières furent mises chacune séparément dans un petit creuset d'Allemagne, & placées dans une moufle d'argile blanche réfractaire, très-pure, mêlée de sable, que nous avions faite nous-mêmes.

Cette moufle contenant tous ces creusets, fut placée au centre du fourneau, vis-à-vis la porte du foyer, à 5 pouces & demi au-dessus de son ouverture inférieure.

Après avoir échauffé le fourneau avec une petite quantité de charbon, par degrés pendant deux heures, & avec les précautions que j'ai indiquées dans mon Mémoire sur les argiles; il fut rempli de charbon, & l'on ferma la porte du foyer & celle de la chape afin de lui donner tout son tirage: sa cheminée dans cette première expérience, étoit un tuyau de 6 pouces de diamètre & de 8 pieds de hauteur; il nous parut qu'il tiroit fortement; il faisoit un bruit semblable à celui d'un carrosse qui roule sur un pont, & qu'on entend d'une certaine distance, & la commotion qu'il occasionnoit dans l'air excitoit un tremblement sensible dans les vitres & dans les ustensiles suspendus à différens endroits du laboratoire. Le feu fut soutenu dans cet état pendant trois heures, & nous observames que le fourneau consumoit environ une voie de charbon * par heure.

Au bout de ce temps, voyant qu'il tomboit du fourneau beaucoup de filets & de larmes de verres, on cessa le feu.

Le résultat de cette première expérience ne nous donna que fort peu d'éclaircissemens, à cause d'un accident notable qui étoit arrivé à la moufle; elle avoit été toute fendue & écrasée par le

* La voie de charbon pèse environ cent trente livres.

poids du charbon, en ſorte que la plupart des creuſets étoient dérangés & renverſés, ce qui a laiſſé de l'incertitude ſur pluſieurs d'entre eux; malgré cela, à l'aide de leur place, de la forme & des propriétés connues de preſque toutes les matières qu'ils renfermoient, nous en reconnumes pluſieurs avec certitude, entr'autres celui qui contenoit la chaux d'étain, faite par l'acide nitreux, qui étoit devenu rougeâtre & qui commençoit à fondre:

Celui qui contenoit la pierre de Norwège, laquelle étoit durcie à l'extérieur & étoit reſtée tendre dans l'intérieur:

Ceux qui contenoient les argiles blanches, qui étoient ſimplement durcies ſans aucune diſpoſition à la fonte:

La craie de Champagne qui étoit devenue chaux vive:

Le ſpath dur qui étoit totalement fondu en un verre blanc laiteux:

Enfin un des creuſets qui contenoit du gypſe dont il y avoit preſque la moitié de fondu.

L'accident de la mouffle avoit été occaſionné par deux cauſes différentes; la première, c'eſt que dans l'empreſſement que nous avions de commencer nos expériences, nous ne l'avions pas laiſſée sècher & cuire avec aſſez de lenteur, ce qui ne manque jamais de faire fendre ces ſortes d'uſtenſiles lorſqu'ils viennent à éprouver la grande violence du feu, & la ſeconde qui venoit uniquement de ma faute, c'eſt que n'ayant pas fait réflexion qu'elle devoit ſupporter une charge de charbon beaucoup plus grande que dans mon premier fourneau d'eſſai, je ne lui avois pas donné aſſez d'épaiſſeur.

Quoique ce ſoient là des détails preſque étrangers à l'objet principal de notre travail, j'ai cru cependant qu'il étoit utile d'en faire mention, en faveur de ceux qui voudroient faire des expériences du même genre, & comme ce n'eſt pas là le ſeul accident qui nous ſoit arrivé dans le cours de nos expériences, j'entrerai par la même raiſon, à meſure que l'occaſion s'en préſentera, dans le détail de quelques autres circonſtances de même nature.

Pour revenir à nos expériences, le réſultat de cette première fournée, quoique manquée, étoit ſuffiſant pour nous faire eſpérer plus de réuſſite dans les ſuivantes; il s'agiſſoit d'obtenir un plus grand

degré de chaleur & d'avoir des vaiſſeaux en état de la ſoutenir; le deſir d'avancer ne nous permettant point de faire de nouvelles moufles, à cauſe de la longueur du temps qu'elles exigent pour être bonnes; d'ailleurs ayant remarqué que ces vaiſſeaux, qui ſont très-commodes lorſqu'on y veut faire cuire des plaques pour eſſais de Porcelaine, ne le ſont point du tout quand il s'agit d'y placer une certaine quantité de creuſets, je crus qu'un grand creuſet d'Allemagne pourroit la remplacer avec avantage, & je ne me trompai pas; nous en choiſimes un d'environ 9 pouces de hauteur, nous l'emplimes de ſablon à la hauteur de 5 pouces $\frac{1}{2}$; nous plaçames ſur ce ſablon les petits creuſets contenant les matières que je nommerai ci-après: ce grand creuſet fut couvert avec une capſule de grès de Picardie, dont la convexité entroit dans le creuſet & qui y fut lutée tout autour avec une bonne argile mêlée de ſable; on le plaça debout au centre du fourneau, en ſorte que les petits creuſets qu'il contenoit ſe trouvoient préciſément dans l'endroit le plus chaud du foyer.

Les matières contenues dans ces creuſets étoient à peu-près les mêmes que dans la première expérience, c'eſt-à-dire deux creuſets contenant du gypſe pur, placés à deux endroits différens; un d'antimoine diaphorétique; les deux mêmes chaux d'étain que la première fois; un mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique; enfin un creuſet rempli d'os calcinés en blancheur & bien lavés.

Dans l'intention de donner plus d'activité au fourneau, nous alongeames ſon tuyau de 6 pieds, en ſorte que dans cette ſeconde expérience il avoit 14 pieds de haut, & pour être plus certains de la réuſſite, nous ſoutinmes le grand feu pendant ſept heures entières.

Après que tout fut refroidi, l'appareil ſe trouva en fort bon état; tout étoit très-bien conſervé, & l'on pouvoit reconnoître avec certitude les creuſets & ce qu'ils renfermoient; mais nous ne fumes pas peu ſurpris, en les examinant, de trouver que quoique le feu eût été du double plus long que dans la première expérience, la chaleur avoit été ſenſiblement moindre, comme on en jugera par le détail ſuivant.

L'antimoine diaphorétique étoit raſſemblé au fond du creuſet en une petite maſſe très-compacte demi-fondue en un verre brun opaque, & les parois intérieures du creuſet étoient enduites de la même vitrification.

La chaux d'étain par l'acide nitreux n'étoit point fondue; elle étoit reſtée blanche & friable dans le centre, mais elle étoit devenue d'un jaune ſauve autour du creuſet, très-adhérente & très-dure vers ſon fond.

La chaux d'étain par le nitre n'étoit point fondue davantage; elle étoit reſtée blanche & friable, excepté autour des parois du creuſet où étoient attachées des parties de cette chaux très-blanches & devenues très-dures.

La terre des os n'avoit preſque pas éprouvé de changement, ni pris de retraite.

J'avois fait le mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique, dans l'eſpérance que cette chaux blanche d'antimoine pourroit, en qualité de terre métallique, avoir plus d'analogie avec le verre de plomb que les ſables & autres terres non métalliques quelconques; qu'en conſéquence il pourroit réſulter de l'union de ces deux matières un criſtal bien net & abſolument exempt de filandres; mais il eſt arrivé toute autre choſe: le verre de plomb, au lieu de ſervir de fondant à la chaux d'antimoine & de l'entraîner dans ſa vitrification, l'avoit laiſſée intacte au fond du creuſet, avoit percé ce creuſet & ayant coulé dans le ſable qui lui ſervoit de ſupport, l'avoit fondu & formé avec lui un criſtal tranſparent, mais fort jaune.

Nous n'avons pas ſuivi ce genre d'expériences, parce qu'elles s'écartoient de l'objet que nous avions principalement en vue; mais celle-ci ſemble indiquer que le mélange des terres métalliques, les unes réfractaires, les autres fuſibles, n'eſt pas un moyen propre à produire des criſtaux, tels qu'on les deſire pour les lunettes achromatiques.

Je reviens aux autres produits de notre ſeconde fournée: le gypſe pur étoit, comme je l'ai dit, la principale matière qui nous ſervoit à reconnoître le degré de feu que nous avions obtenu: or, quoiqu'il eût été placé dans cette ſeconde expérience, de même

que

que dans la première, à deux endroits différens & les plus chauds, il eſt certain que non-ſeulement il n'y en avoit aucune portion qui fût fondue & vitrifiée, comme dans la première expérience, mais encore qu'il paroiſſoit fort éloigné de la fuſion dans toutes ſes parties.

Il étoit donc bien certain que quoique notre feu eût duré une fois plus, & que le tuyau du fourneau eût été preſqu'une fois plus long, nous n'avions eu cependant qu'une chaleur beaucoup moindre; il n'étoit pas poſſible d'attribuer cette différence à la plus grande durée du feu, il reſtoit par conſéquent démontré que c'étoit à la plus grande longueur du tuyau qu'il falloit s'en prendre: en effet, nous avions remarqué avec étonnement pendant tout le cours de cette expérience, que le fourneau avoit tiré ſenſiblement moins que dans la première fournée; & un homme intelligent & bon obſervateur, qui nous avoit aidé à ſervir le fourneau dans l'une & dans l'autre expérience, avoit auſſi fait la même remarque. Je fis réflexion alors que notre fourneau étoit plus grand que celui dans lequel j'avois fait mes expériences de Porcelaine, & que cependant le tuyau n'avoit pas plus de diamètre, & il nous parut certain, d'après cette réflexion & d'après pluſieurs autres faits analogues que je me rappelai, qu'il n'eſt pas vrai en général, comme tous les Chimiſtes l'ont cru juſqu'à préſent, & comme je le croyois moi-même avec tous les autres, que plus on alonge le tuyau de la cheminée d'un fourneau à vent (en lui ſuppoſant même une groſſeur proportionnée à la capacité du fourneau) & plus on augmente le tirage, mais qu'il faut de plus que la groſſeur de ce tuyau ſoit proportionnée auſſi à la longueur qu'on lui donne; en ſorte, par exemple, que ſi un tuyau de 6 pouces de diamètre, mais ſeulement de 6 ou 8 pieds de hauteur, ſe trouve dans la proportion néceſſaire pour faire tirer fortement un fourneau d'une certaine capacité, & qu'il n'ait juſte que la groſſeur convenable pour cela, comme il eſt arrivé dans notre première expérience, plus on alongera enſuite ce tuyau, & plus on diminuera le tirage du fourneau, ce dont nous avons eu une preuve démonſtrative dans notre ſeconde expérience : il ſuit de-là que dans ce cas ſi l'on veut augmenter le tirage du fourneau,

il ne suffit pas d'augmenter la longueur de son tuyau, mais qu'il faut aussi augmenter sa grosseur à proportion de la hauteur qu'on lui donne. Cette observation me paroît d'autant plus importante qu'elle concerne non-seulement les fourneaux à charbon tel que le nôtre, mais aussi les grands fours à flamme; je m'en suis assuré par diverses épreuves faites dans celui de la Manufacture de Porcelaine de Séves, auquel nous cherchons à présent, M. de Montigny & moi, à donner la construction la plus avantageuse pour y faire cuire la Porcelaine solide & dure, dont j'ai déposé il y a quelque temps à l'Académie la composition avec plusieurs pièces.

Il s'est présenté encore un effet remarquable dans cette seconde fournée, dont je crois qu'il est à propos de faire mention, parce qu'il s'est confirmé de plus en plus dans nos expériences suivantes; j'ai dit que le creuset d'Allemagne dans lequel nous avions placé nos matières, étoit recouvert par une capsule de grès de Picardie, dont la concavité regardoit le haut du fourneau: or après l'opération, tout l'intérieur de cette capsule s'est trouvé enduit d'une couleur métallique & cuivreuse; il y avoit même à différens endroits de petits grains sphériques d'une matière décidément métallique, que nous avons reconnus être de bon fer malléable, & il est à remarquer que la capsule, après que tout a été refroidi, s'est trouvée pleine de poussier de charbon, qui étoit resté noir & qui ne s'étoit point brûlé pendant l'opération faute de communication avec l'air; le même effet s'est fait remarquer d'une manière encore plus sensible sur un rond de terre grise de Montereau, qui a servi à couvrir le grand creuset dans toutes les opérations qui ont été faites depuis, en sorte qu'il paroît qu'un moyen sûr de donner cette couleur métallique bronzée aux argiles, c'est de les cémenter ainsi avec du charbon en poudre à un très-grand feu, de manière que le tout soit très-rouge pendant l'opération, mais que cependant le charbon ne puisse se consumer.

Cette couleur bronzée donnée à des poteries, n'est point nouvelle quant à l'effet; plusieurs Particuliers ont le secret de la faire prendre très-belle à des figures de terre cuite, mais on ne connoît point le procédé qu'ils emploient. Avant les expériences dont je viens de parler, je soupçonnois que cela se faisoit par une fumigation,

& je croyois en même temps que c'étoit le ſeul moyen de réuſſir: mais les expériences dont je viens de parler m'ont détrompé & prouvent même que la cémentation eſt un moyen certain d'obtenir cette couleur: je me propoſe de faire par la ſuite de nouvelles recherches ſur cet objet.

Quant à la nature de la couleur elle-même, elle paroît mériter attention à cauſe de la parfaite reſſemblance qu'elle a avec celle des métaux: on ſeroit tenté de croire, en la conſidérant, que la terre argileuſe qui eſt ſuſceptible de la prendre, reçoit dans cette opération un commencement de métalliſation; cependant les acides minéraux n'attaquent nullement l'argile qui a reçu cette couleur, ce qui prouve qu'elle n'eſt point, au moins entièrement, dans l'état métallique; à l'égard des petits grains ſphériques que nous avons reconnus être du fer parfait, je n'oſerois décider qu'ils aient été réellement produits dans l'opération même, car, ſans compter que les argiles les plus pures contiennent toujours une certaine quantité de terre ferrugineuſe, il eſt très-poſſible qu'ils ne ſoient dûs qu'à des écailles qui ne manquent jamais de ſe détacher de l'intérieur d'un tuyau de tôle tel que le nôtre, par l'effet d'une forte chaleur, aidée du concours de l'air.

Ces différens objets pourront donner lieu par la ſuite à de nouvelles recherches; mais il s'agit pour le préſent de celles que nous avons tentées pour faire produire à notre fourneau le plus grand effet poſſible: bien convaincus, d'après les expériences, que ſon tuyau n'avoit pas aſſez de largeur, nous en avons fait faire un autre de 8 pouces de diamètre, & nous avons cru qu'avec cette largeur il ſupporteroit aiſément une hauteur de 16 pieds.

Le fourneau étant ſurmonté de ce nouveau tuyau, nous y avons mis, comme dans les expériences précédentes, du gypſe dans deux creuſets différens à deux différentes places, de l'aſbeſte, de la craie verte de Briançon, de l'amianthe des Pyrénées, du tripoli, de l'antimoine diaphorétique, de la chaux d'étain faite par l'acide nitreux, de l'ardoiſe commune, c'eſt-à-dire de celle qu'on emploie à Paris, qui ne fait point d'efferveſcence avec les acides, & que je crois être celle d'Angers, enfin le même ſpath des environs de Bordeaux qui avoit été expoſé au feu dans

l'expérience précédente; le changement de tuyau a produit dans cette fournée tout l'effet que nous en attendions; le fourneau a tiré avec la plus grande activité; nous avons ſoutenu le grand feu ſeulement pendant trois heures & demie, & malgré cette courte durée du feu, la chaleur a été beaucoup plus conſidérable que dans la fournée précédente; tout a été entièrement fondu, à l'exception du ſpath de Bordeaux & de la chaux d'étain.

Mais malgré cette réuſſite, je ne puis donner aucun détail aſſuré ſur l'état de chacune des matières fondues dans cette fournée, parce qu'elles avoient été placées dans un étui de terre de Montereau, que j'avois cru en état de réſiſter à ce grand feu, mais qui s'étoit tellement fendu & affaiſſé, qu'après l'opération nous n'avons pu reconnoître les creuſets avec certitude; ceux qui contenoient le gypſe, étoient pourtant reconnoiſſables en ce qu'ils étoient totalement rongés & percés, ce qui eſt l'effet ordinaire de cette matière, ainſi que M. d'Arcet a eu occaſion de l'obſerver dans toutes ſes expériences.

Cet effet du gypſe ſur les creuſets donnant lieu de ſoupçonner avec aſſez de fondement que la matière même du creuſet peut lui ſervir de fondant, & voulant être bien aſſurés que notre fourneau pouvoit le vitrifier tout ſeul & ſans ſoupçon d'aucun ſecours étranger, nous en avons mis dans une quatrième fournée à deux endroits différens, comme dans toutes les précédentes, avec cette différence que l'une de ces portions de gypſe n'étoit point dans un creuſet, mais ſeulement poſée ſur le ſablon qui ſervoit de ſupport aux creuſets, & de manière qu'il étoit éloigné de tout creuſet & de toute matière argileuſe; il n'y avoit dans cette fournée avec le gypſe que l'antimoine diaphorétique avec deux chaux d'étain, faites l'une par l'acide nitreux & l'autre par la détonation avec le nitre; les creuſets dans cette fournée étoient contenus dans un grand creuſet d'Allemagne, comme dans la ſeconde, & ce creuſet étoit recouvert d'un grand rond de terre de Montereau, qui avoit ſervi dans la fournée précédente & qui, quoique l'étui de la même terre eût été ſi fort endommagé, s'étoit cependant très-bien conſervé & coloré en cuivre avec les petits grains ferrugineux dans les endroits où le pouſſier de charbon avoit ſéjourné deſſus ſans ſe brûler.

Le grand feu, dans cette expérience, a été ſoutenu pendant quatre heures, & après l'opération tout s'eſt trouvé en très-bon état & bien reconnoiſſable.

Le gypſe contenu dans le creuſet l'avoit percé à ſon ordinaire & s'étoit fondu en verre vert tranſparent.

Celui qui n'étoit poſé que ſur le ſable s'étoit fondu complètement; il avoit fait un trou dans ce ſable & formé une eſpèce de Porcelaine aſſez belle avec le reſte du ſable dans lequel il avoit coulé.

L'antimoine diaphorétique étoit auſſi entièrement fondu en un verre brun peu tranſparent.

Mais ni l'une ni l'autre des chaux d'étain n'étoit fondue, & c'eſt ce qui me paroît le plus digne de remarque: on peut ſe rappeler que dans toutes les expériences précédentes, ces mêmes chaux avoient réſiſté à la violence du feu qui faiſoit fondre toutes les autres matières & même le gypſe; il paroît néanmoins dans le Mémoire de M. d'Arcet, que la chaux d'étain s'eſt fondue & même changée en verre tranſparent dans ſes grands fours à bois: cela vient-il de ce que ſon feu a été ſupérieur au nôtre? j'ai peine à le croire, d'après les effets que celui-ci a produits ſur toutes les autres matières que nous y avons expoſées. Cela vient probablement de ce que la chaux d'étain qui a ſervi à M. d'Arcet étoit beaucoup moins dépouillée de principe inflammable, & par conſéquent beaucoup plus fuſible que les nôtres; car il eſt certain que la différence des terres métalliques plus ou moins dépouillées de principe inflammable, en fait une prodigieuſe par rapport à leur fuſibilité.

Ces conſidérations nous ont engagés à expoſer à notre grand feu, dans une cinquième expérience, de la chaux d'étain faite ſans addition & moins blanche que celles faites par le ſecours du nitre & de l'acide nitreux, que nous avions employées juſques alors, mais qui cependant étoit d'un gris fort clair & approchant du blanc; à l'égard du gypſe & de l'antimoine diaphorétique, comme leur vitrification avoit été conſtatée avec la plus grande certitude dans notre dernière fournée, nous avons cru qu'il étoit inutile d'en mettre dans celle-ci; mais pour profiter de la place qui nous reſtoit nous y avons joint pluſieurs des matières ſur

lesquelles il étoit resté quelques doutes dans les expériences précédentes, & plusieurs autres que nous n'avions pas encore exposées à notre feu : ces matières furent l'amyanthe des Pyrénées, une pierre dure faisant feu avec l'acier, cristallisée en cubes, tirée du Cabinet de M. de Malesherbes; de la craie blanche de Briançon & de la verte, un asbeste venant du nord, un spath calcaire qui se trouve sur la route de Lyon à Grenoble, du tripoli, du liége de montagne, du talc de Moscovie, un spath dur, séparé d'un granit des environs de Chésy avec un morceau du même granit, enfin une pierre de couleur d'ardoise, tirée aussi, comme la plupart des substances que je viens de nommer, du Cabinet de M. de Malesherbes, & qui paroît être de la nature de l'ardoise.

Le feu de cette fournée, dont l'appareil étoit comme celui de la précédente, a été soutenu pendant cinq heures; après l'opération finie, tout s'est trouvé en bon état, excepté cependant que le grand creuset d'Allemagne servant d'étui aux petits, avoit été incliné sur le côté (nous ne savons dans quel temps de l'opération) vers les parois du fourneau ; en sorte qu'il ne se trouvoit plus au centre du foyer, ce qui a dû diminuer l'effet du feu sur nos matières.

Malgré cela, la chaux d'étain avoit commencé à se vitrifier autour des parois du creuset; elle avoit pris beaucoup de retraite & étoit durcie au point de faire feu avec l'acier, ce qui n'étoit arrivé à aucune de nos autres chaux d'étain dans les fournées précédentes.

L'amyanthe étoit en partie fondue en un verre noir opaque, & avoit un peu rongé le creuset.

La pierre dure en cubes avoit beaucoup blanchi, mais n'avoit été ni fondue, ni même pris la moindre disposition à la fusion dans aucune de ses parties; ce qui nous l'a fait regarder comme une espèce de cristal ou de quartz.

La craie blanche de Briançon étoit beaucoup durcie, & commençoit à fondre dans le bas du creuset.

La verte étoit fondue en verre compact, opaque & grisâtre.

L'asbeste étoit fondu en un verre noir verdâtre.

Le spath calcaire de la route de Lyon à Grenoble avoit fait

un trou au creuſet, s'étoit répandu ſur ſon ſupport, qui étoit un petit rond de terre de Montereau; il s'y étoit fait un petit creux dans lequel il étoit fondu en un verre blanc bien lié, d'une belle tranſparence. Il eſt à obſerver que ce ſpath eſt diſſoluble en entier dans l'acide nitreux, ſans laiſſer le moindre réſidu : M. d'Arcet a obſervé le même effet dans un ſpath calcaire d'Allemagne, & il remarque avec raiſon, comme une choſe digne d'attention, que ce ſpath eſt entièrement calcaire & diſſoluble dans les acides.

Le tripoli étoit fondu en une maſſe vitrifiée à l'extérieur en verre blanchâtre, & devenu poreux dans l'intérieur.

Une partie du liége de montagne étoit fondue en matière noirâtre très-dure.

Le talc de Moſcovie étoit fondu en un verre brun opaque & compact; il n'a pas endommagé le creuſet.

Le granit de Chéſy étoit fondu en verre blanc de lait, parſemé de taches noires provenant d'un mica de même couleur qu'il contient & qui étoit auſſi fondu, & le ſpath dur qui en avoit été ſéparé étoit fondu en verre de même couleur ſans taches ; ce granit & ſon ſpath ſe comportent dans le grand feu exactement de même que ceux d'Alençon.

La pierre couleur d'ardoiſe des Pyrénées, avoit percé le creuſet & s'étoit fondue en une matière griſe opaque, vitrifiée tout autour en verre brun.

Si l'on compare maintenant les réſultats de nos expériences avec ceux qu'a obtenus M. d'Arcet dans ſes grands fours à bois, on trouvera qu'elles s'accordent très-bien & ſe confirment les unes par les autres, & on verra en même-temps que nous avons fait entrer en fuſion les mêmes matières que lui, & particulièrement celles qui ſe ſont montrées les plus difficiles à fondre dans ſes expériences, à l'exception cependant de la chaux d'étain, qui vraiſemblablement ſe ſeroit fondue entièrement, ſi le creuſet ne ſe fut pas éloigné du centre du foyer, & qu'on eût continué le feu une heure de plus; & il réſulte de-là que dans un petit fourneau à charbon, bien conſtruit & animé par un grand courant d'air, on peut, ſans le ſecours des ſoufflets, obtenir en cinq ou ſix heures de temps, une chaleur égale à celle qui ne règne dans les

fours à bois, qu'après plusieurs jours de grand feu, soutenu sans interruption, ce qui peut faciliter infiniment les recherches & les expériences du genre de celles de M. d'Arcet & des nôtres, & c'étoit l'objet que nous avions principalement en vue dans nos expériences.

Je ne prétends diminuer en rien par ces réflexions les avantages qu'on peut retirer des fours à bois, quand il est question d'examiner l'effet du grand feu sur les substances les plus difficiles à fondre, au contraire, je conviens que de tous les moyens connus jusqu'à présent de faire ces sortes d'expériences, celui de ces fours est le plus avantageux; j'ai eu souvent occasion d'éprouver les effets des miroirs ardens, du feu de charbon poussé par des soufflets, des fourneaux à charbon & à vent, tel que celui dont il a été question dans ce Mémoire; enfin des grands fours à bois échauffés par la flamme pendant plusieurs jours, & de comparer entr'eux les effets & les moyens d'appliquer l'action du feu à différens corps.

Les miroirs & lentilles ont l'avantage de produire en un instant une chaleur, sans comparaison plus forte que celle de tout autre foyer, il est fait mention dans le Mémoire sur la platine, que j'ai donné avec M. Baumé, des expériences que nous avons faites au miroir ardent : entre les corps regardés jusqu'alors comme infusibles, nous y avions fondu le gypse & l'antimoine diaphorétique, sans cependant les avoir amenés jusqu'à la transparence, mais outre la difficulté connue de tout le monde, de tenir & de fixer les corps au foyer de ces verres & miroirs, ils ont enore un inconvénient bien plus grand, dont il est fait mention dans le même Mémoire, & qui les rend presque inutiles dans les recherches sur la plus ou moins grande fusibilité des différentes substances, c'est que leur action est tout-à-fait inégale, & cela relativement à la couleur & à la contexture des matières qu'on y expose; or ces qualités n'ont aucun rapport à la plus ou moins grande fusibilité essentielle, en sorte, par exemple, que des substances blanches & polies, quoique très-fusibles dans le feu ordinaire, résistent infiniment davantage à l'action du foyer, que des matières colorées & poreuses, qui pourtant se montrent extrêmement

réfractaires

réfractaires dans les fourneaux; un morceau d'argent bien poli s'y ſond plus difficilement qu'un morceau de fer brut, quoique ce dernier métal réſiſte, ſans aucune comparaiſon, davantage au feu des fourneaux que le premier; je crois même avoir aperçu, dans nombre d'expériences, que les corps très-blancs réſiſtent davantage à leur fuſion dans un feu quelconque, toutes choſes égales d'ailleurs, que ceux qui ont des couleurs, ſur-tout foncées & rembrunies; mais il eſt certain que cette différence eſt infiniment moins ſenſible dans le feu des fourneaux qu'au foyer des miroirs & verres ardens, dont les corps très-blancs éludent l'action d'une manière ſurprenante, par la propriété qu'ils ont de réfléchir les rayons du Soleil au lieu de s'en laiſſer pénétrer; je regarde donc comme une choſe très-certaine que les miroirs & verres ardens, ſont des inſtrumens incapables de nous faire connoître les rapports de fuſibilité des différens corps.

A l'égard du feu des charbons animé par le vent des ſoufflets, je ne doute point qu'on ne puiſſe fondre par ſon moyen les matières les plus réfractaires, & même plus promptement que par tout autre feu, ſur-tout avec une ſuffiſante quantité de charbon & des ſoufflets d'une grandeur proportionnée, mais cette manière d'appliquer le feu, qui eſt très-bonne & très-commode dans pluſieurs circonſtances, & particulièrement dans la fonte des métaux, ne vaut rien dans les expériences comme celles de M. d'Arcet & les nôtres; l'action bruſque & turbulente de ce feu, auquel aucun creuſet ne peut réſiſter quand il eſt pouſſé à ſa plus grande force, ne manque preſque jamais de troubler tout & de rendre incertains & inexacts les réſultats des expériences: je penſe comme M. d'Arcet ſur tous les inconvéniens qu'il reproche à cette manière d'adminiſtrer le feu.

Mais il n'en eſt pas de même du feu de charbon dans un fourneau à vent bien conſtruit, ce feu, quoique croiſſant avec infiniment plus de rapidité que dans les fours à flamme, ſe gradue pourtant de lui-même auſſi-bien que celui de ces derniers, puiſqu'il n'eſt animé que par un courant d'air modéré, & qui, pendant toute ſa durée, traverſe toutes les parties du foyer avec

beaucoup d'égalité & d'uniformité, & fait monter la chaleur au même point que dans les fours à flamme.

En rapportant les avantages du fourneau dont nous nous sommes servis, je ne veux pas non plus dissimuler les inconvéniens; je conviens qu'il a celui de fatiguer davantage que les fours à flamme, les creusets ou étuits, par le poids & par le contact du charbon, mais je puis assurer qu'il est facile de parer à cet inconvénient, en choisissant les vaisseaux, & disposant bien l'appareil; d'ailleurs quand il s'agit d'expériences qu'il faut beaucoup multiplier, & qui, parce que les unes font naître l'idée des autres, ne peuvent être faites toutes ensemble, mais doivent nécessairement se succéder, la facilité, la célérité & l'économie, sont des avantages bien capables de contre-balancer des inconvéniens, même beaucoup plus considérables que celui dont j'ai fait mention, qui à proprement parler, n'en est point un, puisqu'il est facile de l'éviter.



OBSERVATIONS DE LA PREMIÈRE COMÈTE QUI A PARU DANS LE MOIS DE MARS DE L'ANNÉE 1767.

Par M. CASSINI DE THURY.

JE n'ai commencé à obſerver cette Comète que le 11 du mois de Mars, elle n'étoit point alors viſible à la vue ſimple; mais, avec une lunette de 5 pieds, elle paroiſſoit comme une nébuleuſe, ſans aucune queue ſenſible, ſituée près d'une Étoile de la 6.e grandeur dans la conſtellation des Poiſſons, mais un peu plus éloignée de l'étoile *n* des Poiſſons de la 4.e grandeur, qui la précédoit de 4 minutes de temps.

Je me ſuis ſervi pour déterminer la poſition de la Comète par rapport à ces deux Étoiles, d'une lunette de 5 pieds, poſée ſur une machine parallactique, celle dont je me ſers ordinairement pour les obſervations éloignées du méridien qu'on ne peut faire avec le quart-de-cercle mural.

L'Étoile ſuivoit exactement le fil parallèle, & je marquois les trois inſtans où la Comète & l'Étoile arrivoient aux fils obliques & à l'horaire, lorſqu'il étoit viſible ſans le ſecours de la lumière qui effaçoit la Comète; je répétois pluſieurs fois l'obſervation pour reconnoître la quantité du mouvement de la Comète & ſa direction; la Comète étoit ſi peu élevée ſur l'horizon lorſqu'on pouvoit l'apercevoir, qu'on ne pouvoit la ſuivre que pendant l'eſpace d'une heure.

Le 11 Mars.

A $7^h\ 27'\ 40''$, l'étoile *n* des Poiſſons précédoit la Comète de $4'\ 5''$ de temps; la Comète qui paroiſſoit en haut employoit $3'\ 40''$ de temps à traverſer les deux lames obliques. I.ere Obſervation.

A 7^h 42′ 34″, la même Étoile précédoit la Comète de 4′ 8″, & la Comète a employé 3′ 41″ à traverser les fils obliques.

A 7^h 54′ 1″, la même Étoile précédoit la Comète de 4′ 10″, & la Comète a employé à traverser les fils 3′ 38″ ½.

A 8^h 12′ 4″, la même Étoile précédoit la Comète de 4′ 11″, & la Comète a employé à traverser les fils 3′ 38″; la hauteur de la Comète étoit alors de 8 degrés.

Les petites différences que l'on remarque dans l'intervalle des passages de la Comète par les fils obliques, qui n'est pas proportionnel au temps, prouvent la difficulté de bien juger du moment où le disque de la Comète mal terminé paroissoit & disparoissoit, & en même temps la nécessité de multiplier assez les observations pour que l'on puisse faire choix de celles qui suivent une progression plus uniforme.

En examinant les résultats des quatre observations que nous venons de rapporter, éloignées de 45 minutes de temps, on voit que le mouvement apparent de la Comète étoit selon l'ordre des signes, & qu'elle approchoit de l'Équateur.

En comparant la Comète à la principale étoile *n*, nous n'avons pas négligé d'observer le passage de la petite Étoile qui précédoit la Comète de quelques secondes; car il faut, autant qu'il est possible, avoir toujours deux termes fixes de comparaison pour être assuré de ne point confondre les Étoiles de la même grandeur, qui ne sont reconnoissables que par leur position respective, & qu'il est difficile de reconnoître lorsqu'il s'en trouve plusieurs dans la même ouverture de la lunette.

Par une première observation, on a trouvé l'intervalle des passages entre l'étoile *n* & l'étoile de la 6.ᵉ grandeur, de........	4′ 17″
Par une seconde observation, de....................	4. 19
Par la première, le passage par les obliques, de.........	2. 24
Par la seconde, de...........................	2. 25 ½
Par une troisième observation, l'intervalle des passages, de..	4. 18
Par une quatrième...........................	4. 17
Par la troisième observation, l'intervalle entre les obliques, de	2. 25
Par la quatrième, de..........................	2. 25 ½

Prenant un milieu, on supposera l'intervalle entre les passages des deux Étoiles, de . . . . 4′ 18″

Et le passage par les obliques, de . . . . 2. 25 ½

L'ascension droite de l'étoile *n* des Poissons, réduite à notre époque, est, selon M. l'abbé de la Caille, de . . . . 19^d 45′ 6″

Et la déclinaison boréale, de 14. 7. 59

D'où il est facile de déduire l'ascension droite de l'Étoile de 20^d 49′ 46″, & sa déclinaison de 13^d 28′ 54″; mais la hauteur de l'étoile *n* étoit de 8^d 22′, & celle de l'Étoile de la 6.e grandeur de 7^d 31′, il convient donc de retrancher 27 secondes de l'ascension droite, & ajouter 32 secondes à la différence de déclinaison par rapport à la différence des réfractions que l'on a trouvée de 42 secondes, & l'on aura,

La vraie ascens. droite de l'Étoile de la 6.e grandeur de 20^d 49′ 19″

Et sa déclinaison de 13. 28. 22

C'est à cette seconde Étoile que l'on a toujours comparé la Comète les jours suivans, ainsi il étoit important de bien déterminer sa position.

Pour déterminer la position de la Comète, nous avons employé la dernière observation faite à 8^h 12′, & nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de 20^d 47′ 51″, & sa déclinaison de 13^d 46′ 26″.

La Comète dans l'intervalle de 45 minutes de temps, a donc eu un mouvement en ascension droite de 6 secondes de temps, à raison de 8 secondes par heure, ou de 48 minutes de degré en vingt-quatre heures; la variation en déclinaison a été de 45 secondes par heure ou de 18 minutes en vingt-quatre heures, ces déterminations qui ne sont que des à-peu-près, étoient nécessaires pour se préparer aux observations des jours suivans, & pour reconnoître s'il ne s'étoit point glissé quelque erreur dans les observations.

Le 12 Mars.

A 7^h 26′ 15″, la même étoile *n* précédoit la Comète de . . 7′ 47″ ½ — II.me Observation.

Et la Comète en haut a employé à traverser les fils 2. 6

On répéta cette observation, & au lieu de faire suivre le fil parallèle par l'étoile *n*, on plaça l'Étoile en bas & la Comète en haut.

A $8^h\ 0'\ 51''$, la même Étoile précédoit la Comète de.... $7'\ 54''\frac{1}{2}$

Et a employé à traverser les fils.................... 2. 58

La Comète a parcouru les fils en.................... 4. 13

La première observation, faite à $7^h\ 26'$, donne l'ascension droite de la Comète, de............................ $21^d\ 41'\ 51''$

Et la seconde, faite à $8^h\ 0'$, de............... 21. 43. 43

Elle avoit été trouvée la veille à $8^h\ 12'$, de...... 20. 47. 51

Donc, dans l'espace de $23^h\ 0'\ 48''$, le mouvement en ascension droite a été de.................................. $55'\ 42''$

A l'égard de la déclinaison de la Comète, on l'a trouvée par la première observation, de........................ $13^d\ 24'\ 14''$

Par la deuxième, de......................... 13. 23. 34

La Comète a été comparée le même jour à l'Étoile de la 6.e grandeur.

A $7^h\ 26'\ 15''$, cette Étoile précédoit la Comète de...... $3'\ 27''$

La Comète a employé à traverser les fils............... 2. 6

Et l'Étoile................................ 2. $22\frac{1}{2}$

Cette observation donne l'ascension droite de la Comète de $21^d\ 41'\ 11''$ à $7^h\ 27'$, & sa déclinaison de $13^d\ 24'\ 47''$.

Le 13 Mars.

IIIme Observation. La lumière de la Comète paroissoit diminuer tous les jours; elle étoit encore avec les mêmes Étoiles que les jours précédens.

A $7^h\ 43'\ 17''$, la même Étoile *n* précéd. la Comète de $11'\ 15''$ de temps.

La Comète a employé à traverser les fils...... 4. 21

Et l'Étoile en bas...................... 1. 30

A $7^h\ 43'\ 17''$, l'Étoile de la 6.e grandeur précédoit la Comète de $7'\ 0''$

Et la même Étoile a employé à traverser les fils.......... 4. 1

Cette seconde observation, préférable à la première, parce que la seconde Étoile approchoit plus que la première du parallèle de la Comète, donne l'ascension droite de la Comète de $22^d\ 34'\ 46''$, & sa déclinaison de $13^d\ 1'\ 39''$.

Le 14 Mars.

La Comète ne paroissoit plus que comme un nuage, elle étoit trop éloignée du parallèle de l'Étoile *n*, pour pouvoir y être comparée, mais la seconde n'étoit éloignée que de 48 minutes de dégré du parallèle de la Comète. IV.me Observation.

A $7^h\ 28'\ 5''$, la 2.e Étoile précédoit la Comète de....	$10'\ 14''\frac{1}{2}$
L'Étoile a employé à parcourir les fils en haut.........	1. 53
Et la Comète en bas........................	4. 59
Par une seconde observation, faite à $8^h\ 7'$, la même Étoile précédoit la Comète de..........................	10. 21
L'Étoile a employé à parcourir les fils..............	2. 13
Et la Comète..............................	4. 32
L'Étoile étoit élevée sur l'horizon de...............	$6^d\ 23'$
La première observ. donne l'ascens. droite de la Comète de	$23^d\ 22'\ 57''$
Et la déclinaison de.........................	12. 40. 24
La deuxième observ. donne l'ascens. dr. de la Comète de	23. 25. 1
Et la déclinaison de.........................	12. 39. 4

Le 15 Mars.

On distinguoit la Comète si foiblement, qu'on ne doit pas attendre une aussi grande exactitude de cette dernière observation que des précédentes. V.me Observation.

A $8^h\ 7'\ 30''$, la 2.e Étoile précédoit la Comète de.....	$13'\ 28''\frac{1}{2}$
La Comète avoit employé à traverser les fils..........	2. 52
Et l'Étoile en haut..........................	2. 2
Cette observation donne l'ascension droite de la Comète de	$24^d\ 11'\ 53''$
Et la déclinaison de.........................	12. 11. 33

Mais cette déclinaiſon doit être regardée comme douteuſe, parce qu'elle diffère beaucoup d'une obſervation faite lorſque la Comète étoit plus élevée ſur l'horizon, qui donne la déclinaiſon de la Comète de 12^d 18′ 14″, & c'eſt à cette dernière détermination que nous avons cru devoir nous arrêter, la hauteur de l'Étoile à 8^h 7′ étoit de 5^d 45′.

Il réſulte des obſervations faites pendant cinq jours conſécutifs, que le mouvement de la Comète

En.....	Aſcenſion droite, a été de..................	3^d 22″
	Déclinaiſon, de..........................	1. 35
	Longitude, de...........................	2. 30
	Latitude, de............................	2. 36

Il ſeroit difficile, pour ne pas dire impoſſible, de déduire avec quelque préciſion les élémens de la théorie d'une Comète de cinq obſervations auſſi peu diſtantes les unes des autres, & quand même on ſeroit parvenu à repréſenter les cinq obſervations que nous venons de rapporter avec la plus grande préciſion, il ne s'enſuivroit pas pour cela que l'on connût la vraie théorie de la Comète; d'ailleurs les obſervations de cette Comète ont été faites ſi près de l'horizon, que quoique nous ayons eu l'attention de calculer la hauteur de la Comète & de l'Étoile à laquelle on l'a comparée tous les jours pour faire les réductions néceſſaires, tant à l'aſcenſion droite qu'à la déclinaiſon de la Comète, il eſt toujours à craindre qu'il ne ſoit arrivé quelque variation dans la réfraction abſolue.

M. Pingré a déjà publié les élémens de la théorie de cette Comète, fondés ſur des obſervations plus éloignées que les miennes; je donne ici ceux que j'ai employés dans le calcul de mes obſervations, & je fais la comparaiſon de la longitude calculée, avec celle qui réſulte des élémens ſuppoſés.

Les aſcenſions droites & déclinaiſons ont été réduits, à cauſe de la différence des réfractions, qui eſt fort ſenſible d'un degré à l'autre, lorſque les hauteurs ſont très-baſſes.

11 Mars

	ASCENSION de la COMÈTE.	DÉCLINAIS. de la COMÈTE.	LONGITUDE du SOLEIL.	DISTANC. à la TERRE.
11 Mars à 8^h 12′	20^d 47′ 35″	13^h 46′ 10″	8^h 11^f 21^d 17′ 47″	9945
12 Mars à 8. 0	21. 43. 16	13. 23. 5	8. 11. 22. 17. 25	9948
13 Mars à 7. 43	22. 34. 5	13. 0. 55	8. 11. 23. 17. 45	9951
14 Mars à 8. 7	23. 23. 35	12. 37. 25	8. 11. 24. 16. 47	9954
15 Mars à 8. 7	24. 9. 10	12. 15. 40	8. 11. 25. 16. 31	9957

De ces élémens, j'ai déduit, en ſuppoſant le paſſage par le périhélie le 17 Février à 8 heures, temps vrai, la longitude du périhélie de 4^f 23^d 15′, le lieu du nœud de 8^f 4^d 11′, l'inclinaiſon de l'orbite de 40^d 50′, & le logarithme de la diſtance périhélie de 970357, les élémens ſuivans:

	ANOMALIE vraie.	LONGITUDE héliocentrique.	LATITUDE héliocentrique.	DISTANC. de la Comète au SOLEIL.
Mars 11	66^d 14′ 38″	2^h 13^d 57′ 30″	8^d 21′ 10″	7128
12	68. 5. 51	2. 12. 31. 50	7. 9. 16	7303 ½
13	69. 53. 48	2. 11. 9. 16	5. 59. 16	7480 ½
14	71. 36. 54	2. 9. 50. 20	4. 52. 15	7656
15	73. 15. 23	2. 8. 35. 20	3. 48. 10	7829

Avec ces élémens, j'ai trouvé la longitude & la latitude de la Comète, vues de la Terre, pour chaque jour à 8 heures, temps vrai.

LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée.	LONGITUDE obſervée.	LATITUDE obſervée.
11 Mars à 8^h... 24^d 21′ 17″	4^d 37′ 10″	A 8^h 12′.. 24^d 21′ 30″	4^d 38′ 45″
12 Mars à 8... 25. 2. 58	3. 56. 33	8. 0... 25. 3. 15	3. 57. 10
13 Mars à 8... 25. 40. 39	3. 17. 25	7. 43... 25. 41. 18	3. 18. 20
14 Mars à 8... 26. 17. 1	2. 40. 15	8. 7... 26. 17. 25	2. 38. 42
15 Mars à 8... 26. 50. 36	2. 4. 50	8. 7... 26. 51. 0	2. 2. 15

On voit que la différence entre la longitude calculée & celle qui a été obſervée, ne monte pas à une minute; mais on

remarque une plus grande différence dans les déclinaisons calculées & observées, ce qui vient de ce que les observations faites à des hauteurs aussi basses, ne peuvent jamais être aussi exactes que celles qui sont dégagées des vapeurs de l'horizon : d'ailleurs, en supposant le lieu du nœud dans $8^{s}\ 4^{d}\ 16'$, & l'inclinaison de $41^{d}\ 10'$, on trouvera les latitudes plus d'accord avec les observations.

OBSERVATIONS DE LA SECONDE COMÈTE

Qui a paru au mois d'Avril 1766.

Par M. CASSINI DE THURY.

LE 9 Avril au soir, j'ai découvert une Comète dans la constellation du Bélier, près d'une Étoile de la quatrième grandeur, appelée dans le catalogue de Flamstéed, *Clarior informium*, dont l'ascension droite, déterminée par les observations de cet Astronome, étoit en 1690, de $67^{d}\ 56'\ 45''$, & la distance au pôle de $64^{d}\ 3'\ 5''$; cette même étoile est appelée, dans le catalogue des quatre cents Étoiles déterminées par M. de la Caille, *l'austral du Lys ;* & cet Astronome a déterminé son ascension droite pour l'année 1750, de $38^{d}\ 49'\ 45''$, & sa déclinaison de $26^{d}\ 12'\ 47''$ boréale.

La Comète paroissoit à la vue simple fort brillante, avec une queue qui occupoit environ un espace de 3 à 4 degrés; je dis environ, parce qu'il est fort difficile de déterminer l'étendue de la queue des Comètes, qui paroît augmenter ou diminuer selon que le Ciel est plus ou moins clair, & c'est ce que l'on a remarque dans la Comète de 1744, où l'on apercevoit plusieurs queues.

Je me suis servi, pour déterminer la position de cette Comète, de ma lunette ordinaire, dont j'ai déjà donné la description.

La Comète n'étoit élevée sur l'horizon que de $6^{d}\ 8'$; lorsque j'ai fait la première observation, l'étoile du Bélier, à laquelle je

me proposois de la comparer, étoit plus élevée de $1^d\ 25'$: cette différence de hauteur, différemment affectée par la réfraction, exigeoit que l'on tînt compte de la quantité qu'il falloit ajouter ou retrancher des différences d'ascension droite & de déclinaison, observées pour en déduire la vraie ascension droite & déclinaison de la Comète.

A $8^h\ 52'\ 10''$, l'étoile dite *Clarior* précédoit la Comète de $1'\ 31''$ de temps. I.ere Observation.

La Comète paroissoit au haut de la lunette, & employa à parcourir les fils.	$3'\ 24''$
Et l'Étoile en bas	$2.\ 33\frac{1}{2}$

On laissa la lunette dans la même situation, & l'on observa le passage au fil horaire de toutes les Étoiles qui se trouvoient dans le parallèle de la Comète.

La Comète avoit passé au fil horaire à	$8^h\ 52'\ 35''$
La 109.e du Taureau y passa à	$11.\ 30.\ 45\frac{1}{2}$
Elle étoit au haut de la lunette, & elle employa à traverser les fils	$2.\ 22\frac{1}{2}$

Quoique la position de la 109.e du Taureau fût marquée dans le Catalogue de Flamstéed, cependant comme l'étoile ♉ devoit se trouver dans le même parallèle, on changea la direction de la lunette.

La 109.e placée au haut de la lunette passa au fil horaire à	$11^h\ 38'\ 25''$
L'intervalle des obliques fut observé de	$2.\ 45$
La 116.e du Taureau passa en bas à	$11.\ 48.\ 38$
L'intervalle des obliques	$4.\ 30$
La 123.e passa en haut à	$11.\ 58.\ 4$
L'intervalle des fils	$0.\ 48\frac{1}{2}$
La 132.e passa en bas	$12.\ 6.\ 45$
L'intervalle des fils	$3.\ 54\frac{1}{2}$
♉ passa en haut à	$12.\ 52.\ 41$
L'intervalle des obliques	$4.\ 32$

L'observation de toutes les Étoiles dont la position étoit

connue, & qu'il étoit important de vérifier dans le cas où l'on seroit obligé d'y avoir recours les jours suivans, offroit encore un moyen de déterminer plus exactement la position de la Comète.

Pour déduire la position de la Comète de la première observation faite à $8^h\ 52'$ il a fallu réduire l'ascension droite de l'étoile du Bélier au temps de l'observation, & nous la supposerons de $39^d\ 4'\ 0''$, & la déclinaison de $26^d\ 16'\ 56''$, & ayant égard à la différence que devoit produire la différence des réfractions sur les différences observées, nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de $39^d\ 25'\ 50''$, & sa déclinaison de $25^d\ 9'\ 10''$.

Le 9 Avril.

II.me Observation. La queue de la Comète paroissoit à peu près de la même grandeur que la veille; la Comète étoit placée entre deux petites Étoiles, dont la position n'est pas marquée dans les Catalogues, & comme il y avoit apparence que ces Étoiles pourroient être employées les jours suivans pour déterminer le cours de la Comète, nous nous appliquames particulièrement à déterminer leurs positions respectives, & par rapport à l'Étoile observée la veille, nous trouvames l'intervalle des passages entre les deux Étoiles de $4'\ 55''$, & entre la 1.re Étoile & *Clarior* de $5'\ 46''\frac{1}{2}$, la différence de déclinaison entre les deux Étoiles de $25'\ 15''$, & entre la 1.re & *Clarior* de $1^d\ 38'\ 30''$; d'où nous avons déduit

L'ascension droite de la 1.re Étoile de..........	$37^d\ 38'\ 0''$
Et sa déclinaison de..........................	24. 38. 26
L'ascension droite de la 2.e Étoile de..........	38. 51. 45
Et sa déclinaison de..........................	24. 12. 56

Pour revenir à l'observation de la Comète qui suivoit le fil parallèle.

A $7^h\ 51'$, la 1.re Étoile précédoit la Comète de..........	$1'\ 42''$
L'Étoile employoit à traverser les fils obliques..........	4. 14
A $8^h\ 3'$, la même Étoile précédoit de..................	1. $43\frac{1}{2}$
L'Étoile employoit à traverser les fils obliques..........	4. $18\frac{1}{2}$
A $8^h\ 16'$, la même Étoile précédoit de.................	1. 40
L'Étoile en haut employoit..........................	2. 55
Et la Comète en haut..............................	1. 47

A 8h 24′½, la même Étoile précédoit de	1′ 37″
L'Étoile en haut employoit	3. 41½
La Comète en haut	2. 28
A 8h 33′, la Comète précédoit la 2.e Étoile de	3. 19
La Comète en haut	1. 50
La 2.e Étoile en haut	1. 2
A 8h 47′½, la 1.re Étoile précédoit la Comète de	1. 31
La 1.re Étoile en haut	3. 12
La Comète en bas	4. 55.

De toutes ces obſervations, aſſez multipliées pour qu'il n'y ait point d'erreur à craindre dans la poſition de la Comète, nous avons calculé la première faite à 8h 2′ qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 38d 3′ 52″, & ſa déclinaiſon de 24d 22′ 56″, & la dernière obſervation faite à 8h 47′ qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 38d 0′ 45″, & la déclinaiſon de 24d 15′ 41″.

Le 10 Avril.

La Comète paroiſſoit moins brillante que les jours précédens, elle étoit encore avec les deux mêmes Étoiles que la veille, la lumière de la Lune, qui ſe trouvoit fort près de la Comète, effaçoit un peu la queue. III.me Obſervation.

A 8h 5′, la Comète précédoit la 1.re Étoile de	4′ 17″
Elle employoit à traverſer les fils en haut	4. 12
Et la 1.re Étoile en bas	1. 36
La Comète précédoit la 2.e Étoile de	9. 10
Et la 2.e Étoile en bas	3. 27
A 8h 24′, la Comète précédoit la 1.re de	4. 20
Elle employoit	3. 38
Et la 1.re Étoile	2. 7
Elle précédoit la 2.e de	9. 12
Et la 2.e Étoile	3. 56
A 8h 41′, la Comète précédoit la 1.re de	4. 20
Elle employoit	2. 40
Et l'Étoile en haut	3. 12

La première obſervation paroît préférable à la dernière, parce que la Comète étoit alors fort baſſe, & que les Étoiles paroiſſoient foiblement au travers des vapeurs de l'horizon; la première obſervation donne l'aſcenſion droite de la Comète de $36^d\ 33'\ 38''$, & la déclinaiſon de $23^d\ 28'\ 56''$.

Le 11 Avril.

IV.me Obſervation. Le clair de la Lune effaçoit la queue de la Comète que l'on ne découvrit qu'après 8 heures du ſoir, la Comète étoit dans le parallèle de la Lune, & nous obſervames le paſſage du bord de la Lune au même fil horaire où avoit paſſé la Comète.

A $8^h\ 20'\ 9''$, la Comète paſſa au fil horaire en haut.

Elle employa à traverſer les fils	3′ 6″
A $9^h\ 9'\ 12''$, le centre de la Lune arriva au même fil.	
A $9^h\ 33'\ 32''\frac{1}{2}$, l'Étoile *n* des Pléïades arriva au même fil.	
Elle employa à traverſer les fils	4. 15
L'Étoile n'étoit élevée alors ſur l'horizon que de	4. 10
Et la Comète	3. 10

Ainſi il étoit néceſſaire d'avoir égard à l'effet que devoit produire la différence des réfractions, qui alloit à $1'\ 59''$ pour l'aſcenſion droite, & $2'\ 38''$ pour la déclinaiſon.

Nous avons ſuppoſé l'aſcenſion droite de l'Étoile *n* des Pléïades de $53^d\ 24'\ 13''$, & la déclinaiſon de $23^d\ 21'\ 55''$; d'où nous avons déduit l'aſcenſion droite de la Comète de $35^d\ 2'\ 27''$, & la déclinaiſon de $22^d\ 32'\ 22''$.

Le 12 Avril.

V.me Obſervation. La Comète, qui n'étoit élevée que de 4 degrés lorſqu'on a commencé à l'apercevoir, ne paroiſſoit que foiblement à la vue ſimple, & on ne put diſtinguer les petites Étoiles qui l'environnoient; nous déterminames ſon paſſage au fil horaire, où elle arriva à .... $7^h\ 56'\ 30''$

La Comète paroiſſoit en haut, & employa à traverſer les fils obliques	4. 50

Une autre Étoile arriva au même fil à	8^h	$8'$	$19''$
Elle paroissoit en bas, & a parcouru les fils dans		1.	58
Une autre Étoile arriva à	8.	42.	29
Elle paroissoit en bas, & employa		4.	$35\frac{1}{2}$
Une autre Étoile arriva à	8.	32.	30
Elle étoit en bas & employa		3.	31
Une autre Étoile arriva à	8.	43.	$13\frac{1}{2}$
Elle étoit en bas, & employa		3.	$51\frac{1}{2}$
Une autre Étoile arriva à	8.	45.	$51\frac{1}{2}$
Elle paroissoit en bas, & employa		3.	1
La 65.e d'*Ariès* arriva au même fil	8.	57.	14
Elle paroissoit en bas, & employa		4.	14
Une autre Étoile arriva à	9.	2.	5
Elle étoit en bas, & employa		1.	48
Une autre Étoile arriva à	9.	7.	26
Elle étoit en bas, & employa		4	41
L'Étoile *y* des Pléïades arriva à	9.	16.	50
Elle étoit en bas & employa		1.	29.

Cette étoile passe 55 secondes après *n*, & est plus méridionale que cette Étoile, de $0^d\ 40'\ 45''$ *(voyez Carte de M. Outhier, tome II, page 608)*, dont son ascension droite étoit en 1766, de $53^d\ 38'\ 0''$, & sa déclinaison de $22^d\ 40'\ 15''$.

Pour déterminer la position de la Comète, nous avons employé particulièrement la 65.e d'*Ariès*, dont l'ascension droite réduite à notre époque, est de $48^d\ 43'\ 29''$, & la déclinaison de $21^d\ 59'\ 20''$, & ayant égard à l'effet de la différence des réfractions, nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de $33^d\ 31'\ 1''$; & sa déclinaison de $21^d\ 35'\ 2''$.

Les nuages qui bordoient l'horizon au coucher du Soleil, quoique la partie supérieure du Ciel fût claire, ne nous permirent plus de voir la Comète, elle approchoit du Soleil ou de son périhélie, & selon les Éphémérides de M. Pingré elle devoit reparoître dans le mois de Juin, mais les temps ont été si peu

propres pour les obſervations, que malgré l'attention que nous avons eu de ſaiſir tous les momens où le Ciel étoit clair, nous n'avons encore pu la découvrir; d'ailleurs vers le temps du ſolſtice il n'y a preſque point de nuit, & pour peu qu'il y ait de vapeurs à l'horizon, on ne pouvoit pas diſtinguer une Étoile de la 3.ᵉ grandeur dans des hauteurs auſſi baſſes que celles où l'on devoit apercevoir la Comète avant que le jour ſût venu.

	ASCENSION droite de la Comète.	DIFFÉR.	DÉCLINAIS. de la COMÈTE.	DIFFÉR.
8 Avril à 8ʰ 52′	39ᵈ 25′ 50″	1ᵈ 21′ 58″	25ᵈ 9′ 10″	46′ 0″
9 Avril à 8. 2	38. 3. 52	1. 30. 14	24. 22. 56	54. 0
10 Avril à 8. 5	36. 33. 38	1. 31. 11	23. 28. 56	56. 34
11 Avril à 8. 20	35. 2. 27	1. 31. 26	22. 32. 22	57. 20
12 Avril à 7. 56	33. 31. 1		21. 35. 2	

ADDITION aux Mémoires précédens.

COMME la poſition des Étoiles de la 6.ᵉ grandeur, auxquelles j'avois comparé les deux Comètes, n'étoit marquée dans aucun Catalogue, j'ai été obligé de la déduire de celle des Étoiles connues qui paſſoient dans l'ouverture de la lunette, mais le peu d'élévation de ces étoiles ſur l'horizon, lorſque la Comète paroiſſoit le ſoir, & la différence des réfractions très-ſenſible d'un degré à l'autre, proche l'horizon, devoient laiſſer quelqu'incertitude ſur la poſition de ces étoiles; c'eſt ce qui m'a engagé à attendre leurs paſſages au méridien, dans un temps où elles pourroient être obſervées; j'ai profité du beau temps qu'il a fait les nuits dernières, pour obſerver ces Étoiles dont je donne ici les obſervations & leurs réſultats, qui ſe trouvent différens de ceux que j'avois d'abord ſuppoſés, ce que je ſoupçonnois parce que les étoiles η des Poiſſons & du Bélier, *Clarior informium* que j'avois employé pour trouver la poſition des Étoiles inconnues, étoient un peu éloignées du parallèle de ces Étoiles, & qu'elles paroiſſoient à la pointe du rhomboïde.

Le

Le 30 Août, le Soleil au Méridien à 11h 51' 27".

		Hauteur mérid.
L'Aigle au méridien, à....	8h 54' 21" ½......	49d 34' 30"
β du Bélier.............	14. 55. 40.........	60. 57. 35
L'étoile *B* inconnue	15. 44. 6.........	65. 56. 0

Le 1.er Septembre, le Soleil au Méridien à 11h 50' 35".

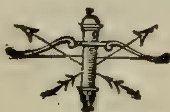
n du lien des Poissons.....	14h 24' 54".......	55d 26' 40"
L'étoile *A* inconnue......	14. 29. 11........	54. 46. 0
β du Bélier.............	14. 47. 34½......	60. 57. 35

	Passage au Méridien.	Hauteur mérid.
L'étoile inconnue *B*.....	15d 35' 59" ½......	65d 56' 0"
L'étoile inconnue *C*......	15. 40. 53........	65. 30. 0
Clarior informium.......	15. 41. 56.........	67. 34. 15

En supposant l'ascension droite de β du Bélier de 25d 26' 44", j'ai trouvé celle des autres Étoiles en cette manière :

	Ascensions droites.	Déclinaisons boréales.
n du lien des Poissons.....	19d 43' 21".......	14d 8' 35"
L'étoile *A*............	20. 47. 35........	13. 27. 50
L'étoile *B*.............	37. 34. 58........	24. 38. 5
L'étoile *C*..............	38. 48. 32........	24. 12. 4
Clarior informium........	39. 4. 19........	26. 16. 30

Il sera facile de réduire la position de ces Étoiles à leur position veritable, au temps de l'apparition des deux Comètes.



MÉMOIRE SUR LE VÉRITABLE SEXE DE CEUX QU'ON APPELLE HERMAPHRODITES.

Par M. FERREIN.

On voit de temps en temps des perſonnes qui paroiſſent, & croient elles-mêmes, réunir les deux ſexes; & ce ſont celles que l'on dit être *Hermaphrodites :* il eſt très-important, par rapport à la ſociété, aux mœurs & à la religion, de ſavoir à quoi s'en tenir ſur cela. Je fus conſulté à cette occaſion, il y a environ quatre ans, par les parens d'un jeune Seigneur, âgé d'environ douze ans, à qui il devoit revenir par les loix du pays, un héritage très-conſidérable, s'il étoit mâle, comme on étoit fort porté à le croire, au lieu qu'il ne pouvoit nullement hériter, s'il étoit du ſexe féminin.

J'ai vu auſſi pluſieurs fois & examiné un autre Hermaphrodite, qu'on croyoit, ainſi que le jeune Seigneur, tenir bien plus du ſexe féminin que du maſculin; celui-ci eſt un nommé *Michel,* Pariſien, qui a parcouru preſque toute l'Europe pour exciter la curioſité publique, & dont M. Morand le père a donné la deſcription *. Je vais rapporter ce que j'ai vu ſur l'un & ſur l'autre, je joindrai à cela les réflexions qui ont rapport au ſujet.

Le jeune Seigneur qui vint pluſieurs ſois chez moi, avec ſon Gouverneur, par ordre de ſes parens, étoit âgé, comme j'ai dit, d'environ douze ans; d'une taille proportionnée à ſon âge & d'un embonpoint raiſonnable; ſon viſage étoit aſſez blanc, médiocrement plein, tel qu'on le voit dans un grand nombre de filles du même âge; ſes mamelles étoient aſſez plates, le devant du cou, du ſternum & le dehors de la poitrine fort unis, les clavicules

* Mém. Académ. Royale des Sciences, *année 1750, page 109.*

aplaties de même que chez les filles; la largeur du baſſin, ſur-tout du petit baſſin & la grandeur de l'angle que font en deſſous les deux os pubis, étoit auſſi comme chez les filles; ſa voix ni grave ni aiguë, reſſembloit à celle de la plupart des garçons & de pluſieurs filles: j'ignore ſi ſe regardant & étant regardé par les autres comme garçon, il ne ſe ſeroit pas accoutumé à prendre un ſon de voix un peu plus mâle, on ſait que l'habitude fait beaucoup pour cela.

En examinant les parties de la génération, on voyoit ſur le devant des pubis une verge longue d'environ cinq quarts de pouce, ſur une groſſeur proportionnée, avec le gland, les tégumens, le prépuce, reſſemblant aſſez au membre viril, mais avec les différences qui ſuivent, 1.° cette verge étoit, par elle-même & indépendamment de ſon poids, fort recourbée vers le bas, de manière que le bout du gland regardoit la pointe des pieds; cette courbure la rendoit plus courte en deſſous qu'en deſſus.

2.° Il n'y avoit pas de frein au-deſſous du gland.

3.° Le prépuce fort étendu au-deſſus du gland, ſe raccourciſſoit & diſparoiſſoit même tout-à-fait en deſſous, vers l'endroit où devoit être le frein.

4.° Il n'y avoit dans toute l'étendue de la verge, aucune trace, ſoit de la partie ſpongieuſe, ſoit du canal de l'urètre.

5.° On voyoit à l'extrémité du gland, tirant vers le bas, une apparence de l'ouverture de l'urètre, mais quand on venoit à l'examiner, on découvroit que ce n'étoit uniquement que l'extrémité d'une rainure ou ſillon noir, qui ſépare le deſſous du gland comme en deux lobes, l'un à droite & l'autre à gauche.

6.° La peau qui règnoit le long du deſſous de ſa verge, n'étoit pas unie, polie, gliſſante comme celle qui recouvroit le deſſus & les côtés; elle avoit quelque choſe de rude & un peu rougeâtre.

7.° On voyoit encore à cette même peau, une eſpèce de bord ou de crête fort peu ſaillante, qui règnoit le long du deſſous de la verge, & ſembloit la tenir courbée en deſſous; cette crête, vers la racine de la verge, ſe perdoit dans les nymphes dont nous parlerons plus bas.

Comme les exemples ſervent à s'éclaircir mutuellement, je

rapporterai après chaque article ce que j'ai obſervé le 9 Décembre 1760, & le 23 Mars 1761 ſur *Michel*, que j'avois déjà vu quinze ans auparavant : Michel, plus âgé que le précédent d'environ ſeize ans, eſt d'une taille fort médiocre avec aſſez d'embonpoint; du reſte je n'ai rien dit des mamelles & de l'extérieur du cou & de la poitrine, des clavicules, des os du baſſin, de la voix du jeune Seigneur, qui ne ſoit exactement vrai de Michel, mais ce dernier a de plus que le premier, ſes lèvres & le menton garnis, non d'une barbe ſemblable à celle des garçons de ſon âge, mais d'un poil follet qu'il n'a jamais fait couper ni raſer, ſuivant ce qu'il m'a dit, & comme on en peut juger par le ſimple coup-d'œil. Michel a une verge ſemblable à celle du jeune Seigneur, que j'appellerai M. N . . ., & l'on peut appliquer à cette verge la deſcription de celle que j'ai faite de M. N . . ., ſans y changer le moindre mot, la moindre circonſtance, ſinon, 1.° que la verge de Michel eſt beaucoup plus longue & plus groſſe; 2.° qu'au lieu de la petite crête ou ſaillie qui ſe perd dans les nymphes, vers la racine de la verge, chez M. N . . ., ce ſont chez Michel, deux crêtes bien plus marquées, laiſſant un ſillon entr'elles; ces deux crêtes, qui ne ſont autre choſe que les nymphes, commencent vers le deſſous du gland, elles règnent le long du deſſous de la verge & s'étendent d'avant en arrière pour aller dans la vulve, comme on l'expliquera bientôt.

A la verge près, on ne voit rien dans les parties honteuſes de M. N . . ., non plus que dans celles de Michel, qui tienne ou paroiſſe tenir du ſexe maſculin, il n'y a pas la moindre apparence de teſticule, de ſcrotum, des vaiſſeaux ſpermatiques, rien, en un mot, qui ne caractériſe le ſexe féminin.

On ſait que les parties qu'on voit en dehors chez les femmes, ſont les grandes lèvres & la vulve, avec les parties qui paroiſſent dans celle-ci.

Les grandes lèvres ſe préſentent chez M. N . . . & chez Michel, à peu près comme dans les femmes & les filles, ſinon que leur réunion en arrière, appelée *fourchette*, eſt plus en devant, c'eſt-à-dire plus éloignée de l'anus, ce qui rend par conſéquent le périnée plus étendu; une autre petite différence par rapport à

Michel, c'eſt que ces lèvres ſont chez lui un peu plus groſſes & plus ſaillantes que dans la plupart des femmes; en écartant ces lèvres, on voit chez M. N... comme chez Michel, la cavité nommée vulve ou *pudendum*, qui s'étend depuis la racine de la verge juſqu'au périnée, où elle ſe termine comme chez toutes les femmes par cette eſpèce d'enfoncement qu'on nomme *foſſe naviculaire.*

Perſonne n'ignore que les parties qui paroiſſent dans la vulve ſont le *clitoris* ou verge féminine, les *nymphes*, l'ouverture du conduit de l'urine & le vagin, on ne s'attend pas ſans doute à trouver ici la verge féminine diſtincte de celle qui a été décrite.

A l'égard des nymphes, elles ſe préſentent chez M. N... ainſi que chez Michel, à peu-près comme chez les filles, allant depuis leur réunion juſqu'aux côtés de l'entrée du vagin, mais avec les différences ſuivantes; 1.° elles ſont bien moins ſaillantes & moins écartées l'une de l'autre que chez les femmes ordinaires; 2.° en examinant la verge de Michel, on voit partir les nymphes du deſſous du gland de même que dans toutes les femmes, règner enſuite le long du deſſous de la verge, comme je l'ai inſinué plus haut, & s'étendre dans la vulve pour finir près du vagin, au lieu que chez M. N... les nymphes ne paroiſſoient partir, ainſi qu'il a été dit, que du bas de la racine de la verge; qu'il y a ſeulement une petite ſaillie ou crête qui ſuit le deſſous de cette même verge & qui ſe perd dans les nymphes; dans l'un & dans l'autre l'ouverture de l'urètre placée entre les nymphes, ne diffère en rien, ſoit par ſa ſituation, ſoit par ſa figure, ſoit par ſon calibre, de l'urètre des filles du même âge: le jet de l'urine que j'en vis ſortir, étoit auſſi le même que chez les filles; je pouſſai une aſſez groſſe ſonde dans l'urètre de Michel, tandis que je tenois le bout du doigt index dans le vagin, la ſonde entra de la quantité de trois pouces & demi bien meſurés.

Je viens de dire que l'orifice de l'urètre des deux ſujets dont je parle, occupe le même endroit de la vulve que chez les femmes ordinaires; mais nous avons remarqué plus haut que dans l'un & dans l'autre le périné s'étend plus en devant qu'il ne fait chez celles-là: cela va au point qu'il couvre une partie

considérable de la vulve de M. N. . . cette partie ainsi couverte par le périné, est précisément celle où le vagin & l'urètre vont se terminer, de manière que pour apercevoir l'ouverture de l'urètre, il faut nécessairement retirer un peu en arrière l'endroit du périné où les grandes lèvres se terminent

On sait que chez les filles qui n'ont pas été déflorées, & particulièrement chez celles qui n'ont pas atteint l'âge de puberté, l'hymen & les quatre éminences nommées *caroncules myrtiformes* par les Anatomistes du siècle passé*, rendent l'entrée du vagin extrêmement étroite, & même que l'hymen ne laisse quelquefois aucun passage.

Après avoir enfoncé avec peine, la dernière phalange du petit doigt dans la partie postérieure de la vulve de M. N. . . je tâchai de la diriger de bas en haut pour la faire entrer dans le vagin ; mais, soit le rétrécissement de l'orifice du dernier, soit la difficulté de tourner le doigt en ce sens là, soit l'inquiétude & l'impatience du jeune Seigneur qui s'agitoit continuellement pour m'arrêter, je ne pus satisfaire entièrement ma curiosité, je sentis seulement à l'endroit qui forme l'entrée du vagin, un enfoncement terminé du côté de l'urètre par une éminence assez inégale, qui ne me parut & qui ne pouvoit être que la caroncule myrtiforme antérieure : après cette tentative, je voulus me servir d'une sonde un peu recourbée par le bout ; mais le jeune Seigneur saisi d'une crainte mal placée ne voulut jamais me permettre de finir cette expérience.

L'entrée du vagin n'est pas à beaucoup près si difficile à

* J'ai dit *par les Anatomistes du siècle passé*, tels que Riolan, Graaf & Bartholin, parce que plusieurs Modernes donnent ce nom aux éminences en crête de coq, qui sont les restes de l'hymen déchiré ; ce qui fait, pour le dire en passant, une équivoque qui donna lieu, il y a quelques années, à de grandes disputes, & qui embarrassa fort les Juges du Parlement de Rennes, au sujet d'un procès qu'il y avoit entre une dame & son mari. Quatre Experts, nommés par la Justice, ayant certifié que les caroncules myrtiformes avoient toute leur intégrité, & que la femme n'avoit pas été déflorée, tandis que plusieurs personnes de l'Art & des plus habiles jugèrent, au contraire, d'après ce certificat sur l'existence des caroncules myrtiformes, que la femme avoit été déflorée ; je fus ensuite consulté, & j'expliquai l'équivoque qui avoit fait naître les sentimens opposés qu'on vient de dire, & dont le premier devoit être & fut suivi en justice.

découvrir chez Michel ; j'y introduisis le petit doigt, ensuite l'index, qui entra jusqu'à la racine, & ensuite une sonde qui fut arrêtée après trois grands pouces de chemin : Michel me dit que chez lui l'introduction du petit doigt causoit un certain chatouillement, une impression lascive.

Réflexions sur les observations précédentes.

Il y a bien des siècles qu'on parle d'hermaphrodites ; Paul d'Égine, à l'exemple de Léonide, les distingue en deux genres, les hermaphrodites mâles, dont il fait trois espèces, & les hermaphrodites femelles, dont les exemples sont, selon lui, assez fréquens : ce qu'il y a de certain, c'est que les seuls hermaphrodites qui ont coutume de se présenter assez souvent & sur lesquels nous avons des observations suivies, répétées & bien constatées, ce sont ceux en qui l'on trouve les parties extérieures de la femme, avec une verge assez semblable à celle de l'homme. Nous avons grand nombre d'auteurs tels que Graaf *, Riolan, Fabricius, Aquapendens, Sckenkius, Tulpius, Platerus & Plazzoni qui ont vu des exemples dans le genre d'hermaphrodites dont nous parlons ; on n'aperçoit, à la verge près, que les parties extérieures de la femme ; savoir, les grandes lèvres, la vulve, les nymphes, l'ouverture de l'urètre ou conduit de l'urine, & celle du vagin : la raison même suffit pour faire voir que les changemens que nous avons dit, en parlant de ces parties, n'étoient que l'effet de l'accroissement du clitoris qui les avoit tirés d'arrière en avant, en se courbant lui-même d'avant en arrière, à cause de la résistance de ces parties. Dans les dissections qui en ont été faites par Graaf & Vanhorne, on a trouvé dans l'intérieur les ovaires, les trompes, la matrice, le vagin, le conduit de l'urine, comme chez les femmes, sans la moindre partie du sexe viril.

Nos auteurs les plus éclairés conviennent que les sujets dont on vient de parler, sont uniquement des femmes dont le clitoris a pris un accroissement considérable, jusqu'à en imposer sous l'apparence de la verge virile.

* Graaf, *Observationes anatomicæ. libro 1, page 589.*

Les moindres Anatomiſtes ſavent que le clitoris ou la verge féminine, ne diffère guère de celle de l'homme que par ſa petiteſſe & par le défaut de l'urètre, qu'elle eſt formée d'ailleurs comme chez les hommes, par les corps caverneux attachés au pubis, ſoutenus par un ligament, mais que le gland & le prépuce ſont les ſeules parties qui ſe montrent au dehors, le reſte étant caché dans la graiſſe; on ſait auſſi que le clitoris eſt très-ſenſible & capable d'érection, de même que la verge virile; il n'y a donc dans les ſujets dont nous parlons, que le trop grand accroiſſement du clitoris qui produit une fauſſe apparence du ſexe maſculin.

Ce ſont-là les *tribades*, les *incubes* des anciens, dont on croit même que St Paul a voulu parler dans ſon *épître aux Romains, chapitre 2.* Nombre d'Auteurs diſent que ce genre de filles eſt & a été fort commun en Orient, & que pour les rendre propres au mariage, on retranchoit le clitoris par une opération décrite par *Aetius, Paul d'Égine ;* on voit à préſent ce qu'on doit juger du ſexe de M. N . . ., comme de celui de Michel. L'examen de la verge de l'un & de l'autre ſujet dont j'ai parlé, ſuffiroit ſans autre recherche, pour décider que c'eſt un véritable clitoris; en effet, on y trouve précisément les caractères qui diſtinguent le clitoris de la verge maſculine; ces caractères ſont, 1.° qu'il n'y a ni le canal ni la ſubſtance ſpongieuſe de l'urètre; 2.° que le corps de cette pièce eſt fort tourné vers le bas; 3.° qu'il n'y a pas de frein au-deſſous du gland; 4.° qu'on voit à l'extrémité, tirant vers le bas du gland, une eſpèce de vide qui repréſente aſſez bien l'ouverture de l'urètre, mais qui n'eſt réellement que l'extrémité d'une rainure ou ſillon, qui ſépare le deſſous du gland comme en deux lobes; 5.° que le prépuce diſparoît tout-à-fait au-deſſous du gland, vers l'endroit où commence le ſillon dont j'ai parlé; 6.° que les nymphes partent du deſſous du gland pour s'étendre enſuite juſqu'à la région du vagin.

Tout cela s'obſerve au clitoris & à la verge de M. N . . . & de Michel, avec cette différence qu'on ne voit le long du deſſous de la verge du premier qu'une petite crête ou ſaillie, allant ſe perdre dans les nymphes qui ne paroiſſent commencer qu'à la

racine

racine de la verge : ſans doute que la trop grande diſtenſion qu'elles ont ſoufferte par l'accroiſſement exceſſif du clitoris les a fait diſparoître, non chez Michel, mais chez M. N . . . dans l'étendue qui répond au-deſſous du gland & de la verge, & n'en a laiſſé dans cet endroit qu'une légère trace, c'eſt-à-dire la petite crête dont j'ai parlé ; c'eſt auſſi, ſuivant toutes les apparences, ce qui aura tiré plus en devant les lèvres de la vulve & le périnée. Il n'y a donc rien, juſqu'à la verge même des deux ſujets en queſtion, qui ne démontre le ſexe féminin, & l'on ne doit pas douter, ſur-tout après les obſervations de Graaf & de Vanhorne, rapportées ci-deſſus, que les parties internes, & particulièrement la matrice, ne ſoient en eux comme chez les autres filles; cela eſt encore démontré chez Michel par les faits ſuivans.

En maniant les tégumens des aines, on découvre de chaque côté un cordon qui ſort par les anneaux des muſcles de l'abdomen, deſcend ou ſe perd près du pli de la cuiſſe, & l'on reconnoît clairement à ſa groſſeur, à la manière dont il s'amincit & dont il paroît finir, que c'eſt le ligament rond de la matrice, ſans qu'il ſoit poſſible aux plus ignorans d'imaginer que ce puiſſe être le cordon des vaiſſeaux ſpermatiques; ce ligament eſt ſans doute encore trop délié dans le jeune Seigneur dont j'ai parlé, & la graiſſe qui l'environne eſt trop ferme chez lui pour qu'on puiſſe le ſentir.

Un autre fait bien déciſif, c'eſt l'écoulement des règles chez Michel.

Voici ce qu'il me raconta le 9 Décembre 1760 & le 23 Mars 1761, ſans ſe contredire ſur quoi que ce ſoit, & avec des circonſtances qu'un ignorant en Médecine, tel que lui, ne ſauroit jamais inventer. Michel s'étoit aſſez bien porté juſqu'à l'âge de dix-ſept ans; ce fut alors qu'il devint pâle, d'une ſanté délicate, & qu'il lui prit un écoulement par le vagin; c'étoit une liqueur viſqueuſe & jaunâtre, dont la quantité pouvoit aller à un demi-goblet en vingt-quatre heures; cela dura environ dix-huit mois, au bout duquel temps il éprouva bien d'autres ſymptômes; il eut de grands maux de tête & des coliques, le ſein ſe gonfla, le bout des mamelles devint douloureux avec des élancemens

lorſqu'il vouloit y toucher; ces ſymptômes durèrent une quinzaine de jours, au bout deſquels les règles parurent & continuèrent pendant ſix jours; il ſe ſentit alors beaucoup plus léger, la pâleur du viſage ſe diſſipa & ſa ſanté ſe rétablit aſſez bien; ſes règles, ſans être fort abondantes, continuèrent à revenir périodiquement pendant quatre ans, mais non ſans quelque dérangement; elles retardoient quelquefois de quinze jours, d'un mois, même de ſix ſemaines; il éprouvoit alors de grands maux de tête, des laſſitudes avec un gonflement de mamelles, dont le bout devenoit beaucoup plus gros & plus rouge.

Ces quatre ans expirés, ſes règles ſe dérangèrent totalement & ceſsèrent même au bout de quelque temps; il en fut aſſez incommodé, mais enfin ſa ſanté ſe rétablit, & il reprit une aſſez bonne couleur; depuis cela, il a vu quelquefois en rouge, mais rarement & fort peu; deux ou trois jours avant que cela arrive, il ſe ſent peſant, abattu, avec mal de tête; la dernière fois que je le vis, c'eſt-à-dire le 23 Mars 1761, il y avoit huit mois que rien n'avoit paru.

J'ajouterai à cela une réflexion: ſi Michel n'a pas été tout-à-fait auſſi incommodé du dérangement des règles que la plupart des filles qui ont les pâles couleurs, c'eſt ſans doute l'effet des grands exercices & des voyages continuels qu'il a faits depuis tant d'années, dans preſque toutes les parties de l'Europe, & peut-être encore celui d'un tempérament approchant de celui des femmes que nous appelons *viragines*, tempérament que je ſoupçonne fort chez celles dont le clitoris a pris un ſi grand accroiſſement.

Revenons à M. N... il y a lieu de croire que les règles ſe ſont déclarées ou ſe déclareront chez lui dans quelque temps, à moins d'un vice du ſang ſemblable à celui qui cauſe les pâles couleurs des filles; & dans ce cas, on mettroit en œuvre les remèdes uſités pour cela, comme l'exercice, les préparations de mars, les eaux acidulées; il ne ſera pas même impoſſible que l'entrée du vagin fût fermée; nous en avons des exemples chez les auteurs.

Je terminerai ce Mémoire par un paradoxe qui paroîtra peut-être ſingulier; c'eſt que s'il ſuffiſoit pour être hermaphrodite ou

pour réunir les deux ſexes, d'avoir une verge apparente comme celle de l'homme, jointe aux parties du ſexe féminin, il n'y auroit jamais eu de femme qui n'eût été hermaphrodite, au moins pendant quelques mois. J'ai obſervé que dans les premiers mois de la groſſeſſe tous les embrions femelles ont une verge attachée aux os pubis, ſaillante & figurée à peu-près comme celle des mâles, en ſorte que ceux qui les voient ſans être au fait de l'Anatomie, ont coutume de les prendre pour tels; c'eſt ce que j'ai vu arriver plus d'une fois. Chacun peut ſe rappeler que s'il a entendu parler d'avortons de trois à quatre mois, ce ſont preſque toujours, dit-on, des mâles, & rarement des femelles, dont la mère s'eſt bleſſée; ils paroiſſent tels, en effet, au premier coup-d'œil, de même que les deux ſujets dont nous avons parlé: mais qu'on examine de près les uns & les autres, on verra que le titre d'hermaphrodites ne convient pas mieux aux derniers qu'aux premiers; la ſeule différence un peu frappante qu'on trouvera, c'eſt que dans les embrions femelles, la partie des nymphes qui s'attache en deſſous à la petite verge eſt fort ſaillante, au lieu qu'elle l'eſt très-peu chez Michel, & qu'il n'en reſte qu'une légère trace chez le jeune Seigneur dont j'ai parlé.

Il paroîtra peut-être ſingulier que perſonne, au moins que je ſache, n'ait obſervé tout ce que je rapporte de ces embrions femelles; mais ſi l'on ſe donne la peine d'examiner le fait, on trouvera que c'eſt l'exacte vérité.



OBSERVATIONS DE L'OPPOSITION DE JUPITER AVEC LE SOLEIL DU 8 MARS 1767.

Faites à l'École Royale Militaire.

Par M. JEAURAT.

18 Mars 1767. LES Obſervations que je donne ici, ont été faites par un très-beau temps & dans une circonſtance favorable; car Jupiter étoit peu éloigné du parallèle de deux Étoiles très-connues, l'une de la 2.e grandeur, l'autre de la 1.ere. Dans ce qui ſuit, je donne 1.° la poſition apparente des deux Étoiles auxquelles Jupiter a été comparé: 2.° les obſervations telles qu'elles ont été faites: 3.° le calcul des obſervations: 4.° enfin ce qui réſulte du calcul des obſervations mêmes.

1.° *Poſition apparente des deux Étoiles auxquelles* JUPITER *a été comparé.*

Connoiſſ. des Temps, 1763, p. 86 & 90.

γ d'ORION	Longitude	2^s	17^d	41′	51″
	Latitude auſtrale		16.	50.	53
	Aſcenſion droite		78.	10.	7
	Déclinaiſon boréale		6.	6.	55
α de PROCYON	Longitude	3.	22.	34.	42
	Latitude auſtrale		15.	58.	9
	Aſcenſion droite		111.	47.	9
	Déclinaiſon boréale		5.	48.	28.

2.° *Observations faites en Mars 1767.*

JOURS des OBSERVATIONS.	PASSAGES AU MÉRIDIEN. Temps de la Pendule. γ d'Orion.	α de Procyon.	Centre de Jupiter.	Temps vrai. Centre de Jupiter.	Différence des déclinaisons entre γ & Jupiter.
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	M. S.
6 Mars....	6. 3. 22	8. 17. 28	12. 8. 50	12. 9. 47	— 3. 53
8 Mars....	5. 55. 37 ½	8. 9. 43 ½	12. 0. 8	12. 1. 27	+ 2. 14
9 Mars....	5. 51. 45	8. 5. 51	11. 55. 46	11. 57. 18	+ 5. 17
10 Mars....	5. 47. 53	8. 1. 59	11. 51. 24	11. 53. 8	+ 8. 21

3.° *Calcul des Observations précédentes.*

Temps vrai des Observations.	Ascension droite de Jupiter.	Déclinaison de Jupiter.	Longitude géocentrique de Jupiter.	Latitude géocentrique de Jupiter.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
6 Mars à 12. 9. 47	169. 47. 0	6. 3. 2 B.	5. 18. 14. 17	1. 30. 53 B.
8 Mars à 12. 1. 27	169. 32. 34	6. 9. 9	5. 17. 58. 41	1. 30. 54
9 Mars à 11. 57. 18	169. 25. 11	6. 12. 12	5. 17. 50. 45	1. 30. 49
10 Mars à 11. 53. 8	169. 17. 40	6. 15. 16	5. 17. 42. 40	1. 30. 44

4.° Enfin il résulte des observations & des calculs qui précèdent, que l'opposition est arrivée le 8 Mars 1767

à $6^h\ 40'\ 55''$, temps vrai } du méridien de Paris.
à 6. 51. 57, temps moyen }

Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique observée

Dans l'Écliptique, de........................ $5^s\ 18^d\ 0'\ 26''$
Dans son orbite, de........................ 5. 18. 0. 44
Et la latitude géocentrique boréale observée, est de... 1. 30. 54

Faisant abstraction des petites équations de M. Mayer *(Connoiss. des Temps, année 1763, page 128)*, on trouve pour longitude héliocentrique calculée,

Selon M. Halley.	5ʳ 18ᵈ 4′ 30″
Selon M. Cassini.	5. 17. 57. 37
Selon moi.	5. 18. 3. 25

Ce qui donne pour erreur des Tables en longitude,

De M. Halley.	+ 3′ 46″
De M. Cassini.	− 3. 7
Des miennes.	+ 2. 41

Mais faisant usage des petites équations de M. Mayer, qui dans ce cas est en totalité de — 3′ 19″, on trouvera pour longitude héliocentrique calculée,

Selon M. Halley.	5ʳ 18ᵈ 1′ 11″
Selon M. Cassini.	5. 17. 54. 18
Selon moi	5. 18. 0. 6

Dans ce second cas, l'erreur des Tables en longitude est,

Pour celles de M. Halley, de.	+ 0′ 27
Pour celles de M. Cassini, de.	− 6. 26
Pour les miennes, de.	− 0. 38

N. B. Les petites équations de M. Mayer, rectifient assez bien, pour cette fois-ci, les Tables de M. Halley & les miennes; l'examen seul apprendra si effectivement cette somme des petites équations produira constamment le même effet : au reste, s'il arrive ici que l'effet soit favorable aux Tables de M. Halley & aux miennes, on conviendra qu'en revanche elles en produisent un bien fâcheux pour celles de M. Cassini.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 5 AOÛT 1766,

Faite à Verſailles, à l'hôtel de Luynes.

Par M. LE CARDINAL DE LUYNES.

J'AI pris le temps vrai à une méridienne filaire, que j'ai faite avec grand ſoin à l'hôtel de Luynes, & qui eſt très-exacte & très-ſolidement conſtruite. 10 Avril 1767.

J'ai obſervé avec le même micromètre-objectif de M. Short, dont j'ai fait la deſcription en rendant compte à l'Académie de mon obſervation du paſſage de Vénus ſur le Soleil; mon obſervation de ce paſſage eſt imprimée dans les Mémoires de l'Académie.

Temps vrai.	*Partie éclairée.*	*Partie obſcure.*
$6^h\ 49'\ 44''$	$17^{toiſes}\ 7^{parties}$	$4^{doigts}\ 16'$
52. 54	17. 16	4. 9
7. 1. 14	19. 10	3. $19\frac{1}{2}$
2. 44	19. 30	3. 4
5. 39	20. 19	2. 45

Les arbres m'ont enſuite caché le Soleil.

Inclinaiſon de la route apparente de la Lune avec le vertical: $6^h\ 54'\ 44''$ ...... 48^d ; 7. 7. 14 54



OBSERVATIONS SUR L'ORAGE DU 6 AOÛT 1767,

Et d'un coup de foudre qui s'est élevé de la terrasse de l'Observatoire.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

JE m'étois proposé cette année d'élever une barre de fer en plein air, pour continuer mes observations sur l'Électricité naturelle, dont je m'occupe depuis 1753; des circonstances m'ayant empêché de remplir mes vues à ce sujet, je me suis borné aux observations suivantes.

Le temps avoit été très-chaud au commencement de ce mois; le thermomètre de M. de Reaumur étoit le 3 à 21 degrés à 3 heures après midi; la chaleur augmenta chaque jour; le thermomètre monta le 5 à $26^d\frac{1}{2}$, & il étoit à 25^d le 6 à 3 heures après midi, le baromètre à 28 pouces, & le vent à l'ouest $\frac{1}{4}$ de sud-ouest.

A 5 heures du soir, un nuage très-obscur situé à l'horizon, annonçoit de l'orage; le ciel s'obscurcit de plus en plus; à 7 heures environ, les éclairs commencèrent à briller sans qu'on entendît le bruit du tonnerre; ils se multiplièrent à chaque instant.

Je fus alors à une des fenêtres de la tour occidentale pour y examiner plus facilement cet orage: j'avois pour principal objet d'observer si je ne verrois pas la foudre s'élever de terre, ainsi que je l'avois souvent observé à Tobols en Sibérie, & à Paris dans l'orage du 7 Juillet 1766.

Les éclairs continuoient avec la même vivacité; le nuage s'étendoit de plus en plus; vers 8 heures, il occupoit à l'horizon un arc de près de 110 degrés depuis l'ouest jusqu'au sud sud-ouest; la partie orientale du nuage me parut à 40 degrés de hauteur, & l'occidentale étoit cachée par l'horizon.

Le

Le ciel paroiſſoit tout en feu; à 8 heures $\frac{3}{4}$, les éclairs ſe ſuccédoient avec la plus grande rapidité; leur lumière éclairoit quelquefois une partie du ciel de plus de 30 degrés parallèlement à l'horizon ſur 15 & 20 degrés de hauteur; je n'avois pas entendu un ſeul coup de tonnerre depuis 7 heures; il commença à gronder à 9 heures. Je n'avois encore vu que deux ou trois éclairs terminés à l'horizon, & une ſeule fois la foudre me parut s'élever de bas en haut ſous la forme d'une fuſée; mais tous ces phénomènes ſe paſſoient à une ſi grande diſtance, que je n'entendois pas de bruit; l'orage s'approchoit cependant: bientôt un grand vent s'éleva & produiſit une eſpèce d'ouragan qui remplit l'air d'une ſi grande quantité de pouſſière, que la lumière des éclairs en étoit conſidérablement affoiblie.

L'orage ſe dirigea un peu au ſud, en s'approchant de Paris; je deſcendis au premier étage pour y continuer mes obſervations, M. de Caſſini le fils & M. de Prunelay ſe joignirent à moi; nous fumes nous placer à la fenêtre du petit cabinet d'obſervation, elle eſt très-petite & à l'eſt de l'Obſervatoire; nous y étions à l'abri des grands coups de vent, de la pluie qui commençoit & des accidens que pouvoient occaſionner les grandes fenêtres de l'Obſervatoire, par la quantité de fer qu'elles contiennent; nous aperçumes tous très-diſtinctement un coup de foudre s'élever du côté de Châtillon ſous la forme d'une fuſée; ſa groſſeur & ſa vivacité diminuoient à meſure qu'elle s'élevoit; le coup de tonnerre qui ſuivit ne fut cependant pas conſidérable; à 10 heures $\frac{1}{4}$, la pluie augmentoit de plus en plus; la nuée orageuſe s'étendoit déjà ſur Paris, du moins du côté de l'Obſervatoire; les éclairs & les coups de tonnerre ſe ſuccédoient preſque ſans interruption: nous étions toujours au même endroit en face du mât ſitué ſur la terraſſe de l'Obſervatoire; ce mât eſt iſolé & éloigné du bâtiment de 22 toiſes, & de 32 de celui où nous étions.

A 10 heures $\frac{1}{2}$ environ, un coup de foudre s'éleva dans la direction de ce mât; nous l'aperçumes avec une telle évidence, que nous criames tous, *ah! le voilà :* le bruit ſe fit entendre immédiatement; quelques-uns des domeſtiques ſe ſauvèrent dans l'appartement voiſin; d'autres vinrent dans celui où nous étions,

& chaque voisin prétendit, le jour suivant, que la foudre étoit tombée dans les environs de sa maison.

J'étois convaincu que la foudre avoit parcouru le mât, non-seulement parce que j'avois vu qu'elle avoit suivi cette direction sous la forme d'une fusée, mais encore parce que j'aperçus très-distinctement dans l'air quelques étincelles après le coup de foudre; ces étincelles ressembloient à celles qu'on voit après qu'une fusée s'est éteinte, & il me parut évident qu'elles étoient occasionnées par les parties du bois que la foudre avoit détachées & qui avoient été enflammées. Je desirois cependant m'assurer du fait en visitant le mât, la pluie considérable qui ne cessoit de tomber, ne me permit pas de le faire tout de suite; je fus le voir le lendemain & le jour suivant, & il me paroît constant que le coup de foudre a suivi la direction du mât.

Fig. 1. Ce mât *FG*, placé au milieu de la terrasse pour les observations astronomiques, est fendu de toutes parts; on a rempli ces fentes de mastic, & pour le faire tenir, on a hérissé de clous l'intérieur de ces fentes; il porte à son extrémité une poulie de fonte & une girouette; par la suite des temps, ce mastic est tombé & une partie des clous est restée à découvert; au premier coup-d'œil que je jetai sur ces clous, je ne doutai plus que la plupart n'eussent été frappés de la foudre; ceux qui ne l'ont pas été sont restés avec leur rouille jaunâtre; les autres en sont non-seulement dépouillés, mais ils sont d'une couleur noirâtre & quelquefois bleue, semblables à celle du fer rouillé qu'on a mis au feu. On
Fig. 3. distinguoit aisément du bas du mât une tache noire *LM* située vers son extrémité supérieure; cette tache & l'espérance de trouver au haut du mât de nouvelles preuves de ce phénomène, à cause de la quantité de fer dont il est garni, me déterminèrent à faire placer une corde dans la poulie afin d'avoir la facilité de me faire élever jusqu'à la girouette, & examiner le mât dans toute son étendue & sur tous les sens: ce moyen me réussit parfaitement, & voici ce que j'ai observé.

Le mât a 30 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur & 32 en y comprenant la poulie & la girouette; il est circulaire; son diamètre est d'un pied par le bas & de 8 pouces dans le haut.

Les clous étant plus ou moins enfoncés dans les fentes dont j'ai parlé, ont été plus ou moins exposés à l'action de la foudre & garantis de même plus ou moins par le mastic; ils semblent indiquer l'effet d'une étincelle qui s'est élevée perpendiculairement: dans cette circonstance, le clou *A* n'a été frappé que vers le haut, & le bas a été mis à couvert par le mastic qui est plus saillant en *x;* dans d'autres endroits, comme en *B,* la partie la plus élevée de la tête du clou a seule été frappée, parce que le clou étant très-enfoncé, le restant n'étoit point dans la direction de la ligne perpendiculaire. On observe les mêmes phénomènes depuis le bas du mât jusqu'à sa partie supérieure, mais avec des différences analogues à la position des clous; les uns ont été frappés vers le milieu de la queue & quelquefois suivant sa longueur: d'autres fois, la tête ou son épaisseur porte seule des marques de la foudre; tous les clous cependant n'ont pas été frappés: on en trouve plusieurs vers le bas du mât & sur sa partie orientale qui sont dans ce cas. Le barreau de fer *CC* a conservé toute sa rouille, ainsi que le clou *D* qui a 3 pouces de longueur; on observe à peine des foibles marques de la foudre sur les clous *1, 2, 3, &c.* situés de même dans la partie orientale du mât; mais ses effets sont très-sensibles dans les parties du nord, de l'ouest & du sud.

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 2.

On voit dans la *figure 1.ère* deux clous *EF* & un bout de ficelle Z, le clou *E* a conservé toute sa rouille, & le clou *F* a été frappé de la foudre; la rouille a été non-seulement emportée, mais le clou est d'une couleur de fumée semblable à celle que produit la poudre sur le fer lorsqu'elle a été enflammée; la ficelle a été noircie vers le milieu, mais légèrement; la fente *GH* est hérissée de clous en dedans, ainsi que celle *IK* située sur le côté occidental du mât; les clous de ces deux fentes ont presque tous été frappés de la foudre: on ne voit autour du mât aucune marque de ce phénomène depuis l'extrémité *K* de la fente jusqu'en *L;* cette distance est d'un pied.

Fig. 1.

Il paroît que l'étincelle a sauté de *K* à l'anneau *NP,* en brûlant le mât dans sa partie *LM;* cet endroit du mât est le seul où l'on voit clairement que le bois a été brûlé; il est entouré dans cette partie de deux frettes *NP, QR* de 2 pouces de largeur,

Figures 1 & 3.

& de 3 lignes d'épaiſſeur; on y trouve auſſi quatre barres de fer d'un pouce de largeur, elles ſont incruſtées perpendiculairement dans le mât pour rendre cette partie plus ſolide; ces ferrures ſont fixées avec de gros clous & toutes ont été frappées de la foudre; on croiroit qu'elles ſortent de la forge, avec cette différence qu'on remarque encore dans quelques endroits de la rouille, & elle eſt écaillée dans d'autres.

Je n'ai pu diſtinguer parfaitement les effets de la foudre ſur la poulie, parce qu'elle étoit ſi rouillée que j'y fis mettre de l'huile pour la rendre mobile; cette huile jetoit quelques incertitudes ſur mes obſervations, & je n'ai pas cru devoir les rapporter.

On ne voit à la girouette des marques de la foudre que vers ſon axe, ce qui ſembleroit prouver qu'elle a quitté le mât par cette partie; la girouette conſerve encore dans cet endroit une couleur blanchâtre enfumée ſemblable à celle dont j'ai déjà parlé.

Deſirant montrer à l'Académie quelques fragmens authentiques de ce phénomène, je remontai le 12 à la girouette avec une ſcie, afin de me procurer quelques morceaux de bois brûlés; mais cet inſtrument me devint inutile, je retirai avec la plus grande facilité
Fig. 4. du mât pluſieurs chevilles de bois : la cheville *M* a 3 pouces de long ſur 2 pouces de large & 10 lignes d'épaiſſeur; la partie inférieure de cette cheville eſt brûlée de toutes parts, excepté à ſa partie ſupérieure; la ſurface expoſée à l'air n'eſt, pour ainſi dire, que rouſſie : on voit même dans quelques endroits la couleur à l'huile dont le mât a été peint dans le temps; elle forme dans les autres endroits des bourſouflures qu'on voit à la ſimple vue; tout l'intérieur du trou eſt un charbon dont on détache des morceaux avec la plus grande facilité.

La cheville *n.° 2* eſt ronde, ſon diamètre eſt d'un pouce $\frac{1}{2}$ environ, & ſa longueur de 2 pouces; ſa partie extérieure eſt rouſſie preſque en entier; elle eſt brûlée par-tout ailleurs, excepté à ſon bout intérieur, qui n'eſt pas même rouſſi; le mât eſt percé naturellement d'outre en outre dans cet endroit. La cheville *n.° 3* remplit la même ouverture du côté oriental, & l'étincelle paroît avoir ſauté de la cheville *n.° 3* à celle *n.° 5*; cette dernière a 4 pouces de long ſur 6 lignes de large par le gros bout, & 10 lignes

environ par le petit; elle eſt totalement brûlée à ſa ſurface & preſque en charbon, principalement par le bout intérieur qui répond au bout de la cheville *n.° 2:* mais la partie extérieure de la cheville *n.° 3* n'a dans ſa partie extérieure expoſée à l'air aucune marque qui annonce qu'elle ait été frappée par la foudre, elle a conſervé en entier ſa couleur. J'ai vu de même du charbon dans l'intérieur des trous où étoient ces chevilles: il paroît que preſque toute l'action de la foudre a agi ſur les ferrures ſituées au haut du mât, & que ce n'eſt qu'une étincelle détachée de la principale qui a pénétré dans ſon intérieur par la cheville *n.° 2*. Fig. 4.

J'ai avancé, dans le commencement de ce Mémoire, que le bruit du tonnerre avoit ſuivi immédiatement l'éclair; mais il y eut un petit intervalle que je ne penſai pas à déterminer, par le plaiſir que j'eus de voir ſi clairement ce phénomène: cet intervalle ſe trouve encore conſtaté par les domeſtiques, qui n'entendirent le coup qu'au même inſtant que nous fîmes le cri dont j'ai parlé, quoiqu'ils fuſſent plus près du mât que moi. Il me paroît très-conſtant que le bruit n'a pas été produit par l'étincelle au moment qu'elle a paru au bas du mât, mais lorſqu'elle a éclaté à ſa partie ſupérieure; & en effet n'étant éloigné que de 32 toiſes, l'intervalle entre l'éclair & le bruit n'auroit pas été de $\frac{1}{4}$ de ſeconde, & il a été beaucoup plus conſidérable. Je dois encore obſerver que la foudre n'a pas enveloppé le mât dans tous les ſens, elle auroit formé, dans ce cas, une colonne de feu d'un pied de diamètre environ, & il s'en faut de beaucoup qu'elle ait été ſi conſidérable; il me paroît que l'étincelle s'eſt élevée vers la partie du mât ſituée au nord-oueſt; elle a ſuivi ſa ſurface, ſautant de clou en clou, & quelques étincelles ſe ſont détachées de la principale vers le ſud & le nord.



ESSAI SUR LE RAPPORT DES POIDS ÉTRANGERS AVEC LE MARC DE FRANCE.

Par M. TILLET.

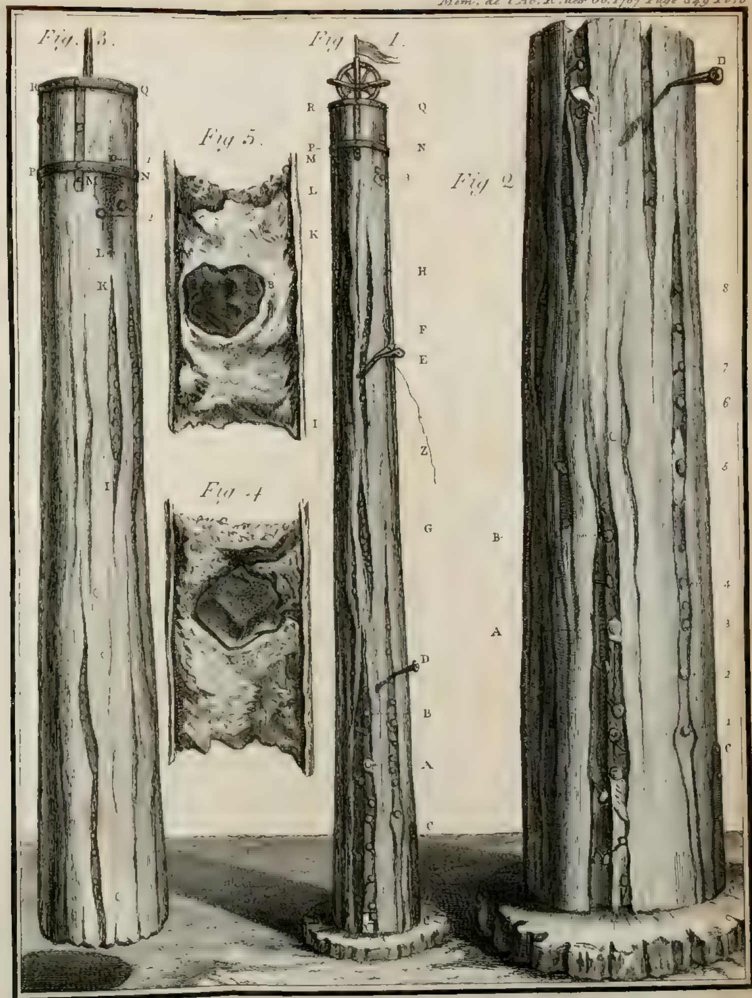
9 Avril 1766.

QUELQUE différence qu'il y ait entre les poids qui ſont aujourd'hui la règle du commerce, ſoit que l'on conſidère ceux de toutes les Nations policées, ſoit qu'on ſe borne à examiner ceux dont un État particulier a adopté l'uſage, on pourroit conjecturer qu'ils ont été à peu-près les mêmes dans leur origine; qu'un Peuple les a tranſmis à l'autre par une ſuite du commerce qui les a liés, & que leurs intérêts ont demandé qu'il n'y eût parmi eux qu'un moyen uniforme de régler leurs échanges *. L'eſprit du commerce, peu ſuſceptible alors de diſcuſſions délicates, & guidé uniquement par des vues tirées des beſoins de la Société, étoit concentré, en quelque façon, dans ces échanges ſimples des matières utiles ou de pur agrément, & il trouvoit une première facilité à les faire dans l'égalité des poids.

L'attention principale des hommes ſe porta d'abord, ſelon toute apparence, ſur le rapport des choſes les plus précieuſes avec celles qui l'étoient moins, & ſur la balance que pouvoit établir entr'elles un poids convenu. Mais inſenſiblement cette règle eſſentielle du commerce dut perdre ſon uniformité : les matières dont on forma les poids, éprouvèrent ſans doute des altérations plus ou moins conſidérables; les Ouvriers chargés de ce travail, n'y portèrent pas toujours la préciſion qu'il exige; l'infidélité put auſſi quelquefois concourir à l'affoibliſſement des poids.

* L'ancienne livre des Gaulois étoit égale, ſuivant Boutteroue, à celle des Romains; ces derniers, maîtres de l'Univers, introduiſirent par-tout leur poids, qu'ils tenoient peut-être des Grecs, & que ceux-ci pouvoient avoir reçu des Phéniciens, le peuple le plus renommé par l'étendue de ſon commerce. Si l'on admet cette tradition, qui d'ailleurs n'a rien que de naturel, elle ne ſuppoſera pour tant de Peuples, qu'un ſeul & même poids.


n
8
7
6
5
4
3
2
1
c
c


Fig. 3.
Fig 1.
Fig 5.
Fig 2
Fig 4

Ces inconvéniens, devenus enfin trop marqués pour qu'on les négligeât, firent reconnoître la néceſſité d'établir un poids fixe auquel on eût recours dans le beſoin : des formalités attachées à la communication de ce poids, le garantirent des altérations ſenſibles; on conſerva par-tout des étalons. Mais les différences qui s'étoient introduites dans les poids uſuels, furent conſacrées dans ces étalons : dès-lors plus d'égalité; chaque Peuple tint à la loi qu'il s'étoit faite, par la raiſon ſeule qu'il y étoit accoutumé; il fallut s'inſtruire, avant tout échange ou le moindre achat, du moyen de les régler; & le rapport des poids devint la connoiſſance préliminaire du commerce.

Elle eût été moins difficile à acquérir, ſi la différence des poids n'eût ſubſiſté qu'entre des pays différens : mais les variations qui s'étoient gliſſées en général, avant qu'on eût établi des étalons d'une manière authentique, eurent lieu auſſi dans la plupart des États particuliers; & quelquefois des provinces ſoumiſes au même Maître, ne ſe ſervirent pas du même poids. Il y a plus encore; malgré le projet formé par différens États, d'adopter un poids égal, & de l'employer ſous de ſemblables dénominations à l'égard des parties qui le compoſent, il ne s'y trouve pas établi avec exactitude; & l'on y remarque des différences aſſez ſenſibles, pour que, ſur des matières précieuſes, elles méritent de l'attention. On en verra un exemple frappant dans le poids de Cologne, qui eſt un des plus célèbres de l'Europe, dont l'uſage eſt général en Allemagne, & qui a été introduit dans d'autres États; on remarquera que ce poids eſt plus fort à Stuttgard qu'à Bonn, plus foible à Dantzick & à Hambourg qu'à Manheim, & qu'il a reçu une augmentation conſidérable en paſſant dans le Danemarck. Nous convenons qu'il n'eſt pas ſans exemple qu'un poids égal, établi dans des États fort éloignés les uns des autres, s'y ſoit conſervé dans ſon intégrité primitive, ou au moins n'y ait ſouffert aucune altération dont on puiſſe juger par la balance, quoique pluſieurs ſiècles ſe ſoient écoulés, depuis que les étalons formés ſur ce poids y ont été dépoſés. Le marc qui eſt en uſage à Turin, eſt égal à celui de Bruxelles; & la différence peu importante que nous aurons lieu d'y remarquer, peut auſſi-bien être attribuée à

une légère imperfection des balances dont on s'est servi dans l'un ou l'autre endroit pour y vérifier les poids qu'on nous a envoyés, qu'à un affoiblissement dans l'un des deux étalons. Mais une pareille égalité est plus rare qu'on ne l'imagineroit; & quelque opinion qu'il y ait en général sur cette égalité comme établie dans des pays différens, il faut toujours en venir à une comparaison exacte, si l'on cherche la précision; il faut rapprocher les poids en nature, négliger ce qui a été écrit, & ne décider que la balance à la main.

Des variations multipliées ainsi à l'infini & par-là capables de conduire à des erreurs, dans le moyen même que les hommes emploient pour régler leurs intérêts, & se prêter mutuellement à leurs besoins; les difficultés qui en résultent pour le commerce, & qui le gênent quelquefois; les fraudes auxquelles la simplicité & la bonne foi sont exposées, tout feroit desirer sans doute que le principe d'unité, si grand de quelque côté qu'on l'envisage, eût encore ici son application; qu'un même poids, premier indice de la droiture & adopté par tous les hommes, devînt comme un langage commun; qu'il aplanît les difficultés du commerce, en écartât tous les gains qui ne sont pas dans son ordre, & ne laissât plus matière à des rafinemens frauduleux.

Mais il n'est guère possible d'espérer un pareil avantage : il supposeroit un concert de la part de toutes les Nations policées, ou au moins de celles où le commerce est le plus en vigueur; il exigeroit des réductions & des calculs qui, dans le premier moment, conservassent les intérêts respectifs des Négocians & les fissent quadrer avec le poids convenu, jusqu'à ce que l'habitude eût rendu ce même poids la base universelle des intérêts. D'ailleurs, on a quelquefois regardé comme un des mobiles du commerce, la diversité des poids & des mesures, loin que ce que nous présentons ici comme utile, paroisse mériter d'être introduit dans la Société.

Je ne m'arrêterai point à combattre cette fausse opinion : dès-lors que des esprits prévenus comptent pour rien une base uniforme de commerce; qu'ils s'embarrassent peu que la droiture devienne évidente par une règle qui soit aussi connue de l'acheteur, qu'elle

est

eſt familière au vendeur; qu'ils préfèrent de petits bénéfices clandeſtins, aux facilités d'un commerce en grand; dès qu'il faudroit enfin ſuppoſer, par une ſuite du même principe, que la diverſité des langues & des monnoies auroit des avantages pour la Société, parce qu'une foule d'Interprètes y ſeroient employés utilement pour eux, & que de l'autre il y auroit matière à bénéfice pour une multitude de Changeurs *. Nous n'oppoſerons pas une diſcuſſion ſérieuſe, à une telle manière d'apprécier le bien du commerce; il eſt rare qu'en pareille matière, de ſimples raiſonnemens produiſent leur effet, quelque fondés qu'ils ſoient, quand on parle à des hommes qui veulent que les meilleurs principes ſe plient à des détails minutieux, qui ne les reçoivent qu'à ce prix, & ne craignent pas aſſez tout ce qui peut favoriſer les abus.

Cette opinion peu réfléchie étant donc miſe à l'écart, ſi nous reconnoiſſons une fois qu'un même poids univerſellement établi ſeroit avantageux à la Société, mais qu'il y auroit beaucoup d'obſtacles à vaincre pour parvenir à ce but, il convient au moins de ne le pas perdre de vue, d'y tendre d'une façon indirecte, de faciliter ſur ce point les opérations du commerce, & d'y attacher ſur-tout plus de fidélité, en mettant entre les mains des hommes le moyen prompt d'y ramener celui d'entr'eux qui s'en écarteroit : ce moyen s'offre de lui-même; il conſiſte dans le tableau du rapport exact des poids que chaque Nation a adoptés, & dans une comparaiſon rigoureuſe de la plus foible de leurs diminutions avec celles d'un de ces poids principaux, tel que celui de France, pris pour objet de cette comparaiſon. Le calcul n'a rien de pénible à la faveur d'un rapport auſſi détaillé, & il

* Nous empruntons ces deux comparaiſons, d'un Mémoire de M. de la Condamine, qui fait partie du recueil de l'Académie pour l'année 1747, & qui renferme un nouveau projet d'une meſure univerſelle, propre à ſervir de meſure commune à toutes les Nations. Les raiſonnemens qui ont été faits juſqu'ici ſur l'utilité prétendue que tire le commerce de la diverſité des poids & des meſures, ſont rapportés dans cet excellent Mémoire avec ce qu'ils ont de ſpécieux, & détruits en même temps par des raiſons auxquelles on ne ſauroit ſe refuſer. C'eſt, nous le diſons, du commerce conſidéré ſous de grandes vues; c'eſt de ſon eſſence dont il faut s'occuper, quand on traite la queſtion de l'uniformité des poids, & non d'un ſimple trafic borné à de petits objets, quelquefois ſuſpect, & preſque toujours gêné par ce qui porte l'évidence en ce genre & ſe trouve invariablement déterminé.

eſt difficile qu'on tombe dans des erreurs. Par-là nous rentrons en quelque manière dans nos premières vues, & nous préparons peut-être les eſprits au projet plus en grand de l'uniformité des poids.

L'eſſai ſur cette matière, que nous préſentons aujourd'hui à l'Académie, la mettra à portée de juger de l'avantage dont il peut être, & de ce qu'il y auroit à faire pour perfectionner ce travail, dans le cas où nous aurions les facilités de le continuer. Une circonſtance favorable lui a donné naiſſance; en la rappelant ici, nous allons rendre compte des ſecours que nous avons reçus de la part du Miniſtère, ſans l'appui duquel une telle entrepriſe eût échoué : nous dirons auſſi un mot, tant des précautions qui ont été priſes pour que notre travail portât ſur des fondemens certains que des tempéramens où nous avons cru devoir entrer, quand une imperfection légère dans les diviſions d'un poids nous rendoit incertains ſur ſa véritable peſanteur totale, & nous forçoit de recourir aux inſtructions qui le concernoient.

Lorſque le Conſeil ordonna qu'il ſeroit fait des expériences ſur la meilleure manière de procéder aux eſſais des matières d'or & d'argent, nous fumes chargés de ce travail, M.rs Hellot, Macquer & moi. Il ſemble que tout ſoit deſtiné, dans ce moment-ci, à rapeler à l'Académie les travaux du ſavant Chimiſte dont elle vient d'entendre l'éloge, & à lui en faire ſentir plus vivement la perte *. Tandis que nous nous occupions des recherches que ce travail exigeoit, M. Chauvelin, Intendant des finances, à qui le détail des Monnoies eſt confié, & dont le zèle pour cet objet important de l'adminiſtration a beaucoup contribué au premier règlement qui ait été fait ſur la partie des eſſais, engagea M. le Duc de Praſlin à communiquer, par la voie des Ambaſſadeurs du Roi dans les Cours étrangères, un Mémoire aux Eſſayeurs & aux Chimiſtes des principales villes de l'Europe,

* M. Hellot mourut le 15 Février 1766. Je lûs ce Mémoire, tant en ſon nom qu'au mien, dans l'Aſſemblée publique de l'Académie, où M. de Fouchy, Secrétaire perpétuel, fit l'éloge intéreſſant de cet Académicien, & rendit ſur-tout un compte fidèle, tant des occupations dirigées conſtamment vers l'utilité générale, que des recherches curieuſes par leſquelles M. Hellot s'étoit diſtingué, & avoit acquit la conſidération dont il jouiſſoit.

lequel contenoit quatre queſtions relatives aux eſſais, & demandoit des réponſes dont nous devions faire uſage pour conſtater la meilleure méthode d'eſſayer.

Une de ces queſtions rouloit ſur le rapport des poids du pays où elle étoit propoſée, avec le marc de France. On y répondit, mais d'une manière à nous jeter dans l'embarras ſur l'exactitude du rapport. Il arrivoit quelquefois pluſieurs Mémoires du même endroit, ou de pays différens, dans leſquels le même poids étoit établi, & les réponſes ſur cet article ne quadroient point entr'elles: on y confondoit encore ſouvent le poids de marc de France, avec celui qui eſt en uſage dans les Pays-bas ſous le nom de *poids de Troyes*. D'ailleurs, les Mémoires ne donnoient communément que des approximations annoncées comme telles: ou bien, on y trouvoit des rapports généraux, en nombres ronds, dans leſquels il y avoit tout lieu de croire qu'on avoit négligé la préciſion.

Au ſurplus, quand les auteurs des Mémoires euſſent bien connu les poids de leur propre pays, il leur reſtoit toujours à connoître la juſte peſanteur du nôtre, & il eût été difficile que ſans quelque circonſtance favorable à cette recherche, ils fuſſent parvenus à l'exactitude que nous demandions.

Le rapport des poids étrangers avec celui de France, ne pouvant donc pas être établi ſur les notions incertaines que les Mémoires fourniſſoient, M. Chauvelin voulut bien encore, à notre ſollicitation, engager M. le Duc de Praſlin à demander aux Ambaſſadeurs du Roi des poids en nature, ajuſtés avec ſoin ſur les Étalons des différens États où les Miniſtres de Sa Majeſté réſident, & des inſtructions tant ſur la diviſion des poids & la dénomination des parties dont ils ſont compoſés, que ſur la différence qui ſe trouveroit peut-être établie dans un même pays entre le poids conſacré aux matières précieuſes, & celui qui n'auroit été deſtiné que pour les marchandiſes groſſières.

Les mêmes vues d'utilité qui avoient déterminé M. le Duc de Praſlin à demander d'abord de ſimples Mémoires, le portèrent de nouveau à favoriſer un travail où l'on prenoit une marche plus ſûre que celle qui avoit été tenue juſqu'ici, où l'exactitude devoit ſe trouver preſque néceſſairement, & qui intéreſſoit par-là

les Nations mêmes qui concourroient à le perfectionner. La plupart des Ambassadeurs du Roi, ou des Résidens, ont envoyé à ce Ministre, d'après la lettre qu'il leur a écrite, les poids en nature qui sont en usage dans les différens États de l'Europe : on a joint à quelques-uns les procès-verbaux de leur étalonnement ; il est désigné sur d'autres par des marques authentiques : les Mémoires d'un autre côté, ou les lettres qui ont accompagné plusieurs de ces poids, annoncent du zèle & de l'attention : l'intérêt même qu'ont pris à ce projet les Princes étrangers, auxquels les Ambassadeurs du Roi en ont fait part, a influé sans doute sur la justesse des poids qu'on a tirés de leurs États ; & nous pouvons dire en général que s'il s'est glissé quelque défaut de précision dans le nombre de ceux qui nous ont été remis, on ne pouvoit guère pour une pareille opération, où le concours de tant de personnes étoit nécessaire, compter sur une plus grande exactitude, & réunir plus de moyens propres à la bien établir.

M. le Duc de Praslin nous faisoit remettre ces poids étrangers par le canal de M. Chauvelin, à mesure qu'ils lui étoient adressés ; & nous commencions à nous occuper de leur rapport avec le marc de France, lorsque le Conseil forma le projet d'établir aussi dans le royaume un rapport exact des différens poids & mesures qu'on y emploie, en prenant pour objet de comparaison ceux qui sont en usage à Paris, & de faire dresser un tarif qui, en facilitant les opérations du commerce, le rendît plus actif & contribuât encore à sa sûreté.

M. le Contrôleur général a confié l'exécution de ce projet à M. de Montaran, Intendant du Commerce, & a jeté les yeux en même temps sur M. Hellot & sur moi, pour concourir au travail qu'il exige. L'utilité qui en doit résulter, nous y a déjà fait porter toute l'application dont nous sommes capables : nous avons même eu déjà l'honneur de présenter à l'Académie quelques machines que nous avons imaginées, soit pour donner tout d'un coup le rapport des différentes mesures à grains avec le boisseau de Paris, de quelque forme qu'on suppose ces mesures, soit pour comparer aussi sur le champ toutes les mesures des liquides avec la pinte de Paris, réduire leurs dimensions en pouces cubes,

& établir du même coup-d'œil le poids du liquide qu'elles contiennent.

M. le Contrôleur général, instruit du travail que nous avions commencé sur le rapport des poids étrangers avec celui de France, a jugé que pour les vues du Conseil, dont nous venons de parler, il deviendroit un préliminaire dont le commerce tireroit quelque avantage, & il nous a chargé de le suivre sans interruption : ce Ministre a même engagé M. le Duc de Praslin à demander de nouveau à quelques-uns des Ambassadeurs du Roi, les poids en usage chez les Nations étrangères que nous n'avons pas encore reçus; il a pris communication du travail que nous présentons aujourd'hui à l'Académie; & il desire que nous le donnions au Public, quoique ce travail ne soit qu'un foible essai & un simple tarif borné au petit nombre de poids qui nous ont été remis.

Il n'étoit guère possible de se flatter que la totalité des poids dont on va voir le rapport avec le marc de France, fût de la dernière exactitude, & que les divisions de chacun d'eux étant réunies, fussent rigoureusement de la même pesanteur que le poids principal qu'elles doivent représenter. Lorsque, dans la vérification que nous en avons faite, ce défaut de précision s'est rencontré, & qu'il a été question d'une livre qui alloit à peu près au double de notre marc, nous avons cru que pour en constater l'exacte pesanteur, la moitié de cette livre, composée d'une seule pièce, devoit être préférée aux parties subdivisées qu'elle contenoit, lesquelles étoient destinées à faire équilibre avec cette pièce principale. Il est moins difficile d'ajuster un poids seul sur un étalon, que d'y faire correspondre plusieurs parties partagées par moitié, & qui demandent entre elles-mêmes un accord parfait.

C'est sur ce principe que les divisions des poids n'ont jamais fait notre règle pour établir les rapports, à moins que par des inductions particulières, tirées des Mémoires qui ont accompagné quelquefois les poids étrangers, nous ne reconnussions que les divisions représentoient avec exactitude l'étalon du pays qu'il étoit question de comparer. Si l'on observoit, par exemple, dans ces Mémoires, que de deux poids qu'on envoyoit, l'un établi

pour les matières précieuſes, étoit dans telle ou telle proportion avec celui qui n'étoit en uſage que pour les matières groſſières, nous commencions par regarder le poids deſtiné aux matières précieuſes, comme formé véritablement ſur un étalon, au cas que cela n'eût pas été dit expreſſément ; tandis qu'un poids employé ſeulement pour les choſes communes eſt ordinairement les ſuites d'un abus ; & nous ſuppoſions alors qu'il y avoit eu plus d'attention de la part de l'Ouvrier pour ajuſter le premier, que pour établir le ſecond : nous comparions enſuite les poids entr'eux ; & ſi les diviſions de celui qui étoit déſigné pour les matières précieuſes, différoient un peu de la pièce principale du même poids, nous donnions la préférence, ſoit aux diviſions, ſoit à cette pièce principale, ſuivant que leur juſteſſe nous étoit indiquée par un rapport quelconque avec le poids mis en uſage pour les marchandiſes groſſières. Sans une exception telle que nous venons de la marquer, nous avons toujours comparé avec notre poids de marc, la totalité d'une livre étrangère quelconque, ſi elle n'avoit qu'une peſanteur médiocre ; ou bien, la pièce principale de cette livre, ſi celle-ci étoit forte, a ſervi de baſe au rapport.

Il a été aſſez d'uſage juſqu'ici, dans la comparaiſon des différens poids, de ſe borner à des rapports généraux, de ne les exprimer que par des quantités conſidérables & relatives aux marchandiſes communes, ou de les réduire, autant qu'il étoit poſſible, à leur moindre dénominateur, en abandonnant ainſi à un calcul ſouvent épineux la connoiſſance du rapport exact des diminutions. Nous avons regardé comme beaucoup plus avantageux au Public, de lui préſenter un tarif, dans lequel la livre ou le marc étranger répondît à une quantité fixe des parties de la livre de France : où les ſubdiviſions du même poids étranger, miſes ſous leurs dénominations particulières, répondiſſent auſſi aux ſubdiviſions de notre marc ; & dans lequel enfin on eût conduit le rapport juſqu'à la plus foible diminution des deux poids comparés. Avec ce ſecours, on a bientôt les rapports en grand, & tout eſt fait pour celui des fractions.

On préſume ſans doute qu'après l'empreſſement que nous avons marqué pour aſſeoir notre travail ſur des points fixes, & obtenir

des Nations étrangères des poids étalonnés avec ſoin, nous avons pris à l'égard du marc de France les mêmes précautions que nous avions deſiré qu'on employât ailleurs.

La Cour des Monnoies de Paris a en dépôt, & ne communique qu'avec beaucoup de formalités un poids compoſé de cinquante marcs, qui eſt connu ſous le nom de *poids de Charlemagne.* C'eſt ſur le marc contenu dans la pile qui forme ce poids, que nous avons étalonné nous-mêmes celui dont nous avons fait la comparaiſon avec les poids étrangers. Les balances que nous avons employées à cette opération, ſont proportionnées pour la force à la peſanteur d'un marc; elles ſont exactes, ſenſibles à un quart de grain, & les mêmes que celles dont nous nous ſommes ſervis pour établir nos différens rapports.

Qu'il nous ſoit permis d'obſerver ici que le poids de marc, originairement établi en France, paroît y avoir moins ſouffert d'altérations que ceux des autres États n'en ont éprouvé. Quand on refuſeroit de remonter au règne de Charlemagne pour y prendre l'origine du marc que nous avons aujourd'hui, au moins ſera-t-on diſpoſé à croire que depuis pluſieurs ſiècles, il n'a ni reçu d'augmentation, ni ſouffert d'affoibliſſement, lorſque nous aurons fait remarquer qu'il ſe trouve tous les jours d'anciennes monnoies d'or fin, frappées ſous nos Rois, leſquelles ayant été ajuſtées ſous un poids bien déterminé & relatif au marc établi alors, conſervent encore rigoureuſement le même poids dont elles étoient; & nous jugeons qu'elles ſont reſtées dans cette préciſion par le marc qui eſt en uſage aujourd'hui.

Philippe de Valois fit ſabriquer le 17 Juillet 1346, des *deniers d'or fin à la Chaiſe,* qui furent ainſi nommés, parce que ce Prince y eſt repréſenté aſſis : ces deniers étoient à la taille de 52 au marc, & devoient peſer chacun 1 gros 16 grains $\frac{32}{52}$. Nous avons ſous les yeux une de ces monnoies d'or très-bien conſervée; elle a toute la fleur du coin, & préciſément le même poids qui avoit été preſcrit lorſqu'on la fabriqua. Nous avons encore pluſieurs anciennes eſpèces d'or fin qui viennent à l'appui de la même obſervation : telle eſt, par exemple, une monnoie frappée en 1354 ſous le Roi Jean, & nommée *denier*

d'or à l'Agnel, qui étant aussi à la taille de 52 au marc, a le même poids que l'espèce précédente, à une portion près de fraction très-légère : 2.° un *écu à la Couronne* frappé sous Charles VI le 28 Février 1387, & à la taille de 61 $\frac{1}{3}$; il a exactement le poids qui étoit prescrit alors, c'est-à-dire, 1 gros 3 grains $\frac{3}{23}$: 3.° enfin un autre écu à la Couronne frappé sous le même règne le 7 Novembre 1411, à la taille de 64 au marc; cette dernière monnoie devoit peser par conséquent 1 gros juste du marc établi en France il y a trois cents cinquante-quatre ans : elle a ce poids aujourd'hui, & prouve assez évidemment que depuis plusieurs siècles notre marc n'a pas varié. On nous objectera peut-être que parmi les monnoies d'or fin, qui ont eu cours sous les règnes dont nous parlons, il a pu s'en glisser quelques-unes plus fortes que le poids prescrit; & que celles qui nous sont tombées entre les mains, sont peut-être du petit nombre de ces espèces, où le poids fixé par les Ordonnances se trouve excédé.

Nous répondrons à cette objection, 1.° qu'il n'est guère à présumer que des monnoies d'une matière aussi précieuse ne fussent pas ajustées avec la dernière précision; 2.° que loin de cela, il étoit assez d'usage autrefois, comme il l'est aujourd'hui, de les tenir un peu plus foibles que nos Rois ne l'ordonnoient, ce qui étoit toléré pour la facilité de la fabrication, & procuroit au Prince un léger bénéfice. Nous avons en effet plusieurs espèces d'or fin, fabriquées il y a quatre cents ans, & assez bien conservées pour qu'on n'y remarque aucune altération, lesquelles sont un peu au-dessous du poids qu'elles auroient dû avoir d'après les Ordonnances. Une de ces monnoies entr'autres, connue sous le nom de *franc à cheval*, & qui avoit cours sous le Roi Jean, en 1360, est trop foible de 1 grain ou à peu près; une autre nommée *fleurs-de-lis d'or*, frappée sous Charles V, en 1365, & qui a toute la fraîcheur du coin, ne pèse cependant que 70 grains $\frac{1}{4}$, au lieu de 1 gros juste auquel il eût été nécessaire de la porter, comme formée sur la taille de 64 au marc. Rien n'est si commun que ce léger affoiblissement sur le poids des monnoies; tandis qu'il faut regarder comme une singularité qu'elles

excèdent

excèdent le poids preſcrit : mais il n'eſt pas abſolument rare que les louis d'or ſortent, même aujourd'hui, des Monnoies ſur le pied du *droit de poids*, c'eſt-à-dire, dans toute la peſanteur rigoureuſe qui eſt particulière à chacune de ces eſpèces, & qui les établit ſur le pied de 30 au marc.

Quoique nous ayons porté toute l'attention dont nous ſommes capables, à l'eſſai que nous donnons aujourd'hui ſur le rapport des poids étrangers avec celui de France, nous ſommes bien éloignés de croire qu'il ne s'y ſoit pas gliſſé quelques erreurs, ſoit qu'elles viennent du côté des poids mêmes qui nous ont été remis, malgré les précautions qui ont été priſes à cet égard, ſoit qu'il faille les attribuer uniquement à un défaut d'exactitude de notre part ; mais il eſt certain que nous avons pris la ſeule voie capable de conduire un travail de ce genre à une ſorte de perfection : ce n'étoit en effet qu'avec les poids en nature & reçus avec authenticité des Nations mêmes chez leſquelles ils ſont établis, qu'on pouvoit fonder des rapports exacts, & les annoncer dans toute la rigueur des moindres fractions. Auſſi avons-nous bientôt remarqué, en conſultant les différens ouvrages imprimés ſur cette matière, qu'elle n'avoit pas été traitée avec la préciſion qu'elle demande ; que les poids en uſage dans quelques États pour y peſer l'or, l'argent & les autres matières précieuſes, n'ont point été diſtingués communément de ceux qu'on y emploie pour les marchandiſes groſſières ; qu'ils ont tous été rapprochés pour l'ordinaire ſous le nom vague & indéterminé de *livre* ; & que les auteurs, en ſe copiant les uns les autres, ont jeté ſouvent ſur cette partie, de fauſſes lumières plus nuiſibles peut-être au commerce, que l'ignorance entière des vrais rapports que les différens poids ont entr'eux.

Au ſurplus, il n'eſt pas ſurprenant que dans quelques Ouvrages ſur le commerce, qui d'ailleurs ont leur utilité, le ſujet que nous traitons ne ſoit pas approfondi : il n'y forme pour l'ordinaire qu'un article aſſez ſuccinct, & dont on ſuppoſe que les Négocians ſont inſtruits, au moins quant à ce qui regarde leurs relations particulières, & entre dans le plan de leur correſpondance. D'un autre côté, on ne connoît bien que les poids qu'on a ſans ceſſe

ſous les yeux; & loin ſouvent d'avoir la même lumière ſur ceux d'une Nation étrangère, on lui ſuppoſe l'uſage d'un poids différent du ſien. Nous avons obſervé en effet que dans quelques-uns des Mémoires qui ont été envoyés d'Allemagne, ſur le rapport du poids de Cologne avec le marc de France, on nomme celui-ci *poids de Troyes ;* & on le regarde comme étant proprement le nôtre, tandis que c'eſt celui de Bruxelles, de la Hollande, de tous les Pays-bas.

Rien ne prouve mieux enfin, combien il étoit important, ſans négliger abſolument les inſtructions particulières, de ne pas prendre pour baſe de nos rapports, celles même de ces inſtructions qui étoient annoncées comme ſorties d'une main habile, que le réſultat de la comparaiſon que nous avons faite de la livre Romaine en nature, avec celle de France. Le rapport de la première à la ſeconde nous avoit été envoyé à pluſieurs repriſes, ſur le pied de 24 à 35; & l'on s'étoit borné à nous donner cette ſimple notion, quoique la livre de Rome eût été demandée comme les poids des autres États. Nous ſavions que les auteurs qui ont parlé de cette livre célèbre, ne ſont point d'accord entre eux ſur ſa véritable peſanteur, relativement à celle de la livre de France: Budée en effet l'eſtime égale à 12 $\frac{1}{2}$ de nos onces; Boutteroue ne la porte qu'au poids de 10$\frac{1}{2}$ des mêmes onces; Garrault & le Blanc la fixent à 10 onces $\frac{2}{3}$; & le P. Merſenne, qui a le plus approché de la vérité, croit, d'après une expérience & des obſervations hiſtoriques, que la livre Romaine équivaut à 1 marc 3 onces 1 gros de la nôtre. Incertains donc ſur le parti qu'il y avoit à prendre, & le rapport de 24 à 35 qu'on venoit de nous envoyer de Rome, ne tendant encore qu'à multiplier les variations, nous fimes de nouvelles inſtances, pour qu'on voulût bien envoyer au Miniſtre cette livre en nature, après l'avoir vérifiée ſur l'étalon. Nous l'avons obtenue enfin, avec l'aſſurance *qu'elle a été confrontée dans la plus grande exactitude avec l'étalon qui eſt en dépôt à la douane de Rome.* La balance a fixé tout d'un coup ce qui avoit été laiſſé indécis juſqu'à ce jour, après beaucoup de diſcuſſions & les plus profondes recherches; la livre Romaine répond, comme on le

verra, à un marc trois onces demi-gros quatorze grains de la livre de France, & approche beaucoup par-là du rapport de 25 à 36 à l'égard de notre livre; au lieu que par le rapport de 24 à 35, on supposeroit la livre Romaine moins forte de 66 grains $\frac{16}{35}$, que nous ne l'avons trouvée en effet. Si dans les Mémoires qui nous ont été envoyés de Rome, une différence aussi marquée a échappé à l'auteur, dont les lumières d'ailleurs nous sont très-connues, c'est, n'en doutons point, parce qu'il n'est guère possible d'obtenir la précision sur ce point que par l'opération la plus simple, mais que peu de personnes sont à portée de faire; nous entendons la comparaison des poids en nature, ajustés avec soin, & fidèlement étalonnés dans les pays mêmes où ils sont établis.

Si jamais un ouvrage a mérité que le Public daignât y prendre quelque intérêt, soit pour en relever avec soin les erreurs, soit pour en favoriser l'entière exécution, c'est sans doute celui qui nous a été confié, & dont le Mémoire que l'Académie vient d'entendre présente une première idée. On voit en effet qu'il a pour but une utilité générale; qu'il doit faire la base du commerce, en faciliter les opérations, & tranquilliser, dans une partie assez délicate, les Citoyens qui agissent avec droiture, en ne laissant aucune ressource à la mauvaise foi. D'ailleurs, notre travail se borne à recueillir les matériaux que les différens Peuples fournissent, à les rapprocher simplement d'un terme commun, & à les remettre ensuite sous les yeux de ces Peuples, avec la même fidélité qu'ils ont montrée en les envoyant. Nos engagemens une fois remplis, on perdra de vue insensiblement les Rédacteurs de l'ouvrage; nous ne le considérerons plus nous-mêmes que comme un dépôt sorti de nos mains, &, quoique conçu en France, il appartiendra à toutes les Nations.

AMSTERDAM.

Le Poids dont on ſait uſage dans les ſept Provinces-unies, y eſt déſigné ſous le nom de *marc de Troyes.* Nous n'avons rien de bien poſitif ſur l'origine & l'établiſſement de ce poids: il n'en reſte même aucun veſtige, quant à ſa peſanteur relative à notre marc, dans les monumens de cette dernière ville, deſquels il ſoit poſſible de tirer des éclairciſſemens.

Pendant que ce *marc de Troyes* n'eſt connu en France que par les ouvrages où l'on fait des recherches qui ont quelque rapport à ce ſujet; tandis que les dénominations [a] particulières aux deux dernières ſubdiviſions de ce poids, ſont preſque ignorées aujourd'hui parmi nous, & ne ſe trouvent employées dans le commerce que par les Négocians qui ſont en correſpondance avec les Étrangers: tandis enfin que le nombre des moindres diminutions [b] de ce poids qui repréſente le marc entier, eſt beaucoup plus fort que le nombre des moindres fractions du marc de France, dont la totalité de celui-ci eſt compoſé [c], le *poids de Troyes* eſt très-connu en Allemagne, ſans néanmoins y être adopté: on l'y regarde en général, & par une erreur aſſez naturelle, comme celui qui fait en France la règle du commerce: on l'emploie dans les Pays-bas, à l'excluſion de tout autre; & nous remarquerons à l'article de Londres, qu'une des deux livres qui ſont établies en Angleterre, paroît porter le nom de *poids de Troyes* [d], quoiqu'elle en diffère beaucoup pour la peſanteur & le nombre des onces.

Ce *marc de Troyes* eſt en uſage à Bruxelles: nous ſavons même qu'on y en conſerve un étalon, auquel on attache la plus grande authenticité. On verra quel eſt ſon rapport avec le marc de France, à l'article de Bruxelles.

[a] Eſterlin & As.

[b] 5120 As.

[c] 4608 grains.

[d] Troy-weight.

BERLIN.

Il y a toute apparence que le poids dont on ſe ſert à Berlin, tant pour les matières précieuſes que pour les marchandiſes communes, a été originairement le même que celui dont on fait uſage à Cologne, mais qu'il a reçu en Pruſſe quelque augmentation; il eſt plus fort en effet de cinq grains que celui de cette dernière ville: les ſeize Loths dont ce marc de Berlin eſt composé,

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Répondent à	7	5	16
8 Loths à	3	$6\frac{1}{2}$	8
4	1	7	22
2	....	$7\frac{1}{2}$	11
1	....	$3\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$	....	// $\frac{1}{2}$	$32\frac{7}{8}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{7}{16}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{7}{32}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{39}{64}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{39}{128}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{39}{256}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{39}{512}$

BERNE.

Il y a trois ſortes de poids en uſage à Berne; celui des Orfèvres, celui des Marchands, & celui des Apothicaires.

Le premier eſt composé de 8 onces *ou* 16 Loths. Chaque once ſe diviſe en 476 grains: ainſi un Loth en contient 238, & le marc 3808.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 8 onces de ce poids des Orfèvres, répondent à	1	//	// $\frac{1}{2}$	4
Les 4 onces, à	....	4	//	20
Les 2, à	....	2	//	10
L'once, à	....	1	//	5
$\frac{1}{2}$ Once *ou* un Loth contenant 238 grains de Berne	....	....	4	$2\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ Loth *ou* 119 grains	....	....	2	$1\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$ ..... *ou* $59\frac{1}{2}$	....	....	1	// $\frac{5}{8}$
$\frac{1}{8}$ ..... *ou* $29\frac{3}{4}$	....	....	// $\frac{1}{2}$	// $\frac{5}{16}$
$\frac{1}{16}$ ... *ou* $14\frac{7}{8}$	....	....	....	$18\frac{5}{32}$
$\frac{1}{32}$ ... *ou* $7\frac{7}{16}$	....	....	....	$9\frac{5}{64}$
$\frac{1}{64}$ ... *ou* $3\frac{23}{32}$	....	....	....	$4\frac{69}{128}$
$\frac{1}{128}$ ... *ou* $1\frac{55}{64}$	....	....	....	$2\frac{69}{256}$
$\frac{1}{256}$ ... *ou* $\frac{119}{128}$	....	....	....	$1\frac{69}{512}$

La Livre, poids des Marchands de Berne, est composée de 16 onces *ou* 32 Loths :

	POIDS DE FRANCE.			
	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
Elle répond à	2	1	// ½	6
Les 16 Loths, à	1	//	4	21
Les 8	....	4	2	10 ½
4	....	2	1	5 ¼
2	....	1	// ½	2 ⅝
1	....	....	4	19 $\frac{5}{16}$
½	....	....	2	9 $\frac{21}{32}$
¼	....	....	1	4 $\frac{53}{64}$
⅛	....	....	// ½	2 $\frac{53}{128}$
$\frac{1}{16}$	....	....	....	19 $\frac{53}{256}$
$\frac{1}{32}$	....	....	....	9 $\frac{309}{512}$
$\frac{1}{64}$	....	....	....	4 $\frac{821}{1024}$
$\frac{1}{128}$	....	....	....	2 $\frac{821}{2048}$
$\frac{1}{256}$	....	....	....	1 $\frac{821}{4096}$

8 Onces *ou* 16 Loths du poids des Apothicaires,

	POIDS DE FRANCE.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Répondent à	7	5 ½	26
4 Onces	3	6 ½	31
2	1	7	33 ½
1	....	7 ½	16 ¾
½ Once *ou* Loth	....	3 ½	26 ⅜

Nous voyons par les instructions qui nous ont été envoyées de

Berne, que le poids des Marchands varie dans ce Canton ſuivant les différentes villes qui en dépendent, & qu'il n'y a d'uniformité ſur ce point qu'entre Lauſanne & Morges. Nous allons donner une Table, d'après ces mêmes inſtructions, par laquelle on jugera d'un coup-d'œil, de la diverſité qui règne dans ce Canton ſur le poids des Marchands.

	parties.
Si l'on ſuppoſe qu'il eſt diviſé à Berne en	10000.
Il en contient à Lauſanne	9727.
A Morges	9727.
A Nion	10959.
A Romain-motier	10271.
A Yverdun	10326.
A Granſon	10308.
A Payerne	9674.
A Geſſenay	10525.
A Vevay	10995.
A Aarau	9347.
A Thoun	10289.
A Zoffingen	9528.
A Brouck	10489.
A Berthoud	9872.
A Buren	10326.

BONN.

Le Poids de Cologne, dont on ſait uſage à Bonn, eſt un peu plus ſoible que celui qui eſt adopté dans les autres États de l'Allemagne, & dont la peſanteur ſera établie, à meſure qu'il ſera queſtion de ce poids relativement à ces différens États.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il ne répond à Bonn qu'à	7	5	$6\frac{3}{4}$
8 Loths	3	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{8}$
4	1	7	$19\frac{11}{16}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{27}{32}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$22\frac{59}{64}$
$\frac{1}{2}$ Loth	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{59}{128}$
$\frac{1}{4}$	....	// $\frac{1}{2}$	$32\frac{187}{256}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{187}{512}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{187}{1024}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{1211}{2048}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{1211}{4096}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{1211}{8192}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{1211}{16384}$

BRUXELLES.

Le Marc de Bruxelles, qu'on déſigne dans les Pays-bas ſous le nom de *Poids de Troyes*, eſt composé de 8 onces, l'once de 20 eſterlins, & l'eſterlin de 32 As. Nous n'héſitons pas à regarder le marc de cette ville qui nous a été envoyé, comme établi avec toute la préciſion qu'il exigeoit, & comme propre par-là à ſervir de règle pour fixer, autant qu'il eſt poſſible, la peſanteur originaire du *poids de Troyes.* On l'a accompagné en effet d'un procès-verbal très-authentique, qui annonce qu'il a été ajuſté ſur l'étalon qui eſt conſervé à la Chambre des Comptes de Bruxelles : on nomme cet étalon, le *DORMANT du véritable poids de Troyes.*

	POIDS DE FRANCE.			
	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Bruxelles répond à	1	//	//	21
4 Onces répondent à	....	4	//	$10\frac{1}{2}$
2	....	2	//	$5\frac{1}{4}$
1	....	1	//	$2\frac{5}{8}$
10 Eſterlins	....	....	4	$1\frac{5}{16}$
5	....	....	2	// $\frac{21}{32}$
1	....	....	....	$28\frac{149}{160}$
16 As	....	....	....	$14\frac{149}{320}$
8	....	....	....	$7\frac{149}{640}$
4	....	....	....	$3\frac{789}{1280}$
2	....	....	....	$1\frac{2069}{2560}$
1	....	....	....	// $\frac{4629}{5120}$

COLOGNE.

Le Marc de Cologne ſe diviſe de deux manières: premièrement, en 65536 parties; ſecondement, en 16 Loths *ou* 8 onces. Chaque Loth repréſente 4096 de ces parties, & répond à 4 gros. Le Loth ſe ſubdiviſe en demi-Loth, quarts de Loth, huitièmes, ſeizièmes, &c. en repréſentant toujours une quantité proportionnelle des 65536 parties, juſqu'au $\frac{1}{4096}$ de Loth qui eſt la 65536.e partie du marc de Cologne.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Cologne contenant 16 Loths, répond à	7	5	11
8 Loths répondent à	3	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
4	1	7	$20\frac{3}{4}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$10\frac{3}{8}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$23\frac{3}{16}$
$\frac{1}{2}$ Loth	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{19}{32}$
$\frac{1}{4}$	....	// $\frac{1}{2}$	$32\frac{51}{64}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{51}{128}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{51}{256}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{307}{512}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{307}{1024}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{307}{2048}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{307}{4096}$

CONSTANTINOPLE.

La Livre ou *Cheky* de Constantinople se divise en 100 *Drachmes.* Outre que chaque Drachme peut se partager par moitiés & quarts, elle se subdivise en 16 *Kara* ou *Taint*, qui contiennent chacun 4 grains : ainsi cette livre renferme 1600 Kara *ou* 6400 grains.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Le Cheki, *ou* 100 drachmes, répond à...	1	2	3	28
50 Drachmes	....	5	1 $\frac{1}{2}$	14
25	....	2	4 $\frac{1}{2}$	25
5	....	....	4	12 $\frac{1}{5}$
1	....	....	// $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{25}$
$\frac{1}{2}$ *ou* 8 Kara	....	....	....	30 $\frac{1}{50}$
$\frac{1}{4}$ *ou* 4 Kara	....	....	....	15 $\frac{1}{100}$
2 Kara	....	....	....	7 $\frac{101}{200}$
1	....	....	....	3 $\frac{301}{400}$
2 Grains	....	....	....	1 $\frac{701}{800}$
1	....	....	....	// $\frac{1501}{1600}$

Suivant le Mémoire que nous avons reçu de Constantinople, il est d'usage dans le commerce de cette ville, de regarder le marc de France comme équivalant à 76 $\frac{3}{4}$ drachmes : le tarif que nous venons de donner, confirme l'exactitude assez grande de ce rapport : 4608 $\frac{7}{100}$ grains de notre poids, répondent en effet à 76 $\frac{3}{4}$ drachmes de celui de Constantinople.

COPENHAGUE.

Les Mémoires de Copenhague qui nous ont été remis, annoncent qu'on s'y sert du marc de Cologne pour les matières d'or & d'argent : cependant l'un des deux poids de cette ville que nous avons reçu, comme destiné particulièrement à cet usage, diffère assez considérablement de celui de Cologne : il est plus fort que ce dernier, de 36 grains, ou à peu près, du Marc de France. Le poids de Danemarck se divise en 16 loths, le loth en 4 quintins, le quintin en 4 deniers, & le denier en 2 hellers.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond à	7	$5\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{3}$
8 Loths répondent à	3	$6\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{6}$
4	1	7	$29\frac{7}{12}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$14\frac{19}{24}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$25\frac{19}{48}$
2 Quintins	....	$1\frac{1}{2}$	$30\frac{67}{96}$
1	....	// $\frac{1}{2}$	$33\frac{67}{192}$
2 Deniers	....	....	$34\frac{259}{384}$
1	....	....	$17\frac{259}{768}$
1 Heller	....	....	$8\frac{1027}{1536}$

Le poids dont on fait uſage à Copenhague pour les matières communes, eſt plus fort que le premier.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Loths de ce poids répondent à...	1	//	1	$22\frac{1}{2}$
8 Loths a....................	....	4	// $\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{4}$
4..........................	....	2	//	$23\frac{5}{8}$
2..........................	....	1	//	$11\frac{13}{16}$
1..........................	....	....	4	$5\frac{29}{32}$
2 Quintins..................	....	....	2	$2\frac{61}{64}$
1..........................	....	....	1	$1\frac{61}{128}$
2 Deniers....................	....	....	// $\frac{1}{2}$	// $\frac{189}{256}$
1..........................	....	....	....	$18\frac{189}{512}$
1 Heller....................	....	....	....	$9\frac{189}{1024}$

DANTZICK.

Le Poids de Cologne dont on se sert à Dantzick, s'y trouve plus affoibli que dans la plupart des endroits où il est en usage.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il ne répond qu'à	7	5	$3\frac{1}{2}$
8 Loths	3	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$
4	1	7	$18\frac{7}{8}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{7}{16}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$22\frac{23}{32}$
$\frac{1}{2}$	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{23}{64}$
$\frac{1}{4}$	....	″ $\frac{1}{2}$	$32\frac{87}{128}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{87}{256}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{87}{512}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{599}{1024}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{599}{2048}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{599}{4096}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{599}{8192}$

DRESDE.

Le poids établi à Dreſde pour toutes les eſpèces de marchandiſes, étoit dans ſon origine celui de Cologne : il eſt un de ceux qui a le plus éprouvé d'affoibliſſement, & ne repond qu'à 7 onces 5 gros 3 grains $\frac{1}{2}$ du marc de France : on voit par-là qu'il eſt abſolument égal à celui de Dantzick, dont nous venons d'établir le rapport.

Quoique nous n'ayons pas reçu par le canal des Ambaſſadeurs du Roi, le poids de Freiberg, ville ſituée à ſix lieues de Dreſde, comme nous avons reçu les autres poids étrangers, cependant il nous eſt parvenu par une voie aſſez ſûre, pour qu'on puiſſe y avoir égard : il eſt plus foible de 1 grain $\frac{1}{2}$ que celui de Dreſde. Les mines qui rendent Freiberg célèbre, nous ont engagé à faire attention au poids qui s'y trouve en uſage, & qui peut-être ne diffère un peu de celui de Dreſde, que parce qu'il y a eu quelque défaut de préciſion dans l'étalonnement de l'un ou de l'autre poids.

FLORENCE.

On prétend à Florence que la livre qui s'y trouve établie aujourd'hui, est celle dont les Romains se servoient anciennement. On y conserve avec des formalités très-authentiques le *Campione*, sur lequel on vérifie la livre destinée aux étalonnemens lorsqu'on a lieu de soupçonner que celle-ci a souffert quelque altération: elle se divise en 12 onces, l'once en 24 deniers, & le denier en 24 grains.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces	Gros.	Grains.
Cette livre répond à...............	1	3	// ½	20
6 Onces répondent à.............	....	5	4	28
3.........................	....	2	6	14
1.........................	....	....	7	28 ⅔
12 Deniers.....................	....	....	3 ½	14 ⅓
6.........................	....	....	1 ½	25 ⅙
3.........................	....	....	// ½	30 $\frac{7}{12}$
1.........................	....	....	....	22 $\frac{7}{36}$
12 Grains.....................	....	....	....	11 $\frac{7}{72}$
6.........................	....	....	....	5 $\frac{79}{144}$
3.........................	....	....	....	2 $\frac{223}{288}$
1.........................	....	....	....	// $\frac{799}{864}$

La livre de Florence, dont on voit ici le rapport avec le marc de France, est proprement celle dont on fait usage à la Monnoie de cette ville, & d'après laquelle on a ajusté avec beaucoup de soin la livre en nature accompagnée de ses subdivisions, qui nous a été envoyée. Cette opération a eu indirectement son utilité pour Florence même: elle y a occasionné une légère réforme dans les poids usuels. En y comparant en effet la livre établie à la Monnoie avec celle dont le Public se sert, on a

remarqué que la première étoit plus forte que la seconde, de 15 grains : on nous a mis à portée nous-mêmes de vérifier ce fait, en nous envoyant l'une & l'autre livre; mais cette différence n'a été considérée avec raison à Florence, que comme la suite d'une altération insensible qu'a éprouvé le poids dont on se sert journellement pour étalonner ceux du Public : l'on regarde la livre qui est employée à la Monnoie, comme entièrement conforme au poids original de Toscane; & il a été ordonné en conséquence, que celui qui est destiné aux étalonnemens, seroit rétabli sur le pied de celui de la Monnoie, dont la parfaite égalité avec l'étalon primitif a été constatée d'une manière légale.

On se sert à Livourne de la livre de Florence; mais elle n'est plus la même dans quelques endroits du duché de Toscane : elle est plus foible, par exemple, à Sienne, de 18 deniers 12 grains, poids de Florence; & elle a 1 once de moins à Pistoie.

GÈNES.

On se sert à Gènes de deux sortes de Poids : l'un est appelé petit Poids, *Peso sottile ;* l'autre, gros Poids, *Peso grosso.*

Le petit Poids est composé du *Rubbo* de 25 livres : la livre, de 12 onces ; l'once, de 24 deniers ; & le denier de 24 grains. Ce poids est employé à peser les matières précieuses, telles que l'or, l'argent, la soie, &c.

La livre du gros poids est composée de 12 onces : comme ce poids n'est en usage que pour les marchandises communes, on ne porte la division de la livre que jusqu'à la demi-once. Une livre & demie de ce gros poids forme le *Rotolo :* 25 livres composent le *Rubbo*, & 6 *Rubbi* composent le *Cantaro*, qui est par conséquent de 150 livres.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La livre du petit poids répond à......	1	2	2 ½	30
Les 6 Onces, à..................	....	5	1	33
3 Onces....................	....	2	4 ½	16 ½
1..........................	....	....	6 ½	29 ½
12 Deniers..................	....	....	3	32 ¾
6.........................	....	....	1 ½	16 ⅜
3.........................	....	....	// ½	26 3/16
1.........................	....	....	....	20 25/48
12 Grains..................	....	....	....	10 35/96
6.........................	....	....	....	5 35/192
3.........................	....	....	....	2 227/384
1.........................	....	....	....	// 995/1152

La livre du gros Poids,

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à	1	2	3	5
Les 6 Onces, à	....	5	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
3 Onces	....	2	$4\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{4}$
1	....	....	$6\frac{1}{2}$	$30\frac{5}{12}$
$\frac{1}{2}$ Once	....	....	3	$33\frac{5}{24}$

HAMBOURG.

Le Poids de Cologne, qu'on emploie à Hambourg,

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à	7	5	$7\frac{3}{4}$
8 Loths	3	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{7}{8}$
4	1	7	$19\frac{35}{16}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{31}{32}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$22\frac{63}{64}$
$\frac{1}{2}$	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{63}{128}$
$\frac{1}{4}$	....	$0\frac{1}{2}$	$32\frac{191}{256}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{101}{512}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{191}{1024}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{1215}{2048}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{1215}{4096}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{1215}{8192}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{1215}{16384}$

Le poids de Hambourg, dont on vient de donner le rapport avec celui de France, étoit accompagné, lorſqu'il nous fut remis, d'un autre poids plus fort que celui de Cologne, & dont nous préſumons qu'on ſe ſert à Hambourg pour peſer les matières les plus communes.

Il répond à .... 7 Onces 7 Gros 23 Grains de France.

LIÈGE.

On ſe ſert à Liège du poids de Bruxelles : celui qui a été envoyé de cette première ville, eſt cependant plus fort de 3 grains que le poids dont il tire ſon origine.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond en effet à..............	1	″	″	24
4 Onces répondent à............	....	4	″	12
2........................	....	2	″	6
1........................	....	1	″	3
10 Eſterlins.................	....	....	4	$1\frac{1}{2}$
5........................	....	....	2	″ $\frac{3}{4}$
1........................	....	....	....	$28\frac{19}{20}$
16 As.....................	....	....	....	$14\frac{19}{40}$
8........................	....	....	....	$7\frac{19}{80}$
4........................	....	....	....	$3\frac{99}{160}$
2........................	....	....	....	$1\frac{259}{320}$
1........................	....	....	....	″ $\frac{579}{640}$

LISBONNE.

L'arrobe de Portugal eſt compoſé de 32 livres : 4 arrobes forment le quintal. La livre s'y diviſe, comme en France, en 2 marcs ; le marc en 8 onces, l'once en 8 gros, &c.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Portugal répond à	7	$3\frac{1}{2}$	34
4 Onces	3	$5\frac{1}{2}$	35
2	1	$6\frac{1}{2}$	$35\frac{1}{2}$
1	....	7	$35\frac{3}{4}$
4 Gros	....	$3\frac{1}{2}$	$17\frac{7}{8}$
2	....	$1\frac{1}{2}$	$26\frac{15}{16}$
1	....	// $\frac{1}{2}$	$31\frac{15}{32}$
$\frac{1}{2}$	....	....	$33\frac{47}{64}$
18 Grains	....	....	$16\frac{111}{128}$
9	....	....	$8\frac{111}{256}$
3	....	....	$2\frac{623}{768}$
1	....	....	// $\frac{2159}{2304}$

LONDRES.

On fait usage en Angleterre de deux sortes de poids.

L'un connu sous le nom de la livre *Troy*, est destiné à peser toutes les choses de prix, comme les diamans, les pierres précieuses, l'or & l'argent : on s'en sert encore pour peser le blé, le pain & les liqueurs. Cette livre est composée de 12 onces, l'once de 20 deniers, & le denier de 24 grains.

L'autre poids connu sous le nom de la livre *Avoir du poids*, & dont l'usage s'est introduit peu-à-peu, sans être fondé sur aucun statut, est employé à peser toutes les marchandises communes, telles que les épiceries, le goudron, la poix, la résine, le suif, la cire, le lin, le chanvre, & les métaux mêmes les moins précieux, le cuivre, l'étain, le plomb, l'acier, le fer. La livre *Avoir du poids* est composée de 16 onces, lesquelles prises séparément, sont plus foibles que celles de la livre *Troy*.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre *Troy*, composée de 12 onces, répond à	1	4	$1\frac{1}{2}$	1
6 Onces	....	6	$''\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$
3	....	3	$''$	$27\frac{1}{4}$
1	....	1	$''$	$9\frac{1}{32}$
10 Deniers	....	....	4	$4\frac{13}{24}$
5	....	....	2	$2\frac{13}{48}$
1	....	....	....	$29\frac{61}{240}$
12 Grains	....	....	....	$14\frac{301}{480}$
6	....	....	....	$7\frac{301}{960}$
3	....	....	....	$3\frac{1261}{1920}$
1	....	....	....	$1\frac{1261}{1760}$

La livre *Avoir du poids* composée de 16 onces,

	LIVRE TROY.		
	Onces.	Deniers.	Grains.
Répond en premier lieu à................	14	11	21
L'Once, à.........................	....	18	$5\frac{13}{16}$
Le Denier, à......................	....	.....	$21\frac{57}{64}$
Le Grain, à.......................	....	.....	// $\frac{467}{512}$

Cette même livre *Avoir du poids*,

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond en second lieu à..........	1	6	$6\frac{1}{2}$	6
La moitié *ou* 8 Onces, à..........	....	7	3	21
4 Onces....................	....	3	$5\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$
2..........................	....	1	$6\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$
1..........................	....	....	7	$29\frac{5}{8}$
10 Deniers..................	....	....	$3\frac{1}{2}$	$14\frac{13}{16}$
5..........................	....	....	$1\frac{1}{2}$	$25\frac{13}{32}$
1..........................	....	....	....	$26\frac{109}{160}$
12 Grains...................	....	....	....	$13\frac{109}{320}$
6..........................	....	....	....	$6\frac{429}{640}$
3..........................	....	....	....	$3\frac{429}{1280}$
1..........................	....	....	....	$1\frac{143}{1280}$

Peut-être la livre *Avoir du poids*, étant bornée à la pesée des matières grossières, est-elle limitée aussi à la simple subdivision des onces. On a supposé, dans le calcul ci-dessus, que l'once de cette livre se partageoit en 20 deniers, & le denier en 24 grains, comme cette subdivision a lieu par rapport à la livre *Troy*.

LUCQUES.

La Livre de Lucques, qui a rapport au *Peso sottile* des autres villes d'Italie,

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à	1	3	//	$23\frac{1}{4}$
6 Onces	....	5	4	$11\frac{5}{8}$
3	....	2	6	$5\frac{13}{16}$
1	....	....	7	$25\frac{15}{16}$
12 Deniers	....	....	$3\frac{1}{2}$	$12\frac{31}{32}$
6	....	....	$1\frac{1}{2}$	$24\frac{31}{64}$
3	....	....	// $\frac{1}{2}$	$30\frac{31}{128}$
1	....	....	....	$22\frac{31}{384}$
12 Grains	....	....	....	$11\frac{31}{768}$
6	....	....	....	$5\frac{799}{1536}$
3	....	....	....	$2\frac{2335}{3072}$
1	....	....	....	// $\frac{8479}{9216}$

MADRID.

Le Marc royal de Caſtille eſt le ſeul dont on faſſe uſage aujourd'hui en Eſpagne pour peſer les matières d'or & d'argent : & c'eſt depuis l'année 1731, qu'il eſt défendu très-expreſſément d'en employer d'autre.

Ce marc ſe diviſe en 8 onces, l'once en 8 huitains, le huitain en 6 tomins, & le tomin en 12 grains : il contient par conſéquent 64 huitains, *ou* 384 tomins, *ou* 4608 grains.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Caſtille répond à............	7	4	8
4 Onces répondent à................	3	6	4
2..............................	1	7	2
1..............................	....	$7\frac{1}{2}$	1
4 Huitains......................	....	$3\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$
2..............................	....	$1\frac{1}{2}$	$27\frac{1}{4}$
1..............................	....	// $\frac{1}{2}$	$31\frac{5}{8}$
3 Tomins......................	....	....	$33\frac{13}{16}$
1..............................	....	....	$11\frac{13}{48}$
6 Grains......................	....	....	$5\frac{61}{96}$
3..............................	....	....	$2\frac{157}{192}$
1..............................	....	....	// $\frac{541}{576}$

M A L T E.

La Livre de Malte eſt relative, dans l'ordre des poids, à celui qu'on nomme en Italie *Peſo ſottile :* on va voir même qu'elle diffère peu, pour la peſanteur, de celui qui eſt établi ſous ce nom à Gènes; cette livre contient 12 onces; l'once s'y diviſe en quarts, en huitièmes, ou en ſeizièmes d'once; le ſeizième ſe ſubdiviſe en 36 grains ou deux *Trappeſi*, compoſés chacun de 18 grains.

On fait uſage à Malte du Quintal, mais on l'y diſtingue en *fort*, ou en *foible :* le quintal fort eſt compoſé de cent onze *Rotoli*, & le *Rotolo* de 2 livres 9 onces. Le quintal foible ne contient que cent *Rotoli*, & le *Rotolo* n'eſt que de 2 livres 6 onces, lorſqu'il s'agit de ce dernier quintal.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre de Malte répond à........	1	2	$2\frac{1}{2}$	21
6 Onces........................	....	5	1	$28\frac{1}{2}$
3..............................	....	2	$4\frac{1}{2}$	$14\frac{1}{4}$
1..............................	....	....	$6\frac{1}{2}$	$28\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$..............................	....	....	$1\frac{1}{2}$	$16\frac{3}{16}$
$\frac{1}{8}$..............................	....	....	// $\frac{1}{2}$	$26\frac{3}{32}$
$\frac{1}{16}$ ou 2 Trappeſi...............	....	....	....	$31\frac{3}{64}$
18 Grains ou 1 Trappeſo..........	....	....	....	$15\frac{67}{128}$
9..............................	....	....	....	$7\frac{195}{256}$
3..............................	....	....	....	$2\frac{451}{768}$
1..............................	....	....	....	// $\frac{1987}{2304}$

D'après le rapport de la livre de Malte avec le marc de France, qui vient d'être établi, le quintal *fort* répond à 197 livres 7 onces 11 grains $\frac{1}{4}$ du poids de France, & le quintal *foible* à 161 livres 1 marc 3 onces 1 gros $\frac{1}{2}$ 30 grains du même poids.

MANHEIM.

On fait uſage à Manheim du poids de Cologne.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il s'y trouve répondre à	7	5	$10\frac{1}{4}$
8 Loths	3	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{8}$
4	1	7	$20\frac{9}{16}$
2	....	$7\frac{1}{2}$	$10\frac{9}{32}$
1	....	$3\frac{1}{2}$	$23\frac{9}{64}$
$\frac{1}{2}$ Loth	....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{73}{128}$
$\frac{1}{4}$	....	// $\frac{1}{2}$	$32\frac{201}{256}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$34\frac{201}{512}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$17\frac{201}{1024}$
$\frac{1}{32}$	....	....	$8\frac{1225}{2048}$
$\frac{1}{64}$	....	....	$4\frac{1225}{4096}$
$\frac{1}{128}$	....	....	$2\frac{1225}{8192}$
$\frac{1}{256}$	....	....	$1\frac{1225}{16384}$

MILAN.

Il y a deux ſortes de poids à Milan.

L'un connu ſous le nom de *Peſo di marco,* & dont l'once eſt appelée *Uncia di marco d'oro*, eſt employé pour les matières les plus précieuſes; c'eſt proprement le marc de la Monnoie & celui des Orfévres : il eſt compoſé de 8 onces; chacune d'elles ſe diviſe en 24 deniers & le denier en 24 grains.

L'autre, nommé *Libra groſſa*, ſert à peſer les marchandiſes les plus communes, & contient 28 onces; mais chacune de ces onces eſt moins forte que celle du marc précédent; auſſi l'appelle-t-on *Uncia di peſo leggiere* ou *di mercanzia.* On emploie encore à Milan, pour la vente du café, du ſucre, de la ſoie, &c. une petite livre compoſée ſeulement de 12 des onces *légères* qui entrent dans la groſſe livre, & on la nomme par cette raiſon *Libretta* ou *Libra Piccola.*

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Le marc de Milan répond à.............	7	5	33
4 Onces........................	3	$6\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$
2............................	1	7	$26\frac{1}{4}$
1............................	....	$7\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{8}$
12 Deniers.....................	....	$3\frac{1}{2}$	$24\frac{9}{16}$
6............................	....	$1\frac{1}{2}$	$30\frac{9}{32}$
3............................	....	$//\frac{1}{2}$	$33\frac{9}{64}$
1............................	....	....	$23\frac{3}{64}$
12 Grains......................	....	....	$11\frac{67}{128}$
6............................	....	....	$5\frac{195}{256}$
3............................	....	....	$2\frac{451}{512}$
1............................	....	....	$//\frac{1475}{1536}$

	Poids de France.			
	M	Onces	Gros.	Grains.
La Livre, *Libra groſſa* répond à......	3	//	$7\frac{1}{2}$	//
La $\frac{1}{2}$ Livre *ou* 14 Onces répondent à..	1	4	$3\frac{1}{2}$	18
12 Onces *ou* la petite Livre........	1	2	$5\frac{1}{2}$	//
6.........................	....	5	$2\frac{1}{2}$	18
3.........................	....	2	5	27
2.........................	....	1	6	18
1.........................	....	....	7	9
12 Deniers..................	....	....	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
6.........................	....	....	$1\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{4}$
3.........................	....	....	// $\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{8}$
1.........................	....	....	....	$21\frac{3}{8}$
12 Grains..................	....	....	....	$10\frac{11}{16}$
6.........................	....	....	....	$5\frac{11}{32}$
3.........................	....	....	....	$2\frac{43}{64}$
1.........................	....	....	....	// $\frac{171}{192}$

MUNICH.

On fait usage à Munich du poids de Cologne : il est d'un demi-grain plus fort que nous ne l'avons établi pour Cologne, & c'est le plus pesant de ceux du même ordre qui nous ont été envoyés des différentes villes d'Allemagne.

	Poids de France.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond à	7	5	11 $\frac{1}{2}$
8 Loths	3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{3}{4}$
4	1	7	20 $\frac{7}{8}$
2	....	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{7}{16}$
1	....	3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{7}{32}$
$\frac{1}{2}$	....	1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{39}{64}$
$\frac{1}{4}$	....	// $\frac{1}{2}$	32 $\frac{103}{128}$
$\frac{1}{8}$	....	....	34 $\frac{103}{256}$
$\frac{1}{16}$	....	....	17 $\frac{103}{512}$
$\frac{1}{32}$	....	....	8 $\frac{615}{1024}$
$\frac{1}{64}$	....	....	4 $\frac{615}{2048}$
$\frac{1}{128}$	....	....	2 $\frac{615}{4096}$
$\frac{1}{256}$	....	....	1 $\frac{615}{8192}$

NAPLES.

NAPLES.

La Livre ſe diviſe à Naples en 12 onces, l'once en 30 trappeſi, & le trappeſo en 20 acina : on ſe ſert de cette livre pour peſer l'or, l'argent, la ſoie, la dorure & toutes les marchandiſes fines.

On emploie pour les groſſes marchandiſes, telles que la viande, le poiſſon, la farine, les fruits, &c. un poids qu'on nomme *rotolo*, & qui répond à 33 onces 10 trappeſi de la livre de Naples, de manière que 3 rotoli équivalent à 8 livres 4 onces de Naples, & 9 rotoli à 25 de ces mêmes livres.

Le rotolo ſe diviſe en demi, en tiers, en quarts, en ſixièmes & huitièmes de rotolo; les autres diminutions de ce poids principal ſe forment avec des onces, des trappeſi, &c.

	Poids de Naples.		
	Onces.	Trappeſi	Acina.
1 Rotolo répond à	33	10	//
$\frac{1}{2}$	16	20	//
$\frac{1}{3}$	11	3	$6\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$	8	10	//
$\frac{1}{6}$	5	16	$13\frac{1}{3}$
$\frac{1}{8}$	4	5	//

La livre de Naples composée de 12 onces,

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à.	1	2	$3\frac{1}{2}$	27
6 Onces répondent.	. . . .	5	$1\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$
3.	. . . .	2	$4\frac{1}{2}$	$33\frac{3}{4}$
1.	. . . .	. . . .	$6\frac{1}{2}$	$35\frac{1}{4}$
15 Trappesi.	. . . .	. . . .	3	$35\frac{5}{8}$
5.	. . . .	. . . .	1	$11\frac{7}{8}$
1.	. . . .	. . . .	. . . .	$16\frac{31}{40}$
10 Acina.	. . . .	. . . .	. . . .	$8\frac{31}{80}$
5.	. . . .	. . . .	. . . .	$4\frac{31}{160}$
2.	. . . .	. . . .	. . . .	$1\frac{271}{400}$
1.	. . . .	. . . .	. . . .	$\frac{671}{800}$

Le rapport du rotolo avec la livre de Naples, & le rapport de celle-ci avec la livre de France étant une fois donnés, on a bientôt celui du rotolo avec cette dernière. Nous avons dit en effet que ce poids équivaut à 33 onces 10 trappesi de la livre de Naples : dès-lors il répondra, suivant le tarif ci-dessus, à 3 marcs 5 onces $\frac{1}{2}$ gros 35 grains de France.

RATISBONNE.

On fait usage à Ratisbonne de quatre poids différens : le premier est employé à peser l'or; il se subdivise en 12 parties, dont les deux dernières sont égales en pesanteur ; & il a une dénomination qui lui est particulière, on l'appelle *poids de Couronnes.* Il est formé par une pile, qui contient en total 128 de ces couronnes : la pièce principale par conséquent, ou la moitié de cette pile, en représente 64; la pièce d'au-dessous équivaut à 32, & ainsi des autres subdivisions plus foibles à proportion.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Le poids total des 128 Couronnes répond à	1	6	//	24
64 Couronnes..................	....	7	//	12
32.........................	....	3	4	6
16.........................	....	1	6	3
8..........................	....	....	7	$1 \frac{1}{2}$
4..........................	....	....	$3 \frac{1}{2}$	// $\frac{3}{4}$
2..........................	....	....	$1 \frac{1}{2}$	$18 \frac{3}{8}$
1..........................	....	....	// $\frac{1}{2}$	$27 \frac{3}{16}$
$\frac{1}{2}$.........................	....	....	....	$31 \frac{19}{32}$
$\frac{1}{4}$.........................	....	....	....	$15 \frac{51}{64}$
$\frac{1}{8}$.........................	....	....	....	$7 \frac{115}{128}$
$\frac{1}{16}$.........................	....	....	....	$3 \frac{243}{256}$
Autre $\frac{1}{16}$ dont la moitié, qui est $\frac{1}{32}$, répondroit à..................	....	....	....	$1 \frac{499}{512}$

Le ſecond poids de Ratiſbonne ſert à peſer les ducats. La totalité de ce poids eſt une petite pile compoſée de 11 parties, & laquelle équivaut en peſanteur à 64 ducats.

	Poids de France. Onces.	Gros.	Grains.
Elle répond à	7	2	32
32 Ducats	3	5	16
16	1	$6\frac{1}{2}$	8
8	....	7	22
4	....	$3\frac{1}{2}$	11
2	....	$1\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$
1	....	// $\frac{1}{2}$	$29\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$	....	....	$32\frac{7}{8}$
$\frac{1}{4}$	....	....	$16\frac{7}{16}$
$\frac{1}{8}$	....	....	$8\frac{7}{32}$
$\frac{1}{16}$	....	....	$4\frac{7}{64}$
Autre $\frac{1}{16}$ { dont la moitié, qui feroit $\frac{1}{32}$, répondroit à	....	....	$2\frac{7}{128}$
Autre $\frac{1}{16}$ { & le quart, qui feroit $\frac{1}{64}$, répondroit à	....	....	$1\frac{7}{256}$

Le troiſième poids employé pour les matières d'argent, eſt un marc qui ſe diviſe en 8 onces, l'once en demi, quarts & huitièmes d'once; le huitième eſt auſſi nommé *drachme*, qui ſe ſubdiviſe en demi, quarts & huitièmes de drachme.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Ce marc de Ratiſbonne répond à.....	1	//	//	24
Les 4 onces, à..................	....	4	//	12
Les 2 onces....................	....	2	//	6
L'once........................	....	1	//	3
La $\frac{1}{2}$ once....................	....	....	4	1 $\frac{1}{2}$
Le 8.me d'once *ou* la drachme.......	....	....	1	// $\frac{3}{8}$
La $\frac{1}{2}$ drachme..................	....	....	// $\frac{1}{2}$	// $\frac{3}{16}$
Le $\frac{1}{4}$ de drachme................	....	....	....	18 $\frac{3}{32}$
Autre $\frac{1}{4}$ de drachme — dont la moitié *ou* $\frac{1}{8}$ de drachme....	....	....	....	9 $\frac{3}{64}$
Autre $\frac{1}{4}$ de drachme — Le 16.me de drachme	....	....	....	4 $\frac{67}{128}$
Autre $\frac{1}{4}$ de drachme — Le 32.me........	....	....	....	2 $\frac{67}{256}$
Autre $\frac{1}{4}$ de drachme — Le 64.me........	....	....	....	1 $\frac{67}{512}$

Le quatrième poids dont on fait uſage à Ratiſbonne pour les matières communes, eſt une livre de 16 onces: on ne l'emploie cependant pas pour peſer le pain : le troiſième poids qui eſt deſtiné, comme nous l'avons dit, à peſer les matières d'argent, eſt celui dont on ſe ſert lorſqu'il s'agit du pain.

Cette livre eſt compoſée de 16 onces, l'once ſe diviſe en demi, quarts & huitièmes d'once, & le huitième qu'on nomme auſſi *drachme*, ſe ſubdiviſe en demi-drachme, quarts, huitièmes, ſeizième de drachme, &c.

	Poids de France.			
	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Onces répondent à	2	2	4 ½	6
8 Onces	1	1	2	21
4	....	4	5	10 ½
2	....	2	2 ½	5 ¼
1	....	1	1	20 $\frac{5}{8}$
½	....	....	4 ½	10 $\frac{5}{16}$
¼	....	....	2	23 $\frac{5}{32}$
$\frac{1}{8}$ *ou* 1 drachme	....	....	1	11 $\frac{37}{64}$
½ drachme	....	....	// ½	5 $\frac{101}{128}$
¼	....	....	....	20 $\frac{229}{256}$
Autre ¼ { $\frac{1}{8}$ de drachme	....	....	....	10 $\frac{229}{512}$
Autre ¼ { $\frac{1}{16}$	....	....	....	5 $\frac{229}{1024}$
Autre ¼ { $\frac{1}{32}$	....	....	....	2 $\frac{1253}{2048}$
Autre ¼ { $\frac{1}{64}$	....	....	....	1 $\frac{1253}{4096}$

Le poids dont on ſe ſert à Ratiſbonne pour peſer l'argent; a ſans doute été originairement le même que celui de Bruxelles. Ce dernier en effet n'eſt inférieur au premier que de 3 grains, poids de marc de France. La livre même qu'on emploie à Ratiſbonne pour les matières groſſières, a beaucoup de rapport avec le poids dont on ſe ſert à Vienne dans le commerce pour les marchandiſes communes; la moitié de cette livre n'excède en peſanteur ce marc de Vienne compoſé de 16 loths, que de 1 gros 5 grains, poids de marc de France.

ROME.

La Livre Romaine, dont on conſerve avec ſoin l'étalon au Capitole, eſt composée de 12 onces, l'once de 24 deniers, & le denier de 24 grains.

Cette livre n'eſt pas exactement la même dans tous les États du Pape. Il y a des endroits où elle eſt composée de plus de 12 onces; mais, quelle qu'en ſoit l'augmentation, la différence ne tombe que ſur la quotité des onces, & non ſur l'once en elle-même qui ne varie point.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La livre Romaine répond à	1	3	// $\frac{1}{2}$	14
6 Onces	....	5	4	25
3	....	2	6	12 $\frac{1}{2}$
1	....	....	7	28 $\frac{1}{6}$
12 Deniers	....	....	3 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{12}$
6	....	....	1 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{24}$
3	....	....	// $\frac{1}{2}$	30 $\frac{25}{48}$
1	....	....	....	22 $\frac{25}{144}$
12 Grains	....	....	....	11 $\frac{25}{288}$
6	....	....	....	5 $\frac{313}{576}$
3	....	....	....	2 $\frac{889}{1152}$
1	....	....	....	// $\frac{3193}{3456}$

STOCKHOLM.

Le principal Poids de Suède eſt connu ſous le nom de *Victualie Vigt.* La livre s'y diviſe en 32 loths, dont 16 compoſent le marc : le loth ſe partage en deux demi-loths, qui équivalent chacun à 2 quintins, en quarts de loth, huitièmes, ſeizièmes, trente-deuxièmes de loth, &c.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre Suédoiſe répond à.........	1	5	7	8
16 Loths *ou* le Marc, à..........	....	6	$7\frac{1}{2}$	4
8 Loths.....................	....	3	$3\frac{1}{2}$	20
4.........................	....	1	$5\frac{1}{2}$	28
2.........................	....	....	$6\frac{1}{2}$	32
1.........................	....	....	3	34
$\frac{1}{2}$ *ou* 2 Quintins.............	....	....	$1\frac{1}{2}$	17
$\frac{1}{4}$ *ou* 1 Quintin..............	....	....	$\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$.........................	....	....	....	$31\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$.........................	....	....	....	$15\frac{5}{8}$
$\frac{1}{32}$.........................	....	....	....	$7\frac{13}{16}$
$\frac{1}{64}$.........................	....	....	....	$3\frac{29}{32}$
$\frac{1}{128}$.........................	....	....	....	$1\frac{61}{64}$

Il paroît qu'on fait uſage en Suède d'un poids particulier pour les ducats, comme nous avons vu que parmi les poids de Ratiſbonne il y en a un, dont la deſtination eſt la même. La très-petite pile qui nous a été envoyée de Stockholm avec le poids *Victualie Vigt,* ne repréſente en entier que 32 ducats : elle eſt plus foible de 6 grains, poids de marc de France, que la moitié de celle de Ratiſbonne qui donne auſſi la peſanteur d'un nombre pareil de ducats, & elle ne répond qu'à 3 onces 5 gros 10 grains du même marc. D'après ce poids total pour les 32 ducats de Suède, chacune de ces eſpèces doit peſer $65\frac{18}{32}$ de nos grains.

STUTTGARD.

Le Poids de Cologne, qui eſt en uſage dans le Duché de Vurtemberg & dans le Cercle de Souabe, a été adopté par les trois Cercles correſpondans : c'eſt la partie de l'Allemagne où ce poids eſt le plus fort.

	Poids de France. Onces.	Gros.	Grains.
Il répond à	7	5	11 $\frac{3}{4}$
8 Loths	3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{7}{8}$
4	1	7	20 $\frac{15}{16}$
2	....	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{15}{32}$
1	....	3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{15}{64}$
$\frac{1}{2}$	....	1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{79}{128}$
$\frac{1}{4}$	....	″ $\frac{1}{2}$	32 $\frac{207}{256}$
$\frac{1}{8}$	....	....	34 $\frac{207}{512}$
$\frac{1}{16}$	....	....	17 $\frac{207}{1024}$
$\frac{1}{32}$	....	....	8 $\frac{1231}{2048}$
$\frac{1}{64}$	....	....	4 $\frac{1231}{4096}$
$\frac{1}{128}$	....	....	2 $\frac{1231}{8192}$
$\frac{1}{256}$	....	....	1 $\frac{1231}{16384}$

TURIN.

Il y a trois ſortes de Poids en Piémont : la *Livre*, qui eſt le poids général ; le Marc, dont on fait uſage ſpécialement à l'hôtel de la Monnoie, & que les Orfèvres emploient auſſi ; & le poids de Médecine, qui eſt borné à ſa deſtination particulière.

La livre & le marc ſont compoſés des mêmes onces, mais l'une en contient 12 & l'autre 8. Les onces du poids de Médecine ſont plus foibles que celles de la livre & du marc ; 10 de ces dernières équivalent à 12 des premières. La livre ſe diviſe en 12 onces, l'once en 8 octaves, l'octave en 3 deniers, & le denier en 24 grains.

Le marc contient 8 onces, l'once 24 deniers, & le denier 24 grains : on partage auſſi le grain en 24 *granoti*, & ceux-ci dans le beſoin ſe ſubdiviſent encore en 24.mes

Le poids de Médecine eſt compoſé de 12 onces, l'once de 8 drachmes, la drachme de 3 ſcrupules, & le ſcrupule de 20 grains.

Après avoir averti que les onces de la livre & du marc de Piémont, ſont abſolument les mêmes, & que celles du poids de Médecine ſont plus foibles d'un ſixième que les précédentes, il ſuffira de donner ici le rapport du marc de Turin avec celui de France. Il paroît que ce marc de Piémont a été primitivement le même que celui de Bruxelles, lequel eſt auſſi celui de tous les Pays-bas & de la Hollande ; il n'y a entre eux qu'une différence légère, & qui peut avoir été occaſionnée par un défaut de préciſion dans l'étalonnement. Le marc de Bruxelles eſt plus fort que le marc de France, de 21 grains, poids de ce dernier marc ; & celui de Turin,

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à	1	//	//	$22\frac{1}{4}$
4 Onces	....	4	//	$11\frac{1}{8}$
2	....	2	//	$5\frac{9}{16}$
1	....	1	//	$2\frac{25}{32}$
12 Deniers	....	....	4	$1\frac{25}{64}$
6	....	....	2	// $\frac{89}{128}$
3	....	....	1	// $\frac{89}{256}$
1	....	....	....	$24\frac{89}{768}$
12 Grains	....	....	....	$12\frac{89}{1536}$
6	....	....	....	$6\frac{89}{3072}$
3	....	....	....	$3\frac{89}{6144}$
1	....	....	....	$1\frac{89}{18432}$

VARSOVIE.

La Livre de Pologne,

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond a	1	5	2	12
$\frac{1}{2}$	. . . .	6	5	6
$\frac{1}{4}$	. . . .	3	$2\frac{1}{2}$	3
$\frac{1}{8}$	. . . .	1	5	$19\frac{1}{2}$
$\frac{1}{16}$	. . . .	. . . .	$6\frac{1}{2}$	$9\frac{3}{4}$
$\frac{1}{32}$	. . . .	. . . .	3	$22\frac{7}{8}$
$\frac{1}{64}$	. . . .	. . . .	$1\frac{1}{2}$	$11\frac{7}{16}$
$\frac{1}{128}$	. . . .	. . . .	// $\frac{1}{2}$	$23\frac{23}{32}$
$\frac{1}{256}$	. . . .	. . . .	. . . .	$29\frac{55}{64}$
$\frac{1}{512}$	. . . .	. . . .	. . . .	$14\frac{119}{128}$
$\frac{1}{1024}$	. . . .	. . . .	. . . .	$7\frac{119}{256}$
$\frac{1}{2048}$	. . . .	. . . .	. . . .	$3\frac{375}{512}$
$\frac{1}{4096}$	. . . .	. . . .	. . . .	$1\frac{887}{1024}$

VENISE.

Les deux poids principaux dont on fait uſage à Veniſe, ſont la livre appelée *libra groſſa* & le poids qu'on y nomme *Peſo ſottile;* l'un & l'autre ſe diviſent en 12 onces.

Il paroît, d'après un Mémoire qui nous a été communiqué ſur la ſubdiviſion de l'once des poids établis à Veniſe, qu'elle eſt différente de celle qui a lieu dans la plupart des villes d'Italie: ſuivant ce Mémoire, en effet, l'once de la livre de Veniſe, en particulier, ſe diviſe en 192 karats, & le karat en 4 grains. Si on exprime ainſi à Veniſe les diminutions de l'once des différens poids dont on y fait uſage, & ſi le nombre des karats varie ſuivant le poids qu'on emploie, il ſera aiſé d'établir le rapport de ces diminutions avec celles de l'once du marc de France, en ſe règlant ſur celui que nous allons donner de la livre de Veniſe, du poids nommé *Peſo ſottile,* & de leurs premières diviſions avec ce même marc.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre *Libra groſſa,* répond à.....	1	7	4 1/2	25 1/2
6 Onces..........................	//	7	6	30 3/4
3................................	//	3	7	15 3/8
1................................	//	1	2	29 1/8
Le poids nommé *Peſo ſottile,* répond à.	1	1	6 1/2	24
6 Onces..........................	....	4	7	30
3................................	....	2	3 1/2	15
1................................	....	....	6 1/2	5

Il eſt queſtion dans le Mémoire dont nous avons parlé plus haut, de deux poids comme établis à Veniſe indépendamment de ceux dont nous venons de donner le rapport : l'un employé par les Orfèvres, ſert à peſer l'or, l'argent, les perles, les diamans; c'eſt un marc compoſé de 8 onces qui répond à

7 onces 6 gros 32 grains $\frac{1}{2}$ de celui de France, & dont l'once conſéquemment répond à 7 gros $\frac{1}{2}$ 22 grains $\frac{1}{16}$. L'autre eſt une livre compoſée de 12 onces, qui eſt en uſage dans la Mercerie, & paroît deſtinée principalement à peſer l'or filé, les galons d'or & d'argent : cette livre répond à 1 marc 2 onces 5 gros 18 grains $\frac{1}{4}$ du marc de France, & l'once à 7 gros 7 grains $\frac{9}{16}$.

Les villes dépendantes de Veniſe ont leurs poids particuliers, dont voici le rapport avec le marc de France, ſous le nom de chacune de ces villes.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marcs.	Onces.	Gros	Grains.
TREVISE.				
Groſſe livre	2	"	7	22
Petite livre	1	3	" $\frac{1}{2}$	22
VÉRONNE.				
Groſſe livre	2	"	1 $\frac{1}{2}$	17
Petite livre	1	2	6	35
PADOUE.				
Groſſe livre	1	7	7 $\frac{1}{2}$	5
Petite livre	1	2	1	14
BERGAME.				
Groſſe livre	3	2	4 $\frac{1}{2}$	12
Petite livre	1	2	5	5
BRESSE.				
Groſſe livre, celle de Bergame	"	"	"	"
Petite livre	1	2	3	29

VIENNE.

Il y a deux ſortes de Poids à Vienne : l'un, qui eſt le plus fort, ſert dans l'hôtel des Monnoies ; l'autre eſt employé dans le commerce.

Celui-ci, ainſi que le premier, eſt compoſé de 16 loths ; le loth contient 4 gros *ou* quintels ; le quintel, 4 pfennings *ou* deniers.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Loths *ou* le Marc du commerce répondent à..................	1	1	1	16
8..........................	....	4	$4\frac{1}{2}$	8
4..........................	....	2	2	22
2..........................	....	1	1	11
1..........................	....	....	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
2 Gros *ou* Quintels...............	....	....	2	$20\frac{3}{4}$
1..........................	....	....	1	$10\frac{3}{8}$
2 Pfennings *ou* Deniers...........	....	....	$\prime\prime\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{16}$
1..........................	....	....	....	$20\frac{19}{32}$

Le marc dont on ſe ſert à Vienne dans l'hôtel des Monnoies, répond à 1 marc 1 once 1 gros 26 grains de France : il eſt par conſéquent plus fort de 10 grains que celui du commerce.

	Poids de France.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Ce marc pour l'or & l'argent répond à . .	1	1	1	26
La moitié *ou* 8 Loths.	. . . .	4	$4\frac{1}{2}$	13
4	. . . .	2	2	$24\frac{1}{2}$
2	. . . .	1	1	$12\frac{1}{4}$
1	. . . .	. . . .	$4\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{8}$
2 Gros *ou* Quintels.	. . . .	. . . .	2	$21\frac{1}{16}$
1	. . . .	. . . .	1	$10\frac{17}{32}$
2 Pfennings *ou* Deniers.	. . . .	. . . .	″ $\frac{1}{2}$	$5\frac{17}{64}$
1	. . . .	. . . .	. . . .	$20\frac{81}{128}$



MÉMOIRE

MÉMOIRE
SUR UNE ESPÈCE DE MÉTÉORE CONNU SOUS LE NOM DE TROMBE.

Par M. Brisson.

On appelle *Trombe* un amas de vapeurs reſſemblant à une groſſe nuée fort épaiſſe, qui s'alonge de haut en bas ou de bas en haut, en forme de colonne cylindrique ou de cône renverſé, qui fait entendre un bruit aſſez ſemblable à celui d'une mer fortement agitée, qui jette ſouvent autour d'elle beaucoup de pluie ou de grêle, & qui eſt capable de ſubmerger les vaiſſeaux, de renverſer les arbres, les maiſons & tout ce qui ſe trouve expoſé à ſon choc. 9 Mai 1767.

Ces ſortes de phénomènes ſont très-rares ſur terre, mais aſſez fréquens ſur mer; & comme on court de grands riſques lorſqu'on s'y trouve expoſé, les Marins, qui connoiſſent ce danger, font tous leurs efforts pour s'en éloigner, mais lorſqu'ils ne peuvent éviter de s'en approcher, ils tâchent de rompre & de diviſer la nuée à coups de canon, avant que d'être deſſous, afin de prévenir l'inondation dont ils ſont menacés.

Pluſieurs Phyſiciens ont cherché la cauſe de ce phénomène, mais ils ne ſe ſont pas trouvés d'accord dans leurs conjectures. Je vais rapporter celles qu'on a regardées comme les plus probables, faire voir leur inſuffiſance pour l'explication du météore, & déterminer la vraie cauſe par laquelle je crois qu'il eſt produit. L'Académie jugera ſi j'ai rempli mon deſſein.

M. *Andoque*, Membre de l'Académie de Béziers, a eu recours pour expliquer ce phénomène, à des tourbillons qui doivent, dit-il, ſe former dans l'air, comme il s'en forme dans les eaux *. Pour rendre ſon explication ſenſible, il imagine dans la mer deux courans parallèles de même direction & aſſez peu éloignés.

* *Voy. Hiſt. de l'Acad. 1727, page 5.*

(Il me semble que, si ces deux courans avoient des directions contraires, ils seroient plus capables de produire l'effet qu'on veut leur attribuer.) L'eau qui est entre eux, dit M. *Andoque*, est par elle-même sans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux courans ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la collision des courans; & le mouvement qu'elles prennent, est déterminé à se faire en rond, comme celui d'une roue horizontale en repos, frappée selon une tangente. On conçoit sans peine que ce mouvement est d'autant plus fort que l'est celui des courans, & qu'il se communique de proche en proche à toute l'eau, auparavant tranquille : elle se meut donc en tourbillon; & il ne faut pas seulement imaginer ce tourbillon à la surface supérieure, dit encore M. *Andoque*, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux courans; seulement l'eau de la surface supérieure, qui n'est chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner que l'eau inférieure, qui est chargée de la supérieure; & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un cône, dont la base soit en haut : si l'on ne suppose qu'un courant, il ne laissera pas de faire tourbillonner, dans toute sa profondeur, une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit deux courans; le reste sera le même.

M. *Andoque* fait l'application de ce raisonnement au météore qu'il veut expliquer : il dit qu'un courant impétueux dans l'atmosphère en va choquer violemment une autre partie tranquille, & fait tourbillonner ce qu'il en détache : il dit encore que la grande obscurité du ciel, qu'on remarque ordinairement dans ce phénomène, marque une grande condensation des nuages, causée par le vent; & à cause de cette condensation, il en tombe des vapeurs aqueuses, qui, se mêlant à l'air tourbillonnant, font une fumée épaisse par leur quantité, & un bruit considérable par leur extrême agitation : la figure du tourbillon d'air & de vapeurs doit être la même, dit-il, & posée de même que celle d'un tourbillon d'eau formé dans la mer : elle est l'effet des mêmes principes.

Si l'on fait attention aux différentes circonstances qui

accompagnent souvent les Trombes, & aux différentes manières dont elles sont produites, on verra combien l'explication de M. *Andoque* est insuffisante; car 1.° il arrive quelquefois qu'il ne fait point de vent dans le temps & le lieu du phénomène: 2.° la Trombe ne vient pas toujours du nuage, mais elle s'élève quelquefois de la surface des eaux vers le nuage: nous pouvons en donner un exemple dans la Trombe observée au mois d'Octobre de l'année 1741, à 7 heures du matin sur le lac de Genève, & à une portée de mousquet de ses bords. M. *Jallabert*, ci-devant Professeur de Philosophie & de Mathématiques à Genève, en envoya l'observation à l'Académie des Sciences, dont il est Correspondant. « C'étoit, dit-il, une colonne, dont la partie supérieure aboutissoit à un nuage assez noir, & dont la « partie inférieure, qui étoit plus étroite, se terminoit un peu « au-dessus de l'eau: il avoit plu & fait beaucoup de vent la veille, « mais le vent avoit cessé sur le matin, & le Ciel demeuroit « seulement chargé de quelques nuages. Ce météore fut observé « pendant deux ou trois minutes, après quoi il se dissipa: mais « on aperçut aussitôt une vapeur épaisse, qui montoit de l'endroit « sur lequel il avoit paru; & là même les eaux du lac bouillon- « noient, & sembloient faire effort pour s'élever [a] ». On voit ordinairement quelque chose de pareil après les Trombes de mer, ou pendant qu'elles paroissent; aussi M. *Jallabert* jugea-t-il que celle du lac de Genève n'étoit pas d'une nature différente, mais il ajoute une circonstance singulière, & qu'il tenoit d'un Observateur digne de foi, qui n'étoit qu'à environ trois cents pas de la colonne: c'est que le temps étoit alors fort calme, & que lorsqu'elle se dissipa, il ne s'ensuivit ni vent ni pluie.

[a] *Voy. Hist. de l'Acad. 1741, p. 20.*

On vit encore une autre Trombe sur le lac de Genève, le 9 Juillet de l'année 1742, à 6 heures du matin: elle étoit près des bords de ce lac sous Lausanne, & l'Académie en fut informée par M. *Crammer*, Professeur de Philosophie & de Mathématiques à Genève [b]: M. *Crammer* ne l'avoit point observée lui-même, & ce qu'il en avoit pu recueillir de plus certain dans le pays, c'est que cette Trombe s'étoit élevée à une hauteur considérable, & jusqu'à un nuage fort obscur qui étoit au-dessus.

[b] *Voy. Hist. de l'Acad. 1742, p. 25.*

M. *Jallabert*, qui avoit communiqué à l'Académie celle qu'on avoit vue sur le lac en 1741, & qui avoit eu des nouvelles de celle-ci, en écrivit quelques jours après à M. *Crammer* en ces termes: « On a vu s'élever sur le lac, à environ trois coups de » fusil de ses bords, une vapeur noire & épaisse, qui paroissoit » occuper un espace de 16 à 18 toises de largeur, & un peu plus » en hauteur, & qui montoit avec des élancemens assez violens. » Après avoir paru pendant une bonne demi-heure, elle se » forma en une colonne fort droite & fort élevée, & subsista de » cette manière jusqu'à ce que, s'étant avancée cinquante ou soixante » pas sur terre, vers la pointe de Puilly, elle se dissipa presque dans un instant ».

De ces observations on a inféré, avec raison, que les Trombes ne peuvent point se former par le seul conflict des vents; mais on les a attribuées à une cause qui me paroît tout aussi insuffisante. On prétend qu'elles sont presque toutes produites par quelques éruptions de vapeurs souterraines, ou même de volcans, dont on sait effectivement que les fonds de la mer & des lacs ne sont pas exempts; & l'on infère de-là que les tourbillons d'air & les ouragans, qu'on croit communément être la cause de ces sortes de météores, pourroient bien n'en être que l'effet, ou une suite accidentelle. On dit donc « que des matières bitumineuses & » inflammables, qui s'amassent en des lieux souterrains, où il n'y » en avoit point auparavant, ou qui s'allument dans ceux où elles ne brûloient pas, peuvent produire ces phénomènes * ».

* Voy. Hist. de l'Acad. 1742, p. 25.

Cette dernière cause pourroit peut-être suffire pour rendre raison des Trombes qui s'élèvent de la surface des eaux vers les nuages, & que l'on peut appeler *Trombes ascendantes;* mais elle ne peut pas produire celles qui viennent des nuages vers la terre, & qu'on peut nommer *Trombes descendantes:* diroit-on que ces dernières sont produites par des courans d'air qui font prendre à la nuée la forme d'un tourbillon d'eau, qui s'alonge & s'élargit plus ou moins, suivant la vîtesse avec laquelle il tourne, & suivant l'étendue en hauteur des vents qui l'agitent? & que les premières sont l'effet de quelques éruptions de vapeurs souterraines ou de volcans? Pourquoi assigner deux causes à des effets auxquels

une ſeule peut ſuffire ? Il me paroît donc plus raiſonnable & plus conforme à la ſimplicité des loix de la Nature, de n'attribuer aux Trombes deſcendantes & aux Trombes aſcendantes qu'une ſeule & même cauſe, capable de produire les unes & les autres; c'eſt ce que je prétends faire en les regardant comme des phénomènes d'électricité.

Lorſque deux corps, dont l'un eſt actuellement électriſé, & l'autre ne l'eſt pas, ſont en préſence l'un de l'autre, ils ont l'un vers l'autre une ſorte de tendance, qui fait que celui des deux qui eſt le plus libre de ſe mouvoir, ſe porte vers l'autre avec plus ou moins de vivacité; c'eſt-là ce qu'on appelle *attraction électrique;* cette attraction n'eſt qu'apparente; elle eſt vraiment l'effet d'une impulſion, car il y a entre ces deux corps deux courans de matière, dont les directions ſont oppoſées, & que M. l'abbé *Nollet* a nommées *effluences* & *affluences ſimultanées :* la matière effluente ſort du corps actuellement électriſé, & ſe porte vers celui qui ne l'eſt pas; & la matière affluente part du corps non électriſé, & ſe dirige vers celui qui l'eſt actuellement. Ce ſont ces deux courans qui occaſionnent tous ces mouvemens connus ſous le nom d'*attractions* & de *répulſions électriques,* & l'on ſait que de ces deux courans, il y en a toujours un qui eſt plus fort que l'autre; ces faits qui ſont aujourd'hui bien conſtatés, & bien prouvés par l'expérience, me paroiſſent ſuffire pour expliquer phyſiquement le phénomène des Trombes, ſoit deſcendantes, ſoit aſcendantes. Lorſqu'un nuage, fortement électriſé, ſe préſente à une diſtance convenable de la Terre, il s'établit auſſitôt entre les corps qui ſont à ſa ſurface & le nuage électriſé, les deux courans de matière dont nous venons de parler; le nuage lance de toutes parts, & plus fortement qu'ailleurs vers les corps terreſtres, des rayons de la matière effluente; & dans le même temps les corps terreſtres lui rendent une matière ſemblable, en lui fourniſſant la matière affluente : ſi le courant de la matière effluente eſt le plus fort, les particules de vapeurs qui compoſent le nuage, ſont entraînées par cette matière effluente, & forment la colonne cylindrique ou conique, d'où réſulte la Trombe que j'appelle *deſcendante,* qui a plus ou moins de diamètre, & qui ſe

porte plus ou moins loin, ſuivant le degré d'énergie de la vertu électrique du nuage : ſi, au contraire, c'eſt le courant de matière affluente qui ait le plus de force, & que le nuage électriſé ſe préſente vis-à-vis de corps qui aient la liberté de ſe mouvoir, comme lorſqu'il ſe trouve au-deſſus de la ſurface de la mer ou d'un grand lac, alors la matière affluente entraîne avec elle une quantité de particules aqueuſes aſſez conſidérable pour former cette colonne que l'on voit s'élancer vers le nuage, & qu'on peut appeler *Trombe aſcendante.*

L'expérience eſt ici parfaitement d'accord avec le raiſonnement : j'ai rempli d'eau un petit vaſe de métal, & je lui ai préſenté, à quelques pouces de diſtance, un tube nouvellement frotté : auſſitôt l'eau du vaſe s'eſt élevée en forme de petite monticule, qui s'eſt ſoutenue juſqu'à ce qu'il en ſoit parti une étincelle ; après quoi elle eſt retombée : pendant que l'eau étoit ainſi ſuſpendue, on entendoit un petit bruiſſement, & le côté du tube, qui étoit tourné vers le vaſe, s'eſt trouvé tout couvert de petites parcelles d'eau. Cette expérience eſt connue depuis long-temps, & très-aiſée à répéter, mais il eſt bon d'avertir que pour qu'elle réuſſiſſe bien, il faut que le temps ſoit favorable & l'électricité un peu forte ; elle réuſſira plus ſûrement encore, ſi au lieu d'eau on ſe ſert d'encre ; cette dernière liqueur contient des parties vitrioliques qui offrent à la matière électrique plus de priſe que ne fait l'eau pure : cette expérience m'a donc donné en petit l'image d'une Trombe aſcendante, & il n'eſt pas douteux que ſi le corps électriſé, que je préſentai au-deſſus de mon vaſe plein d'eau, eût été compoſé de particules mobiles entre elles, j'aurois pu avoir auſſi l'image d'une Trombe deſcendante.

De plus, ſi nous faiſons attention aux circonſtances qui accompagnent cette expérience, nous verrons qu'elles ſont tout-à-fait conformes à celles qui accompagnent le plus ſouvent les Trombes. 1.° L'eau demeure ſuſpendue en forme de monticule, juſqu'à ce qu'il en parte une étincelle, après quoi elle retombe ; de même il arrive ſouvent que les Trombes lancent des éclairs & font entendre le bruit du tonnerre, qui ſont reconnus aujourd'hui pour des effets électriques ; après quoi les Trombes ne manquent

guère de se dissiper. 2.° Le petit bruissement que l'on entend dans notre expérience, pendant que l'eau demeure suspendue, est causé par l'éruption & le choc des deux courans des matières effluente & affluente. La même chose arrive dans les Trombes, mais avec une violence proportionnée à la grandeur du phénomène; c'est-là ce qui cause ces ouragans, & qui fait entendre ce bruit assez semblable à celui d'une mer fortement agitée. 3.° Dans notre expérience, près de la surface de l'eau du petit vase, où la matière affluente a assez de vîtesse & de densité, l'eau y est soutenue de manière à former une espèce de petite colonne ou de monticule, & par-tout ailleurs les rayons trop rares ne peuvent entraîner que des particules d'eau imperceptibles, qui se répandent aux environs, & dont une partie se trouve adhérente au tube: de même dans les Trombes, par-tout où la matière effluente ou affluente a assez de vîtesse & de densité, elle soutient les vapeurs aqueuses assez rapprochées les unes des autres pour former cette colonne d'où résulte le phénomène, mais par-tout ailleurs les rayons de cette matière, devenus trop rares, ne peuvent entraîner ou soutenir que des vapeurs très-déliées, qui occasionnent cette espèce de fumée épaisse que l'on aperçoit souvent autour des Trombes. Si les vapeurs aqueuses qui forment la colonne, se trouvent, pendant la durée du phénomène, assez condensées pour se réunir en gouttes, lorsqu'elles cessent d'être soutenues, elles tombent en pluie, ou même en grêle, si le froid a été assez grand pour les geler; sinon il n'en résulte qu'une espèce de nuage que le vent emporte ou dissipe: voilà pourquoi ces sortes de météores se passent quelquefois sans pluie, & que d'autres fois ils en fournissent une considérable.

On voit souvent la Trombe suivre, dans sa route, le nuage auquel elle paroît adhérente, de même qu'un corps léger, non électrisé, paroît entraîné par un corps actuellement électrique, & qu'on fait mouvoir horizontalement. Les éruptions de vapeurs souterraines ou de volcans, ne peuvent pas rendre raison de ce fait, à moins qu'on ne suppose que le volcan chemine comme le nuage, ce que je n'imagine pas qu'on croie jamais.

Il arrive aussi quelquefois que la colonne qui forme la

Trombe, eſt compoſée de deux pièces non contiguës, l'une qui provient du nuage électriſé auquel elle paroît adhérente, & l'autre qui s'élève de la ſurface des eaux. Ne voit-on pas la même choſe lorſqu'on préſente l'un à l'autre deux corps liquides, ou qui en contiennent, dont l'un ſoit actuellement électriſé, & que l'autre ne le ſoit pas? les deux fluides ſe portent l'un vers l'autre, ſans cependant s'atteindre, ſi les corps ſont trop éloignés l'un de l'autre, ou que l'électricité ſoit trop foible pour les obliger à ſe joindre.

La ſigure de cône renverſé que prend ſouvent la colonne, peut encore s'expliquer très-bien ſuivant le principe que j'ai établi; l'on ſait que les rayons de la matière effluente, qui partent du corps actuellement électriſé, ſont divergens entre eux, mais l'on ſait auſſi qu'à l'approche d'un corps non électriſé, ces mêmes rayons ſe détournent de leur route, ſe dirigent vers ce corps, & de divergens qu'ils étoient, deviennent convergens, tendant tous vers un ſoyer commun; la même choſe arrivant aux rayons de matière effluente qui ſortent d'un nuage électriſé qui ſe trouve à une diſtance convenable des corps terreſtres qui ne le ſont pas; les particules de vapeurs, entraînées par cette matière, doivent prendre entre elles un arrangement conforme à la direction du mouvement de la matière qui les entraîne; d'où doit réſulter la forme d'un cône, dont le ſommet ſoit tourné vers les corps terreſtres & la baſe vers le nuage.

De tout ce que nous venons de dire, il eſt aiſé de voir que les Trombes, ſoit deſcendantes, ſoit aſcendantes, ainſi que toutes les circonſtances, ſoit conſtantes, ſoit accidentelles, qui les accompagnent, ſont produites par une ſeule & même cauſe, & qu'elles ne ſont autre choſe que des phénomènes d'électricité.



SOLSTICE

SOLSTICE D'ÉTÉ DE 1767,

Observé au foyer d'un Verre objectif de 80 pieds, en l'Église de Saint-Sulpice;

Avec d'autres Observations du SOLEIL *&* d'ARCTURUS, *faites aux Quarts-de-cercles mobiles.*

Par M. LE MONNIER.

COMME l'image du Soleil, projetée sur le marbre blanc, doit indiquer, outre les effets de la nutation, les moindres variations dans les hauteurs solsticiales, je vais donner, actuellement que les effets de la nutation vont être sensibles, les observations qui seront faites chaque année des deux bords du Soleil.

Dans l'Essai sur l'histoire & le progrès de l'Astronomie, imprimé à la tête du livre des Institutions, en 1746, j'ai averti que les observations gravées sur le marbre pour le solstice de l'année précédente, avoient déjà été précédées de celles de 1744, vers les termes de la plus grande obliquité possible de l'Écliptique.

J'ai averti aussi que le portail & le pilier sur lequel le marbre solsticial est posé, avoient été bâtis plus de vingt ans auparavant, & qu'ils étoient fondés sur le roc, ainsi que feu M. Languet de Gergy me l'avoit assuré.

En 1767, le 22 Juin, le bord de l'image du Soleil rasoit du côté du sud le trait gravé en 1745, par sa partie inférieure, & ayant aussi ponctué légèrement au crayon la trace de ce bord, la ligne qui joignoit les points, m'a paru distante du milieu du trait gravé, de $0\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de ligne, ce qui répond à $5''\frac{1}{3}$ ou $4''\frac{1}{8}$.

Du côté du nord, l'autre bord n'arrivoit pas jusqu'au trait gravé, & il s'en falloit $0\frac{1}{2}$ ligne ou $8''\frac{1}{4}$ jusqu'au milieu du trait.

Je prends toujours le milieu des traits gravés, parce que leur épaisseur peut changer, & qu'il y a lieu de croire qu'elle s'est un peu affoiblie depuis 1745, à cause que le marbre blanc est

quelquefois frotté avec l'éponge pour effacer les traits du crayon.

M. du Vaucel, qui s'est trouvé présent à l'observation du 22 Juin, y en a continué une autre le 26, dont il rendra compte avec celles des Solstices d'hiver, dans un Mémoire particulier : il avoit même observé dès le 19 Juin la trace de l'image du Soleil sur le marbre, & j'ai concouru avec lui à relever les distances de ces traces aux traits principaux. Le lieu du Soleil calculé pour le 22 Juin, nous indique que son centre étoit déjà au-dessous du tropique de 6", au lieu qu'on a trouvé 6" $\frac{1}{2}$ à 7" par observation, ainsi l'excès est de $\frac{3}{4}$ de seconde, lequel ajouté à la demi-épaisseur des traits noirs gravés sur le marbre, telle qu'on l'a vue il y a trente ans, représente assez exactement l'effet de la nutation ou la quantité dont l'écliptique s'est rapproché du plan de l'équateur, depuis l'observation faite en 1764. *Voyez ce qui en est dit dans l'Histoire de 1762, page 129.*

Mouvement apparent d' Arcturus *en déclinaison.*

Cette étoile ne varie pas sensiblement en longitude, mais sa variation ou son mouvement propre se fait en latitude, & il est très-sensible, comme plusieurs l'ont remarqué avant moi, ainsi qu'il a été dit aux Transactions Philosophiques & dans nos Mémoires de l'année 1738.

Comme j'ai comparé, il y a près de trente ans, *Arcturus* avec le bord supérieur du Soleil, il est à propos d'examiner ici quel a dû être le mouvement réel d'*Arcturus* en déclinaison, c'est-à-dire son excès sur ce que nous indique l'effet de la moyenne précession de l'équinoxe.

Je suppose cette précession de 1^{d} 23′ 20″ en longitude pendant cent ans; dans cette hypothèse, je trouve pour l'an 1687 la variation moyenne en déclinaison correspondante de 28′ 39″, & en 1750 de 20′ 26″, ce qui diffère à peine de ce qu'ont publié d'autres Auteurs pour ces temps-là; mais ce qui donne en défaut 3′ $\frac{1}{3}$ pour le mouvement apparent d'*Arcturus* en déclinaison, ou bien 1 minute en trente ans, comme les observations en font foi.

Quoique nos observations anciennes faites à l'Observatoire,

demandent un critique sévère de l'état des instrumens, ainsi que j'en ai rendu compte, soit dans nos Mémoires de 1738, soit dans l'Histoire céleste, &c. je vais y procéder encore avec les soins que semble requérir une question aussi délicate; mais auparavant, voici ce qu'a donné mon quart-de-cercle mobile, vérifié à l'horizon depuis 1738 jusqu'en 1766.

Le 14 Juillet 1738, hauteur méridienne d'*Arcturus*. . $61^d\ 44'\ 6''\frac{1}{2}$.

D'où ôtant $50''\frac{3}{4}$, dont le quart-de-cercle haussoit à cette hauteur, l'on a. . . . . $61.\ 43.\ 15\frac{3}{4}$.

J'ai supposé que la correction se distribuoit proportionnellement entre les corrections faites au zénith & à l'horizon : ce sera la même chose pour l'année 1766, d'où l'on voit combien ces hauteurs, de même que les hauteurs solsticiales, sont difficiles à bien constater, & qu'elles sont incertaines si l'on n'a pas la précaution d'y concourir par des vérifications très-pénibles.

L'aberration d'*Arcturus* étoit en 1738, le 14 Juillet, de $9''\frac{1}{2}$ au nord, & la nutation dans le cercle de 8",4, ce qui donne la hauteur moyenne de $61^d\ 42'\ 57''\ \frac{3}{4}$; il en faut ôter 31" de réfraction & la hauteur de l'équateur, $41^d\ 08'\ 55''$, & il reste pour la déclinaison moyenne d'*Arcturus* $20^d\ 33'\ 31''\frac{3}{4}$.

Au mois de Mai 1766, j'ai vérifié avec des précautions singulières, le quart-de-cercle mobile, à l'horizon, m'étant placé sur une voûte dans un lieu fermé de vitres, au vieux château de Meudon, & ayant pointé la lunette à une mire d'un bâtiment à l'ouest du mont Valérien : avant & après l'opération, la réfraction n'avoit pas varié, & en effet ce jour-là fut choisi & préféré à d'autres jours où elles auroient pu être soupçonnées variables, non à de si petites distances, mais aux objets les plus éloignés de l'horizon. La latitude du vieux château de Meudon est 1' 47" plus australe que l'Observatoire royal, au lieu qu'en 1738 le quart-de-cercle étoit situé $47''\ \frac{1}{2}$ plus au nord.

La hauteur d'*Arcturus*, le 21 Juillet 1766, sur le quart-de-cercle, étoit de $61^d\ 36'\ 0''$, ou $61^d\ 35'\ 57''\frac{1}{2}$.

Y ajoutant la correction du quart-de-cercle proportionnelle, &c. savoir 35", l'apparente corrigée a dû être de. . . . . . $61^d\ 36'\ 35''$ ou $32''\frac{1}{2}$.

L'aberration moins la nutation étoit — 1",
& la réfraction — 31 la moyenne........ 61^d 36′ 03″ ou 00″½

Ce qui donne la déclin. moyenne d'*Arcturus*
pour lors de.......................... 20. 24. 33 ou 31.

Ainsi dans l'espace de vingt-huit années *Arcturus* auroit varié en déclinaison de 8′ 58″½ ou 9′ 00″¾, au lieu de 8′ 00″½ que donne la moyenne précession de l'équinoxe.

Telle est la variation observée par moi-même en vingt-huit ans, avec un quart-de-cercle de 30 pouces, ce qui donneroit 62″ à 65″ pour la variation particulière d'*Arcturus* en trente ans en déclinaison, indépendamment de la précession moyenne de l'équinoxe.

Voyons présentement dans un intervalle d'années trois fois plus grand, ce qu'a donné le quart-de-cercle de 32 pouces de M. Picard, & dont je me sers encore aujourd'hui; je laisserai à part l'erreur des grands arcs de l'instrument.

En 1673, *Arcturus* a été observé au méridien le 26 Juillet
de...................... 62^d 05′ 00″, le 2 Août 62^d 04′ 55″

L'aberration étoit de 11″, & de
11″⅔ au nord, la nutation, 8″½
au sud, & la moyenne sera de.. 62. 4. 57½........ 62. 04. 52

Et à cause de la réfraction 31″,
l'on aura la déclin. moyenne de 20. 54. 44........ 20. 54. 38½.

J'admets ici, comme dans tous les calculs précédens, la latitude ou complément de la hauteur de l'équateur de 48^d 50′ 17″½ à l'Observatoire royal, quoiqu'on sache d'ailleurs que le quart-de-cercle de M. Picard a dû la faire paroître de 15″ à 17″½ plus grande, lorsqu'il étoit rectifié à l'horizon; je ne me servirai donc de la hauteur apparente du pôle observée sur ce quart-de-cercle, que pour m'assurer s'il a été bien vérifié à l'horizon; par exemple on auroit dû trouver pour lors 48^d 51′ 25″, au lieu que quelques jours après, de la hauteur de la Polaire vue au méridien au-dessus du pôle, on en conclud la hauteur apparente du pôle sur le quart-de-cercle de 48^d 51′ 30″, ainsi il haussoit alors de 5″ à l'horizon.

En 1675, le 19 Juillet, *Arcturus* a paru élevé de...	62^d 04′ 07″$\frac{1}{2}$.... le 20	62^d 04′ 10″
Ayant égard à l'abberration & à la nutation, la moyenne.	62. 04. 05.$\frac{1}{2}$.......	62. 04. 08
D'où l'on tire la déclinaison moyenne, comme ci-dessus.	20. 53. 52.........	20. 53. 54$\frac{1}{2}$.

Quelques jours ensuite, la plus grande hauteur de l'Étoile polaire ayant été observée, j'en ai déduit le pôle apparent sur le quart-de-cercle de 48^d 51′ 25 à 26″; ainsi l'instrument haussoit à peine de 1″ & doit être regardé comme suffisamment rectifié à l'horizon.

Prenant un milieu entre ces déclinaisons observées, mais corrigées, on trouve qu'à la fin de Juillet 1674, la déclinaison moyenne d'*Arcturus* a dû être sur le quart-de-cercle de 20^d 54′ 15″.

Je l'ai trouvé cette année le 12 Juillet, au même instrument, de 20^d 24′ 32″, ce qui donne en quatre-vingt-treize ans, le mouvement apparent en déclinaison de 0^d 29′ 43″: la moyenne précession de l'équinoxe donne 26′ 37″, ainsi l'excès est * 3′ 06″, ou bien en trente ans 1′ 00″ précisément.

* *Voyez ce qui a été dit ensuite dans la Connoiss. des Temps de l'année 1770, p. 226.*

J'ai prouvé en 1746, dans la Préface des Institutions Astronomiques, que l'obliquité de l'écliptique ne diminuoit que d'une demi-minute en cent ans; ensuite le Jésuite Ximénès est parvenu presque aux mêmes conclusions.

Comparaison du bord supérieur du Soleil au solstice d'été à midi, avec les hauteurs méridiennes d' Arcturus.

En 1738, la plus grande hauteur du bord supérieur du Soleil étoit, sans aucunes corrections, de............	64^d 54′ 18″
La nutation étoit alors de 7″$\frac{1}{4}$ au sud, ainsi la hauteur moyenne..........................	64. 54. 25.$\frac{1}{4}$
La hauteur moyenne d'*Arcturus* le 14 Juillet...	61. 43. 48 $\frac{3}{4}$
La différence...	3. 10. 36 $\frac{1}{2}$

En 1766, au même quart-de-cercle, la hauteur apparente, corrigée au vieux château de Meudon, a été trouvée pour le bord supérieur du Soleil........ $64^d\ 56'\ 15''\frac{1}{2}$ ou $17\frac{1}{2}$

La nutation étoit alors 7",0 au nord; ainsi la hauteur moyenne.................. 64. 56. $8\frac{1}{2}$ ou $10\frac{1}{2}$

1766, le 21 Juillet, *Arcturus*.. 61. 36. 34.

La différence... 3. 19. $34\frac{1}{2}$ ou $36\frac{1}{2}$

L'accroissement est précisément de 9' 00"; & ce qui est bien à remarquer, c'est qu'il appartient à 5 secondes près au mouvement apparent d'*Arcturus*, puisque la moyenne précession de l'équinoxe, joint à un excès de 56 secondes en vingt-huit ans, donne 8' 55".

Ce qui n'étoit pour nous qu'une conjecture, il y a vingt ans, acquiert aujourd'hui plus de certitude par les faits, & la diminution de l'obliquité de l'Écliptique ne paroît pas si rapide ni uniforme.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, observées en 1738 & en 1766, à mon quart-de-cercle mobile de 30 pouces de rayon.

	Hauteurs moyennes réduites au Parallèle de l'Observatoire.		
1738	$64^d\ 54'\ 22''\frac{3}{4}$	ayant égard à la nut. qui étoit de	7",2.
1739	64. 54. 21	la moyenne, si la nutation est	+ 7,05.
1740	64. 54. 20	ou 25	+ 2,25.
1741	64. 54. $21\frac{1}{2}$	ou $26\frac{1}{2}$	− 1,00.
1742	64. 54. $21\frac{2}{5}$		− 3,75.
1766	64. 54. $21\frac{1}{2}$		− 7,00.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, réduites au parallèle de l'Observatoire royal avec le Quart-de-cercle de M. Picard.

	Hauteurs moyennes.		
1675	$64^d\ 55'\ 18,2$	nutation	− 1"8.
1676	64. 55. 10,8		+ 0,8.
1677	64. 55. 19,0		+ 4,0.
1739	64. 55. 02,5		+ 5,0.

D'où l'on voit, après tant de preuves accumulées, que l'obliquité de l'écliptique n'a pas varié sensiblement pendant vingt-cinq à trente ans, ainsi que je l'avois déjà remarqué autrefois à l'occasion des hauteurs solsticiales de M.rs Picard & de la Hire.

MÉMOIRE
SUR QUELQUES EXPÉRIENCES RELATIVES À LA DIOPTRIQUE.

Par M. LE DUC DE CHAULNES.

(1.) LES grands progrès qu'a fait depuis dix ou douze ans la Dioptrique, par les découvertes ingénieuſes & les profondes théories de pluſieurs Savans des Académies les plus célèbres de l'Europe, m'ont fait penſer qu'il pourroit être utile de perfectionner pluſieurs expériences qui ont ſervi de baſes à leurs calculs, dont les réſultats ne peuvent être portés au plus grand degré d'utilité dont ils ſont ſuſceptibles, qu'autant que les élémens qu'ils ſont obligés d'employer, ſeront portés eux-mêmes à une préciſion qui y ſoit proportionnée.

(2.) L'acquiſition que je fis, l'année paſſée, d'une excellente lunette du célèbre Dollond, a été l'occaſion d'une partie des expériences qui vont faire la matière de ce Mémoire.

(3.) La ſupériorité que cette lunette a conſervée juſqu'ici ſur toutes celles qu'il a tenté de faire ſur les mêmes dimenſions & les mêmes principes, m'a engagé à chercher les moyens les plus propres à déterminer tous les élémens de ſa compoſition avec le plus de préciſion qu'il me ſeroit poſſible, ſans riſquer de déranger un inſtrument ſi précieux, & j'ai cherché en même temps à y ajouter toutes les commodités qui peuvent en rendre l'uſage plus facile & plus ſûr pour un grand nombre d'obſervations.

(4.) Pour remplir ces différens objets dans toute leur étendue, je me ſuis propoſé d'abord de m'aſſurer, par de nouvelles expériences, des qualités relatives à la réfraction des différentes eſpèces de verre qu'on emploie à la conſtruction de ces lunettes; c'eſt-à-dire, 1.° de la proportion de leur réfringence, ſoit avec l'air, ſoit entr'eux.

2.° De leur puiſſance reſpective de diſperſer les rayons colorés.

(5.) J'ai cherché enſuite à déterminer toutes les dimenſions d'épaiſſeur, de courbure & de diſtance de tous les verres qui compoſent cette lunette, & des foyers qui en réſultent.

(6.) Enfin j'ai appliqué à cet inſtrument pluſieurs inventions; dont quelques-unes ſont déjà en uſage depuis long-temps, mais auxquelles j'ai tâché d'ajouter quelque nouveau degré de perfection pour en rendre l'uſage plus avantageux & plus commode. Ces trois points de vue différens diviſeront naturellement ce Mémoire en trois parties.

(7.) On trouvera ici pluſieurs idées connues & employées avant moi, dont je ne prétends aſſurément pas de m'attribuer l'honneur; mais j'ai cru qu'il pouvoit être utile de trouver raſſemblé dans un même ouvrage tout ce qui peut faciliter, à ceux qui s'occupent de ces matières, les moyens de répéter les expériences ou de connoître le degré de confiance qu'ils peuvent donner à celles qui y ſont rapportées, en jugeant des moyens dont on s'eſt ſervi pour les faire avec exactitude.

(8.) Avant de rapporter les différentes expériences que j'ai faites pour déterminer les différentes qualités de verres, relatives à la réfringence, je crois ne pouvoir me diſpenſer de décrire ici le microſcope dont je me ſuis ſervi avec les différens micromètres que j'y ai ajoutés, parce que cet inſtrument m'ayant ſervi à déterminer une grande partie des différentes meſures que j'ai priſes, leur préciſion dépend entièrement de l'exactitude que je lui ai procuré par les micromètres que j'y ai adaptés.

Planche I.ere fig. 1.

(9.) Ce microſcope eſt pour le fonds un microſcope ordinaire à trois verres, d'environ 8 pouces de haut, ſur 2 pouces de diamètre; il eſt monté comme les autres ſur une couliſſe ſuſceptible d'un mouvement lent conduit par une vis, & d'un autre un peu plus prompt par une crémaillère, pour trouver ou plus exactement ou plus promptement la diſtance à laquelle les objets ſont vus le plus diſtinctement: cette couliſſe porte deux colliers dans leſquels le microſcope ſe trouve contenu, quand on veut s'en ſervir

servir avec la coulisse, & dont on peut le dégager quand on veut l'employer sans cet équipage.

(10.) Cette coulisse est attachée à une espèce de petite table de cuivre, montée sur quatre pieds de même métal, qui peut être calée par quatre vis, afin d'être rendue solide dans le temps des observations: ces quatre pieds sont réunis par une traverse, sur laquelle est placé un miroir mobile sur deux mouvemens qui lui donnent la facilité de s'incliner autant qu'il est nécessaire pour éclairer par-dessous les objets que l'on veut soumettre aux expériences.

(11.) Ceci, avec le secours de la figure; suffit pour faire juger de ce que cet instrument a de commun avec tous les autres: voici maintenant ce que j'y ai ajouté.

(12.) J'y ai adapté au foyer de l'oculaire un micromètre de la même espèce que ceux que l'on met aux lunettes astronomiques, dont par conséquent je ne ferai point ici la description, parce que cet instrument est assez connu; une attention seulement que jai eue, a été de donner la facilité d'approcher ou d'éloigner l'oculaire des fils du micromètre d'une façon indépendante du mouvement général, par lequel l'instrument s'éloigne ou s'approche de l'objet, afin de le rendre propre aux différentes vues des Observateurs; car pour bien juger du rapport de l'objet aux différentes distances des fils du micromètre, il n'est pas moins nécessaire de voir les fils, de la manière la plus distincte, que de voir l'objet bien terminé, & la vue distincte des fils dépend de la distance seule de l'oculaire à ces fils, qui varie pour chaque observateur, comme la distance de l'instrument entier à l'objet qu'on considère, qui est différente aussi, selon que l'observateur a la vue plus courte ou plus longue.

(13.) Pour remplir cet objet, j'ai fait terminer le tuyau *A* dans lequel se trouve l'oculaire, par une vis *B*, pour qu'il puisse s'approcher ou s'éloigner des fils par un mouvement lent, & cette vis entre dans un écrou *C*, en forme d'anneau, qui porte deux oreilles *D, d*, & qui peut être serré par une vis *E* qui passe Planche II, *fig.* 2.

liffe dans une de ces oreilles *D*, & qui trouve un écrou dans l'autre *d*, afin de pouvoir fixer par ce moyen l'oculaire, au point que l'on a trouvé le plus convenable.

(14.) La deuxième addition que j'ai faite il y a déjà très-long-temps à cet inftrument, eft un micromètre deftiné à porter l'objet foumis aux expériences, & à lui donner deux mouvemens perpendiculaires l'un à l'autre, pour avoir la facilité d'en examiner plus commodément toutes les parties.

Planche III, fig. 3. (15.) Ce micromètre eft compofé d'une plaque de cuivre *A*, *a*, qui porte deux joues *B*, *B*, *b*, deftinées à recevoir la couliffe *C*, *c* & le cadran *D*, *d*, *D* de la vis de compte *E*, *e*. Cette couliffe *C* deftinée à foutenir la pièce mobile *F f*, dont nous allons parler, porte à une de fes extrémités un écrou *G g*, dans lequel paffe la vis de compte *E e*, qui fert à la faire mouvoir.

(16.) La pièce *F f* qui eft percée d'un trou rond en *H h*. eft terminée à l'une de fes extrémités par la pince *I i*, dans laquelle on fixe le porte-objet par le moyen de la vis de preffion *K k*, & à l'autre extrémité par une portion circulaire *L*, taillée pour recevoir la vis fans fin *M m*, qui la fait mouvoir autour du centre *H*.

(17.) La vis fans fin *M*, eft portée par le petit pontet *N n* fixé fur la couliffe.

(18.) La vis de compte *E*, porte une éguille platte *O*, de même épaiffeur que le limbe *PP* du cadran *D*, fur lequel font marquées les divifions, afin que la divifion de Vernier, qui eft tracée fur cette éguille, fe trouvant dans le même plan que celle du cadran, on puiffe les comparer plus commodément l'une à l'autre.

Planche I.ere fig. 1. (19.) Ce micromètre étant tout monté s'applique dans une efpèce de couliffe attachée fur la petite table du microfcope, où l'on peut le fixer à différentes diftances de l'axe du microfcope, afin de l'accommoder aux différens porte-objets qu'on veut y affujettir.

(20.) Il eſt aiſé de ſentir la commodité de cet inſtrument pour toutes les obſervations microſcopiques, puiſque l'on peut donner aux objets les deux mouvemens perpendiculaires l'un à l'autre qui ſont néceſſaires pour parcourir toutes leurs parties avec aſſez de lenteur, pour qu'ils n'échappent pas à la vue en ſortant du champ du microſcope; mais comme j'ai démontré ailleurs qu'on ne peut ſe fier dans les meſures préciſes à l'égalité des vis dans leurs différentes parties, voici les moyens que j'ai employés pour dreſſer une Table des parties de la diviſion de ce micromètre, dont l'égalité fût indépendante des erreurs de la vis.

(21.) En me ſervant d'une méthode ſemblable à celle dont j'ai rendu compte à l'Académie, dans le Mémoire, ſur quelques moyens de perfectionner les inſtrumens d'Aſtronomie, qui eſt imprimé dans le volume de 1765; j'ai diviſé ſur une petite règle de cuivre la longueur d'un pouce en 240 parties; c'eſt-à-dire, en vingtièmes de ligne.

(22.) Après avoir placé cette petite règle, ainſi diviſée, dans la pince *I* du micromètre du porte-objet, j'ai fait marcher la vis de compte *E* juſqu'à l'extrémité de ſa courſe, de façon que l'index *Q*, porté par la couliſſe, rencontrât la ligne du commencement des révolutions marquées ſur les joues *B B* de la couliſſe, & que l'éguille *O* du cadran fût auſſi exactement ſur la première diviſion. Planche III, fig. 3.

(23.) Il eſt bon d'obſerver, que ce micromètre n'ayant point de reſſort qui pouſſe l'écrou contre le pas de la vis, il faut avoir attention quand on veut placer l'éguille ſur la première diviſion, de commencer par la faire paſſer au-delà, pour la ramener enſuite dans le ſens dans lequel on doit continuer de la faire marcher, afin d'éviter le temps perdu; attention très-importante à apporter dans tous les uſages du micromètre.

(24.) Tout étant ainſi préparé, j'ai placé le micromètre ſur la table du microſcope, & par le moyen de la vis de preſſion je l'ai fixé de façon, que la première diviſion tracée ſur la petite règle ſe trouvât exactement ſous le fil du micromètre de l'oculaire

du microſcope, après quoi j'ai commencé l'opération; c'eſt-à-dire, j'ai amené, par le moyen de la vis de compte *E* du micromètre du porte-objet, la ſeconde diviſion de la petite règle ſous le même fil du microſcope, ce qui a été continué ainſi de diviſions en diviſions, juſqu'à la fin, & à chaque diviſion j'ai fait écrire le nombre de révolutions de parties & de décimales, marquées par l'éguille ſur le cadran, pour chaque diviſion.

(25.) Cette Table étant finie, comme j'avois beſoin pour les expériences que je me propoſois, d'une très-grande exactitude, j'ai voulu avoir une Table encore plus étendue & la pouſſer juſqu'aux centièmes de ligne.

(26.) Pour cet effet, j'ai fait conſtruire un ſecond micromètre pareil à celui du porte-objet [a]. J'ai fait faire auſſi la petite plaque [b], garnie de deux joues *A A a*, avec une vis de preſſion *B b*, pour arrêter ce micromètre aux differentes diſtances que l'on jugeroit convenables, j'ai donné à cette plaque une longueur ſuffiſante pour qu'elle pût être ſaiſie par la pince *C c* du premier micromètre, & j'y ai pratiqué un trou oblong *D*, qui répondît à l'axe du microſcope, afin de laiſſer paſſer la lumière pour éclairer l'objet.

[a] Planche III, fig. 3.
[b] Planche IV, fig. 4.

(27.) Mon intention étant que ce ſecond micromètre, monté ſur ſa plaque, & placé d'un ſens contraire au premier, pût ſuivre le mouvement du premier ſans quitter le même plan, afin que l'objet ne ſortît point du foyer du microſcope, j'ai placé ſous la plaque de ce ſecond micromètre un petit rouleau *e*, dont le diamètre fût égal à l'élévation de la pince du premier, au-deſſus de la table du microſcope.

(28.) J'ai fait enſuite, avec un diamant, ſur une petite plaque de verre, une interſection de deux lignes extrêmement fines, & je l'ai placée dans la pince du ſecond micromètre.

(29.) Tout étant ainſi préparé, j'ai fixé le premier micromètre à ſa première révolution, & l'éguille de ſon cadran à ſa première diviſion, comme lorſque j'ai commencé la première Table, & par le moyen du ſecond, j'ai amené l'interſection faite ſur la glace,

ſous le fil fixe du micromètre du microſcope; enſuite j'ai placé le curſeur du micromètre du microſcope, de façon que le fil mobile coïncidât auſſi parfaitement qu'il m'a été poſſible avec le fil fixe.

(30.) Dans cet état, j'ai fait marcher le premier micromètre, juſqu'à ce que l'éguille de ſon cadran ait marqué la diviſion de la première table, qui indique le premier vingtième de ligne: ce mouvement ayant fait écarter ſous le microſcope l'interſection faite ſur la glace du fil du micromètre du microſcope, j'ai fait marcher le curſeur de ce micromètre juſqu'à ce qu'il rencontrât l'interſection, ce qui me donnoit la valeur d'un vingtième de ligne en parties de micromètre, d'où j'ai tiré, en les diviſant par cinq, un écartement des deux fils de ce micromètre qui répondoit à un centième de ligne.

(31.) Maintenant, pour commencer la Table, ſans toucher au micromètre du microſcope, j'ai ramené celui du porte-objet au premier point des révolutions & à celui des diviſions de ſon cadran; après quoi ayant placé exactement, par le moyen du ſecond micromètre, l'interſection faite ſur la glace, ſous le fil fixe, je l'ai fait venir, par le moyen du premier micromètre, ſous le fil du curſeur, ce qui, par conſéquent, lui a fait parcourir l'eſpace d'un centième de ligne, & j'ai fait écrire ſur la Table le nombre de parties & de décimales marqué par l'éguille.

(32.) Enſuite, ſans toucher à ce premier micromètre, par le moyen du ſecond, j'ai fait revenir l'interſection ſous le fil fixe du micromètre du microſcope, alors j'ai fait marcher le premier micromètre une ſeconde fois, comme la première, ce qui m'a donné le ſecond centième, & ainſi de ſuite juſqu'à la fin.

(33.) Il eſt aiſé de ſentir que le ſecond micromètre donnant la facilité de ramener l'objet du ſens contraire au premier, ſans déranger celui-ci, on a comparé chacune des parties de ce premier micromètre, avec l'ouverture conſtante qui ſe trouve entre les fils fixe & mobile du micromètre du microſcope, qui a été déterminée une première fois avec exactitude.

(34.) On ne doit pas être inquiet de quelques petites inégalités que l'on peut trouver, & que l'on trouve en effet, en recommençant plusieurs fois cette opération; parce que, pourvu qu'on y apporte un peu d'attention, elles n'excèdent pas ordinairement deux ou trois décimales, ce qui, à mon microscope, répond au plus à un quinze centième de ligne, & de plus, parce qu'ayant pris pour base la table des vingtièmes de ligne, l'erreur ne peut se répéter que dans l'étendue de chaque vingtième, & qu'à la fin de chacun de ces vingtièmes on la répartit sur les cinq centièmes dont il est composé.

(35.) Tel est le détail de cette opération, au moyen de laquelle on peut être assuré d'avoir, avec une exactitude suffisante, toutes les petites distances qu'on peut avoir intérêt de mesurer dans les expériences les plus délicates.

(36.) Venons maintenant aux expériences qui sont le principal objet de ce Mémoire.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences sur les qualités des Verres qu'on emploie dans la construction des Lunettes achromatiques.

(37.) Les qualités du verre, relatives à la réfringence, que je me propose d'examiner, sont, comme je l'ai dit plus haut: 1.° La puissance qu'a cette matière, de détourner un rayon quelconque qui tombe sur elle, après avoir traversé un autre milieu, suivant une certaine proportion entre l'angle d'incidence que fait ce rayon, avec la perpendiculaire à sa surface, lorsqu'il tombe sur elle, avec la même perpendiculaire en la traversant: je ne parlerai ici que de l'air; ces observations n'étant relatives qu'à la construction des lunettes. 2.° La propriété qu'a cette même matière de disperser plus ou moins aussi, suivant une certaine raison, les rayons des diverses couleurs qui ont eux-mêmes la propriété d'avoir différens degrés de refrangibilité; ce qui partagera cette première partie en deux articles.

ARTICLE I.[er]

De la proportion des ſinus des angles d'incidence & de réfractions de l'air dans le verre.

(38.) Le célèbre Newton, ce grand homme, auquel toutes les Sciences, & l'Optique en particulier, ont de ſi grandes obligations, nous a donné, dans le 1.[er] livre du Traité qu'il a fait ſur cette matière, le détail des expériences qui lui avoient ſervi à déterminer la relation des ſinus d'incidence & de réfraction qui ont lieu dans le paſſage d'un rayon de l'air dans le verre; mais ces expériences, quoique faites ſûrement avec toute la ſagacité & l'adreſſe dont ce grand homme étoit capable, & qui ſuffiſoient peut-être pour le but qu'il ſe propoſoit, m'ont paru avoir pluſieurs inconvéniens pour celui que j'ai en vue. Le premier eſt, qu'elles ne ſont pas ſuſceptibles d'une aſſez grande préciſion; le ſecond eſt, qu'elles ſont difficiles à répéter, par l'appareil qu'elles demandent; & enfin, parce qu'elles ne donnent de réſultat que pour le verre dont eſt conſtruit le priſme qu'il y emploie, & ne pourroient ſervir à déterminer la réfraction moyenne d'une autre matière réfringente.

(39.) Pour éviter ces inconvéniens, voici la méthode que j'ai ſuivie.

(40.) Si l'on expoſe ſous un microſcope une plaque de verre plane, & que l'on faſſe tenir ſur chacune de ſes ſurfaces de petits objets, tels que de la pouſſière d'ailes de papillon, l'on trouvera, en faiſant approcher ou éloigner le microſcope, deux points différens, auxquels on apercevra diſtinctement les objets placés à l'une ou à l'autre de ces ſurfaces; la meſure de l'eſpace qu'aura parcouru le microſcope, pour apercevoir ces deux points comparée à l'épaiſſeur réelle du verre, donnera directement & ſans autre calcul, la différence des ſinus d'incidence & de réfraction.

(41.) En effet, ſi dans le verre *A B* on obſerve la marche des rayons qui partent des deux ſurfaces *A* & *B*, pour être enſuite réunis par le microſcope aux diſtances convenables pour y former les images des objets qui y ſont placés, on verra que les rayons Planche IV, fig. 5.

qui partent de la première surface *A*, souffrant une réfraction en sortant du verre en *D* & *d*, viendront au microscope sous le même angle que formeroient les rayons *A D* & *A d*, s'ils divergeoient d'un point *C* sans souffrir de réfraction, & par conséquent ils feront paroître la surface *A* comme si elle étoit rapportée en *C*. Or l'espace que le microscope aura parcouru pour voir les objets placés en *B*, avec la même distinction que ceux placés en *A*, mais que la réfraction fait rapporter en *C*, étant égal à la distance de ce point *C* à la surface *B*; si l'on mesure exactement l'épaisseur totale du verre, & qu'on la compare avec la mesure de cet espace, on aura directement le rapport des sinus de l'angle d'incidence à l'angle de réfraction *.

(42.) Pour mesurer exactement cette épaisseur & cette distance, je me suis servi du micromètre, dont j'ai donné plus haut la description.

(43.) 1.° Pour l'épaisseur, j'ai pris un compas d'épaisseur ordinaire, & après avoir pris exactement le verre entre les deux pinces du compas, j'ai placé ce compas ainsi ouvert sur une petite planche de bois, que j'ai fixée dans la pince du micromètre, & j'ai arrangé le tout ensemble sous le microscope, de façon qu'une des pointes du compas d'épaisseur se trouvât sous le fil du micromètre du microscope; ensuite j'ai fait marcher le micromètre du porte-objet, jusqu'à ce que l'autre pointe du compas se trouvât à son tour sous le même fil du micromètre du microscope; cette opération m'a donné cette épaisseur avec tant de précision, qu'en

Planche IV, fig. 6.

* LEMME. Les sinus des angles d'un triangle quelconque, sont proportionnels aux côtés opposés; ainsi dans le triangle *ABC*, (*planche IV, fig. 6*) le sinus de l'angle *ABC*, est au sinus de l'angle *BCA*, comme *CA* est à *AB*.

Car les perpendiculaires *CD*, *BE*, sur les côtés *AB*, *AC* prolongés, sont les sinus des angles *ABC*, *BCA*, ou *BCE* par rapport aux cercles dont le rayon est *BC*, & puisque les triangles *CAD*, *BAE* sont équi-angles, nous avons *CD* est à *BE* comme *CA* est à *AB*. C. Q. F. D.

COROLLAIRE. Les petits angles comme *BAC*, *BCE* sous-tendus par la même perpendiculaire *BE* sont réciproquement comme leurs *Jambes* ou branches *BA*, *BC*, ou *EA*, *EC*; car l'angle *BAC* ou *BCE*, quand il est fort petit, est comme le sinus de *BAC* au sinus de *BCE*, ou comme *BC* à *BA*, ou comme *EC* à *EA*. *Smith, Traité d'Optique, livre II, chapitre 3.*

la

la répétant plusieurs fois, je n'ai jamais trouvé la valeur d'un quatre centième de ligne de différence.

(44.) Quant à la distance apparente de la seconde surface à la première, voici la méthode que j'ai employée. J'ai fait faire un pied de bois *A*, sur lequel j'ai fixé à un bout la plaque de cuivre *B*, qui a été décrite ci-devant dans la *figure 4*, propre à recevoir le micromètre & à l'arrêter à différentes distances, par le moyen de la vis de pression *C*. J'ai placé à l'autre bout la poupée *D D*, mobile dans une coulisse *d d*, & conduite par la vis *E*, afin de pouvoir la fixer exactement à la distance convenable. Planche IV, fig. 7.

(45.) Cette poupée *D*, percée d'un trou rond *F*, destiné à laisser passer la lumière, porte les pièces *G G*, faites pour arrêter les morceaux de verre qu'on veut soumettre à l'expérience.

(46.) J'ai fait faire ensuite la pièce *H*, creusée en canal, pour y placer & arrêter le microscope : cette pièce porte, vers une de ses extrémités, la pince *I* recourbée, pour pouvoir être saisie par la pince du micromètre, & vers l'autre la pièce *K* qui la soutient, en s'appuyant sur la partie mobile de la coulisse du micromètre, afin que le microscope, quand il est adapté à cette pièce, suive le mouvement du micromètre.

(47.) Tout étant ainsi disposé, j'affermis sur la poupée le morceau de verre *L*, que je veux examiner, après avoir mis sur chacune de ses surfaces de la poussière d'aile de papillon, ensuite je fais avancer le micromètre (que j'ai eu soin d'abord de placer au commencement de ses révolutions & divisions) dans la petite plaque de cuivre *B*, jusqu'à ce que j'aperçoive assez distinctement dans le microscope les poussières placées sur la surface extérieure du verre *L* qui est sur la poupée ; alors, par le moyen de la vis *E*, je fais avancer ou reculer la poupée jusqu'à ce que ces poussières me paroissent le plus parfaitement distinctes qu'il m'est possible : dans cet état, j'éloigne, par le moyen du micromètre le microscope, jusqu'à ce que les poussières placées sur la surface intérieure me paroissent aussi distinctes que celles de la première m'avoient paru au commencement de l'opération.

(48.) Quoique cette eſpèce de meſure ne ſoit pas pouſſée au même point de préciſion que celle de l'épaiſſeur totale dont je viens de parler, par la petite incertitude qui vient du jugement que l'on a à porter ſur le degré de diſtinction des objets; cependant un obſervateur exercé ne peut jamais ſe tromper d'un cinquantième de ligne.

(49.) Il eſt bon d'obſerver que plus la lentille appliquée au microſcope peut être d'un foyer court, & plus on peut attendre d'exactitude dans l'opération, parce que la netteté de l'image eſt renfermée dans des bornes plus étroites, mais l'on eſt gêné par l'épaiſſeur du verre, parce que la lentille ne peut pas avoir un foyer moindre que les deux tiers de cette épaiſſeur pour qu'elle puiſſe recevoir les rayons qui partent de la ſurface extérieure.

(50.) Il eſt certain auſſi qu'il y a de l'avantage à avoir le verre le plus épais qu'on le peut, parce que l'incertitude qui reſte dans la détermination du foyer, étant égale dans un verre mince, comme dans un verre épais, elle fait dans ce dernier une moindre partie de la diſtance que l'on veut meſurer.

(51.) J'ai trouvé, par expérience, que la combinaiſon la plus favorable eſt de ſe ſervir d'une lentille de ſix lignes de foyer pour un verre de huit à neuf lignes.

(52.) Telle eſt la méthode que j'ai employée pour déterminer la réfraction moyenne des différentes eſpèces de verre dont j'ai dreſſé la Table ci-après.

TABLE de l'épaiſſeur des Verres.

NOMS DES DIFFÉRENS VERRES.	ÉPAISSEUR réelle.	ÉPAISSEUR par réfraction.	PROPORTION des Sinus d'incidence & de réfraction.
	lignes.	*lignes.*	*lignes.*
Les trois verres *A* 1, *A* 2, *A* 3, glace S.t Gobin, nouvelle...	8,53	5,66	= 0,663
Le verre *A* 3, ſeul.........	2,80	1,90	= 0,678
Veniſe = *a*...............	1,48	1,00	= 0,675
France, bon = *a*...........	1,81	1,22	= 0,674
Veniſe..................	1,83	1,23	= 0,672
Le verre *B*, glace de France...	1,99	1,33	= 0,668
Le verre *D*, glace de Fr. ancienne.	2,51	1,67	= 0,665
Crown-glaſſ...............	2,78	1,85	= 0,665
France..................	1,81	1,20	= 0,662
Le verre *c*, glace de France....	1,99	1,29	= 0,648
Verre de plomb de Paris......	2,96	1,88	= 0,635
Flint-glaſſ...............	2,42	1,52	= 0,628
Verre de plomb, Bianchi.....	1,87	1,13	= 0,604
Verre de plomb d'Allemagne...	3,25	1,91	= 0,587
Objectif mi-partie { *flint-glaſſ*....	3,73	1,77	= 0,611
Objectif mi-partie { verre ordinaire		1,67	= 0,648

(53.) Il eſt aiſé de voir, par cette Table, que preſque toutes les eſpèces de glaces différentes ont une réfrangibilité différente, & par conſéquent que l'on ne peut s'en rapporter à l'opinion commune juſqu'ici, que le rapport des ſinus de réfraction du verre commun à l'air, eſt dans la proportion de 31 à 20.

ARTICLE II.

De la proportion de la faculté qu'ont différentes espèces de verres, de disperser les rayons colorés, plus ou moins les uns que les autres.

(54.) Le grand Newton que nous avons déjà cité, nous a donné, dans son Traité d'Optique, des expériences très-délicates, par lesquelles il a déterminé les sinus des angles de réfraction des différens rayons colorés qui se séparent dans le prisme après être tombés sur sa première surface en faisceau, & sous un même angle d'incidence; mais lui, ainsi que tous ceux qui ont traité de l'Optique dans le siècle dernier & au commencement de celui-ci, ont ignoré ou négligé de nous dire, que la faculté qu'a le verre, de disperser ainsi les rayons colorés, non-seulement n'est pas la même dans différentes espèces de verre, mais même qu'elle n'est pas proportionnelle à leur réfringence moyenne; cette découverte, en même-temps qu'elle est très-importante pour le succès des lunettes achromatiques, demandoit qu'on s'assurât, avec le plus d'exactitude qu'il seroit possible, de la différence de diffringence, si l'on peut se servir de ce terme, dont les différentes compositions de verre seroient douées : ce sont ces mêmes expériences que j'ai recommencées, mais auxquelles j'ai cherché à donner un plus grand degré de précision, dont je vais rendre compte ici.

(55.) Avant de les rapporter, il convient de rappeler un principe qui se trouve dans tous les livres d'Optique, parce que c'est lui qui sert de base à presque toutes les expériences suivantes, c'est que si l'on place un verre C d'une convexité quelconque à une distance AC d'un objet lumineux, prise sur l'axe de la courbure du verre, telle qu'il se forme une image a de cet objet de l'autre côté du verre, à une distance Ca, égale à la première; l'une de ces distances AC ou Ca, est double de celle à laquelle les rayons qui tomberoient sur le verre, parallèlement

Planche V, fig. 8.

à son axe, se rassembleroient; c'est-à-dire, de son foyer absolu *C b*.

(56.) Pour faire cette expérience, qui est très-commode pour déterminer le foyer de toutes sortes d'objectifs, j'ai préparé les instrumens suivans.

(57.) 1.° Une planche *A* d'environ 12 pieds de long, couverte de papier blanc, divisée en pieds & pouces. Fig. 9.

(58.) 2.° Une coulisse *b c d*, (qu'on voit représentée plus en grand *B C D*, *fig. 10*) percée de trois trous, dans le premier desquels *b b*, j'ai placé une plaque de cuivre mince, d'un pouce de diamètre, en y laissant une croix, au centre de laquelle on avoit percé un petit trou de trois lignes de diamètre, ensuite on y a collé un morceau de papier huilé pour en former un transparent; enfin l'on a attaché deux cheveux qui se croisent au centre du petit trou qui est au milieu de la croix.

(59.) 3.° Une poupée *e* (dont on voit la coupe plus en grand, *fig. 11*), sur laquelle on a placé une coulisse verticale *f* ou *F*, *fig. 11*) qui en porte elle-même une horizontale *g* ou *G*, *fig. 11*), afin de pouvoir, suivant le besoin qu'on en peut avoir, élever ou abaisser les objectifs que l'on veut soumettre aux expériences, ou les couvir en tout ou en partie par des diaphragmes ou autrement.

(60.) 4.° Une autre poupée *h*, avec des coulisses pareilles à la précédente, mais qui n'est destinée qu'à porter un petit oculaire, dont on verra plus bas l'usage.

(61.) Une espèce d'équerre *i l*, (dont on voit aussi le profil en grand, *fig. 11*) qui porte deux petites règles de même longueur, (l'une *K* ou *K fig. 11*, fixe en bas, & l'autre *l* ou *L*, *fig. 11*), mobile le long de l'équerre, pour pouvoir rapporter à différentes hauteurs la distance que marque celle qui est fixée en bas.

(62.) Sur cette règle d'en bas, on a collé à son extrémité deux petites bandes d'ivoire, sur lesquelles on a divisé un pouce en lignes; mais en faisant attention à ne faire commencer dans l'une des deux, la division qu'à une demi-ligne de l'extrémité. Planche VI, fig. 12.

Par ce moyen, lorſqu'on veut meſurer la diſtance d'une poupée à l'extrémité de la planche, ou à une autre poupée, cette équerre étant placée ſur la grande planche, qui eſt diviſée en pouces; ſi l'on fait toucher la règle ſupérieure à la ſurface de la poupée, il ſe trouve toujours, ſoit d'un côté, ſoit de l'autre, quelqu'une des diviſions de la règle inférieure, qui répond à l'une de celles de la grande planche, & qui fait juger, à une demi-ligne près de la diſtance cherchée.

(63.) Tout étant ainſi préparé, on place la couliſſe *bcd*, (*fig. 9* ou *fig. 10*) qui porte le tranſparent à l'ouverture *n* d'une chambre obſcure, où on l'adapte à une lanterne préparée pour cet uſage, afin que la lumière du tranſparent ſoit la ſeule qu'on aperçoive dans l'obſcurité. On place enſuite la grande planche, & on l'ajuſte, par le moyen de l'équerre, de façon que la ſurface du tranſparent réponde au commencement de la diviſion.

Planche V, fig. 10.

(64.) Enſuite on place la poupée *e*, qui porte l'objectif ſur la grande planche, à la diſtance à peu près double du foyer qu'on connoît groſſièrement.

(65.) Enfin on place la poupée *h* qui doit recevoir l'image de l'objet à une diſtance à peu près pareille, & on la fait avancer ou reculer juſqu'à ce que l'on aperçoive l'image de la manière la plus diſtincte qu'il eſt poſſible; alors on examine, par le moyen de l'équerre, la diſtance du tranſparent à l'objectif, & celle de l'objectif à la poupée qui reçoit l'image; ſi la première eſt plus grande que la ſeconde, on la diminue juſqu'à ce qu'elles deviennent égales *& vice verſa.* On voit tout cet appareil en plan, profil & face dans la *fig. 9.*

(66.) Si l'on s'en tenoit à l'exactitude qu'on peut obtenir par cette méthode, on pourroit reſter dans une incertitude de deux ou trois lignes, parce que le degré de diſtinction de l'image n'eſt pas aſſez différent dans cet eſpace pour que l'on puiſſe porter l'exactitude plus loin; mais voici ce que j'ai fait pour m'en procurer un plus grand.

(67.) J'ai placé, comme je l'ai dit plus haut, un petit oculaire de

7 à 8 lignes de foyer derrière la poupée *h*, destinée à recevoir l'image de l'objet, & je l'ai ajusté, de façon que son foyer coincidât avec le plan de la poupée qui est destiné à recevoir l'image. Pour cet effet, ayant mis sur une plaque de glace quelques petits objets, comme de la poussière d'ailes de papillon, j'ai appliqué la surface, sur laquelle je les avois mis, sur celle de la poupée *h*, vis-à-vis le trou de l'oculaire, & j'ai avancé ou reculé cet oculaire jusqu'à ce que je les visse le plus distinctement possible.

(68.) Après m'être ainsi assuré que son foyer se trouvoit parfaitement dans le plan destiné à recevoir l'image, & après avoir placé la poupée comme je l'ai dit plus haut, à la distance convenable pour que l'image vînt se peindre sur sa surface; il m'a été aisé, en haussant ou baissant l'objectif ou la poupée, de faire en sorte que l'image du petit trou, qui est au milieu de la croix du transparent, vînt tomber sur celui de la poupée qui répondoit à l'oculaire; alors en regardant par cet oculaire, j'apercevois aisément l'image des cheveux croisés sur ce petit trou du transparent, & lorsque je les voyois bien distinctement, j'étois sûr de la distance de ce foyer à une demi-ligne près; fait dont je m'assurois en dérangeant la poupée & recommençant plusieurs fois à la placer, sans jamais, comme je viens de le dire, me tromper de plus d'une demi-ligne.

(69.) Il est bon d'observer, que comme les distances que l'on prend ainsi, sont doubles de celles des foyers absolus, l'erreur sur celle des foyers ne peut pas s'étendre au-delà d'un quart de ligne.

(70.) Il est bon d'avertir aussi qu'il ne faut pas oublier de tenir compte de l'épaisseur du verre, dont la moitié appartient à chacune de ces distances.

(71.) Maintenant, pour appliquer cette expérience à la diffringence des verres; voici ce que j'ai fait.

(72.) 1.° A la place du transparent que j'avois employé dans l'expérience précédente, j'ai fait enchâsser en *C* & *D*, dans la même coulisse (*fig. 10*) deux morceaux de verre, l'un rouge & Fig. 10.

l'autre bleu, les plus foncés que j'ai pu avoir; cette coulisse glissoit sur une petite planche *m*, percée d'un seul trou, auquel je faisois correspondre alternativement l'un des verres colorés, sur lesquels j'avois aussi attaché des cheveux croisés.

(73.) 2.° A la place des objectifs ordinaires, j'en ai fait faire un composé de deux morceaux, l'un de *flint-glass*, & l'autre de glace ordinaire, mastiqués ensemble par le chan, & travaillés ainsi ensemble dans le même bassin pour être de la même courbure. Cette idée n'est pas de moi, elle m'a été indiquée par M. l'abbé Rochon, qui en avoit fait faire un pareil pour des expériences du même genre.

(74.) Tout étant ainsi préparé, j'ai commencé par mesurer le foyer absolu de chacune des deux moitiés du verre mi-partie, (en couvrant alternativement celle que l'on ne mesuroit pas actuellement) par la méthode que j'ai décrite plus haut.

(75.) Ensuite j'ai mesuré, par la même méthode, le foyer des rayons rouges & celui des rayons bleus de chacune des moitiés de ce verre, qui m'a servi à former la Table ci-jointe.

(76.) Cette Table est séparée en six colonnes.

La première marque l'espèce du verre *flint-glass*, ou verre ordinaire.

La seconde l'espèce du foyer blanc ou coloré.

La troisième la distance du point lumineux où commence la division de la grande planche, jusqu'au verre, non compris son épaisseur.

La quatrième la distance du point lumineux à l'image, dans laquelle est comprise l'épaisseur du verre.

La cinquième le vrai double foyer, en comprenant la demi épaisseur du verre.

La sixième le véritable foyer des rayons qui tombent parallèlement à l'axe du verre, conclu de toutes les observations précédentes,

TABLE

TABLE des différens Foyers des rayons blancs ou colorés d'un Verre double convexe mi-partie de Flint-glass *& de Verre ordinaire de la matière des Glaces de S.t Gobin.*

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Verre ordinaire.	Foyer blanc....	3. 4. 3	6. 8. 8 $\frac{3}{4}$	3. 4. 4 $\frac{3}{8}$	1. 8. 2 $\frac{3}{16}$
	Au foyer blanc.	3. 4. 3			
	Le foyer rouge.	......	6. 8. 10	3. 4. 5 $\frac{5}{8}$	1. 8. 2 $\frac{13}{6}$
	Au foyer blanc.	3. 4. 3			
	Le foyer bleu..	......	6. 8. 3 $\frac{1}{2}$	3. 3. 11 $\frac{1}{8}$	1. 7. 11 $\frac{9}{16}$
	Le foyer rouge.	3. 4. 3 $\frac{1}{2}$			
	À distances égales	......	6. 8. 9 $\frac{3}{4}$	3. 4. 4 $\frac{7}{8}$	1. 8. 2 $\frac{7}{16}$
	Le foyer bleu...	3. 4. 0 $\frac{7}{8}$			
	À distances égales	......	6. 8. 4 $\frac{1}{2}$	3. 4. 1 $\frac{1}{4}$	1. 8. 0 $\frac{10}{16}$
Flint-glass.	Foyer blanc....	3. 0. 8 $\frac{1}{2}$	6. 1. 7 $\frac{3}{4}$	3. 0. 9 $\frac{7}{8}$	1. 6. 4 $\frac{15}{16}$
	Au foyer blanc.	3. 0. 8 $\frac{1}{2}$			
	Le foyer rouge.	......	6. 1. 10 $\frac{1}{2}$	3. 1. 0 $\frac{5}{8}$	1. 6. 6 $\frac{5}{16}$
	Au foyer blanc..	3. 0. 8 $\frac{1}{2}$			
	Le foyer bleu. .	......	6. 1. 0	3. 0. 2 $\frac{1}{8}$	1. 6. 1 $\frac{1}{16}$
	Le foyer rouge..	3. 0. 11			
	À distances égales	......	6. 2. 0 $\frac{3}{4}$	3. 1. 0 $\frac{3}{8}$	1. 6. 6 $\frac{3}{16}$
	Le foyer bleu...	3. 0. 5			
	À distances égales	....	6. 1. 0 $\frac{3}{4}$	3. 0. 6 $\frac{3}{8}$	1. 6. 3 $\frac{3}{16}$

(77.) Il n'est pas inutile d'observer ici, que j'aurois pu, au lieu des verres colorés, employer les couleurs prismatiques naturelles, en les faisant tomber sur un cercle de carton blanc, comme l'a fait M. Newton; mais cette expérience, qui étoit suffisante pour

l'objet qu'il s'étoit proposé, n'étoit pas propre à celui que j'envisageois, non-seulement parce que le mouvement du Soleil n'auroit pas donné (quoiqu'on pût y employer l'héliostate de M. s'Gravesande) assez de stabilité à la nuance de couleur que j'aurois fait tomber sur le cercle de carton, mais encore, parce que les couleurs prismatiques étant trop mêlées, je n'aurois pu déterminer que trop imparfaitement les degrés de couleurs dont je voulois déterminer les différens foyers, & qui devoient être indispensablement les mêmes, soit que j'employasse le demi-objectif de *flint-glass*, ou celui du verre commun, puisque sans cela je n'aurois pu compter sur le rapport de leurs effets respectifs.

(78.) Il est aisé de voir qu'indépendamment de la précision, dont ces expériences sont susceptibles, elles ont de plus l'avantage de pouvoir être répétées facilement & promptement, & qu'elles donnent à un artiste, qui veut faire un objectif achromatique, la facilité de s'assurer avec beaucoup d'exactitude des qualités des matières qu'il a dessein d'employer.

(79.) Après que j'eus mesuré les différens foyers du verre mi-parti, dont je viens de parler, je pensai que je pouvois soumettre aux mêmes expériences un objectif achromatique tout monté. Mon dessein étoit d'éprouver si la correction que les courbures des trois plaques de verre, & leurs différentes espèces devoient produire, étoit parfaite; en ce cas le foyer des rayons colorés, soit rouges, soit bleus, devoient être le même que le foyer blanc.

(80.) Pour cet effet, je pris l'objectif d'une petite lunette de poche de M. Dollond, que je mis en expérience, & je trouvai que,

				Foyer simple.		
	pieds.	pouc.	lign.	pieds.	pouces.	lignes.
Son foyer double pour les rayons blancs étoit	4.	11.	4.	2.	5.	8.
Pour les rayons rouges.	4.	11.	2.	2.	5.	7.
Et pour les bleus	4.	11.	9.	2.	5.	$10\frac{1}{2}$.

(81.) Ce qui me fit voir que la correction étoit trop forte; puisqu'elle avoit renversé la disposition ordinaire en faisant plier les rayons rouges, qui sont ordinairement moins réfrangibles, plus que les bleus, qui le sont davantage dans l'ordre naturel.

(82.) Cette expérience m'ayant tenté d'en répéter une pareille sur mon grand objectif, qui fait le sujet de ce Mémoire, je trouvai, avec la plus grande satisfaction, qu'il rassembloit tous les rayons, soit blancs, soit rouges, soit bleus, très-parfaitement & très-exactement dans le même foyer.

(83.) Cette expérience peut être d'un grand avantage pour ceux qui construisent des verres achromatiques, parce que l'appareil en étant assez simple, & pouvant être toujours disposé, ils peuvent, à mesure qu'ils travaillent, essayer si la courbure du *flint-glass*, qui doit corriger l'aberration des couleurs, demande à être augmentée ou diminuée, & n'arrêter leur travail que quand ils auront pu faire coincider au même foyer les rayons blancs, bleus & rouges.

SECONDE PARTIE.

Expériences pour déterminer toutes les dimensions d'épaisseur, de courbure & de distance de tous les Verres qui composent la Lunette achromatique de 3 pieds 5 pouces.

ARTICLE I.er

Des Épaisseurs.

(84.) J'ai mesuré les épaisseurs de tous les oculaires, suivant la méthode indiquée dans *l'article 42 & suivans;* c'est-à-dire, avec le compas d'épaisseur appliqué au micromètre.

(85.) Par rapport à l'objectif, comme je n'ai pas voulu hasarder de le dessertir, je me suis servi, pour conclure l'épaisseur des trois plaques dont il est composé, de la méthode indiquée *art. 47.*

(86.) Pour cet effet j'ai fixé cet objectif sur la poupée mobile *D* de cet instrument, & j'ai placé des poussières d'ailes de papillon sur les deux surfaces extérieures, afin de les distinguer d'une façon sûre. Planche IV, fig. 7.

(87.) J'ai marqué ensuite, avec le plus de précision qu'il m'a été possible, le nombre de tours & de parties du micromètre

qu'il avoit parcouru, lorſque je rencontrois au foyer une nouvelle ſurface, que je reconnoiſſois à de petits points ſemblables à de petites pouſſières, que le microſcope fait toujours apercevoir ſur les ſurfaces mêmes les mieux polies.

(88.) La première & la dernière ſurface étoient très-aiſées à reconnoître, parce que j'y avois placé, comme je viens de le dire, de la pouſſière d'ailes de papillon. Je devois en rencontrer quatre autres dans l'intérieur du verre; mais j'ai lieu de croire que la ſeconde ſurface du premier verre, & la première du ſecond, ſe touchent, ou du moins ſont extrêmement proches, non-ſeulement parce que je n'ai pu les diſtinguer l'une de l'autre, mais encore parce que l'on obſerve dans les bords de l'objectif des anneaux colorés, tels que ceux qu'occaſionne la preſſion de deux verres l'un contre l'autre, qui par conſéquent démontre le contact preſqu'immédiat.

(89.) En conſéquence, voici les meſures que j'ai trouvées.

L'épaiſſeur du premier verre s'eſt trouvée de 560 parties du micromètre.
Celle du ſecond . . . . 400.
Et celle du troiſième . . . . 580.

(90.) Pour en conclure l'épaiſſeur réelle, j'ai pris dans la Table, pour le premier & le troiſième verre, la proportion du *crown-glaſſ*, dont ils ſont faits, & pour celui du milieu celle du *flint-glaſſ*, & j'ai trouvé que

	parties du micromètre.		lignes.
Le premier devoit avoir pour épaiſſeur réelle	8,41	=	2,11
Le ſecond	6,36	=	1,59
Et le troiſième	8,71	=	2,18
	2348	=	5,88.

(91.) J'ai trouvé enſuite avec le compas d'épaiſſeur, placé ſous le microſcope, l'épaiſſeur totale du verre, compoſé des trois plaques, & je l'ai trouvée de 2365^p = 5,91 lignes.

(92.) La différence de 0,03 de ligne entre ces deux meſures, eſt trop petite pour que l'on ne puiſſe pas regarder comme bonne la meſure de chacun des verres rapportée ci-deſſus.

ARTICLE II.

Des courbures des surfaces.

(93.) Les courbures de tous les oculaires ont été déterminées par leur foyer; mais pour déterminer ces foyers avec précision, voici la méthode que j'ai employée.

(94.) J'ai fait faire une petite plaque de cuivre *A*, pliée en équerre, dans laquelle il y a un petit trou *B*. J'ai arrêté cette plaque au bout d'un morceau de bois *C*, à l'autre bout duquel j'ai arrêté aussi la pièce qui a été décrite, *figure 4*, destinée à recevoir le micromètre & à le fixer à la distance convenable; ensuite j'ai fait faire la petite plaque de cuivre *D*, aussi pliée en équerre, afin de pouvoir être prise & serrée dans la pince du micromètre: cette plaque, dont on voit la face en *E*, porte un petit morceau de glace taillé en biseau par les bords, afin que sa surface puisse déborder la sertissure qui l'arrête sur la plaque de cuivre. Planche VI, fig. 13.

(95.) Les choses étant ainsi préparées, je fixe avec de la cire l'oculaire dont je veux connoître le foyer, sur la première plaque *B*, en observant que la cire qui doit le fixer ne puisse atteindre sa surface extérieure; ensuite, après avoir mis des poussières de papillon sur la face du cristal de la pièce *D*, & avoir ajusté le micromètre au commencement de ses divisions, j'approche le micromètre tout entier en le faisant couler dans la pièce *FF*, (qui est comme on l'a dit, la même que la *figure 4*) jusqu'à ce que la surface du cristal, qui est chargée de poussières de papillon, touche la surface de l'oculaire, & je le fixe dans cette situation par le moyen de la vis de pression *b*; dans cet état j'éloigne, par la vis de compte du micromètre, la plaque, jusqu'à ce que les poussières de papillon paroissent bien distinctes à travers l'oculaire *B*, qui est placé devant le trou de la plaque *A*, qui a été ménagé pour cela, & le nombre de révolutions & de parties du micromètre me donnent la distance focale avec beaucoup de précision. Planche IV.

(96.) Quant aux courbures des différentes plaques qui composent le grand objectif, pour m'en assurer sans le démonter, par les raisons que j'ai dit plus haut, j'ai été obligé d'employer des moyens plus compliqués.

(97.) 1.° J'ai mesuré le foyer de cet objectif, résultant de la combinaison des trois plaques dont il est composé, par la méthode rapportée, *article 56 & suivans*, & je l'ai trouvée de 3 pieds 5 pouces 4 $\frac{3}{4}$ lignes, à partir du centre du verre.

(98.) 2.° J'ai mesuré la courbure des deux surfaces extérieures, par le moyen d'un petit instrument que j'ai fait faire pour cet effet, & dont je donnerai plus bas la description.

(99.) 3.° J'ai mesuré les foyers de réflexion qu'ont produit chacune des trois surfaces concaves de chaque côté de ce verre, en l'exposant au Soleil; ceci demandera un détail particulier, que j'exposerai aussi plus bas.

(100.) Pour mieux entendre ces trois opérations, il faut reprendre les deux dernières, chacune en particulier; la première ayant déja été expliquée, *article 56 & suivans*.

Planche VII, fig. 14. (101.) J'ai fait faire une petite règle *A A*, d'environ 6 pouces de long, qui porte deux rainures, entre lesquelles il se trouve un espace plein.

(102.) Sur cet espace est attachée une pièce *C*, qui s'arrête par le moyen de deux vis *D D*, perpendiculairement sur la règle: cette pièce porte une coulisse *E E*, conduite par la vis *F*; cette coulisse, dont le bout *G* est terminé en pointe, traverse la règle, & peut s'alonger ou se raccourcir à volonté, par le moyen de la vis *F*.

(103.) J'ai fait faire ensuite les deux petites pièces *H H* en équerre, qui portent deux pointes pareilles à celles de la coulisse, & qui sont destinées à couler elles-mêmes dans les rainures de la règle, dans laquelle on les fixe à volonté, par le moyen des vis *I*, *I*.

(104.) Il faut avoir attention que les trois pointes, celle de la coulisse du milieu, & celles des deux espèces de poupées,

ſoient bien dans le même plan, pour pouvoir toucher en même-temps une petite règle, dont je parlerai tout-à-l'heure.

(105.) Ces pièces étant ainſi préparées, j'ai diviſé la petite règle, de façon que quand les deux poupées ſe trouvent au commencement de la diviſion, elles enferment un eſpace d'un pouce, dont la pointe de la couliſſe occupe le milieu: cette diviſion eſt faite de ligne en ligne, & ſur chacune des poupées j'ai tracé une diviſion de Vernier, pour avoir les dixièmes de ligne.

(106.) J'ai fait faire enſuite une petite pièce de bois *A*, percée d'un trou rond, ſur laquelle eſt attachée la petite règle *B B*, d'environ 6 pouces, dreſſée avec beaucoup de ſoin. Fig. 15.

(107.) Au-deſſous de cette petite pièce de bois *A*, on a fixé la petite plaque de cuivre *B*, pliée en double équerre, & deſtinée à entrer dans la pince du micromètre du porte-objet du microſcope. Fig. 16.

(108.) Ces deux petits inſtrumens ont été deſtinés à meſurer le ſinus verſe des courbures extérieures de l'objectif: voici l'uſage que j'en ai fait.

(109.) 1.° J'ai placé les deux pièces *HH*, & les ai arrêté de façon que leurs deux pointes ſe trouvaſſent chacune à 19 lignes du centre de la petite couliſſe, & par conſéquent qu'elles renfermaſſent un eſpace de 3 pouces 2 lignes, qui étoit la plus grande corde que je puſſe meſurer ſur l'objectif qui a 3 pouces 4 lignes d'ouverture totale. Fig. 14.

(110.) 2.° J'ai fait avancer la pointe portée par la couliſſe, juſqu'à ce que, l'ayant préſentée perpendiculairement ſur l'objectif, elle ne permît pas aux deux pointes de porter enſemble, alors je l'ai fait reculer petit à petit, juſqu'à ce qu'en répétant la même opération, les trois pointes portaſſent à la fois.

Nota. Cette expérience comporte aſſez de préciſion pour que l'on s'aperçoive du contact à un 400.e de ligne près, car en faiſant cheminer la couliſſe d'une ſeule partie du cadran, (diviſé en 100 pour chaque tour de la vis, dont le pas répond à un quart de ligne) on ſent très-diſtinctement que les trois pointes portent ou qu'elles ne portent pas.

Fig. 15. (111.) 3.° J'ai arrêté la petite pièce dans la pince du micromètre, dont j'avois déjà placé l'index au commencement de sa division, & ayant mis le tout sous le microscope, je l'ai arrêté, de façon que la petite règle *B B* parut coincider avec le fil du micromètre du microscope.

Fig. 14. (112.) 4.° J'ai placé le petit instrument, de façon que les deux pointes touchoient & s'appuyoient sur la petite règle.

Il est aisé de concevoir que le petit espace qui reste entre la pointe *G* du milieu du petit instrument, & la règle, est la mesure du sinus verse de la courbure que l'on cherche.

(113.) 5.° Pour mesurer cet espace, il n'est pas moins aisé d'apercevoir, qu'en faisant mouvoir le micromètre extérieur, qui porte ce petit appareil tout ensemble, jusqu'à ce que la pointe du milieu du petit instrument paroisse toucher le fil du micromètre intérieur, qui coincidoit avec la petite règle, il donne exactement la mesure de ce petit espace.

(114.) En répétant plusieurs fois cette expérience, j'ai trouvé constamment que le sinus verse de la corde de 38 lignes, de la courbure extérieure, du côté du verre qui regarde l'objet, étoit de 0,58 de ligne, & celle de l'autre côté de 0,56,

Ce qui donne pour rayon de cette première courbure	25 pouces	11,5 lig.
Et pour rayon de la seconde.	26.	10,6.

Ces deux courbures ainsi mesurées, il me restoit à faire la troisième opération ; c'est-à-dire, à m'assurer des courbures intérieures.

Fig. 17. (115.) Pour cet effet j'ai placé au bout du canal d'une machine parallactique, destinée à porter ma lunette, une plaque de cuivre, percée de cinq trous ; celui du centre quarré, & les quatre autres ronds, distribués également sur un cercle de 2 pouces de diamètre.

(116.) Le trou quarré du centre, qui est destiné à laisser passer une baguette divisée en pouces, lignes, &c. est fait aussi pour recevoir une petite pièce couverte de papier blanc, qui le bouche entièrement quand on le veut ; il a environ 3 ou 4 lignes d'ouverture ;

d'ouverture; les quatre autres trous ont environ 3 lignes de diamètre.

(117.) J'ai enſuite orienté la machine parallactique, de façon que cette petite plaque fût toujours perpendiculaire aux rayons du ſoleil.

(118.) Enſuite j'ai placé l'objectif, dont je voulois meſurer les courbures, ſur le bout d'un rouleau qui rempliſſoit le canal de la machine, mais qui avoit la faculté de s'avancer ou de reculer à ma volonté.

(119.) Tout étant ainſi préparé & expoſé au ſoleil, & ayant bouché le trou carré de la plaque de cuivre, j'apercevois, ſuivant la diſtance à laquelle je tenois l'objectif de cette plaque, huit images rondes des quatre trous qui ſe trouvoient autour du centre de la plaque, & à meſure que j'approchois l'objectif, je voyois quatre de ces images ſe rapprocher, enſuite ſe réunir, & enfin s'écarter de nouveau, pendant que les autres faiſoient le même effet à une diſtance différente: pour en tirer la meſure préciſe, dès que la première réunion de quatre images me parut exacte, je fixai l'objectif, & ayant débouché le trou carré de la plaque de cuivre, j'y paſſai une baguette, diviſée très-exactement, qui me donna la diſtance de ce premier foyer.

Nota. J'aurois dû voir douze images, puiſque chacune des ſurfaces qui ſe trouvoient concaves, par rapport au Soleil, auroit dû en fournir quatre; on verra plus bas pourquoi je n'en apercevois que huit.

(120.) Je répétai la même choſe pour le ſecond foyer; enfin, en cherchant un troiſième foyer, comme je penſois qu'il devoit y en avoir, je rencontrai, en continuant d'approcher le verre de la plaque, quatre points, mais beaucoup plus petits que les premiers, qui n'avoient pas paru d'abord, & qui ſe réunirent, ainſi que les autres, en un foyer d'une lumière très-foible.

(121.) Enſuite je retournai l'objectif, de façon qu'il préſentât au ſoleil la ſurface oppoſée, & je meſurai de même les deux foyers principaux, & celui des petits points: voici les réſultats.

(122.) L'objectif ayant la face extérieure qui regarde l'objet exposée au Soleil.

	pouces.	lignes.
Le premier foyer, qui étoit celui des petits points, a été de..	2.	3 $\frac{3}{4}$.
Le second..	5.	6 $\frac{1}{4}$.
Le troisième...	7.	8 $\frac{1}{2}$.

La face intérieure du côté du Soleil.

Le premier foyer de...	2.	3 $\frac{1}{2}$.
Le second ...	6.	2 $\frac{1}{2}$.
Le troisième ...	7.	5 $\frac{3}{4}$.

(123.) Par ce moyen, j'ai eu des élémens propres à trouver les courbures des trois verres qui composent mon objectif; j'avois même, dans cette opération, une seconde détermination des deux surfaces extérieures que j'avois pu connoître immédiatement par la mesure des sinus verses que j'ai rapportée plus haut; mais ces élémens exigeoient encore, pour en déduire les courbures, un calcul très-délicat & assez long, dont M. Bezout a bien voulu se charger *, & quelques autres expériences que je continuai.

(124.) La première que je tentai fut de déterminer, à laquelle des surfaces appartenoit chacun des foyers que j'avois trouvé.

(125.) Pour cet effet, je priai M. de l'Étang (qui a réussi à faire de très-bons objectifs achromatiques, parce qu'il joint beaucoup de théorie à beaucoup de sagacité dans les expériences, & une grande adresse dans l'exécution) de me prêter un excellent verre achromatique de 3 pieds de foyer qu'il a exécuté, qui est ainsi que le mien, composé de trois plaques de verre, dont une double concave de *flint-glass*, enfermée entre deux doubles convexes de la matière de nos glaces, & de venir m'aider à faire les expériences.

(126.) Nous trouvions dans ce verre la facilité de pouvoir séparer les plaques, d'en mesurer immédiatement les courbures, & comme elles étoient déjà connues par les bassins, dans lesquels

* Voyez à la fin du Mémoire, les formules calculées par M. Bezout.

M. de l'Étang les avoit travaillées, nous étions à portée de juger de l'exactitude de toutes les expériences, par différentes espèces de vérifications.

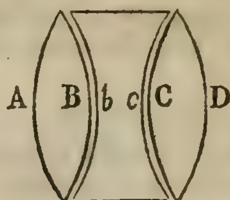
(127.) Nous primes donc ce verre tout monté, & nous l'exposames au Soleil sur la machine parallactique, avec le même appareil dont je m'étois servi pour le mien.

(128.) Nous remarquames d'abord que nous apercevions douze points ronds, à peu près de même grandeur, au lieu de huit seulement que nous avions aperçus avec mon objectif, & nous les vimes se réunir successivement en trois foyers, dont voici le résultat.

	Ayant exposé au Soleil			
	Le côté de l'objet.		*Le côté opposé.*	
	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.
Premier foyer	5.	$1\frac{1}{2}$	4.	10.
Second	5.	8	5.	8.
Troisième	7.	$1\frac{1}{4}$	7.	$1\frac{1}{4}$.

(129.) Nous remarquames d'abord que les second & troisième foyers de chaque côté du verre étant égaux, les deux verres doubles convexes qui enferment le *flint-glass* étoient égaux ; ce que nous savions d'ailleurs, & cela nous prouva, en même-temps, que les deux premiers foyers, qui étoient les plus courts & inégaux, appartenoient aux deux surfaces du *flint-glass*, que nous savions aussi être de courbures différentes.

(130.) Pour savoir ensuite à quelle surface appartenoient les deux autres foyers, nous séparames un des deux verres doubles convexes, & en ayant mesuré le foyer séparément des autres, nous trouvames qu'il étoit de 5 pouces 8 lignes, ce qui démontroit que le second foyer lui appartenoit, & par conséquent que le troisième, qui étoit le plus long, appartenoit à la dernière surface, comme on l'a marqué dans la Table suivante, où l'on a mis aussi les longueurs des rayons des courbures.



Le côté *A* au Soleil.

	Rayon de courbure.	*Foyers de réflexion.*	
	pouces.	pouces.	lignes.
B.	24.	5.	8.
b.	20.	5.	$1\frac{1}{2}$.
D.	25.	7.	$1\frac{3}{4}$.

Le côté *D* au Soleil.

C.	24.	5.	8.
c.	18.	4.	10.
A.	25.	7.	$1\frac{3}{4}$.

(131.) Préſentement, pour faire l'application de cette expérience à mon objectif, il faut d'abord faire attention, que n'ayant aperçu d'abord que huit points ronds, nous n'avions d'indication que de deux ſurfaces, & que les petits points qui avoient formé un troiſième foyer, étoient ſi différens des autres, avoient ſi peu d'intenſité, & donnoient un foyer ſi court, que l'on ne pouvoit l'attribuer à une ſurface qui eût les mêmes conditions que les autres; en effet, après y avoir réfléchi, nous penſames que l'on ne pouvoit l'attribuer qu'à une ſeconde réflexion de la ſurface *B*, après que les rayons qui avoient été réfléchis la première fois par cette même ſurface *B* en avoient éprouvé une en *A*, & qu'ainſi ce foyer devoit être exclu. Il ne nous reſtoit donc que deux foyers; mais que devenoit le troiſième que nous avions vu ſi clairement dans le verre de M. l'Étang?

(132.) Je penſai que ſi la ſurface *b* étoit d'une concavité, dont le rayon fût égal à celui de la convexité de *B*, leurs foyers de réflexion devoient être confondus & n'en former qu'un ſeul.

(133.) Cette idée ſe trouvoit confirmée par une forte induction; c'étoit, que ſur mon objectif on apercevoit vers les bords des anneaux colorés de l'eſpèce de ceux qui ſont formés par la preſſion des verres, dont les ſurfaces ſont à très-peu près les mêmes, & dont les bandes colorées ſont d'autant plus larges que les ſurfaces qui ſe touchent approchent davantage de l'égalité, & c'eſt de cette eſpèce que ſont celles qui paroiſſent ſur mon objectif.

(134.) L'expérience ſuivante ſembloit achever de démontrer que l'idée que j'avois eue étoit fondée, car ayant pris deux verres, l'un concave & l'autre d'une convexité à peu près ſemblable à la concavité du premier, après les avoir mis l'un ſur l'autre, de façon que leurs courbures ſemblables ſe touchaſſent; lorſqu'ils n'étoient pas bien centrés l'on apercevoit leurs deux foyers diſtincts l'un de l'autre, mais à la même diſtance focale, & lorſqu'on parvenoit à les bien centrer (ce qui eſt le cas de l'objectif), les deux foyers ſe confondoient en un ſeul.

(135.) De-là, il ſembloit réſulter démonſtrativement que le foyer de 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, que j'avois trouvé pour la ſurface *B* de mon objectif quand le côté *A* eſt tourné au Soleil, appartenoit également à la ſurface *b*, & par conſéquent que ſon rayon de courbure étoit le même, &, par la même analogie, que le foyer de 6 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ appartenoit également aux ſurfaces *C* & *c*, quand le côté *D* eſt expoſé au Soleil.

(136.) Mais (& c'eſt ce qui fait voir combien on doit être réſervé dans l'explication des phénomènes dont les circonſtances paroiſſent les mieux éclaircies) de nouvelles expériences, que je vais rapporter, m'ont démontré que, quoique les apparences dans les deux cas dans leſquels on mettoit l'objectif en expérience, c'eſt-à-dire quand on tournoit le côté *A* au Soleil ou quand on y tournoit le côté oppoſé *D*, paruſſent preſque les mêmes, elles devoient être attribuées à des cauſes très-différentes, & que je n'avois deviné la vérité que pour un de ces deux cas: voici les nouvelles expériences qui m'en ont convaincu.

(137.) Ayant appris que M. de la Lande avoit une lunette

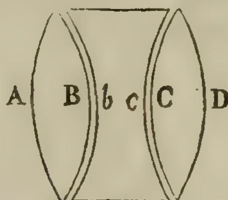
de Dollond des mêmes proportions que la mienne, qu'il en avoit fait dessertir l'objectif par le sieur Georges & qu'il l'avoit fait remonter dans une monture telle que l'on pût toujours séparer, quand on le voudroit, les trois plaques de verre dont il étoit composé; je le lui demandai, & il voulut bien me le confier.

(138.) J'invitai M.rs Bezout & de l'Étang à venir m'aider aux expériences que je me proposois de faire pour vérifier les mesures de cet objectif: voici le détail de ces expériences.

I.ere EXPÉRIENCE.

(139.) Nous commençames par mesurer le foyer total de l'objectif tout monté, par le moyen d'une plaque de cuivre percée de quatre trous, qui, étant placée sur le verre exposé au Soleil, formoit quatre images dont la réunion nous indiqua le foyer total de 42 pouces 6 lignes; nous n'avions pas besoin de plus de précision dans cette expérience, parce que nous ne cherchions qu'à voir si cet objectif étoit construit sur des mesures semblables à celles du mien, & la différence d'environ 13 lignes du foyer de celui-là à celui du mien, qui n'a que 41 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$ de foyer, nous parut trop peu considérable pour ne pas juger qu'il avoit été construit dans les mêmes bassins.

II.me EXPÉRIENCE.



(140.) Nous mesurames les réflexions du verre tout monté, avec le même appareil & les mêmes précautions que j'avois prises pour mesurer celles du mien, & nous trouvames,

Le côté *A* étant exposé au Soleil,

I.	2 pouces.	3 lignes $\frac{3}{4}$.
II.	5.	$6\frac{1}{4}$.
III.	7.	$6\frac{1}{2}$.

Le côté *D* au Soleil,

I	2 pouces.	3 lignes $\frac{3}{4}$.
II	6.	2 $\frac{3}{4}$.
III	7.	9 $\frac{3}{4}$.

III.me EXPÉRIENCE.

(141.) Le verre ayant été tiré de ſa monture, nous avons pris, par la même méthode que nous avions ſuivie pour le verre tout monté, les foyers de réfraction des deux verres doubles convexes de *crown-glaſſ*, & nous trouvames

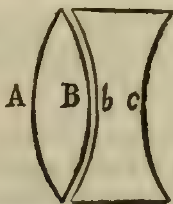
Le foyer du verre *AB*	28 pouces.	5 lignes $\frac{3}{4}$.
Celui du verre *CD*	24.	3 $\frac{1}{2}$.

IV.me EXPÉRIENCE.

(142.) Nous meſurames les foyers de réflexion de chacune des ſurfaces, de chacun des trois verres ſéparément, & nous trouvames celles

De la ſurface *A* du verre *AB*	6 pouces.	9 lignes $\frac{3}{4}$.
De la ſurface *B* du même	7.	6 $\frac{1}{2}$.
De la ſurface *b* du *flint-glaſs*	19.	7.
De la ſurface *c* du même	26.	3.
Des ſurfaces C & *D* du verre *CD*, qui par conſéquent eſt iſocèle	6.	2 $\frac{3}{4}$.

V.me EXPÉRIENCE.



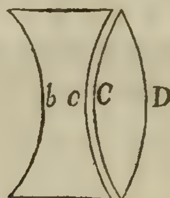
(143.) Nous avons enſuite pris le verre *AB* & le *flint-glaſs* *bc*, ſans y joindre le verre *CD*, mais placés l'un par rapport à l'autre, comme ils le ſont quand l'objectif eſt monté, & les ayant expoſés le côté *A* tourné au Soleil.

(144.) Nous remarquames d'abord que nous trouvions la réflexion des petits points (dont j'ai parlé plus haut, *art. 131*) à 2 pouces 3 lignes $\frac{3}{4}$ comme quand nous avions présenté l'objectif tout monté; d'où nous conclumes que ces petits points n'étoient qu'une double réflexion qui étoit inutile comme je l'avois dit *article 131*, nous trouvames ensuite

La réflexion de *B*, comme dans la 2.e expérience . . .	7 pouces.	6 lignes $\frac{1}{2}$
Celle *b*.	5.	$6\frac{1}{4}$.

En tournant le côté *c* du *flint-glass* au Soleil, la réflexion de cette surface *c* étoit la même que dans la quatrième expérience; c'est-à-dire 26 pouces 3 lignes, & celle de *A*, 23 pouces.

VI.me EXPÉRIENCE.



145. Nous primes ensuite le *flint-glass bc* avec le verre *CD*, en supprimant le verre *AB*, mais toujours placés comme dans l'objectif tout monté.

Le côté *b* étant tourné au Soleil, nous trouvames la réflexion de cette surface *b*, comme dans la quatrième expérience . .	19 pouces	7 lignes.
Celle de la surface *D*.	18.	$3\frac{1}{2}$.
Le côté *D* étant tourné au Soleil, nous trouvames que les réflexions de *C* & *c* étoient les mêmes, c'est-à-dire de.	6.	$2\frac{3}{4}$

(146.) De toutes ces expériences, il résulte des faits assez extraordinaires: en effet si l'on considère,

1.° Que quand on présente l'objectif au Soleil, soit d'un côté, soit de l'autre, des six surfaces dont il est composé il y en a toujours trois concaves, qui par conséquent devroient fournir trois foyers de réflexion, comme cela arrive en effet dans l'objectif qui a été construit par M. de l'Étang.

2.° Que

2.° Que l'on n'aperçoît dans les objectifs construits par Dollond, que deux foyers de réflexion, & que par conséquent on en doit conclure que le troisième qu'on n'aperçoit pas, doit se confondre avec un des deux que l'on distingue.

(147.) On est fort porté à croire que dans les deux cas opposés, c'est-à-dire quand on présente le côté *A* ou le côté *D* au Soleil, ce sont les foyers des surfaces analogues qui se confondent, cependant cela est fort différent comme on va le voir.

(148.) En effet, lorsque le côté *D* est exposé au Soleil, il est incontestable par les 4.e & 6.e expériences que la deuxième réflexion, 6 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$, appartient également aux surfaces *C* & *c*, & par conséquent que la 3.e 7 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, ne peut être formée que par la surface *A*.

(149.) Lorsqu'au contraire le côté *A* est exposé au Soleil, il est également incontestable par les 4.e & 5.e expériences, que la troisième réflexion, 7 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$, appartient à la surface *B*; & que par la 5.e expérience la deuxième réflexion, 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, appartient à la surface *b*; d'où il résulteroit que la surface *D*, n'en fourniroit aucune, si celle qu'elle doit fournir ne se confondoit avec une de ces deux qui ne peut être que celle de *B*, 7 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, l'autre étant trop courte & n'étant pas dans l'analogie du premier cas dans lequel le côté *D* étant tourné au Soleil, la surface *A* forme la réflexion de 7 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ *.

(150.) Il est évident que dans le premier cas, c'est-à-dire quand *D* est tourné au Soleil, ce sont les surfaces *C* & *c*,

* Depuis mon Mémoire fini, j'ai eu la satisfaction de voir que l'expérience a pleinement justifié ma conjecture, car ayant redemandé le verre de M. de la Lande, j'imaginai que si, en le présentant au Soleil, je pouvois décentrer le verre *CD*, comme je l'avois fait dans l'expérience rapportée, *art. 134*, je verrois le foyer de la surface *D* à côté & à la même distance que celui que je savois appartenir à la surface *B*, & le fait y répondit, car après avoir tiré l'objectif de sa monture & avoir tenu le verre *CD* dans une situation un peu excentrique, j'aperçus très-distinctement quatre nouvelles images qui se réunirent un peu à côté, mais à la même distance, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, que celles du foyer de la surface *B*.

contiguës l'une à l'autre, dont les foyers de réflexion ſe confondent; & que dans le ſecond, c'eſt-à-dire quand *A* eſt tourné au Soleil, ce ſont les ſurfaces *D* & *B*, c'eſt-à dire la première & la dernière dont les foyers ſe confondent.

(151.) Maintenant, pour appliquer tout ce qui vient d'être dit à mon objectif & en conclure les différentes courbures des verres qui le compoſent, il faut appliquer (comme on l'a fait, *art. 149*, pour le verre de M. de la Lande) la 3.e réflexion, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, *A* étant tourné au Soleil, à la ſurface *B*. La deuxième, 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, à la ſurface *b*, & pour la ſurface *D*, dont la réflexion ſe confond avec celle de *B*, la même troiſième réflexion, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, qu'on a trouvée pour cette ſurface; il faut auſſi par la même raiſon & la même analogie, attribuer la ſeconde réflexion, 6 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, *D* étant tourné au Soleil, également aux deux ſurfaces *C* & *c*, & la troiſième 7 pouces 5 lignes $\frac{3}{4}$ à la ſurface *A*; alors en appliquant les formules de M. Bezout à ces différentes réflexions, on en conclut les rayons de courbures marqués dans la Table ſuivante.

Surfaces.	*Foyers de réflexion.*		*Rayons de courbure.*	
	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.
A	7.	5 $\frac{3}{4}$	25.	11,5.
B	7.	8 $\frac{1}{2}$	32.	8.
b	5.	6 $\frac{1}{4}$	17.	16.
c } *C* }	6.	2 $\frac{1}{2}$	24.	6.
D	7.	8 $\frac{1}{2}$	26.	10,6.

ARTICLE III.

Des diſtances des Verres.

(152.) Pour meſurer les diſtances des verres avec le plus d'exactitude qu'il m'a été poſſible, j'ai fait faire deux inſtumens; le premier eſt une petite règle de bois de 4 pieds de long, diviſée en pouces & lignes avec le plus de ſoin & de préciſion que l'on a pu y mettre.

(153.) Le ſecond eſt une petite règle de cuivre d'environ 4 pouces de long *AA*, à laquelle j'ai fait ſouder dans le milieu une pièce *B* en équerre. Planche VII, *fig. 18.*

(154.) J'ai fait faire dans cette pièce une rainure à queue d'aronde pour recevoir la réglette à biſeaux *C C*, qui puiſſe couler dans cette rainure de façon à être toujours à fleur de ſa ſurface.

(155.) J'ai diviſé cette réglette en pouces & lignes, & j'ai tracé ſur la couliſſe une diviſion de Vernier, par le moyen de laquelle on peut juger de l'alongement de la règle juſqu'à la préciſion d'un dixième de ligne.

(156.) L'uſage de cet inſtrument me paroît ſi facile à entendre, que je ne crois pas néceſſaire d'en donner une plus ample explication.

(157.) C'eſt avec ces inſtrumens, & tous ceux que j'ai décrits précédemment, que j'ai dreſſé la Table ſuivante de toutes les dimenſions de ma lunette.

(158.) La *figure 19*, repréſente les trois plaques qui compoſent l'objectif, ſéparées les unes des autres pour en mieux diſtinguer & meſurer les courbures: cette figure, ainſi que les ſuivantes, ſont deſſinées ſur une échelle de moitié de la grandeur naturelle. Planc. VIII.

(159.) La *figure 20*, repréſente en coupe les deux bouts de la lunette; dans l'un l'objectif eſt repréſenté tout monté en *AD*, & dans l'autre on voit l'équipage du micromètre.

(160.) La *figure 21*, repréſente l'équipage deſtiné pour le Ciel, dont les oculaires ſont très-courts.

(161.) La *figure 22*, repréſente l'équipage pour la Terre, qui eſt compoſé de quatre oculaires.

(162.) *TABLE des dimensions de la Lunette achromatique de 3 pieds & demi de longueur, faite par le sieur Dollond, à Londres.*

	RAYONS de Courbure.		ÉPAISSEURS.	FOYERS.			DISTANCES.		
	pouces	lignes.	lignes.	pieds.	pouc.	lignes.	pieds.	pouc.	lignes.
A Fig. 19...	25.	11,5							
B........	32.	8							
b.........	17.	10							
c.........	24.	6							
C.........	24.	6							
D........	26.	10,6							
AB......	....		2,11						
bc.......	....		1,59						
CD......	....		2,18						
AD Fig. 20.	....		5,91	3.	5.	4,$\frac{1}{4}$			
FG......	....		1,62	〃	1.	0,$\frac{3}{4}$			
IK......	....		1,25	〃	〃	5,45			
LM Fig. 21	....		1,60	〃	〃	8,30			
NO......	....		0,97	〃	〃	3,53			
PQ Fig. 22..	....		1,02	〃	1.	2,$\frac{1}{4}$			
RS......	....		1,23	〃	1.	7			
TV......	....		1,25	〃	1.	10,$\frac{3}{4}$			
XY......	....		1,47	〃	1.	2			
DE Fig. 20.	....		....	....			3.	4.	2,$\frac{1}{2}$
GH......	....		....	....			〃	〃.	2,36
HI.......	....		....	....			〃	〃.	1,84
P Fig. 22...	....		....	....			〃	9.	5,9
QR......	....		....	....			〃	1.	10,48
ST......	....		....	....			〃	3.	10,17
VX......	....		....	....			〃	1.	9,45

TROISIÈME PARTIE.

De quelques additions faites à la Lunette pour en rendre l'usage plus commode & plus avantageux, & principalement du Micromètre.

(163.) Un instrument aussi bon que celui que l'on vient de décrire, méritoit bien qu'on y appliquât les inventions qu'on a trouvées en différens temps pour la commodité des observations.

(164.) C'est dans cette vue que je l'ai fait monter sur une machine parallactique, d'une construction plus commode & plus solide que celles que l'on fait ordinairement, que j'avois fait faire il y a long-temps pour l'usage des télescopes que construisoit le P. Noel, Bénédictin, & qui a été employée pour le grand télescope de 8 pieds, qu'il a fait pour le Roi, & qui est au château de la Meute.

(165.) Je n'en ferai point ici la description, parce qu'indépendamment de ce qu'elle a été gravée avec les figures de ce télescope, elle sera décrite en détail dans l'Art de la construction des instrumens de Mathématiques & d'Astronomie; c'est dans la même vue que j'ai adapté un micromètre à cette lunette & que j'ai cherché à y ajouter quelques nouveaux degrés de perfection.

(166.) Ce micromètre, qui est de même espèce que ceux dont on se sert pour tous les instrumens d'Astronomie, est monté sur un tuyau de cuivre d'environ 7 pouces de long *lm*, qui entre Fig. 20.
dans un tuyau *n, o*, aussi de cuivre; ce tuyau *n, o*, est fixé sur la plaque *p, q*, qui fait le fond de la lunette : il est refendu en quatre parties sur sa longueur, afin de rendre plus doux le frottement des tuyaux qui portent les oculaires, & qu'il est destiné à recevoir.

(167.) L'avantage qu'ont ces espèces de tuyaux refendus, de laisser couler uniment & sans saut ceux que l'on y adapte, pourroit produire dans les observations, l'inconvénient de laisser glisser le tuyau qui porte l'oculaire; & changer par conséquent

ſon foyer pour peu que par mégarde on y donnât le plus petit mouvement.

(168.) Pour obvier à cet inconvénient, il faut fixer le tuyau de l'oculaire, quand on l'a mis à ſon point; on auroit pu ſe ſervir pour cet effet d'une vis de preſſion, mais indépendamment de ce que ces ſortes de vis gâtent toujours un peu les pièces ſur leſquelles elles appuyent, j'aurois craint qu'en portant d'un ſeul côté elle ne changeât la forme du tuyau, & qu'elle ne dérangeât l'axe de viſion; c'eſt pourquoi j'ai fait faire le petit ajuſtement que voici.

(169.) Dans la *figure 23* qui repréſente la coupe de la lunette; *o, o, o, o* eſt un anneau refendu pour recevoir la vis *X;* cet anneau eſt rivé avec la pièce *r* qui eſt une des quatre parties *r, ſ, t, u* du tuyau refendu *n, o* de la *figure 20*, la vis *X* porte un quarré *y* qui entre dans une douille quarrée, creuſée juſqu'en *z* de la clef *&* afin que ce quarré *y* puiſſe y entrer plus ou moins avant, à meſure que la vis eſt tournée ou détournée; cette clef *&* eſt retenue ſur le tuyau par la pièce *w* qui l'empêche de reſſortir.

(170.) Il eſt aiſé de voir que l'anneau refendu *o, o, o, o* n'étant rivé qu'à la pièce *r*, n'empêche pas les autres *ſ, t, u* qui embraſſent le tuyau qui porte les oculaires, de faire reſſort comme à l'ordinaire, lorſque la vis *X* n'eſt pas ſerrée, & que lorſqu'on a trouvé le point, ce même anneau étant reſſerré par le moyen de cette vis *X* il fait appuyer les quatre pièces *r, ſ, t, u* contre le tuyau des oculaires, & le preſſe aſſez pour qu'il ne puiſſe couler, ſans que cette preſſion, qui ſe fait tout autour, puiſſe le décentrer, qui eſt ce que je m'étois propoſé.

(171.) Quand au micromètre, j'ai dit qu'il étoit de même eſpèce que ceux qu'on adapte aux inſtrumens d'Aſtronomie; mais ceux-ci s'appliquant ordinairement à des lunettes, dont les oculaires ſont d'un aſſez long foyer; les réticules qu'on y ajuſte ne ſont pas aſſez groſſis pour que l'on ne puiſſe pas y employer au moins des fils de cocon de ſoie, & quelquefois des cheveux, & même des fils d'argent.

(172.) Les oculaires de ma lunette étant d'un foyer fort court, ces objets, quelque déliés qu'ils soient, auroient été trop grossis, & par conséquent ils auroient paru trop inégaux, & auroient occupé trop de place dans le champ.

(173.) Pour remédier à cet inconvénient, j'ai employé un moyen que plusieurs Astronomes avoient imaginé il y a déjà long-temps, mais auquel on avoit renoncé, par l'impossibilité que l'on avoit eue jusqu'à présent de l'exécuter; savoir de tracer sur des petites plaques de glace, avec un diamant, des traits assez fins pour éviter les deux inconvéniens qui naissent du grossissement que produisent les oculaires d'un foyer court.

(174.) La méthode dont je me sers pour diviser, qui est connue de l'Académie, & dont on trouvera la description dans l'art de diviser les instrumens de Mathématique & d'Astronomie, m'a fourni les moyens, non-seulement de former des traits aussi fins & aussi unis que je le desirois, mais encore de les mettre bien perpendiculairement les uns sur les autres, & de les placer aux distances convenables avec toute la précision possible: en voici un exemple.

(175.) On sait que pour former le réticule d'un micromètre, il est assez ordinaire, après avoir placé sur la pièce qui doit rester fixe, un fil horizontal & un fil vertical qui le coupe à angles droits dans le centre du champ de la lunette; d'en placer deux autres verticaux, aussi aux extrémités de ce champ, mais l'on n'avoit pas encore tenté de leur faire comprendre une étendue déterminée, par l'impossibilité d'y parvenir: l'on se contentoit d'examiner, par observation, quelle étoit celle qui s'y trouvoit.

(176.) Par la méthode dont je viens de parler, je suis parvenu dès la première fois à tracer sur la plaque de glace, qui sert de réticule fixe, les trois traits verticaux avec assez de précision, pour que les deux des extrémités renferment exactement un espace de 34 minutes de degré, que celui du milieu partage exactement aussi en deux moitiés de 17 minutes chacune, comme je me l'étois proposé.

(177.) J'ai adapté de même au curſeur une petite plaque de glace, ſur laquelle j'ai tracé un trait vertical de même eſpèce.

(178.) Ces traits que j'ai meſurés ſous le microſcope n'ont qu'environ un cinq centième de ligne de largeur, & ſont cependant très-ſenſibles.

(179.) Il faut obſerver que les faces du réticule fixe & du curſeur, ſur leſquelles les traits ſont tracés, doivent ſe toucher, pour éviter la parallaxe qui s'y trouveroit ſi on ne les plaçoit pas ainſi.

(180.) Le micromètre étant ainſi diſpoſé, il étoit néceſſaire d'en faire la Table ; mais comme (ainſi qu'on l'a démontré ailleurs) on ne peut pas ſe fier à l'égalité des vis : voici la méthode que j'ai imaginée pour former cette Table avec la plus grande préciſion.

(181.) Dans un cercle, dont le rayon a 29 toiſes 5 pieds 0 pouce 7 lignes ; une demi-ligne répond à 4 ſecondes de degré ; en conſéquence, comme je voulois que la Table de mon micromètre comprît un eſpace de 34 minutes, afin d'avoir plus qu'il ne falloit pour meſurer les plus grands diamètres de la Lune, j'ai fait diviſer ſur une planche épaiſſe & bien dreſſée, ſur laquelle on avoit collé un papier blanc, un eſpace de 21 pouces 3 lignes en demi-lignes, pour en faire une mire, que je faiſois placer à la diſtance de 29 toiſes 5 pieds 0 pouce 7 lignes, du point qui ſe trouve aux deux tiers de l'épaiſſeur de l'objectif, pris du côté de l'objet, qui eſt celui auquel les rayons ſe croiſent, & qui par conſéquent doit être regardé comme le ſommet de l'angle.

(182.) Mais ſi je m'étois contenté de faire une diviſion ordinaire, les traits qui auroient été trop près les uns des autres ſe ſeroient confondus, & n'auroient pu être aſſez diſtingués pour que l'on pût être ſûr de celui auquel on feroit répondre le fil du curſeur du micromètre.

(183.) Pour éviter cet inconvénient, voici la méthode que j'ai ſuivie pour conſtruire la mire.

(184.) Sur

(184.) Sur la planche que j'y destinois, & qui a environ 8 pouces de large sur 2 pieds de long, j'ai fait tirer en crayon, dans toute sa longueur, 6 lignes parallèles *AA*, *BB*, &c. à la distance de 13 à 14 lignes l'une de l'autre; ensuite j'ai fait tirer deux lignes telles que *aa*, qui compassent ces six lignes à angle droit aux deux bouts de l'espace de 21 pouces 3 lignes, qui devoit contenir les 34 minutes. Planche IX, fig. 24.

(185.) Après cela j'ai fait tirer cinq autres lignes parallèles *bb*, *cc*, &c. à ces dernières, mais qui n'en fussent éloignées que d'une demi-ligne chacune.

(186.) J'ai fait faire ensuite une petite plaque de cuivre découpée comme la *figure 25*, dont les angles saillans sont éloignés entr'eux de 5 lignes. Planche X.

(187.) Enfin j'ai pris une ouverture de compas de 15 lignes, & j'ai fait tracer sur la grande parallèle *AA*, d'en bas, des lignes perpendiculaires *ff*, *gg*, &c. à cette distance de 15 lignes les unes des autres, en partant de l'extrémité des 34 minutes, pour servir de repaire dans la position de la plaque de cuivre découpée *(figure 25)* dont j'ai parlé plus haut.

(188.) Dans cet état, j'ai placé cette plaque découpée au commencement de la division, de façon que son premier angle fût bien exactement sur la ligne du commencement, & son quatrième angle sur celle *ff*, qui est à la distance de 15 lignes de la première, & je l'ai imprimée avec une brosse, comme on en use pour ces sortes de découpures, qu'on appelle communément *caractères découpés*. Planche IX, fig. 24.

(189.) J'ai continué ainsi dans toute la longueur des 34 minutes, en imprimant ce caractère de façon que la totalité de cet espace en fût rempli.

(190.) J'ai fait ensuite la même opération sur la seconde parallèle *BB*; mais en observant de prendre pour commencement de la division la seconde ligne perpendiculaire *bb*; qui se trouve distante d'une demi-ligne de celle *aa*, à laquelle j'avois commencé la division de la première, & j'en ai usé de même pour les

quatre autres grandes parallèles, en reculant à chacune le commencement de la division d'une demi-ligne.

(191.) Il est aisé de concevoir, que lorsqu'on voit la mire ainsi disposée dans la lunette, si l'on a placé la première verticale du réticule fixe sur le commencement de la division *a a*, & que le curseur y soit aussi placé, l'un & l'autre ainsi ensemble ne répondront qu'à l'angle *a* de la grande parallèle *A A* d'en bas, & à celui aussi *a* de l'autre grande parallèle *F F* qui est en haut, & que quand on aura fait avancer ce curseur de façon qu'il réponde à l'angle saillant de la seconde parallèle *B B*, il aura avancé de 4 secondes, de 8 à la troisième, de 12 à la quatrième, de 16 à la cinquième, & qu'enfin il se trouvera aux angles *f f* de celles d'en haut & d'en bas, quand il aura parcouru 20 secondes, après quoi il recommencera à la seconde, troisième, &c.

(192.) La forme de ces angles saillans, & des rentrans qui y sont opposés, est fort commode pour distinguer avec beaucoup de précision la position du fil qu'on veut y faire répondre, & la distance à laquelle se trouvent les parallèles, donne une grande facilité à ne les pas confondre.

(193.) Pour en donner encore davantage à distinguer les minutes, on a formé aussi en haut & en bas des lignes qui y répondent, telles que *f f*, *g g*, &c. des angles rentrans, tels qu'on les voit *figure 26*, & l'on y a imprimé des chiffres dans la situation naturelle en haut, & dans la situation renversée en bas, pour que cela serve également aux lunettes astronomiques qui renversent les objets, & aux autres.

(194.) *La figure 24*, de grandeur naturelle, montre une portion de la mire, qui contient 5 minutes, & qui rendra plus clair tout ce que nous venons de dire.

(195.) Tout étant ainsi disposé, je fis placer, comme je l'ai dit plus haut, la mire à la distance convenable; mais comme pour voir les objets distinctement à cette distance, il falloit éloigner l'oculaire de l'objectif plus qu'il ne le faut pour le Ciel; je

commençai par m'aſſurer de la différence de ces diſtances, & je trouvai que la diſtance du réticule du micromètre, au point qui ſe trouve au tiers de l'épaiſſeur de l'objectif, étoit pour le Ciel de 3 pieds 5 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$, qui, réduits en quarts de ligne, donnoient 1979, & pour la mire 3 pieds 6 pouces 0 $\frac{1}{2}$ lignes, qui réduits auſſi en quarts de ligne, donnoient 2018.

(196.) Après cela, je raiſonnai ainſi, ſi PQ repréſente l'eſpace qu'aura parcouru le curſeur du micromètre, pour comprendre les 34 minutes qui ſont repréſentées ſur la mire, lorſque cette mire eſt en O, (29 toiſes 5 pieds 0 pouce 7 lignes) & que Hh ſoit la différence (9 lignes $\frac{3}{4}$) de la poſition de l'oculaire pour le Ciel, d'avec ſa poſition pour la mire; il s'enſuit que PQ, ouverture du micromètre qui répond à 34 minutes lorſqu'il eſt en h, ſeroit trop grande ſi elle étoit portée en RS répondant à H, & que pour pouvoir avoir une ouverture qui répondît à 34 minutes dans le Ciel, il falloit la diminuer de façon qu'elle devînt rs; ſi l'on porte alors cette ouverture rs en pq, à la diſtance Ch, qui eſt celle à laquelle on peut voir diſtinctement la mire, on la trouvera trop petite pour comprendre toute la mire; mais alors en faiſant éloigner cette mire autant qu'il eſt néceſſaire pour que les extrémités des 34 minutes ſoient compriſes exactement par l'ouverture $pq = rs$ des fils du micromètre; on ſera ſûr que les ſubdiviſions des 34 minutes marquées ſur la mire, ſeront exactement celles de 34 minutes dans le Ciel. Fig. 27.

(197.) Maintenant, pour trouver la quantité dont il faut éloigner la mire, il ne faut qu'un calcul bien ſimple.

(198.) CO, eſt la diſtance du ſommet de l'angle qui ſe trouve aux deux tiers de l'épaiſſeur de l'objectif à la mire = 29 toiſes 5 pieds 0 pouce 7 lignes ou 25783 lignes. Ch eſt la diſtance du même point au réticule du micromètre, placé comme il doit l'être pour voir diſtinctement la mire = 2018 quarts de ligne. CH eſt la diſtance du même point au même réticule placé comme il doit l'être pour voir les objets céleſtes = 1979 quarts de ligne Fig. 27.

Fig. 27. (199.) Alors si PQ est l'ouverture du micromètre qui répond à 34 minutes lorsque la mire est à la distance CO & que le micromètre est en $PpqQ$; lorsque le micromètre est en $RrsS$, l'ouverture de 34 minutes deviendra $rs = pq$.

(200.) Pour que la mire de 34 minutes puisse convenir à cette ouverture, il faut l'éloigner de façon que

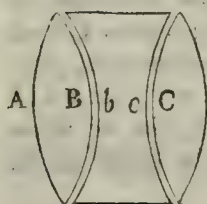
CH soit à Ch :: CO : a Co, c'est-à-dire,

1979 : 2018 :: 25783 : a 26291 ou $30^{t}\ 2^{p}\ 6^{p}\ 11^{l}$, par conséquent il faut, pour ma lunette, éloigner la mire de 3 pieds 6 pouces 4 lignes.

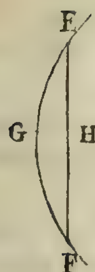
(201.) La mire étant placée à cette distance, il ne faut plus pour former la Table, qu'avoir soin d'affermir la lunette de manière qu'elle soit inébranlable pendant l'opération, & de l'ajuster de façon que les trois verticales du réticule fixe, tombent exactement sur les points marqués 0, 17 & 34 de la mire; faire joindre la ligne verticale du curseur au même point que la première verticale du réticule; avoir soin que l'alidade du cadran du micromètre soit bien sur le commencement de sa division; après quoi on éloigne le curseur de 4 en 4 secondes jusqu'au bout des 34 minutes, en écrivant à mesure le nombre des révolutions, parties & décimales, auxquelles on s'est arrêté à la fin de chaque espace de 4 secondes.

(202.) Avec ces attentions, on est sûr d'avoir une Table du micromètre aussi précise qu'on peut le desirer.

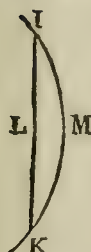
FORMULES calculées par M. BEZOUT.



		lignes.
Épaisseur du verre.	AB	= 2,11
Celle du verre.	bc	= 1,59
Celle du verre	CD	= 2,18
La réfract. moy. des verres	AB & CD	= 0,665
La réfraction moyenne du verre. .	bc	= 0,628



Courbure de *A*. Le ſinus verſe *G H* de l'arc *E F*, dont la corde avoit 3 pouces 2 lignes, a été trouvé = 0,58 de ligne.



Courbure de *D*. Le ſinus verſe *L M* de l'arc *I K*, dont la corde avoit également 3 pouces 2 lignes, a été trouvé = 0,56 de ligne.

En préſentant au Soleil l'objectif tout monté,

Le côté *A* au ⊙ on a trouvé	un 1.er foyer appartenant à la ſurface *b*	à $5^p\ 6^l \frac{1}{4}$
	un 2.e . . . appartenant aux ſurfaces *B* & *D*	à 7. $8\frac{1}{2}$
Le côté *D* au ⊙ on a trouvé	un 1.er foyer appartenant aux ſurfaces *C* & *c*	à 6. $2\frac{1}{2}$
	un 2.e . . . . appartenant à la ſurface *A*	à 7. $5\frac{3}{4}$.

Ces Élémens donnés, trouver la courbure de ces Verres.

$r, r^{i}, r^{ii}, r^{iii}, r^{iv}, r^{v}$ ſont les rayons des ſurfaces ſphériques *A, B, b, c, C, D*;

$i : m$ le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre *AB*;

$i : m^{ii}$ le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre *b c*;

a = la diſtance focale après une réfraction à la ſurface *A*, une réflexion à la ſurface *B*, & une ſeconde réfraction à la ſurface *A*;

b = la distance focale après les deux réfractions aux surfaces A & B, une réflexion à la surface b, & deux autres réfractions aux surfaces B & A;

c = la distance focale après cinq réfractions aux surfaces A, B, b, c, C, une réflexion à la surface D, & cinq autres réfractions aux surfaces C, c, b, B, A.

Soient enfin a', b', c' les quantités analogues à a, b, c, lorsqu'on présente au Soleil la surface D au lieu de la surface A; on aura les six Équations suivantes :

$$\frac{m}{2\left(\frac{1-m}{r}\right)+\frac{2}{r^{j}}}=a,$$

$$\frac{m}{2\left(\frac{1-m}{r^{v}}\right)+\frac{2}{r^{iv}}}=a',$$

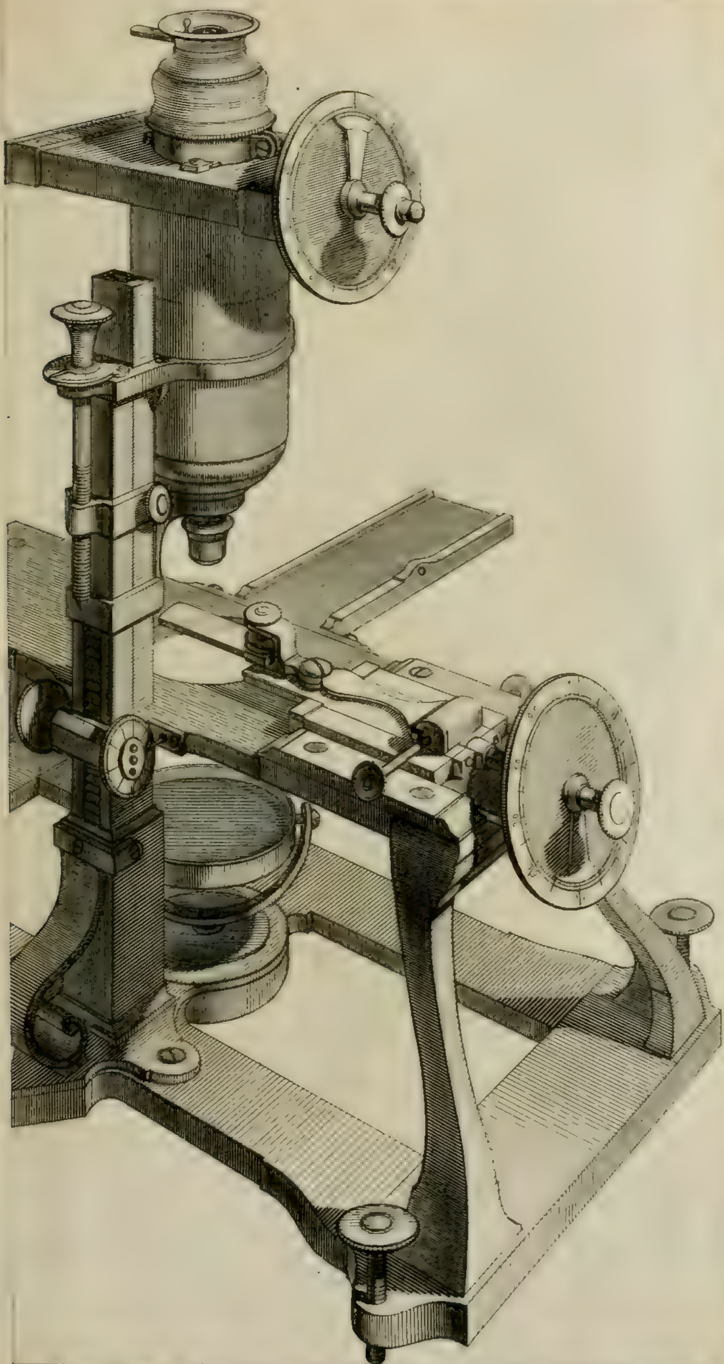
$$\frac{m}{2\left(\frac{1-m}{r}\right)+2\left(\frac{1-m}{r^{j}}\right)+\frac{2m}{r^{ij}}}=b,$$

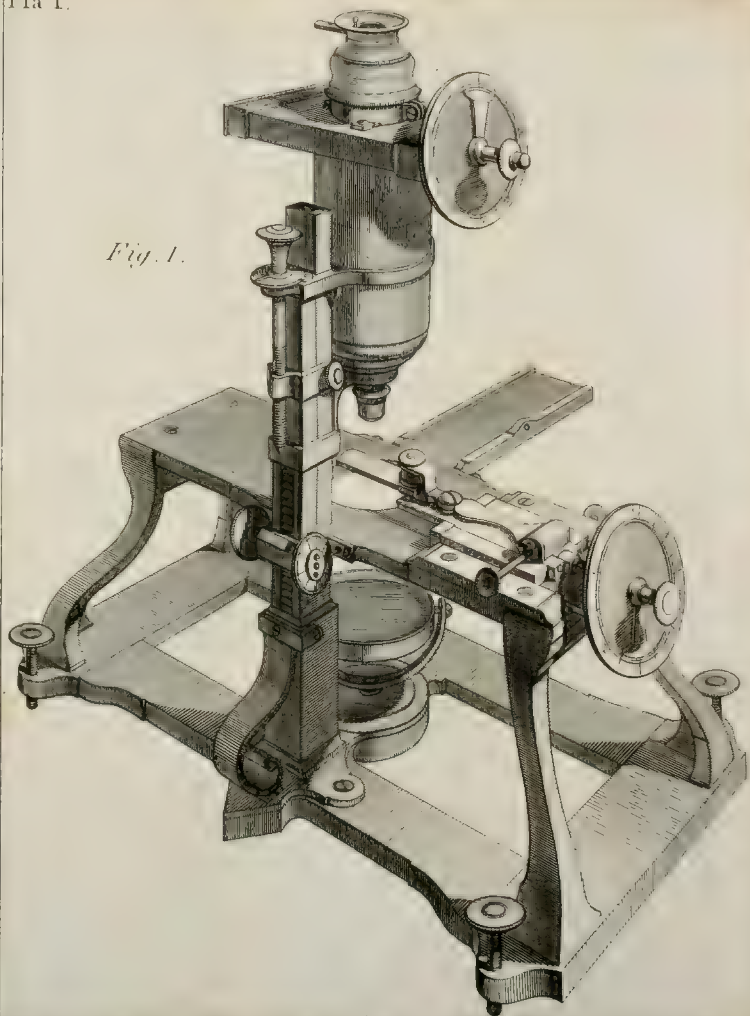
$$\frac{m}{2\left(\frac{1-m}{r^{v}}\right)+2\left(\frac{1-m}{r^{iv}}\right)+\frac{2m}{r^{iij}}}=b',$$

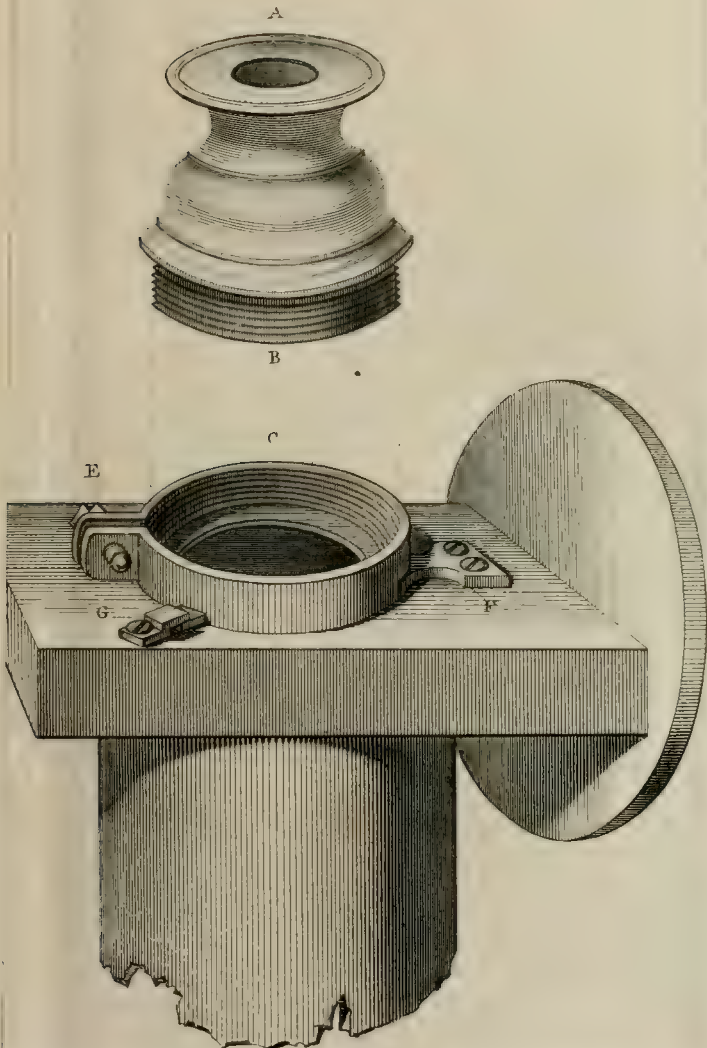
$$\frac{mm''}{2m''\left(\frac{1-m}{r}\right)+2m''\left(\frac{1-m}{r^{j}}\right)+2m\left(\frac{m''-1}{r^{ij}}\right)+2m\left(\frac{m''-1}{r^{iij}}\right)+2m''\left(\frac{1-m}{r^{iv}}\right)+\frac{2m''}{r^{v}}}=c;$$

$$\frac{mm''}{2m''\left(\frac{1-m}{r^{v}}\right)+2m''\left(\frac{1-m}{r^{iv}}\right)+2m\left(\frac{m''-1}{r^{iij}}\right)+2m\left(\frac{m''-1}{r^{ij}}\right)+2m''\left(\frac{1-m}{r^{j}}\right)+\frac{2m''}{r}}=c'.$$



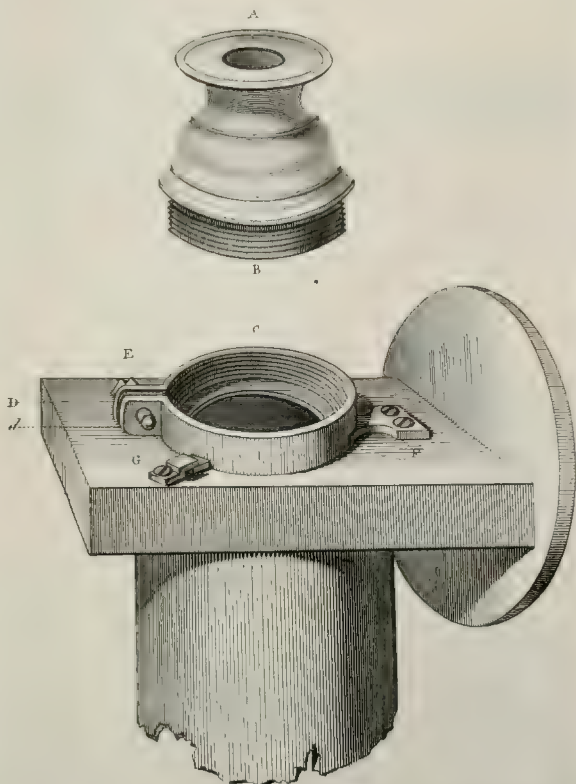


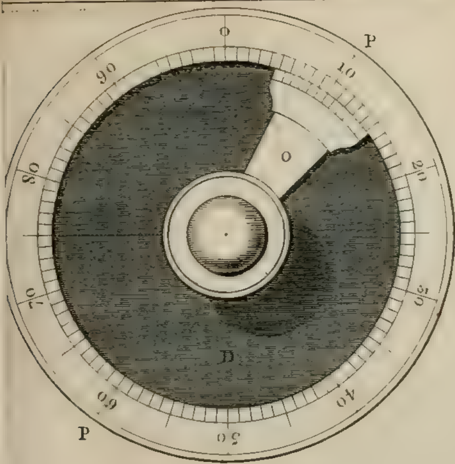

Pla I.
Fig. 1.


Fig. 2.
A
B
C
E
G
F

Pla II

Fig. 2





Face

Plan.

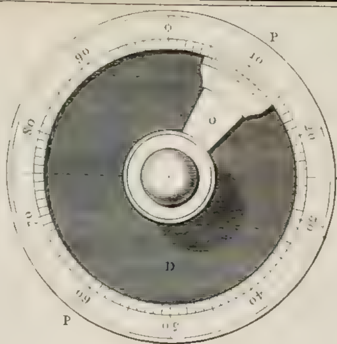
M
A N L B C
Q
I
K
E G M B F H

k
m
h
f
e g i
n b c

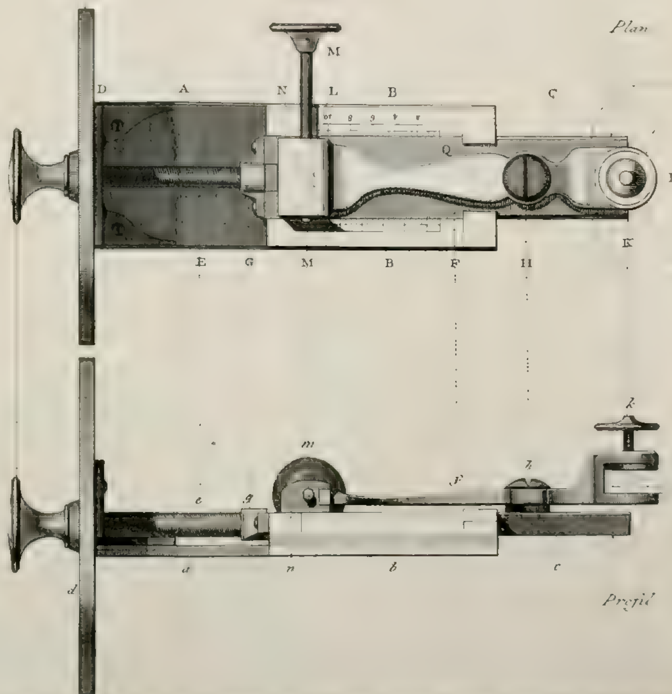
Profil.

Pla III

Fig. 3

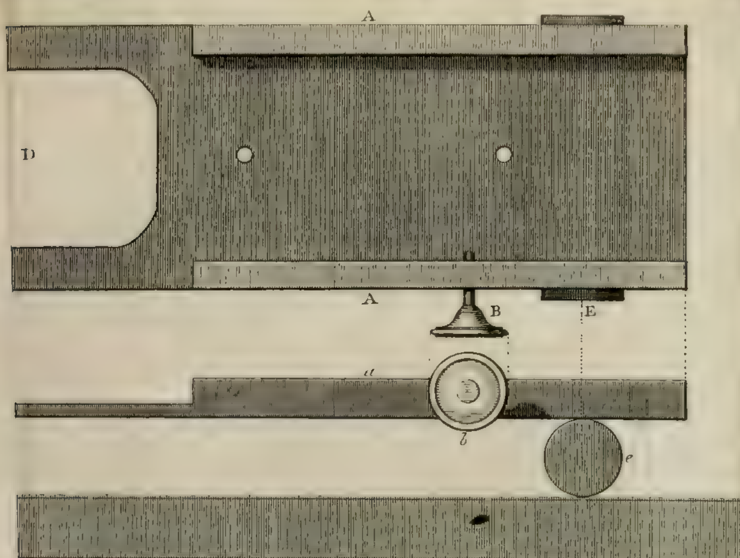


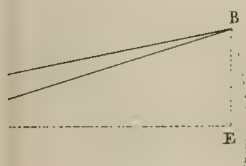
Face

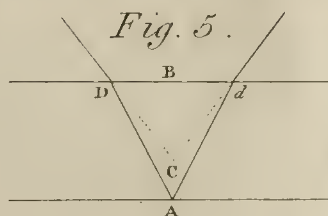


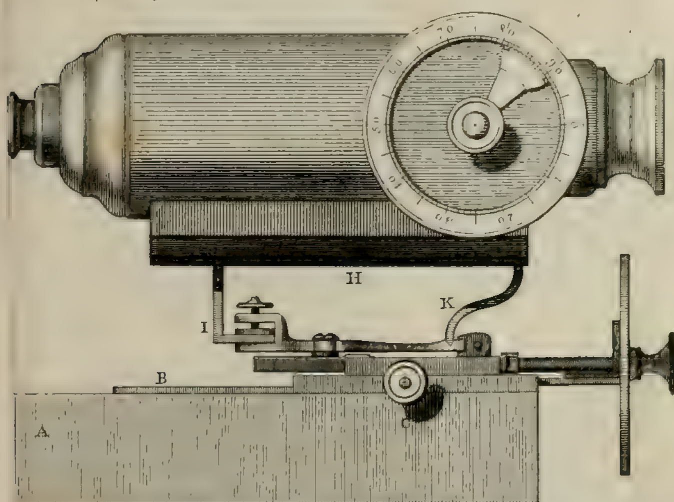
Plan

Profil

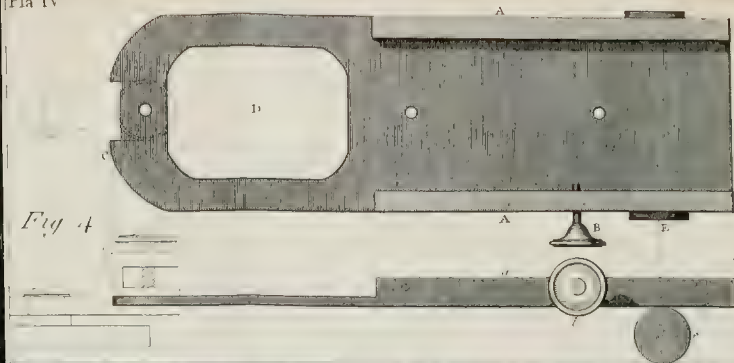

A
D
A
B
E
a
b
e

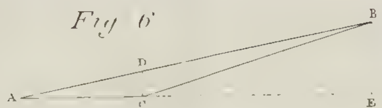

B
E

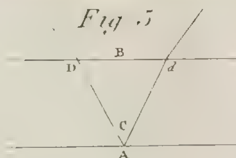

Fig. 5.
B
D
d
C
A

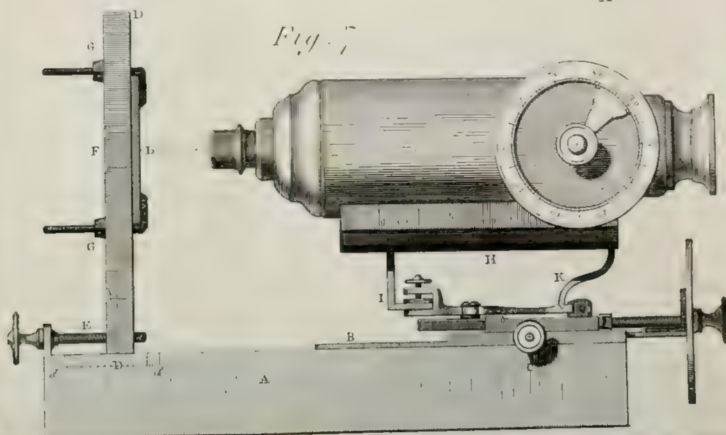

Fig. 7.
H
K
I
B
A
C

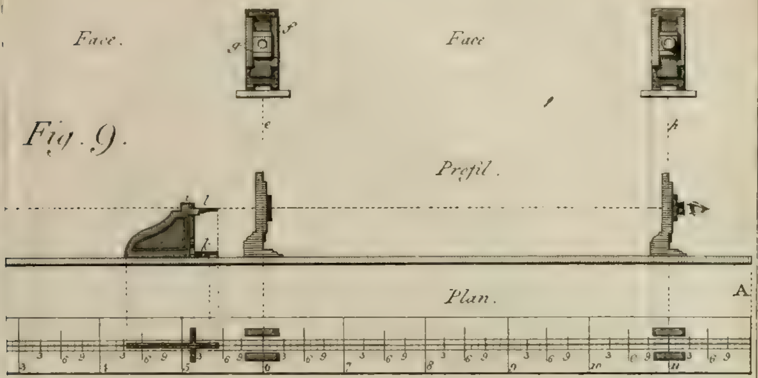
Pla IV

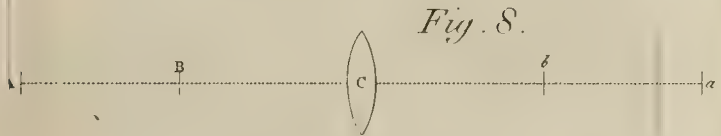


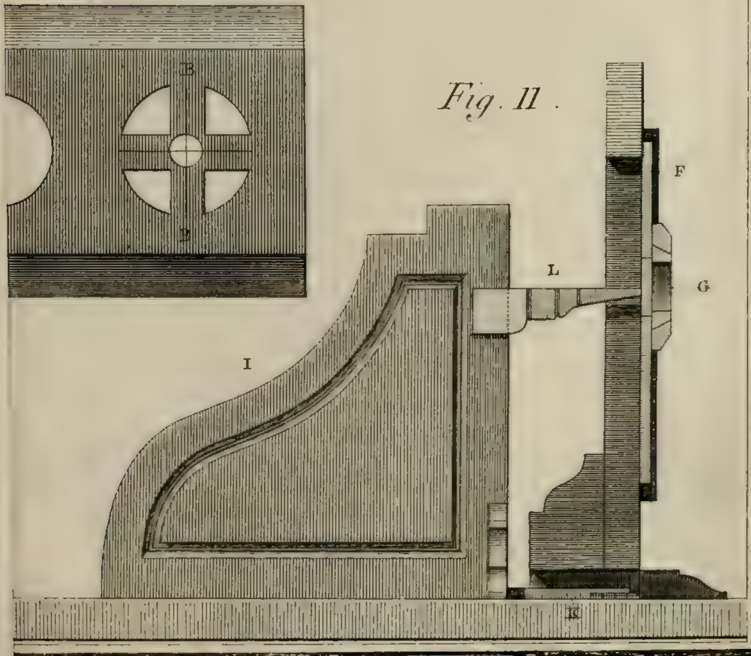




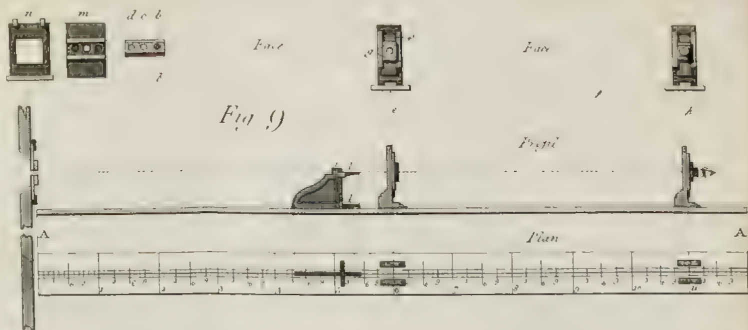



Face.
Face
Fig. 9.
Profil.
Plan.
A


Fig. 8.
B
C
b
a


Fig. 11.
F
L
G
I
K

Pla V



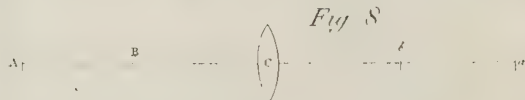
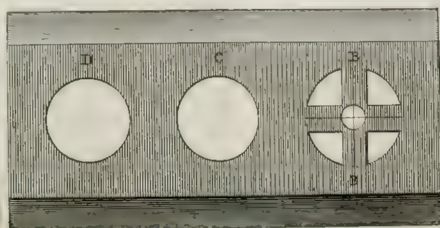
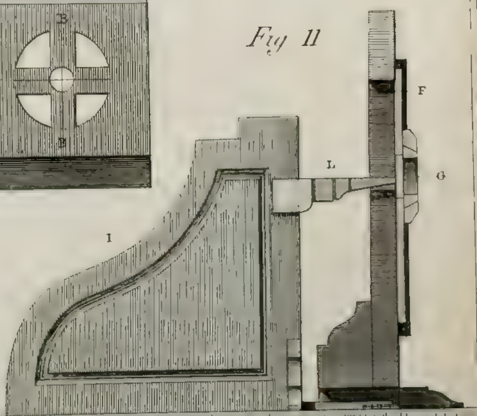
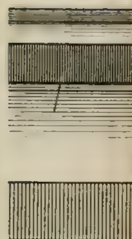


Fig 10



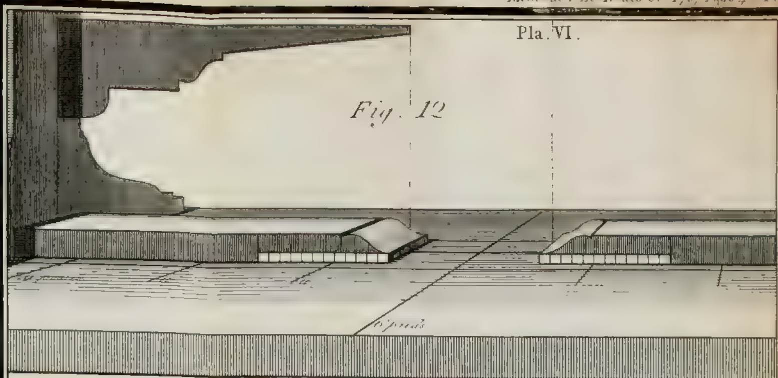


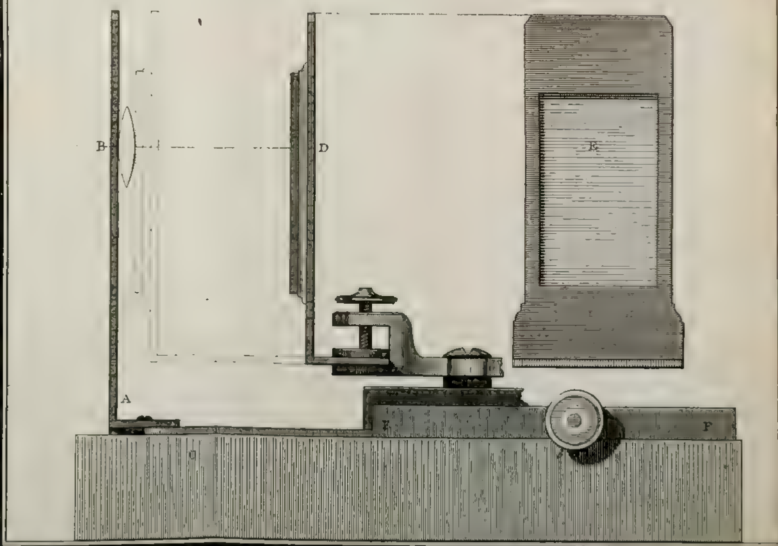
Ingram del. et sculp.

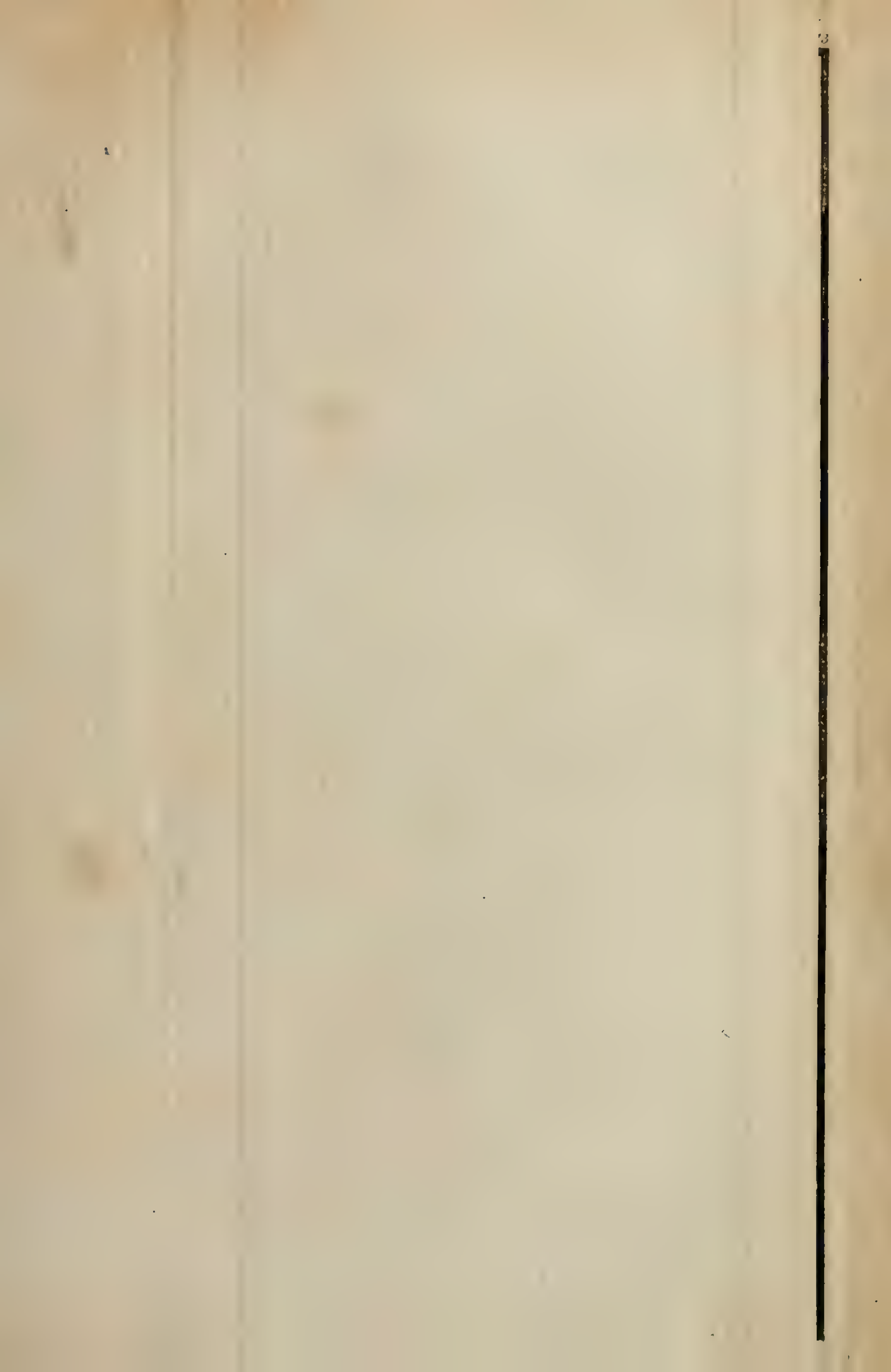




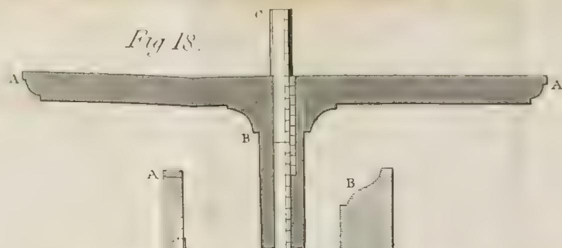
Pla. VI.

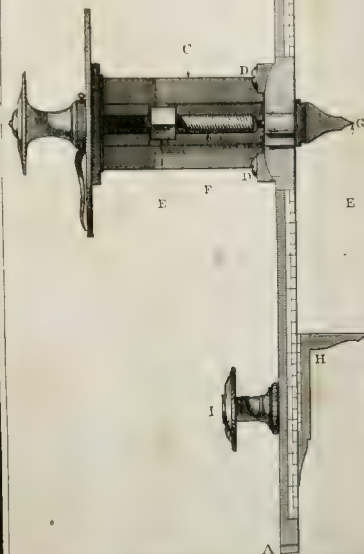


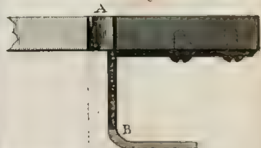


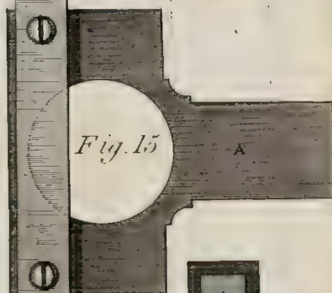


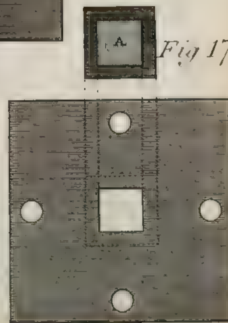
Pla. VII











C
B

A. Ingram del. et Sculp

Pla. VIII

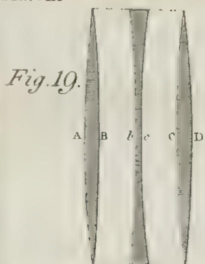


Fig. 19.

Fig. 21

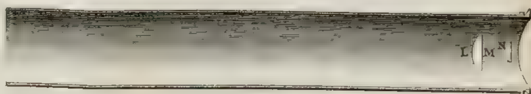


Fig. 20.

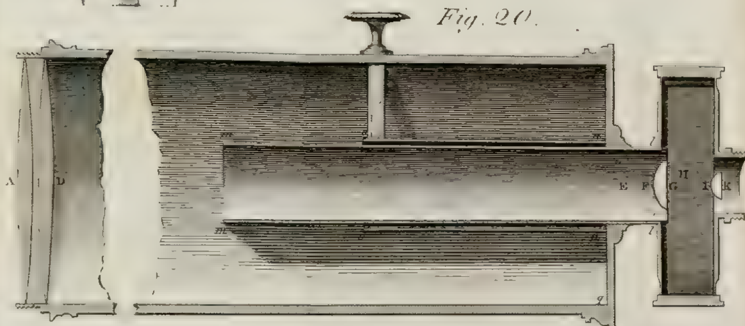


Fig. 22



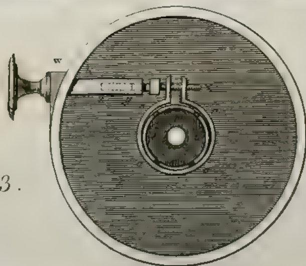


Fig. 23.

J. Ingram del. et Sculp.

Pl.15

IX

i

F

E

D

C

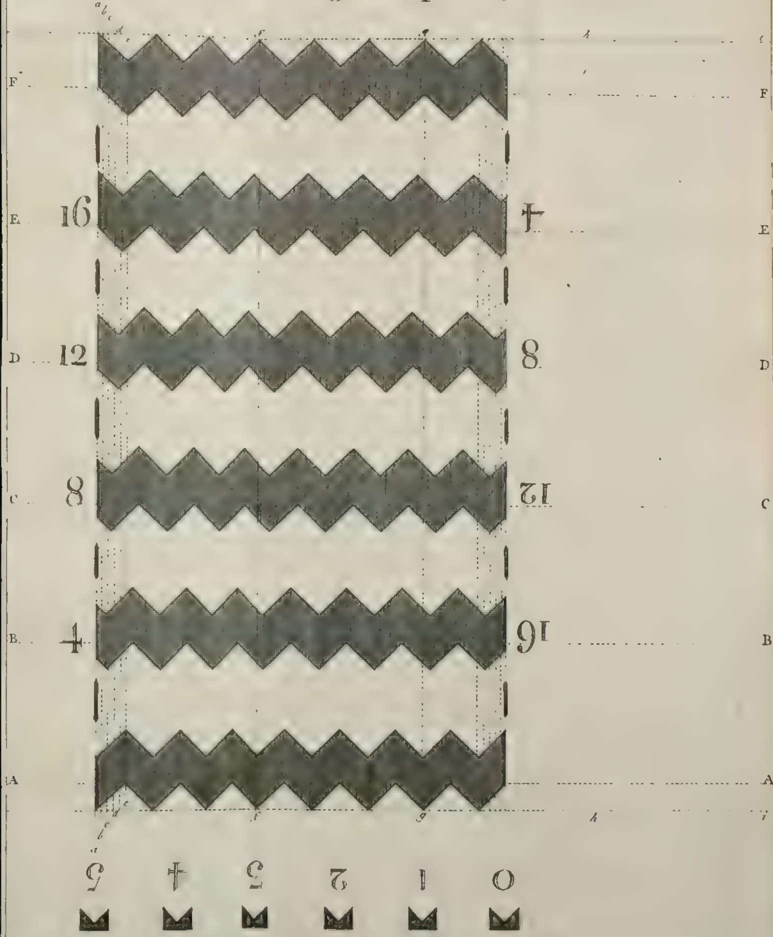
B

A

i

Pla IX

Fig 24.



Ingram del. et Sculp.

P
p
h
q
Q

Pla X

Fig 25

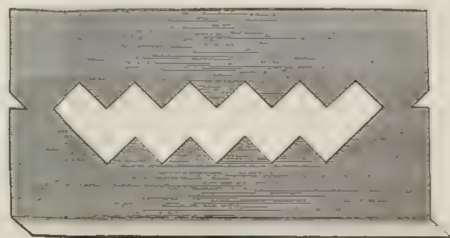


Fig 26

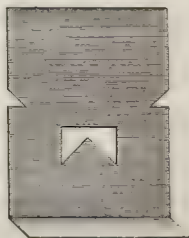
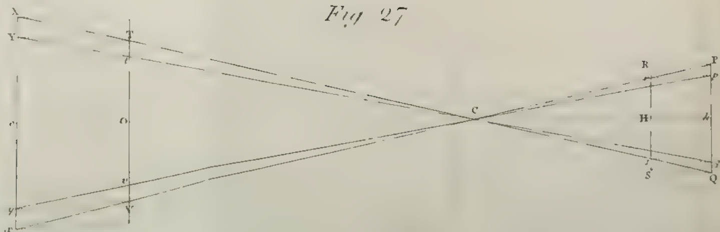


Fig 27



... del. et Sculp.

EXPÉRIENCES CHIMIQUES SUR LA BILE DE L'HOMME ET DES ANIMAUX.

Par M. CADET.

LA bile eſt une liqueur amère & ſavonneuſe, compoſée de parties ſalines & huileuſes & tenant beaucoup du principe aqueux : la plupart des Chimiſtes ſont de ce ſentiment; ſon caractère ſavonneux lui donne la propriété d'enlever les taches de graiſſe ſur les draps & les étoffes.

Un Médecin d'une très-grande réputation, fait prendre la bile du taureau, dans les cas d'obſtruction & d'embarras dans les viſcères; ce Médecin conſidère ce ſavon animal comme un des meilleurs remèdes fondans; employé extérieurement, c'eſt un très-bon réſolutif. Feu M. Homberg avoit auſſi remarqué que de la bile fermentée au ſoleil pendant deux ou trois mois, étoit un excellent remède pour enlever les tanes qui paroiſſent à la peau.

M. Spielman donne la bile de bœuf, avec le plus grand ſuccès, dans les affections vaporeuſes & mélancoliques; cet habile Chimiſte a obſervé qu'étant miſe en conſiſtance d'extrait, elle acquiert ſenſiblement, après un certain temps, l'odeur de muſc; ce que j'ai également remarqué.

M. Bordenave lut l'année dernière à l'Académie, un Mémoire intéreſſant ſur la bile de l'homme; avant d'établir aucun point de Phyſique ſur ſa vertu active & ſur ſes différentes altérations dans le corps humain, il avoit ſenti l'importance de s'aſſurer des principes qui la compoſent; il crut ne pouvoir mieux faire que de s'adreſſer à M. Pia, dont les talens ſont connus : comme dans ce même temps les travaux de M. Pia & les miens étoient communs, nous fimes quelques expériences ſur la bile humaine; M. Bordenave nous en procura quatre ou cinq onces; cette petite quantité ne nous permit pas d'étendre beaucoup notre travail;

cette bile, ſans avoir une odeur fétide, en avoit une fade & déſagréable; renfermée dans la cornue, elle nous a paru contenir beaucoup d'air; expoſée à un feu très-médiocre, elle s'élève rapidement en groſſes bulles & paſſe entièrement dans le récipient; dégagée de cet air, par une lente évaporation, & diſtillée enſuite, elle fournit une très-grande quantité de flegme, peu d'alkali volatil & beaucoup d'huile animale: nous avons verſé de l'acide marin ſur la bile humaine, & mis ce mélange en digeſtion à la chaleur tempérée d'un bain de ſable; il s'eſt fait un léger mouvement d'effervefcence; après la ceſſation de ce mouvement nous avons ajouté un peu d'eau diſtillée au mélange que nous avons filtré, & qui nous a donné une liqueur tranſparente d'un beau vert: après l'avoir fait évaporer lentement, il s'eſt formé à ſa ſurface, une pellicule ſaline qui a été recueillie avec ſoin à meſure qu'elle paroiſſoit; cette pellicule ſéchée & miſe en poudre, a été mêlée avec de la chaux vive; ce nouveau mélange humecté avec un peu d'eau, a répandu auſſitôt une odeur d'alkali volatil, très-pénétrante; cette expérience prouve que cette pellicule étoit un véritable ſel ammoniac, formé de l'acide marin & de l'alkali volatil contenu dans la bile.

Les Commiſſaires nommés par l'Académie pour examiner le Mémoire de M. Bordenave, en approuvant les vues de l'Auteur, parurent deſirer des expériences chimiques, capables de jeter un plus grand jour ſur cet objet; pour ſatisfaire au deſir de l'Académie, je réſolus d'entreprendre un travail en grand ſur la bile des animaux: aidé des lumières de ceux qui ont tenté avant moi les expériences que je me propoſois de faire, je n'ai rien négligé pour reconnoître les véritables principes qui compoſent la bile, afin de mettre le Phyſicien en état de porter un jugement certain ſur ſon origine, ſur ſes propriétés & ſur les différentes altérations qu'elle ſubit & qu'elle produit dans le corps animal. Cet objet m'a paru intéreſſant pour l'humanité; d'ailleurs la part que j'avois aux premières expériences, m'a fait regarder ce travail comme un devoir à remplir.

Il étoit difficile de ſe procurer de la bile humaine fraîche, en aſſez grande quantité, j'ai préféré d'employer celle du bœuf.

Ceux

Ceux qui ont parlé de la bile en général ne ſont pas d'accord ſur ſes principes eſſentiels, & nous n'avons juſqu'ici que des conjectures ſur cet objet; les uns y admettent de l'acide & de l'alkali; les autres la regardent comme un composé de parties ſalines & huileuſes, ſans rien déterminer de plus.

Verrheyen ayant deſſéché & calciné de la bile, il en tira une cendre dont la leſſive lui donna un ſel alkali; ce célèbre Anatomiſte doutoit ſi ce ſel étoit l'ouvrage du feu ou l'un des principes conſtituans de la bile; il chercha à s'en aſſurer par pluſieurs expériences; ce qui le détermina principalement à regarder le principe ſalin comme préexiſtant dans la bile, fut la couleur verte qu'elle prend mêlée avec le ſirop de violette; mais on peut objecter que toute liqueur jaune, ſans être alkaline, produit toujours du vert avec la couleur bleue. Il n'en eſt pas moins vrai que cet Anatomiſte retira du ſel alkali de la bile; Baglivi, Burggrare & Gartman en ont auſſi retiré, mais il n'eſt pas étonnant qu'aucun d'eux n'ait déterminé la nature de cette eſpèce de ſel, qui étoit la baſe du ſel marin; ce n'eſt que bien des années après eux, que M. du Hamel nous a démontré que cette baſe étoit un véritable alkali.

Verrheyen aperçut encore la ſaveur ſucrée que l'on trouve dans la bile; lorſqu'après l'avoir épaiſſie par l'évaporation on la fait diſſoudre dans l'eau; mais il ne connut point la raiſon de ce phénomène, qui paroît provenir d'un ſel particulier dont je parlerai bientôt *.

Nos premières expériences nous avoient porté à croire que l'alkali volatil étoit un des principes naturels de la bile; mais nous avons reconnu enſuite qu'il n'étoit que le produit d'une fermentation putride ſpontanée, qui peut-être n'exiſte point telle dans le corps humain, comme j'eſpère le démontrer dans la ſuite de ce Mémoire.

M. Marbricd, dans ſon excellent ouvrage, intitulé, *Eſſai d'Expériences ſur la nature & la propriété de l'air fixe*, dont M. Abbadie nous a donné la traduction, dit que la bile de bœuf

* Voy. ſon *Supplementum Anatomicum, ſive Anatomiæ corporis humani, liber ſecundus.*

ne donne aucun ſigne d'alkali, & qu'elle ne fait point d'efferveſcence avec les acides. M. Marbricd a mis en diſtillation, au feu de lampe, de la bile qu'il avoit conſervée dans une bouteille depuis deux ou trois mois; *il en a obtenu un eſprit volatil, qui avoit l'odeur fétide & ſur-tout un piquant conſidérable ;* en verſant de l'acide vitriolique affoibli ſur elle, il en a détruit le piquant & la fétidité ; il les a fait reparoître, en ajoutant à ce mélange de l'alkali fixe : il obſerve que l'alkali volatil qu'on tire des ſubſtances putrides n'eſt pas exactement ſemblable à celui qu'on obtient par un feu violent des ſubſtances animales non putrides; que ſon odeur eſt plus déſagréable, mais moins piquante que celle de l'alkali volatil ordinaire.

L'auteur de l'Eſſai pour ſervir à l'hiſtoire de la putréfaction, a fait auſſi ſur la bile de l'homme & ſur celle des animaux, beaucoup d'expériences curieuſes ; il juge que les acides minéraux & végétaux agiſſent ſur ces différentes biles à peu près de la même manière, & que les floccons ou grumeaux qui s'en ſéparent paroiſſent être une matière huileuſe, ſéparée par l'intermède des acides : l'Auteur remarque auſſi que les alkalis fixes & volatils, qui produiſent des effets contraires à ceux des acides mêlés avec la bile, ont occaſionné des grumeaux d'une couleur verdâtre, qui paroiſſent être de même nature que ceux qui ſont produits par ces acides; il ajoute que ces grumeaux étoient moins abondans, plus diviſés, moins verts & plus ſuſceptibles de ſe diſſoudre dans l'eau. De la décompoſition qu'éprouvent les ſels à baſe terreuſe & métallique avec la bile, cet Auteur a judicieuſement conclu, que cette humeur contient une ſubſtance alkaline qui a plus d'affinité avec les acides que n'en ont les ſubſtances terreuſes & métalliques : c'eſt cette ſubſtance alkaline qu'il étoit eſſentiel de démontrer, ainſi que les autres principes ſalins qui ont donné lieu à la décompoſition de la bile, par les alkalis fixes & volatils; c'eſt auſſi ce que je me propoſe de mettre en évidence par les expériences ſuivantes.

EXPÉRIENCES faites sur la bile du bœuf, par le moyen de l'esprit de sel.

J'ai versé sur six livres de bile de bœuf, quatre onces d'esprit de sel fumant; il s'est élevé dans l'instant du mélange une odeur d'*hepar* très-sensible; la bile s'est coagulée aussi-tôt, mais ce coagulum, quelques heures après, est devenu si fluide qu'il a passé aisément par le papier gris: il est resté sur le filtre deux gros d'une matière blanche, gélatineuse, légèrement teinte en vert; cette teinte ne venoit que de la liqueur verte dont on l'avoit séparée avant d'être filtrée; j'ai observé qu'une partie de cette matière blanche nageoit dans le fluide, & qu'une autre partie s'étoit précipitée: cette matière blanche lavée & séchée étoit purement animale, elle donnoit sur les charbons une odeur de cornes brûlées. La liqueur qui a été séparée par le filtre étoit d'un beau vert-pré; on l'a mise à évaporer sur les cendres chaudes dans une cucurbite de verre; quelques heures après cette liqueur a donné un précipité; on l'a décantée, elle étoit claire, elle avoit perdu ce beau vert de pré, il ne lui restoit qu'une légère teinte de vert, le précipité qui s'est formé ressembloit à de la poix noire, il s'est fondu à la plus douce chaleur comme une résine, il se pétrit sous les doigts comme de la cire molle, & prend très-bien l'empreinte d'un cachet; ce précipité teint en vert le bois blanc & le papier blanc, la couleur noire & foncée de cette espèce de résine, ne vient que de ce que les principes colorans de la bile, dans cette expérience, se trouvent plus rapprochés, & qu'ils sont privés du principe fluide qui en diminuoit auparavant l'intensité; ce principe fluide entre pour beaucoup dans la composition de la bile: j'en ai séparé plus de 20 onces, non compris ce qui s'est perdu par l'évaporation. Cette liqueur mise à évaporer de nouveau, a précipité une autre portion résineuse, semblable à la première, & a perdu entièrement dans cette seconde évaporation sa couleur verte, pour passer à une jaune de petite bière; elle avoit alors un goût très-acide; on y distinguoit parfaitement celui de l'esprit de sel marin qu'on y avoit employé; étant versée sur une pierre de liais elle y faisoit

une vive effervefcence, ce qui m'a déterminé à repaffer cette liqueur fur deux autres livres de nouvelle bile, qui s'eft coagulée, & qui a paffé enfuite dans un état de fluidité, femblable à celui de la première expérience faite avec l'efprit de fel; cette liqueur filtrée & évaporée a donné un femblable produit; elle avoit confervé, à peu de chofe près, fa même acidité: voulant particulièrement examiner cette liqueur acide, je l'ai évaporée dans une capfule de verre au bain de fable, elle m'a donné un fel blanc, qui, vu au microfcope avec une lentille d'environ deux lignes de foyer, formoit un affemblage de criftaux en petites aiguilles, dont chacune paroiffoit avoir trois ou quatre lignes de long; après avoir encore décanté la liqueur & porté l'évaporation plus loin, j'en ai retiré un fel brun par pellicules, qui avoit la faveur & le goût du fel marin; il décrépitoit comme lui fur les charbons; la couleur brune de ce fel vient d'une partie graffe dont il eft difficile de le dépouiller: ces pellicules falines, qui d'abord m'avoient offert un affemblage de petites trémies, n'ont pas eu lieu dans les dernières évaporations, mais parmi les pellicules de fel marin, j'ai aperçu un autre fel qui avoit une légère faveur de fucre de lait, dont les criftaux formoient des trapèzes; j'ai continué d'évaporer la liqueur que j'en avois féparée, elle m'a conftamment donné les deux mêmes fels; il m'eft refté une petite quantité d'eau-mère, difpofée à donner jufqu'à la fin les mêmes criftaux.

Expériences faites par l'acide nitreux.

J'ai pris quatre livres de bile pour examiner les effets de l'acide nitreux fur elle; comme elle a été employée le 12 Janvier de cette année 1767, & que le grand froid l'avoit entièrement gelée; j'ai coupé les véficules pour l'en féparer; il étoit facile de reconnoître le *ferum* de la bile d'avec fa partie graffe; il formoit autant de glaçons divifés par lames tranfparentes, fans couleur, qui n'avoient point d'odeur ni de goût, en un mot qui ne participoient en rien de l'amertume ni de l'odeur fade de la bile; quant à la partie graffe, elle avoit acquis une confiftance un peu plus épaiffe que la bile ordinaire; j'ai mis trois livres de cette bile, ainfi

gelée, dans une cloche de verre; j'ai versé dessus quatre onces d'esprit de nitre sans être fumant; à mesure que j'agitois les glaçons j'ai vu l'esprit de nitre prendre un beau rouge tirant sur le violet: il est bon d'observer que la capsule étoit alors sur un bain de sable modérément chaud; à mesure que les glaçons se fondoient la couleur rouge se détruisoit insensiblement pour passer à une couleur verte qui n'a été que momentanée, car, peu de temps après, le mélange a pris une couleur grise.

J'ai pensé d'abord que cette couleur grise étoit accidentelle, & que sa cause venoit de ce que la bile avoit été gelée & ensuite mise à chauffer; pour m'en assurer j'ai pris un autre livre de bile gelée que j'ai tenue dans un endroit assez chaud pour la faire fondre d'elle-même; lorsqu'elle a été parfaitement liquéfiée, je l'ai portée dans un endroit plus frais, je l'ai ajoutée peu de temps après au premier mélange refroidi, qui, de gris qu'il étoit, est devenu sur le champ d'un beau vert de pré; j'ai filtré la liqueur, elle a conservé sa belle couleur verte; il est resté sur le filtre une égale quantité de matière blanche gélatineuse animale, semblable à celle que j'avois eue par l'acide marin; elle boursoufle sur les charbons en répandant l'odeur fétide de cornes brûlés; j'ai observé qu'en faisant le mélange de l'acide nitreux avec la bile, il s'en élevoit une odeur fade & très-désagréable, mais je n'ai point reconnu celle d'*hepar* qui m'avoit frappé dans mon premier mélange de la bile avec l'acide marin, ce qui peut bien venir de ce que cette bile fraîchement tirée, & dans une saison aussi froide, n'avoit pas été dans le cas d'éprouver, comme l'autre, un commencement de fermentation putride.

Le filtre qui m'avoit servi à cette dernière expérience, ayant été mis à sécher sur un bain de sable, quelques endroits du papier qui étoient teints en vert, qui avoient éprouvé plus de chaleur, avoient pris une nuance de jaune, qui à la lumière paroissoit rouge, de sorte que les différentes nuances de rouge & de vert formoient, à cette lumière, un effet assez singulier: j'ai procédé ensuite à l'évaporation de cette liqueur verte de la bile, par l'esprit de nitre, comme j'avois fait sur celle du mélange de la bile avec l'acide marin; j'ai remarqué, après un certain temps, tout le contraire

de ce qui s'étoit paſſé dans la première évaporation, lors de mes expériences ſur la bile par l'eſprit de ſel; au lieu d'un précipité il s'eſt formé une matière réſineuſe jaune, qui étoit parſemée de petits points blancs, & aſſez reſſemblans à la partie couenneuſe qui ſe forme à la ſuperficie d'un ſang fluxionnaire; cette ſubſtance étoit adhérente tout autour de la cucurbite; la partie du milieu flottoit à la ſurface de la liqueur; cette matière réſineuſe ſe malaxoit aiſément dans les doigts, après avoir pris la précaurion de les humecter d'eau, ſans quoi elle s'y attachoit comme de la glu: cette eſpèce de réſine ſe durcit à l'air, ſe bourſoufle & bouillonne long-temps à la flamme d'une bougie; & lorſqu'elle eſt privée d'une partie de ſon humidité, elle s'y enflamme & répand en brûlant une odeur qui approche de celle de l'ache; la liqueur que j'ai obtenue de cette dernière expérience étoit très-acide, claire & tranſparente; elle avoit une fort belle couleur jaune de citron; je fus d'abord ſurpris que le *ſerum* & la ſubſtance huileuſe de la bile n'euſſent rien conſervé de cette belle couleur de vert-pré que lui avoit communiqué l'acide nitreux, & que tous les deux euſſent paſſé à la couleur jaune; j'ai penſé devoir attribuer ce phénomène à un phlogiſtique très-ſubtil, faiſant principe de la bile, & que l'acide nitreux lui a enlevé dans le commencement de l'évaporation: la liqueur dont je viens de faire mention, a été diminuée d'environ un tiers ſur un feu de ſable, dans une capſule de verre; miſe à refroidir, elle m'a donné des criſtaux quadrangulaires, je les ai ſéparés de la liqueur, j'ai continué de l'évaporer, j'ai été étonné de voir ſe former à ſa ſuperficie une autre ſubſtance jaune, réſineuſe, ſemblable à celle que j'avois obtenue dans la première expérience, & dont je n'avois vu aucun indice dans la deuxième évaporation: je l'en ai ſéparée par le filtre; la liqueur miſe de nouveau au frais, a continué de me donner des criſtaux quadrangulaires, ſemblables aux premiers, & l'évaporation ſuivie, m'a donné les mêmes produits; la liqueur que j'en ai décantée a dépoſé dans les capſules une autre eſpèce de ſel qui y étoit adhérent au point de ne pouvoir l'enlever qu'avec peine; ce ſel, vu à la loupe, préſentoit beaucoup de petites aiguilles.

L'eau-mère, tirée de cette criſtalliſation, avoit une belle couleur

jaune foncée; elle étoit fort épaiſſe; l'huile de tartre par défaillance, l'a troublée ſur le champ; il s'en eſt précipité peu de temps après un ſel, dont les criſtaux formoient des trapèzes, que j'ai reconnus ſemblables à ceux que j'avois retirés de la bile par la voie de l'eſprit de ſel.

L'huile de vitriol a coagulé cette eau-mère, & en a chaſſé des vapeurs nitreuſes qui étoient fort jaunes; ce mélange, étendu dans un peu d'eau, a donné un précipité blanc, comme l'eau-mère du nitre le donne par cet acide.

J'étois impatient d'examiner ce ſel quadrangulaire; l'examen m'a fait connoître que c'étoit un véritable nitre qui fuſoit entièrement ſur les charbons, qui avoit pour baſe l'alkali du ſel marin. La quantité de nitre quadrangulaire que j'ai retiré de cette expérience, m'a donné lieu de juger dans le moment, que la baſe du ſel marin entroit pour beaucoup dans la compoſition naturelle de la bile, & que jointe avec ſa partie graſſe, elle avoit formé dans le corps animal un véritable ſavon, comme le ſel de ſoude, ou autrement, la baſe alkaline du ſel marin en eſt produit, lorſque ces ſels alkalis ſont combinés avec une huile graſſe quelconque.

Si on me demande d'où vient cette baſe du ſel marin, je répondrai que tous les hommes & la plupart des animaux ſe nourriſſent de ſubſtances qui contiennent du ſel marin, mais ſi l'on ne retrouve pas dans la bile ce ſel en entier, que devient donc ſon acide? M. Lémery a penſé avant moi, qu'une portion du ſel marin ſe décompoſe dans le corps des animaux, & ſe change en ſel ammoniac, ce qui me porte à croire qu'il ſe fait dans l'intérieur de l'animal une décompoſition du ſel marin, qui oblige l'acide de ce ſel à quitter ſa baſe pour ſe joindre à un ſel alkali volatil, & qu'alors la baſe du ſel marin devenue libre, s'unit à une partie huileuſe, pour former un ſavon tel que celui de la bile; cette baſe du ſel marin a été reconnue dans beaucoup de matières animales; M. du Hamel l'a retirée du ſang de bœuf & de l'urine de l'homme: il me paroît que l'eſpèce de ſel alkali que M. Lémery a tirée de l'urine de vache, eſt auſſi de la nature de la baſe du ſel marin.

Le ſel marin & le nitre quadrangulaire que j'ai tirés de la bile

par l'acide de ces deux différens sels, ne me laissoient pas douter que l'alkali du sel marin ne fût vraiment une partie constituante de la bile: il m'étoit essentiel d'avoir ce sel alkali sans intermède; j'ai pris pour cet effet 10 livres de bile, produit de douze vésicules de fiel, je l'ai desséchée à un feu très-doux dans une terrine vernissée, en s'épaississant elle est devenue d'un brun tirant sur le noir; lorsqu'elle a été réduite en extrait sec, elle ne pesoit plus qu'une livre; elle avoit par conséquent perdu 9 livres de flegme: j'ai mis ensuite cette bile dans un creuset entouré de charbons ardens; la matière s'est boursouflée & enflammée, elle a répandu une fumée très-épaisse; la flamme ayant cessé, il m'est resté une matière charbonneuse qui avoit une odeur d'*hepar* que je lui ai enlevée par la calcination, dont j'ai eu une cendre grise exactement semblable à celle de la soude, tant pour le goût que pour la couleur: ces cendres pesoient 1 once 6 gros, ce qui fait 14 onces 2 gros de perte pour la partie huileuse; j'ai lessivé ces cendres avec une suffisante quantité d'eau, cette lessive filtrée m'a donné 3 onces d'un sel alkali, y compris l'eau nécessaire à sa cristallisation, & dont les cristaux étoient parfaitement ressemblans à ceux du sel de soude: ils tombent en efflorescence comme ces derniers: la liqueur séparée de ces cristaux, mise à évaporer, m'en a donné d'autres semblables, parmi lesquels j'ai encore aperçu un sel de la nature du sucre de lait, & de plus, un véritable sel marin, dont les cristaux avoient exactement la forme cubique.

La cendre produite de ces expériences étant lessivée, étoit fort noire, à raison d'une portion de phlogistique qu'il est difficile de lui enlever par la calcination; quelques parties de cette cendre étoient attirées par l'aimant & donnoient par la calcination une cendre rougeâtre. Pour achever de constater la nature du sel que j'ai tiré de la première cristallisation, & que je regardois comme étant véritablement la base du sel marin, j'en ai saturé une partie avec de l'acide vitriolique, j'ai eu du sel de Glauber dont les cristaux étoient très-réguliers; j'en ai aussi obtenu par l'acide du vinaigre, un sel neutre, semblable à celui que M. Baron a retiré du borax, moyen de plus que ce Chimiste a employé pour prouver dans ce sel minéral l'existence de la base du sel marin.

En

En raſſemblant toutes ces expériences, il en réſulte, 1.° que la bile qui a éprouvé une fermentation putride & ſpontanée, donne de l'alkali volatil, & fournit avec l'acide du ſel marin une eſpèce de ſel ammoniac, ainſi que M. Bordenave, M. Pia & moi, l'avons reconnu par les expériences dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire; mais cet alkali volatil exiſte-t-il dans le corps humain?

2.° Que les acides minéraux coagulent d'abord la bile, mais peu de temps après ils la rendent fluide, au point de paſſer aiſément à travers le papier gris, ce qui n'arrive pas naturellement: ce *coagulum* n'eſt produit dans le premier moment, que parce que l'alkali du ſel marin, aujourd'hui ſi bien démontré dans la bile, a plus d'affinité avec les acides, qu'il n'en a avec la partie huileuſe animale, avec laquelle il formoit une matière ſavonneuſe, & c'eſt avec raiſon que l'auteur de l'hiſtoire de la putréfaction, conſidère comme une matière huileuſe les floccons qui s'en ſéparent dans cet inſtant.

3.° Les ſels en aiguilles que j'ai tirés de la bile par la voie des acides, ſont le produit d'une terre calcaire qui s'y trouve en plus ou moins grande quantité; cette terre ayant plus d'affinité avec les acides que j'avois employés, qu'avec le principe huileux de la bile, s'y eſt unie & a donné lieu à cette eſpèce de ſel, que je regarde comme un ſel ſéléniteux, vu qu'il eſt inſipide, & qu'il ne peut ſe diſſoudre qu'en partie avec beaucoup de peine dans l'eau bouillante; c'eſt cette terre calcaire qui donne lieu, ainſi que l'ont penſé pluſieurs Phyſiciens, à la formation des pierres biliaires & des pierres ſtercorales; on en jugera par l'analyſe que j'ai donnée de ces dernières, à la ſuite d'une obſervation intéreſſante de M. Morand, qui eſt imprimée dans le troiſième volume des Mémoires de l'Académie royale de Chirurgie.

Henckel me paroît avoir eu grande raiſon de dire, que ceux qui font uſage d'abſorbans terreux, ſont ſouvent expoſés aux concrétions pierreuſes. Une Dame d'un très-grand nom ſentit, il y a trois ou quatre ans, des douleurs de colique très-violentes; M. de Vernage & M. Lory furent appelés, ces Médecins employèrent les remèdes néceſſaires pour ſoulager la malade, qui

fut enfin délivrée de ses douleurs en rendant une pierre par les selles à peu près de la grosseur d'un œuf de pigeon : ces Messieurs m'engagèrent à examiner cette pierre, que je trouvai composée d'une terre calcaire, & liée par un principe huileux de la nature de celui de la bile : si on doit s'en rapporter au sentiment de Henckel, on ne sera plus surpris de la production de cette pierre, en considérant que depuis plusieurs années la malade prenoit constamment tous les jours jusqu'à deux gros de Magnésie de Strasbourg, pour corriger les aigres de l'estomac.

4.° Les cristaux qui ont la forme de trapèzes, séparés du *serum* de la bile, m'ont paru être un sel qui approchoit beaucoup du sucre de lait, & qui se dissout, comme lui, assez difficilement dans l'eau, il n'en a pas tout-à-fait la douceur ; ce sel a été retenu dans l'eau-mère, provenant du mélange de la bile avec l'acide du nitre, par une partie grasse à laquelle il étoit uni, comme le sel essentiel du lait est uni à sa partie butireuse ; l'alkali fixe du tartre que j'ai versé dans cette eau-mère ayant plus d'affinité avec l'acide du nitre & avec la partie grasse qu'elle contenoit, a obligé ce sel essentiel à se précipiter : je crois que ce sel, joint à la terre calcaire, peut aussi contribuer pour beaucoup à la formation des pierres biliaires ; c'est sans doute à ce même principe salin que sont dûes des pierres de fiel d'une espèce particulière que M. Morand a le premier observées ; elles sont très-rares, mais elles sont reconnoissables par le brillant de leur surface & par leur transparence. On peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1741, les détails intéressans dans lesquels M. Morand est entré, & qui le portent à croire que les parties qui sont principes de la bile, se décomposent quelquefois ; alors, dit M. Morand, on en conclura assez naturellement que du différent assemblage des parties décomposées, il doit résulter des concrétions différentes, & telles que l'espèce de pierre dont il s'agit. Toutes ces observations peuvent aussi nous éclairer beaucoup sur la nature des pierres de la vessie, où l'on distingue souvent nombre de petits cristaux transparens ; c'est aussi ce principe salin, & la terre calcaire de la bile, qui ont donné lieu à l'auteur de l'histoire de la putréfaction, d'observer que les alkalis fixes & les

alkalis volatils, qui ont coutume de produire des effets contraires à ceux des acides, ont fourni avec la bile, des grumeaux verts ou verdâtres, plus ou moins verts & plus ſuſceptibles de ſe diſſoudre dans l'eau.

L'auteur de l'hiſtoire de la putréfaction a auſſi remarqué que les ſels à baſe terreuſe & métallique ſe décompoſoient avec la bile; ces expériences lui ont fait penſer, comme nous l'avons déjà rapporté, qu'il y avoit dans la bile une ſubſtance véritablement alkaline, & c'eſt ce que j'ai eu la ſatisfaction de démontrer par l'alkali du ſel marin que j'ai tiré de la bile, & qui eſt la cauſe de la décompoſition de ces ſels à baſe terreuſe & métallique.

Je puis donc enfin conclure que la bile eſt un véritable ſavon compoſé d'une graiſſe animale & de la baſe alkaline du ſel marin, & du ſel marin lui-même, d'un ſel eſſentiel de la nature du ſucre de lait & d'une terre calcaire qui participe un peu du fer: peut-être ces deux derniers principes, auſſi-bien que la nature du principe huileux, ſont-ils la cauſe de la couleur & de l'amertume de la bile, qui ne ſe rencontrent pas dans le ſavon ordinaire. Il m'a paru qu'il étoit important d'avoir une analyſe circonſtanciée d'une matière ſi eſſentielle à l'économie animale; je deſire ardemment qu'elle puiſſe être de quelque utilité à ceux qui s'occupent de la conſervation des hommes.



OBSERVATION
DE LA HAUTEUR SOLSTICIALE,
Faite à l'Obſervatoire royal au mois de Juin 1767.

Par M. CASSINI DE THURY.

22 Juillet 1767. NOUS avons profité des beaux jours qui ont précédé & ſuivi le jour du Solſtice, pour obſerver les hauteurs du Soleil & d'*Arcturus* avec les mêmes inſtrumens que j'avois employés les années précédentes, & particulièrement avec l'inſtrument de M. le Duc de Chaulnes; nous avons trouvé, par quatre obſervations réduites au temps du ſolſtice, la diſtance d'*Arcturus* au bord ſolſticial de $3^d\ 19'\ 53''$.

La plus grande hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil, a été obſervée au quart-de-cercle mobile de $64^d\ 55'\ 15''$, & je me ſuis aſſuré que l'état de cet inſtrument étoit cette année le même qu'au ſolſtice d'été de l'année dernière.

Cette même hauteur a été obſervée au quart-de-cercle mobile de $65^d\ 1'\ 58''$.



OBSERVATIONS ET CALCULS DE L'OPPOSITION DE SATURNE AVEC LE SOLEIL,

Du 22 Décembre 1767.

Par M. JEAURAT.

CETTE Oppoſition étoit d'autant plus importante à obſerver, que Saturne n'étoit éloigné de ſon périhélie que de 13′ 3″.

Car lors de l'oppoſition, qui eſt arrivée le 22 Décembre à $0^h\ 51'\ 33''$, l'anomalie moyenne de cette Planète étoit de $6^s\ 0^d\ 13'\ 3''$.

Cette oppoſition importante pour la théorie de Saturne, a été faite par un temps très-favorable; Saturne a été obſervé le jour même de l'oppoſition, & comparé avec trois Étoiles fort proches du parallèle de Saturne, Saturne étoit même ſi proche de l'une de ces trois Étoiles, qu'il n'en étoit éloigné le jour de l'oppoſition que d'environ 18 minutes en longitude, & de 5 minutes en latitude; d'ailleurs on trouvera dans ce Mémoire des obſervations de Saturne faites beaucoup avant ſon oppoſition, & dont on pourra faire uſage pour les diſtances reſpectives de Saturne au Soleil & à la Terre.

Des obſervations qui ſuivent, il réſulte, quant à ce qui concerne l'oppoſition de Saturne avec le Soleil,

Que l'oppoſition de Saturne eſt arrivée le 22 Décembre 1767 à........	$0^h\ 51'\ 33''$	Temps vrai.
	0. 50. 39	Temps moyen.
Saturne avoit alors une long. héliocentrique obſervée..	dans l'Écliptique, de	$3^s\ 0^d\ 32'\ 44''$
	dans ſon orbite, de	3. 0. 31. 38
Et une latitude auſtrale géocentrique obſervée de.....		1. 0. 20
Enfin, dans le cas où l'anomalie moyenne de ♄ eſt de		6. 0. 13. 3
L'erreur des Tables d'Halley en longitude, eſt de....		— 13. 12

Position apparente des Étoiles auxquelles SATURNE a été comparé.

L'étoile α du BÉLIER avoit pour { Ascension droite appar. 28ᵈ 32′ 30″ / Déclinaison bor. appar. 22. 21. 37

L'étoile η de CASTOR avoit pour { Ascension droite..... 90. 13. 40 / Déclinaison bor. appar. 22. 33. 14

L'étoile μ de CASTOR avoit pour { Ascension droite appar. 92. 14. 25 / Déclinaison bor. appar. 22. 36. 45.

Observations de SATURNE, faites à l'École Royale Militaire.

ANNÉE 1767.	TEMPS DE LA PENDULE POUR LES PASSAGES AU MÉRIDIEN.			
	α du BÉLIER.	η de CASTOR.	μ de CASTOR.	SATURNE.
27 Octobre..	11ʰ 52′ 53″	15ʰ 58′ 56″	16ʰ 6′ 56″	16ʰ 14′ 53″ ½
1 Novembre	11. 33. 6	....	....	15. 54. 33
18 Novembre	10. 24. 53	14. 30. 57	14. 38. 58	14. 43. 6
11 Décembre.	8. 55. 7	13. 1. 12	13. 9. 14	13. 6. 21
16 Décembre.	8. 35. 37	12. 41. 42	12. 49. 44	12. 45. 6
17 Décembre.	8. 31. 42	12. 37. 47	12. 45. 49	12. 40. 51
20 Décembre.	8. 19. 59	12. 26. 5	12. 34. 7	12. 28. 4
21 Décembre.	8. 16. 4	12. 22. 9	12. 30. 11	12. 23. 47
22 Décembre.	8. 12. 5	12. 18. 12	12. 26. 13	12. 19. 29

Calculs des Observations de SATURNE, faites à l'École Militaire.

TEMPS VRAI des Observations. *ANNÉE 1767.*	ASCENSION droite observée de SATURNE.	DÉCLINAISON observée de SATURNE.
27 Octobre.. à 16ʰ 7′ 57″	94ᵈ 13′ 23″	B. 22ᵈ 22′ 4″
1 Novembre à 15. 47. 55	94. 5. 2	22. 22. 14
18 Novembre à 14. 36. 2	93. 16. 41	22. 23. 25
11 Décembre. à 12. 50. 15	91. 31. 5	22. 26. 13
16 Décembre. à 12. 26. 26	91. 4. 50	22. 27. 8
17 Décembre. à 12. 21. 42	90. 59. 46	22. 27. 15
20 Décembre. à 12. 7. 16	90. 43. 44	22. 27. 36
21 Décembre. à 12. 2. 32	90. 38. 13	22. 27. 46
22 Décembre. à 11. 57. 46	90. 33. 0	22. 27. 53

ANALYSE
DE LA SOUDE DE VARECH.

Par M. CADET.

LE Varech eſt une plante de mer, très-connue ſur toutes nos côtes de Flandre, de Picardie & de Normandie, ſous le nom de *goemon* ou *ſar*.

M. Fontanet, dans le Journal de l'Agriculture & du Commerce, dit que le goemon, que la mer arrache & jette ſur ſes bords, ne vaut rien pour faire de la ſoude, qu'il faut prendre en marée baſſe, le plus avant en mer qu'il eſt poſſible, celui qui eſt attaché aux rochers; & que c'eſt dans les mois de Mars & d'Avril qu'il convient de cueillir le goemon, attendu qu'il eſt garni de bourſes ou boutons, remplis, à ce qu'il croit, d'une matière plus capable de s'alkaliſer par l'action du feu.

La ſoude de varech diffère beaucoup de celle que l'on tire du kali d'Alicante, auquel feu M. de Juſſieu a donné le nom latin *kali Hiſpanicum ſupinum annuum ſedi-foliis brevibus* *. Cet Académicien s'étoit propoſé de donner l'hiſtoire des autres plantes maritimes qui fourniſſent un ſel ſemblable à celui du kali, d'examiner en particulier chacune de leurs ſoudes, & d'indiquer les Arts dans leſquels elles ſervent.

* *Voy. les Mém. de l'Académie, année 1717.*

La ſoude de varech a un goût très-ſalé & une forte odeur *d'hepar ſulphuris*, que n'a point la ſoude d'Alicante, qui au contraire a une ſaveur âcre, brûlante & un goût lixiviel; les différens caractères ſalins de ces ſoudes, en impoſent ſouvent aux blanchiſſeuſes, & les mettent la plupart du temps dans le cas d'employer, ſans le ſavoir, des ſoudes d'Eſpagne mélangées de ſoudes de varech.

Quand notre ſoude eſt bien ſalée, diſent-elles, & qu'elle ſent la bourbe, (c'eſt ainſi qu'elles veulent exprimer l'odeur d'*hepar*) quand la pouſſière nous pique le nez, nous ſommes ſûres que

nous aurons une bonne leſſive, malheureuſement elles ne ſont que trop ſouvent les victimes d'un ſemblable raiſonnement.

Il ſeroit à deſirer qu'il règnât plus de bonne ſoi parmi la plupart de ceux qui font commerce de ſoudes. L'objet de ce Mémoire étant de faire connoître les inconvéniens qui réſultent de ces ſoudes falſifiées, j'ai cru que je ne pouvois mieux remplir mon but, qu'en examinant les principes de la ſoude de varech, & les différences qu'il y a entre elles & la ſoude d'Alicante; j'ai en conſéquence tenté les expériences ſuivantes.

J'ai verſé d'abord douze pintes d'eau de rivière ſur dix livres de cendre de varech que j'ai fait bouillir pendant une demi-heure; j'ai enſuite ſiltré la liqueur à travers le papier gris ſur une toile neuve; j'ai aperçu à la ſuperficie de la liqueur une pellicule ſaline, qui annonçoit un commencement de criſtalliſation; j'ai mis cette liqueur à la cave, pour voir ſi elle donneroit des criſtaux; cette liqueur avoit un goût ſalé & une forte odeur d'*hepar;* j'ai fait bouillir la matière reſtante ſur le filtre, dans douze autres pintes d'eau, j'ai filtré enſuite, ce que j'ai réitéré une troiſième & quatrième fois; les trois dernières leſſives ont été jointes enſemble pour être évaporées juſqu'à pellicule, ce qui fait en total quarante-huit pintes d'eau que j'ai employées pour enlever, par l'ébullition, la partie ſaline de la ſoude de varech.

La première leſſive qui avoit été miſe à la cave pour y criſtalliſer, a donné 4 gros de tartre vitriolé; les criſtaux de ce ſel, qui étoient très-petits, vus à la loupe, préſentoient des polièdres, c'eſt-à-dire des ſolides à pluſieurs faces, plus ou moins grandes; la liqueur ſéparée de ces criſtaux, a été jointe aux trois autres leſſives pour être auſſi évaporée juſqu'à pellicule.

J'ai obſervé, en trempant une ſpatule de fer dans les leſſives concentrées & toutes bouillantes, que la liqueur dépoſoit ſur la ſpatule, un précipité vert, qui après avoir perdu ſon humidité, paſſoit dans l'inſtant au rouge de mars: le changement de couleur de ce précipité, eſt dû à la chaleur concentrée que la leſſive bouillante avoit communiquée à la ſpatule de fer, laquelle a enlevé à ce précipité le principe ſulfureux auquel il devoit ſa couleur verte, cette préſence du fer dans la ſoude de varech, n'a rien de ſurprenant,

ſurprenant, elle a été reconnue nombre de fois dans la ſoude d'Alicante, par pluſieurs Chimiſtes, qui en ont tiré un bleu ſemblable au bleu de Pruſſe : j'ai ſeulement été ſurpris de voir que le précipité qu'a fourni la leſſive de ſoude de varech, fût d'une couleur verte; j'ai d'abord attribué la cauſe de cette couleur à une ſurabondance d'une terre jaune martiale, qui s'eſt mêlée avec la partie bleue que je m'attendois plutôt d'y rencontrer, & qui a occaſionné la couleur verte, comme il arrive quelquefois dans la préparation du bleu de Pruſſe. J'ai verſé quelques gouttes d'acide nitreux ſur une partie de la leſſive de ſoude de varech, dans l'eſpérance de faire paſſer à la couleur bleue le précipité vert qu'elle fournit; cet acide au contraire, en s'emparant de la partie alkaline, a fait diſparoître la partie ferrugineuſe & a donné quantité de flocons jaunes, leſquels lavés & ſéchés, ſe ſont trouvés de véritable ſoufre; l'acide vitriolique, employé dans cette leſſive, en a également précipité du ſoufre.

Lorſque j'ai aperçu la pellicule ſe former ſur la liqueur, je l'ai filtrée pour en ſéparer cette fécule verte, laquelle ſéchée peſoit près d'un gros : j'ai porté au frais la liqueur pour la faire criſtalliſer, en moins d'une heure de temps la terrine s'eſt trouvée garnie d'une quantité de petits criſtaux alongés, leſquels étant détachés & examinés attentivement à la loupe, formoient autant de petits cubes; la configuration régulière de ces criſtaux & leur ſaveur ſalée, m'ont perſuadé auſſitôt que ce ſel étoit du ſel marin, il en différoit pourtant par une forte odeur d'*hepar ſulfuris* dont il étoit empreint: les criſtaux lavés & ſechés, ont peſé une livre deux onces, la liqueur qui en a été ſéparée paroiſſant alkaline par ſa ſaveur âcre, je me ſuis déterminé à l'évaporer à ſiccité; pendant toute l'évaporation il s'en eſt élevé une odeur forte d'*hepar*, le ſel qui en eſt réſulté eſt d'un gris ſale & foncé, mais pouſſé au feu plus vif, il eſt paſſé au rouge brun; ce ſel peſoit cinq livres une once. Pour mieux déterminer la nature de ce ſel, qui avoit une ſaveur alkaline & ſalée, j'en ai peſé deux livres, je les ai miſes dans un grand pot à beurre de Bretagne avec quatre livres de crême de tartre; j'ai verſé ſur ce mélange cinq pintes d'eau bouillante, il s'eſt fait auſſitôt un mouvement d'efferveſcence,

mais il étoit bien petit en comparaiſon de celui qui a lieu dans de ſemblable mélange, fait avec le vrai ſel de ſoude d'Alicante & la crême de tartre, dont le mélange paſſe par-deſſus le pot avec une rapidité ſingulière; le mouvement d'efferveſcence paſſé, j'ai aperçu que la plus grande partie de la crême de tartre ne s'étoit point diſſoute; en conſéquence j'ai ajouté à ce mélange les trois livres une once de ſel de varech qui reſtoient de l'évaporation, avec deux autres pintes d'eau bouillante; malgré cette addition il s'eſt trouvé encore près d'une livre de crême de tartre au fond du pot, de ſorte que les cinq livres une once de ſel de ſoude de varech, n'ont abſorbé au plus que trois livres de crême de tartre, tandis que le ſel de ſoude d'Alicante, dans les mêmes proportions, en auroit abſorbé plus de onze à douze livres.

Le mélange du ſel de ſoude avec la crême de tartre, eſt celui dont on ſe ſert en Chimie pour la préparation du ſel de Seignette; dans ce cas on ne peut y employer le ſel de varech, ainſi qu'il eſt aiſé de le démontrer par cette expérience auſſi-bien que par les produits ſuivans.

La liqueur ayant été décantée de deſſus la crême de tartre reſtante, elle a été évaporée juſqu'à pellicule, & enſuite filtrée, quoiqu'encore très-chaude elle a commencé à donner des criſtaux; après une heure de refroidiſſement, j'ai ſéparé les criſtaux qui étoient de crême de tartre, ils étoient parſemés de quelques petits criſtaux de ſel marin, ces criſtaux ſéchés peſoient huit onces un gros & demi; j'ai évalué le gros & demi pour le ſel marin qui y étoit mêlé; j'ai continué d'évaporer la liqueur juſqu'à pellicule, cette ſeconde évaporation a fourni une belle criſtalliſation de ſel marin, exempte de crême de tartre & ſans odeur d'*hepar;* il eſt aiſé de ſentir que cette odeur forte & déſagréable lui a été enlevée par la crême de tartre, qui en a décompoſé le foie de ſoufre. Dans cette dernière criſtalliſation, j'ai aperçu cinq criſtaux de ſel de Seignette, bien figurés & fort éloignés les uns des autres, ce qui a fait d'abord juger que la liqueur reſtante pouvoit donner du ſel de Seignette en place de ſel marin. J'ai évaporé de nouveau, & la liqueur portée au frais, a donné des criſtaux de ſel de Seignette, j'ai continué de filtrer & d'évaporer juſqu'à

ce qu'elle cessât de cristalliser, les cristaux étoient tous de sel de Seignette & exempts de tout mélange d'autre sel; ils pesoient deux livres neuf onces; il en est résulté après, une eau-mère qui tenoit un milieu entre l'eau-mère du sel marin & celle du sel de Seignette.

Depuis ces dernières expériences, il est constant que la soude de varech diffère beaucoup de la soude d'Alicante.

1.° Par son odeur pénétrante de foie de soufre, ce qui est prouvé, non-seulement par l'odeur, mais encore par le soufre qu'on en a retiré en employant la voie des acides.

2.° Par le tartre vitriolé qu'on y a reconnu, qui est un sel neutre totalement étranger à la soude d'Alicante, qui vient sans doute de quelqu'autre plante que l'on a mêlé au varech, pendant sa calcination, lequel ne peut que nuire aux expériences dans lesquelles on feroit usage de soude qui en contiendroit.

3.° La quantité de sel marin dont cette soude abonde, ainsi qu'on l'a démontré, & le peu d'alkali réel qu'elle contient, en doit interdire l'usage en France, du moins pour les fabriques de savon & pour le blanchissage.

Pour faire de bon savon, il faut que la soude soit bien alkaline, pour augmenter la force de l'alkali & la rendre plus caustique, on est forcé de l'aiguiser avec la chaux vive.

La soude de varech, qui n'est presque toute que sel marin, ne peut donc servir pour la préparation du savon.

Les Blanchisseuses, par la même raison, ne peuvent parvenir à bien dégraisser leur linge qu'autant que la soude d'Alicante est bien âcre, caustique & chargée de beaucoup d'alkali, qui en se joignant à la partie grasse de leur linge, fait une espèce de savon qui en décide plus ou moins la grande blancheur; si cette soude est falsifiée avec celle de varech, que l'on appelle dans le commerce, *petite soude*, elle est d'abord affoiblie & blanchit par conséquent moins bien le linge: autre inconvénient qui en résulte, c'est que le linge est exposé à être beaucoup plus taché, en ce que le varech contient évidemment plus de fer que la soude d'Alicante, ce qui fait un très-grand tort aux blanchisseuses, sur-tout lorsqu'il se rencontre dans leur cuvier des hardes de basin, les

taches de fer de la ſoude s'en vont très-difficilement ſur cette eſpèce de toile. Lorſque les Blanchiſſeuſes rencontrent de pareilles ſoudes, pour la rendre plus mordicante, c'eſt-à-dire, en terme de Chimie, plus alkaline, elles ajoutent à leur cuvier un boiſſeau ou deux de cendre de bois neuf, ſuivant la quantité plus ou moins grande de linge qu'elles ont à blanchir; elles reconnoiſſent que leur ſoude eſt pure & ſans mélange, lorſqu'elle coule laiteuſe & qu'elle forme une petite écume bleuâtre à la ſuperficie du cuvier; elles diſent alors que leur leſſive eſt bien amoureuſe, & dans ce cas, elles n'y ajoutent point de cendre, vu que leur leſſive eſt aſſez alkaliſée. D'après tous les faits qu'on vient d'expoſer, on voit déjà que la ſoude de varech, telle qu'on la fait actuellement, ne peut nullement ſervir pour les fabriques de ſavon & encore moins pour le blanchiſſage; mais voici une preuve d'expérience qui la met hors de doute : j'ai donné à une Blanchiſſeuſe douze livres de cendre de varech à employer en place de ſoude d'Alicante, en la goûtant, elle aſſura qu'elle étoit bien ſalée, qu'elle ſentoit bien la bourbe & qu'il étoit ſûr qu'elle donneroit une bonne leſſive; j'étois perſuadé du contraire, d'après les principes qui conſtituent les cendres de varech; après la leſſive coulée, la liqueur eſt ſortie du cuvier claire, ſalée, avec une très-forte odeur d'*hepar;* elle n'étoit ni laiteuſe, ni ſavonneuſe, ni lixivielle, ce qu'auroit été la leſſive de pure ſoude d'Alicante; elle n'a eu aucune action ſur le linge; s'il fût reſté plus long-temps dans le cuvier, il auroit immanquablement été tout taché, heureuſement la Blanchiſſeuſe s'y prit aſſez tôt pour y remédier, en mettant ſon linge dans un autre cuvier & y ajoutant une même quantité de pure ſoude d'Alicante.

Il réſulte de cette analyſe, que la ſoude de varech ne peut ſervir pour le blanchiſſage & pour les ſavonneries.

Les Verriers ſont les ſeuls qui peuvent l'employer utilement, à raiſon de la quantité de ſel marin qu'elle contient; ce ſel aide à la fuſion des terres, même les plus réfractaires; la violence du feu qu'elle éprouve d'ailleurs dans la préparation du verre, fait que le ſel marin achève de s'y alkaliſer.

Cette ſoude, ou autrement ſon ſel, pourroit ſervir auſſi à faire

de bon eſprit de ſel; il en réſulteroit un ſecond avantage, c'eſt que le réſidu de la diſtillation fourniroit du ſel de Glauber; mais de tous les avantages, le plus grand ſeroit celui de porter le varech au degré de l'utilité de la ſoude d'Alicante.

Le varech, je crois, ne pèche que parce qu'il abonde trop en ſel marin; ſi cette plante étoit mêlée avec d'autres plantes maritimes cultivées & moins chargées de ſel, les dernières contenant beaucoup plus de principe inflammable, produiroient, je penſe, une meilleure calcination, & dans laquelle le varech ſubiroit une chaleur plus violente; le ſel marin, qui fait principe de cette plante, s'en alkaliſeroit beaucoup mieux, & les cendres qui en réſulteroient, pourroient bien avoir toute la bonté & les propriétés de celle d'Alicante. On ſait de quel ſecours ſont les matières inflammables pour enlever les acides de leur baſe alkaline; auſſi M. du Hamel a-t-il tenté de décompoſer le ſel marin par l'intermède du charbon: il y ſeroit peut-être parvenu s'il avoit porté ſes expériences plus loin, mais ce n'étoit point le but qu'il ſe propoſoit, ainſi qu'il l'obſerve dans un Mémoire qu'il a donné en 1736, ſur la baſe du ſel marin. Ce ſont les expériences qu'il a tentées qui ont donné lieu à quelques travaux particuliers auxquels je me ſuis livré & d'après leſquels je penſe qu'on peut porter la ſoude de varech au degré de bonté de celle d'Alicante: j'eſpère donner un jour ces travaux à l'Académie. Il ſeroit aiſé de ſe procurer des plantes maritimes, en ſemant la graine de kali, ainſi que l'a pratiqué M. du Hamel, même dans des terreins abandonnés qu'on auroit cru juſqu'ici inhabiles à toutes productions, ainſi que l'a remarqué M. Fontanet, qui dit, & avec raiſon, que ce ſeroit une très-grande reſſource pour les habitans de nos côtes & ceux du ſexe le plus foible, qui trouveroient dans un âge où ils ne peuvent exécuter aucun travail de force, une reſſource contre la misère; nos fabriquans auroient à leur portée une matière dont ils ne peuvent ſe paſſer; ils l'auroient à meilleur marché; enfin, il ajoute que nous conſerverions environ deux millions qui paſſent en Eſpagne ou dans le Levant.

M. Fontanet parle de trois moyens qu'on emploie pour la calcination du kali, je crois que pour la converſion du varech en

ſoude, il ſeroit eſſentiel de s'arrêter au troiſième, dont la calcination doit être plus parfaite, il dit que ce dernier moyen demande un peu plus de rafinement & de dépenſe dans la conſtruction du four, mais auſſi beaucoup moins d'habileté de la part des brûleurs & qu'elle procure une grande quantité de ſoude dans le même temps; elle conſiſte à tracer dans un terrein un peu élevé & point borné, c'eſt-à-dire expoſé au vent, un foſſé de 5 à 6 pieds de longueur, profond de 18 pouces & large par-tout de 15 pouces, on le maſtique au fond & ſur les côtés avec de la glaiſe mêlée d'un peu de ſable pour qu'elle ſe puiſſe convertir par l'effet du feu, en eſpèce de brique, ſur le foſſé, dont l'embouchure eſt de niveau avec le terrein; on couche à deux pouces l'une de l'autre, des barres de fer qui le traverſent dans ſa largeur, on élève enſuite tout autour du foſſé, un mur d'un pied ou 15 pouces au plus de hauteur, on allume le feu dans le fond de ce foſſé, que nous appellerons actuellement *four*, & quand le feu eſt dans ſa plus grande force, on garnit de kali l'eſpèce de tuyau de cheminée, formé par le mur en maçonnerie; à meſure que le kali ſe conſume & ſe précipite au fond du four en paſſant au travers des intervalles qu'on a laiſſés entre les barres de fer, à meſure, dis-je, que le kali ſe détruit on en remet d'autre, & ainſi de ſuite ſans diſcontinuer, ni nuit ni jour, juſqu'à ce que l'on s'aperçoive que les cendres touchent les barres de fer, alors on laiſſe éteindre le feu de lui-même, & quand tout eſt entièrement refroidi, on détruit le four pour en retirer la ſoude.

Je penſe qu'en raſſemblant les moyens de M. Fontanet & ceux que je propoſe, il nous ſeroit aiſé de préparer en France une auſſi bonne ſoude que celle que l'on prépare en Eſpagne.

Je deſire que l'objet de ce Mémoire puiſſe remplir nos vues.

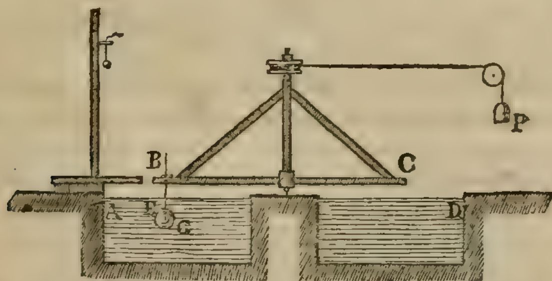


EXPÉRIENCES SUR LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

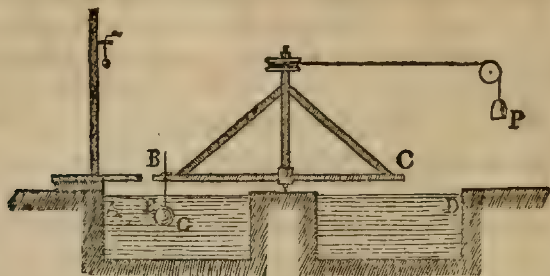
LORSQUE je rendis compte à l'Académie, en 1763, des expériences que j'avois faites pour connoître la résistance que les corps éprouvent en se mouvant dans l'air, je me proposai d'en faire de pareilles sur la résistance de l'eau ; j'indiquai même alors la manière d'exécuter ces expériences en se servant d'un bassin rond, dans lequel on feroit tourner horizontalement les différens corps dont on voudroit connoître les résistances : depuis ce temps-là j'ai eu occasion de suivre ce projet, mais j'ai été interrompu par d'autres occupations indispensables, presque dès le commencement de mon travail, & je n'ai pu remplir qu'une très-petite partie de ce que je m'étois proposé; néanmoins les expériences que j'ai faites étant assez intéressantes, j'ai cru pouvoir les présenter à l'Académie en attendant que des circonstances plus favorables me donnent l'occasion de suivre ce travail que je regarde comme de la plus grande importance pour la construction des Vaisseaux & pour la Marine.

Je me suis servi pour mes expériences d'un bassin rond & d'une machine tels que je me les étois proposés dans mon Mémoire sur la résistance de l'air, & tels qu'ils sont dans la figure



ci-jointe : le diamètre AB du bassin avoit 12 pieds, celui du

volant *BC* avoit 8 pieds; on faiſoit pendre à un des bouts du



volant, les corps dont on vouloit éprouver les réſiſtances; pour cela on avoit une lame de fer bien tranchante *BE*, dont une extrémité étoit fixée au corps qu'on faiſoit mouvoir, l'autre extrémité paſſoit au travers du bras du volant & y étoit aſſujétie par le moyen d'une vis qui ſervoit à tenir le corps *G* à la profondeur à laquelle on vouloit le faire mouvoir; de cette manière, tandis que l'action du poids *P* faiſoit tourner le volant dans l'air, il n'y avoit que le corps *G* qui ſe mut dans l'eau avec une petite partie de la lame *BE*, & cette lame, étant mince & tranchante, n'éprouvoit qu'une réſiſtance preſque inſenſible.

Voici la manière dont je faiſois chaque obſervation: après avoir fixé à l'extrémité du volant le corps que je voulois faire mouvoir, je paſſois pluſieurs tours de cordon dans la gorge de la poulie, & lorſque l'eau du baſſin étoit parfaitement tranquille, j'abandonnois le volant à l'action du poids *P*; j'attendois enſuite qu'il eût acquis, à très-peu de choſe près, la plus grande vîteſſe à laquelle il pouvoit parvenir (ce qui arrivoit ordinairement après un quart de révolution), & je comptois alors avec un pendule à demi-ſeconde, le temps qu'il employoit à faire deux révolutions entières.

Les principales expériences que j'ai faites, regardent la réſiſtance de la ſphère; j'avois un globe qui étoit tourné fort exactement & qui avoit 59 lignes de diamètre; je l'avois fait couper en deux parties égales, qu'on pouvoit joindre ou ſéparer à volonté; je fixai d'abord une de ces moitiés à la lame de fer *BE*, de manière qu'en

qu'en faisant tourner le volant dans un sens, la demi-sphère présentoit la surface convexe au choc de l'eau, & en le faisant tourner dans l'autre sens, elle présentoit la surface du grand cercle; enfin j'éprouvois la résistance de la sphère entière en rejoignant les deux moitiés.

On peut voir dans la Table suivante les résultats qui déterminent ces trois différentes résistances : la première colonne marque les poids dont je me suis servi pour faire mouvoir le volant, les trois autres colonnes marquent le nombre de vibrations de mon pendule qui répondoient aux temps de deux révolutions entières.

Je remarquerai que j'ai toujours fait deux observations pour chaque expérience, & que je n'ai mis dans la Table que les nombres moyens de vibrations, quoiqu'au reste cela fût assez inutile, parce que les deux observations s'accordoient presque toujours parfaitement, & qu'il y avoit rarement entre elles une demi-vibration de différence.

Nombres de vibrations répondans à deux révolutions entières du volant.

Poids,	*Côté du grand cercle.*	*Partie convexe de la demi-sphère.*	*Sphère entière.*
Onces.	Vibrations.	Vibrations.	Vibrations.
4	389	241 ½	242 ½
8	269 ½	170 ¾	171 ¼
1 ℔	188	118 ¾	119 ¼
2	132 ½	83 ¾	84
4	92 ½	59 ¼	59 ½
8	66	41 ¾	42.

Mais il faut séparer de ces effets celui des frottemens & celui du choc de l'air contre le volant, afin de n'avoir que la seule résistance de l'eau contre le globe : pour cela, après avoir ôté le corps *G*, j'ai fait tourner le volant successivement avec différens petits poids; j'ai trouvé qu'un poids de 2 gros ½ suffisoit pour faire faire deux révolutions dans le temps de 135 vibrations, qu'il falloit 3 gros pour 116 vibrations, 4 pour 88, 6 pour 66, & 8 pour 54. D'après ces données, j'ai cherché, par interpolation,

les différens poids qui convenoient aux temps marqués dans la Table, & enſuite j'ai déterminé les nombres de vibrations qu'on auroit trouvé s'il n'y avoit eu ni frottement ni réſiſtance de l'air: voici la Table ainſi corrigée.

Nombre de Vibrations.

Poids.	*Côté du grand cercle.*	*Partie convexe de la demi-ſphère.*	*Sphère entière.*
Onces.	Vibrations.	Vibrations.	Vibrations.
$\frac{1}{2}$	380	235	236
8	266 $\frac{1}{2}$	168 $\frac{1}{4}$	168 $\frac{3}{4}$
1^{l}	186 $\frac{1}{2}$	117 $\frac{1}{4}$	117 $\frac{3}{4}$
2	132 $\frac{1}{7}$	83	83 $\frac{1}{6}$
4	92 $\frac{1}{6}$	58 $\frac{5}{6}$	59 $\frac{1}{12}$
8	65 $\frac{5}{6}$	41 $\frac{1}{2}$	41 $\frac{5}{8}$

Je remarque ſur ces expériences, 1.° que les réſiſtances que le globe éprouvoit en ſe mouvant dans l'eau étoient, à très-peu de choſe près, proportionnelles aux carrés des vîteſſes; l'inſpection de la Table fera voir combien cette propoſition eſt exacte. J'ai éprouvé d'ailleurs pluſieurs autres corps dont les réſiſtances ſuivoient encore les mêmes proportions; ainſi l'on peut dire généralement que tous les corps, en ſe mouvant dans l'eau, éprouvent des réſiſtances proportionnelles aux carrés des vîteſſes, du moins lorſque ces vîteſſes ne s'éloignent pas beaucoup de celles que j'ai éprouvées.

2.° Ces expériences font voir que la réſiſtance de la partie convexe de la demi-ſphère eſt, à peu de choſe près, la même que celle de la ſphère entière; ainſi on peut dire que dans ces petites vîteſſes la partie antérieure des corps eſt la ſeule qui cauſe la réſiſtance.

Nous avons, outre cela, deux choſes principales à déduire de cette Table, ſavoir la réſiſtance abſolue de la ſphère, & enſuite les rapports des réſiſtances de la ſphère entière, du grand cercle, & de la partie convexe de la demi-ſphère.

Pour connoître la réſiſtance abſolue de la ſphère, il faut d'abord déterminer le rapport du diamètre de la poulie au diamètre du

cercle décrit par le centre de la sphère : or j'ai trouvé que tandis que le volant faisoit deux révolutions, le poids descendoit de la hauteur de 3 pieds 17 lignes, ce qui donne 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ pour le diamètre de la poulie; & comme le cercle décrit par le centre de la sphère avoit 8 pieds de diamètre, on trouvera que les deux diamètres étoient entre eux comme 100 & 1611; il faut donc pour avoir les vraies résistances, diminuer les poids de la Table dans le rapport de 1611 à 100.

Cela posé, voyons si ces résistances s'accorderoient avec celle que Newton a trouvée par une théorie particulière que l'on voit dans le livre des Principes Mathématiques, *prop. 38, livre II:* je remarque que suivant cette théorie, la résistance d'un globe est égale aux poids d'une colonne de fluide qui auroit pour base le grand cercle de la sphère, & pour hauteur la moitié de celle qui est dûe à la vîtesse de la sphère : prenons pour exemple l'expérience du quatrième rang de la troisième colonne de la Table; dans cette expérience le globe a fait ses deux révolutions dans le temps de quatre-vingt-trois vibrations, ainsi d'après ce que nous venons de dire, sa vîtesse étoit $= \frac{50^{Pi},28}{41'',5} = \frac{1^{Pi},211}{1''}$, & par conséquent la hauteur dûe à sa vîtesse étoit $= 0^{Pi},0244$: donc le poids de la colonne de fluide qui, selon la théorie de Newton, exprimoit le choc du fluide contre le globe $= 70^{\#} \left(\frac{59^2}{144^2}\right) \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{0,0244}{2} = 0,^{\#}1127$: mais dans notre expérience le volant étoit mis en mouvement par le poids de $2^{\#}$, & ce poids étant diminué dans le rapport de 1611 à 100, donne pour la vraie résistance du globe $0,^{\#}124$; ainsi le résultat de mon expérience est à celui que donne la théorie de Newton, comme 1240 est à 1127, ou comme 10 à 9, à peu près.

Venons à présent aux rapports des résistances du grand cercle & de la sphère; il est facile de conclure, de ce que nous avons déjà trouvé, que ces résistances sont proportionnelles aux carrés des nombres correspondans de vibrations qui sont dans la Table;

ainſi elles ſont entre elles comme $(380)^2$ & $(236)^2$, ou comme $(266\frac{1}{2})^2$ & $(168\frac{3}{4})^2$ &c. Prenant le rapport moyen entre tous ceux-là, on trouvera que la réſiſtance du grand cercle eſt à celle de la ſphère entière, comme 2508 eſt à 1000; on trouvera auſſi de la même manière que la réſiſtance du grand cercle eſt à celle de la partie convexe de la demi-ſphère, comme 2525 eſt à 1000; c'eſt-à-dire que ces rapports ſont à peu de choſe près comme celui de 5 à 2, ainſi que nous l'avons trouvé pour la réſiſtance de l'air *(voyez mon premier Mémoire, année 1763).*

Après avoir trouvé la relation qu'il y avoit entre les réſiſtances & les vîteſſes en général; j'ai voulu voir ſi ces réſiſtances ne dépendoient pas auſſi de la profondeur à laquelle ſe mouvoient les corps au deſſous de la ſurface du fluide: pour cela, comme dans les expériences précédentes, la ſphère ſe mouvoit à 6 pouces au-deſſous de cette ſurface, j'ai fait d'autres épreuves correſpondantes dans leſquelles la ſphère n'étoit couverte que de deux ou trois lignes d'eau, & j'ai trouvé des réſultats aſſez différens des premiers, comme on peut le voir dans la Table ſuivante:

Poids.	*Sphère enfoncée à 6 pouces ſous l'eau.*	*Sphère à la ſurface de l'eau.*
Onces.	Vibrations.	Vibrations.
8	$171\frac{1}{4}$	$173\frac{1}{2}$
2 ℔	84	$87\frac{1}{2}$
8 ℔	42	$47\frac{1}{4}$

On voit dans ces expériences deux choſes remarquables:

1.° La ſphère éprouvoit moins de réſiſtance lorſqu'elle étoit enfoncée ſous l'eau, que lorſqu'elle ſe mouvoit à la ſurface de l'eau:

2.° Les réſiſtances de la ſphère qui ſe mouvoit à la ſurface de l'eau, croiſſoient en plus grand rapport que les carrés des vîteſſes.

Quoiqu'on n'ait encore que des connoiſſances peu étendues ſur la théorie de la réſiſtance des fluides, il me ſera cependant facile de donner la raiſon des deux choſes que je viens de remarquer.

J'ai dit dans mon Mémoire ſur la théorie des fluides, *art. 33*, qu'il falloit admettre une perte de forces vives dans le calcul de la réſiſtance des fluides; j'ajoute ici que cette réſiſtance eſt toujours égale à la ſomme des forces vives perdues à chaque inſtant; par conſéquent, la réſiſtance augmente lorſque la perte de forces vives augmente, ou bien, ce qui eſt la même choſe, lorſque le corps qui eſt en mouvement, imprime une plus grande quantité de forces vives au fluide qu'elle fait refouler: or il eſt évident que lorſque le globe étoit à 6 pouces au-deſſous de la ſurface, il n'imprimoit pas, aux parties environnantes, d'auſſi grandes vîteſſes que lorſqu'il ſe mouvoit à la ſurface de l'eau, parce que dans ſe premier cas le fluide avoit la liberté de couler autour de toute la circonférence du globe, au lieu que dans le ſecond il ne pouvoit s'échapper par la partie ſupérieure de ce globe; d'où il s'enſuit que dans le premier cas, le fluide n'acquéroit & ne perdoit pas une auſſi grande quantité de forces vives que dans le ſecond cas; la ſphère devoit donc éprouver à la ſurface de l'eau plus de réſiſtance qu'elle n'en éprouvoit à 6 pouces au-deſſous de cette ſurface.

Venons à la ſeconde remarque; on ſait que quand un corps ſe meut à la ſurface de l'eau avec beaucoup de vîteſſe, il ſe fait derrière ce corps un creux dans lequel le fluide ſe précipite, & alors les molécules du fluide qui, dans les vîteſſes médiocres décrivent des courbes extrêmement alongées, ſe replient preſque ſubitement derrière le corps, & y forment différens remoux; il ſuit de-là qu'il y a à proportion de plus grandes vîteſſes imprimées aux molécules de fluide lorſque le corps ſe meut rapidement, que lorſqu'il ſe meut avec lenteur; il y a donc à proportion plus de forces vives imprimées & perdues, & par conſéquent les réſiſtances doivent croître en plus grand rapport que les carrés des vîteſſes.

Ce que nous diſons des corps qui ſe meuvent à la ſurface de l'eau, doit s'entendre auſſi de ceux qui ſe meuvent à une petite profondeur au-deſſous de cette ſurface; & en général il faudroit qu'un fluide fût infini dans tous les ſens, pour que (faiſant tou-

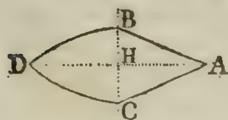
jours abstraction des frottemens) les résistances fussent exactement proportionnelles aux carrés des vîtesses.

Voilà toutes les expériences que j'ai eu le temps de faire sur la résistance de la sphère; à la suite de celles-là, j'en avois entrepris de fort étendues sur les corps de différentes figures, mais j'ai été obligé de suspendre mon travail presque dès le commencement : comme cependant j'avois déjà obtenu quelques résultats intéressans qui regardent la théorie ordinaire, je vais finir ce Mémoire par ces résultats que je vais donner, sans entrer dans aucun détail d'expériences.

J'ai d'abord cherché à comparer les résistances qu'éprouvoient différens angles plans en se mouvant dans l'eau, & j'ai trouvé comme dans mes expériences sur l'air, qu'il s'en falloit beaucoup qu'elles fussent proportionnelles aux carrés des sinus des angles d'incidence; & même lorsque ces angles étoient fort aigus, j'ai trouvé que les résistances ne diminuoient pas autant que les simples sinus. On doit conclure de-là que la théorie ordinaire se trompe beaucoup sur les rapports des résistances qu'éprouvent les angles-plans.

Elle ne se trompe pas moins dans la comparaison des résistances des surfaces planes avec celle des surfaces courbes : en effet on a déjà vu que la résistance d'un grand cercle de la sphère est à celle de la sphère entière comme 5 à 2, tandis que la théorie ordinaire donne le rapport de 2 à 1 ; mais sans nous arrêter à cela, voici une expérience entièrement concluante.

J'ai fait faire un corps prismatique, dont la base *ABCD* étoit composée d'un angle rectiligne *BAC*, & de deux arcs de cercle *DB* & *DC*, dont les centres étoient dans la ligne *BC* prolongée ; la longueur de *AH* & *HD* étoit de 6 pouces, *BC* avoit 4 pouces : j'ai éprouvé la résistance de ce corps en lui faisant présenter au choc du fluide, d'abord le côté *A*, & ensuite le côté *D*, & je n'ai trouvé qu'une différence presque insensible entre les deux résistances : cependant, par la



théorie ordinaire elles auroient dû être entre elles comme 28 & 15 : cette théorie donne donc encore ici des résultats entièrement faux.

Il résulte des expériences que je viens de citer, de celle du pied cube dont j'ai parlé dans mon Mémoire sur la résistance de l'air, & enfin des autres expériences que j'ai données sur la résistance de l'air, que la théorie ordinaire du choc des fluides ne donne que des rapports absolument faux, que ces rapports s'éloignent même beaucoup de la vérité, & que par conséquent il seroit inutile & même dangereux de vouloir appliquer cette théorie à l'art de la construction des Vaisseaux.



EXPOSÉ

De divers objets de la Géographie physique, concernant les Bassins terrestres des Fleuves & Rivières qui arrosent la France, dont on donne quelques détails, & en particulier celui de la Seine.

Par M. BUACHE.

SUR le desir que M. Bignon, Prevôt des Marchands, m'a témoigné de prendre connoissance de la collection géographique que j'ai sur les Rivières, & en particulier du cours de la Seine, avec les rivières qu'elle reçoit; j'ai cru devoir présenter les vues générales dont je me suis occupé depuis nombre d'années, & qui servent de base aux travaux particuliers que je me propose d'exécuter sur cet objet.

Un des premiers ouvrages que je prends la liberté d'exposer, & qui me paroît d'abord le plus essentiel, est une Carte géographique & physique du bassin terrestre de la Seine, c'est-à-dire de tout le terrein arrosé par ce fleuve & les rivières qu'il reçoit. Cette Carte représente avec assez de détail toutes les rivières qui se rendent dans la Seine, depuis sa source jusqu'à son embouchure, avec les différens objets relatifs aux vues de Messieurs les Prevôt des Marchands & Échevins de la ville de Paris : par exemple, les plus considérables villes par où passent ces rivières, tous les lieux en général qui peuvent contribuer en quelque chose à l'approvisionnement de Paris, ainsi que les cantons où il y a des bois un peu considérables, &c. on y doit marquer aussi les rivières qui sont flottables & navigables, les endroits où elles commencent à l'être, & enfin ceux où la navigation est dangereuse & difficile.

En appliquant sur cette Carte le système physique que j'ai établi sur la continuité des montagnes, j'ose me flatter qu'elle sera

de

de la plus grande utilité. Les hauteurs ou terreins élevés d'où viennent toutes les eaux des rivières, & qui se trouvent par conséquent toujours à leurs sources, communiquent les uns aux autres & forment par-là une espèce de chaîne qui termine & sépare les bassins de chaque rivière. On en a vu l'effet sur le projet de cette Carte géographique & physique que j'ai eu l'honneur de présenter à M. Bignon, & qui doit s'exécuter en sept grandes feuilles & demie.

D'abord le bassin général de la Seine y est séparé des bassins des autres fleuves de la France, par une principale chaîne de montagnes, où les grandes rivières prennent leurs sources, comme l'Oise, la Marne, l'Aube, l'Yonne, &c. En second lieu, ces mêmes rivières & d'autres qui se jettent immédiatement dans la Seine, ont encore leurs bassins particuliers séparés les uns des autres moins considérables, d'où viennent les petites rivières qu'elles reçoivent *.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1752, p. 416, planche XIV, pour avoir l'idée du nouv. projet.

En général, cette considération des chaînes de montagnes fait connoître au premier coup d'œil les terreins les plus élevés, ainsi que leurs différentes pentes vers la mer & vers chaque rivière principale; elle donne aussi une idée sensible des obstacles qu'on rencontre ordinairement pour la communication des rivières.

Le second travail qui a été présenté & qui s'exécute actuellement, suivant les ordres de M.rs les Prevôt des Marchands & Échevins de la Ville, est un Tableau représentant, par une nouvelle disposition, les rivières qui arrosent le bassin de la Seine, dans lequel les différens contours de chaque rivière sont supposés développés en ligne droite.

L'objet principal de ce tableau est d'indiquer la longueur absolue des rivières, relativement à la route de la navigation; on l'a disposé, comme il paroît, conformément à cette considération de la Géographie physique selon laquelle j'ai comparé un fleuve à un arbre *.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1753, page 586.

La Seine, comme la branche principale de l'arbre, y est représentée sur une ligne en hauteur, c'est-à-dire dans la situation ordinaire du tronc de l'arbre, les autres rivières placées à droite & à gauche de ce fleuve, suivant leur ordre naturel, s'écartent, comme les branches ordinaires, dans différentes directions.

On a diſtingué par des doubles & ſimples lignes, la qualité des rivières; la Seine & les autres branches principales qui viennent ſe réunir à elle, comme l'Oiſe, la Marne, l'Yonne, &c. ſont marquées par une double ligne; les autres qui ſont comme des rameaux, ſont repréſentées par une ligne ſimple.

Les rivières marquées par une double ligne, ſont diviſées en autant de parties qu'il y a de lieues dans leur cours développé; ce qui ſert d'échelle & fait connoître tout d'un coup la diſtance par eau entre les différentes embouchures des rivières qu'elles reçoivent & les villes qu'elles arroſent, on a marqué à la ſource de chaque rivière, ſa longueur abſolue en lieues de vingt-cinq au degré.

L'avantage qu'il y a dans cette repréſentation des rivières en ligne droite, eſt de pouvoir les comparer aiſément, & connoître auſſitôt celles qui ont un plus long cours, & fourniſſent par conſéquent plus d'eau: au moyen de la longueur de chaque rivière marquée par des chiffres, à ſa ſource, on peut encore ſavoir combien il y a de lieues d'eau courante dans chacun de leurs baſſins, & ainſi combien il y en a dans le baſſin général. Le baſſin particulier de la Seine y compris ſes ruiſſeaux, a 684 lieues d'eau courante, celui de l'Oiſe & de l'Aiſne 348, celui de la Marne 287, celui de l'Aube 85, celui de l'Yonne 210, celui du Loin 81, & enfin celui de l'Eure 97; ce qui forme pour tout le baſſin général de la Seine 1795 lieues d'eau courante.

Un autre avantage de cette méthode, c'eſt qu'elle paroît la plus ſimple pour profiter des connoiſſances qu'on peut tirer des Mariniers & autres perſonnes peu verſées dans la pratique du deſſin & de l'uſage des Cartes géographiques. Qu'on demande, par exemple, à un Marinier combien il a rencontré de ruiſſeaux à droite ou à gauche dans le cours de ſa navigation, il en indiquera le nombre ſur le Tableau, & en dira les noms, il poura même par un ſimple trait, ajouter ce qui peut être omis entre deux ruiſſeaux connus, & marquer par chiffres l'étendue du cours de navigation. Enfin le Marinier intelligent ajoutera par note, que telle rivière porte batteau à tel endroit, que telle ville eſt à droite ou à gauche de la rivière en montant ou en deſcendant; il en ſera de

même pour les baſſiers & autres dangers dont la connoiſſance eſt importante pour la ſûreté de la navigation.

Ces avantages joints à pluſieurs autres qu'on a reconnus dans l'exécution de ce Tableau de la Seine, m'a engagé à faire le même travail pour les autres fleuves de la France, ſavoir la Loire, la Garonne & le Rhône. Afin de leur donner toute la perfection poſſible, j'ai fait dreſſer deux Tableaux pour chacun de ces fleuves, comme on le voit par rapport à la Seine. L'un de ces Tableaux eſt dreſſé ſur les meilleures & les plus nouvelles Cartes détaillées des Provinces, & l'autre a été tiré d'après d'anciennes cartes manuſcrites contenues dans un recueil en deux volumes in-folio, qui eſt à la Bibliothèque du Roi, traitant des fleuves & rivières de France, & composé par Pierre Boyer ſieur du Parc.

Ayant enſuite comparé ces deux Tableaux, j'ai reconnu que celui tiré des cartes détaillées qui donne 1795 lieues d'eau courante, étoit très-ſupérieur à l'autre, qui n'en donne que 1134. On peut conclure de-là le progrès de la Géographie touchant les rivières de France, & l'avantage des détails.

Pour comparer encore ces rivières ainſi développées, avec leur état naturel, on a tracé à côté du premier Tableau, la Carte géographique du baſſin qu'il repréſente; la Seine y eſt diſpoſée comme dans le Tableau, ſur une ligne en hauteur, & ſuivant la diſtance la plus courte de ſa ſource à ſon embouchure, qui eſt de 70 lieues, ce qui donne une différence de 85 lieues entre le cours naturel de la Seine & ſon développement qui eſt de 155 lieues.

Cette figure naturelle du baſſin de la Seine, qui eſt un abrégé de la grande Carte géographique & phyſique qu'on a propoſé d'abord, eſt environné de la principale chaîne de montagnes qui le ſépare des baſſins des fleuves voiſins; on y a indiqué les endroits où les chaînes qui entourent les autres baſſins, viennent ſe réunir à elle; ce ſont en général les lieux les plus élevés du pourtour du baſſin de la Seine. Comme c'eſt de cette chaîne de montagnes que ſortent les principales rivières, on a auſſi marqué à la ſource de ces rivières, ſur le Tableau, une repréſentation de montagnes qu'on a jointes enſemble pour en indiquer la ſuite ou la continuité.

Au ſujet de cette diviſion de la Terre par les chaînes de montagnes, j'ai cru devoir mettre ſous les yeux de la Compagnie l'exemple d'une Province, en lui préſentant une Carte du Languedoc diviſée par cette méthode, & que je me propoſe d'envoyer en manuſcrit avec un Mémoire aux États du mois de Décembre prochain, en y marquant les principaux lieux où ont été faites les opérations trigonométriques, tant de M.rs de l'Académie des Sciences que de la Société Royale de Montpellier; voici le précis de ce que j'ai mis au bas de cette Carte.

» Les ſuites de chaînes de montagnes repréſentées, indiquent » l'étendue & les bornes naturelles des terreins ou baſſins terreſtres » des fleuves & de leurs rivières par rapport au Languedoc : cette » conſidération géographique peut être utile, ſoit pour l'établiſſement » des routes & canaux, ſoit pour d'autres travaux particuliers qui » peuvent exiger la connoiſſance de l'inclinaiſon des terreins ou la » pente des eaux des rivières vers les différentes mers. (Les parties » de chaque baſſin qui ſont de la province du Languedoc, ſont » diſtinguées par des teintes pleines relatives au baſſin de chaque fleuve). »

Je termine cet Expoſé par trois autres conſidérations, la première eſt une explication abrégée d'une figure repréſentant la crûe & la diminution des eaux de la Seine à Paris pour chaque mois de l'année, depuis 1732 juſqu'à préſent; l'inſpection ſeule de cette figure * annonce aſſez ſon uſage : les trente-cinq années qu'elle renferme y ſont diſpoſées à la ſuite l'une de l'autre ſur quatre bandes de dix années chacune, & diviſées par mois; l'eau monte & baiſſe vis-à-vis chaque mois, ſuivant la hauteur qu'elle avoit au commencement & à la fin de ces mois; l'échelle qui indique ces hauteurs & qui eſt figurée aux extrémités de chaque bande, repréſente celle de 24 pieds, gravée à la culée du pont de la Tournelle, dont le 1.er pied a été marqué à la hauteur des baſſes eaux de l'année 1719. Toutes ces obſervations, comparées avec celles que je fais journellement à l'échelle du Pont-royal, ſerviront à former un Ouvrage particulier, que je ſoumettrai au jugement de la Compagnie.

* *On en trouvera ci-après un extrait.*

On voit au premier coup-d'œil de ces profils diſtribués par

mois, les temps où ſont arrivés les plus grandes crûes, & de combien la rivière s'eſt augmentée ou diminuée : on a marqué par deux lignes horizontales en bleu la hauteur des eaux de 1740, qui eſt la plus grande inondation, & les baſſes eaux de 1719; la bande colorée en jaune, qui comprend depuis 6 pieds juſqu'à 12, indique la hauteur des eaux propre pour la navigation, & au-delà de laquelle elle n'eſt plus praticable, à cauſe des chemins du tirage inondés.

La ſeconde conſidération eſt le projet de deux Cartes géographiques, pour ſervir à la deſcription des Mines de charbon de terre qui ſe trouvent en France; l'une eſt approuvée par l'Académie pour être jointe à la ſuite du recueil des Arts.

Cette première Carte manuſcrite, qui a pour objet toute la France en général, eſt de la grandeur du format dudit recueil, & contient les rivières avec les chaînes de montagnes qui entourent les baſſins des fleuves, & on y indique les lieux où ſont les mines de charbon.

La deuxième Carte eſt le détail de quelques provinces, où ces mines, qui ſont en très-grande quantité, exigent le plan géographique d'une échelle beaucoup plus grande, pour exprimer d'une manière ſenſible toutes ces mines qui ſont près les unes des autres. Quoique les obſervations de M. Morand le fils, auteur de cette deſcription, aient abrégé beaucoup les recherches géographiques, il a encore fallu faire des travaux particuliers, pour rendre cette partie de la Géographie claire & relative au ſujet.

La troiſième conſidération phyſique regarde particulièrement pluſieurs rivières du baſſin terreſtre de la Loire, comprenant principalement le cours du Cher & de l'Oeil, dans le Bourbonnois & le Berry, pour ſervir à l'exploitation de vingt-huit mille arpens de bois, ſitués ſur les frontières de ces provinces.

Ces bois, les plus beaux du royaume, connus ſous le nom de *Gros-bois* & de *Tronçois*, ont été juſqu'à préſent infructueux, faute de leur avoir procuré un débouché dans les provinces voiſines; on ſe contente d'en couper pour le montant des gages des Particuliers de ces forêts, & on en fait des pêles & des ſabots, quoiqu'il y ait-là des rivières auſſi conſidérables que celles qui amènent chaque année pour huit millions de bois à Paris.

OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1766.

Par M. DU HAMEL.

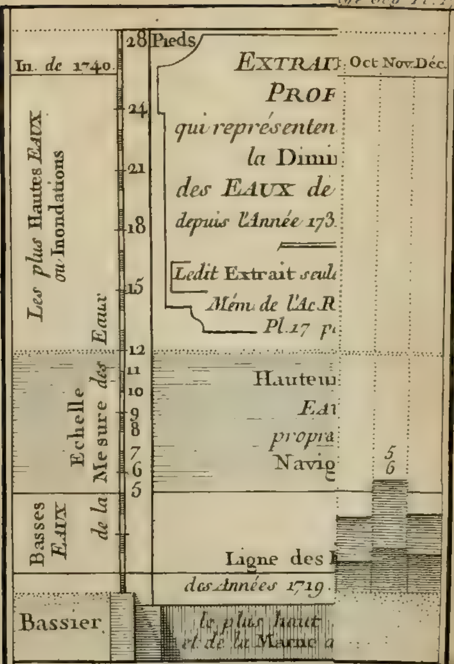
AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

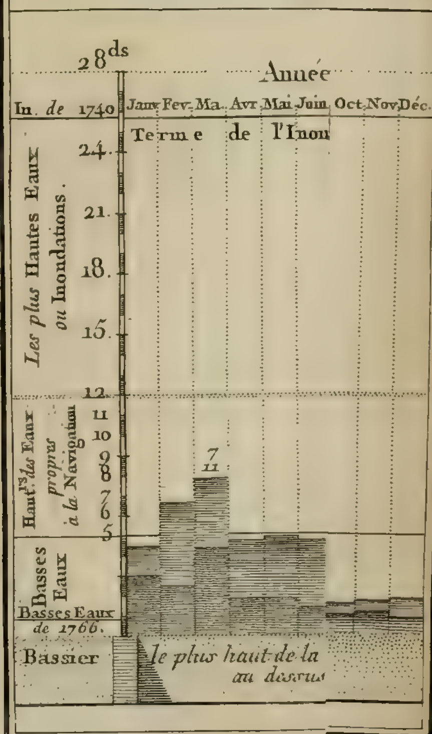
Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

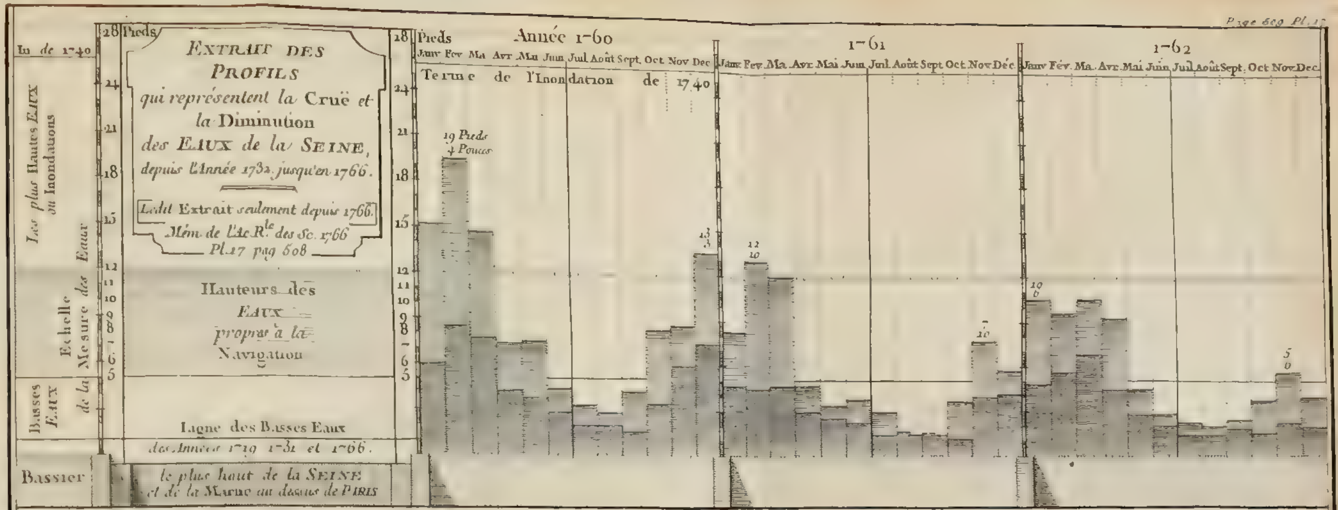
Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier de ce mois, ont été faites ſur un baromètre calé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.



28 Pieds
In. de 1740.
EXTRAIT
PROF
qui représenten
la Dimi
des EAUX de
depuis l'Année 173
Ledit Extrait seul
Mém. de l'Ac. R
Pl. 17 p
Oct Nov Déc.
Les plus Hautes EAUX ou Inondations
Echelle de la Mesure des Eaux
24
21
18
15
12
11
10
9
8
7
6
5
Hauteu
EAU
propra
Navig
5
6
Basses EAUX
Ligne des
des Années 1719
Bassier
le plus haut
et de la Marne



28ds
Année
In. de 1740
Janv Fev Ma. Avr Mai Juin Oct Nov Déc.
Terme de l'Inon
Les plus Hautes Eaux ou Inondations.
24.
21.
18.
15.
12.
11
10
9
8
7
6
5
Haut.rs des Eaux propres à la Navigation
7
11
Basses Eaux
Basses Eaux de 1766.
Bassier
le plus haut de la
au dessus



Inon. de 1740
Les plus Hautes Eaux ou Inondations
Echelle de la Mesure des Eaux
Basses Eaux
28 Pieds
EXTRAIT DES PROFILS
qui représentent la Cruë et la Diminution des EAUX de la SEINE, depuis l'Année 1732 jusqu'en 1766.
Ledit Extrait seulement depuis 1766.
Mém. de l'Ac. R.le des Sc. 1766
Pl. 17 pag. 608
Hauteurs des Eaux propres à la Navigation
Ligne des Basses Eaux des Années 1719, 1731 et 1766.
Bassier
le plus haut de la SEINE et de la Marne au dessus de PARIS
Année 1760
1761
1762
Janv Fev Ma Avr Mai Juin Juil Août Sept Oct Nov Dec
Terme de l'Inondation de 1740
19 Pieds 4 Pouces

28ds
Inon. de 1740
Les plus Hautes Eaux ou Inondations
Haut.rs des Eaux propres à la Navigation
Basses Eaux
Basses Eaux de 1766.
Bassier
le plus haut de la Seine et de la Marne au dessus de PARIS.
Année 1763.
1764.
1765
1766.
Janv Fev Ma Avr Mai Juin Juil Août Sept Oct Nov Dec
Terme de l'Inondation de 1740.

JANVIER 1766.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	−7 ¾	−4 ¾	−7	27.	10 ½	beau fixe.
2	N. E.	−8	−3	−7	27.	8	*idem.*
3	N. E.	−8 ½	−4	−6 ½	27.	8	beau avec nuages, gelée blanche.
4	N.	−5	−2 ½	−3 ½	27.	11	couvert & nébuleux.
5	N. E	−4 ½	−3	−5	27.	10	*idem.*
6	N. E.	−6 ½	−4	−6 ½	27.	11	variable ſans pluie.
7	N. E.	−8	−3 ½	−8 ½	27.	11 ½	beau fixe.
8	S. O.	−9	−2 ½	−4 ½	27.	10	couvert & nébuleux.
9	N.	−8	−6	−8 ½	27.	11	beau fixe.
10	N.	−10 ½	−5 ½	−8	27.	10 ½	beau & venteux.
11	N.	−10	−5	−7	28.	1	beau fixe avec vent.
12	N.	−5	0	1 ½	28.	2	brouillard & givre.
13	N. E.	−1 ½	0	−3	28.	2	grand brouillard.
14	N. E.	−1 ½	1	0	28.	1	couvert.
15	E.	− ½	0	−1	28.	½	*idem.*
16	N. E.	−2 ½	−2	−3 ¼	28.	2	brouillard & givre.
17	E.	−5	−3	−5	28.	1	*idem.*
18	E.	−7	−4 ½	−6	28.		brouillard & givre avec neige.
19	E.	−6	−3	−2	28.	½	*idem.*
20	N. E.	−6	½	−3 ¼	28.	1	couvert.
21	N. E.	−5	½	½	28.	2	grand brouillard.
22	N. E.	½	¾	−1	28.	2 ½	couvert.
23	N. O.	−1	1	0	28.	1 ½	couvert.
24	N. E.	0	−2	0	28.	2	couvert.
25	N.	−1	1	1	28.	1 ½	couvert & pluvieux.
26	N. E.	½	1	½	28.	1 ½	couvert.
27	N. E.	−1	½	0	28.	1 ½	couvert & grêle.
28	N. E.	½	2	2	28.	3 ½	couvert.
29	N. E.	2	3 ½	−1 ½	28.	5 ½	beau avec nuages.
30	N. E.	−2	0	−2	28.	4	grand brouillard.
31	E.	−3	½	−3 ½	28.		couvert.

Ce mois a été très-froid, & il a gelé tous les jours; à la fin du mois la gelée avoit pénétré de 18, 20 & 24 pouces, ſuivant la nature de la terre; lorſque les chemins ont été praticables on a fait des voitures à la forêt & ailleurs, & beaucoup d'eſſieux ont rompu; il eſt tombé peu de neige, ſeulement aſſez pour couvrir la terre.

Les alouettes qui avoient été très-rares l'automne précédent, & qui avoient valu juſqu'à 50 ſous la douzaine, ſont arrivées en grande quantité ce mois-ci, ce qui les a fait diminuer de prix, elles ne valoient plus que 15 à 20 ſous la douzaine.

FÉVRIER.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. E.	— 3	½	1 ½	27.	8 ½	beau & variable sans pluie.
2	S. O.	½	5	¼	27.	7	pluvieux.
3	N.	— ½	— ½	— 1	27.	6 ½	couvert.
4	N. E.	— 1 ½	— ½	— 3	27.	4 ½	beau avec nuages & vent froid.
5	N. E.	— 3	— ½	— 4 ½	27.	4 ½	grand vent, le soir de la neige.
6	N.	— 6 ½	— 3	— 5 ¼	27.	6	beau avec nuages.
7	N. E.	— 4 ½	— 1	— 3 ½	27.	6 ½	*idem.*
8	N. E.	— 4 ½	— 1	— 3 ½	27.	6	couvert & nébuleux.
9	N. E.	— 4	— 1	— 3	27.	8	couvert.
10	S.	— 3	½	0	27.	10 ½	*idem.*
11	S.	1	5	2 ½	27.	10 ½	beau avec nuages.
12	S.	1	6 ½	2 ½	27.	8	*idem.*
13	S.	2 ½	7 ½	4 ½	27.	9	beau avec nuages & vent.
14	E.	3 ½	7	3 ½	27.	8	pluie la nuit.
15	E.	2 ½	6 ½	4	27.	7 ½	variable avec bruine.
16	E.	2	8	5	28.		beau avec nuages.
17	E.	4	8	5 ½	27.	5	grande pluie.
18	S. O.	6	8	2 ½	27.	11	variable avec vent.
19	O le soir N	2 ½	4	0	28.	4	petite gelée, vent & grêle.
20	O.	2	3	2 ½	27.	4 ½	beau temps, gelée blanche.
21	N. E.	2	5	3	27.	1 ½	couvert.
22	N. E.	0	4	0	27.	1 ½	beau avec nuages.
23	N. E.	— 2	4	— 1 ½	27.	1	beau temps, gelée blanche, vent froid.
24	N. E.	— 1 ½	2	— ½	27.	11 ½	couvert & gelée.
25	N. E.	0	3 ½	2	27.	11 ½	couvert, vent froid & bruine.
26	N. E.	2	3	1 ½	28.	1	couvert.
27	N. E.	1	2	½	28.		beau & couvert.
28	E.	0	3 ½	— 1	27.	9	beau temps, gelée blanche.

Le temps pendant ce mois a été variable, froid & ſec; la gelée a continué pendant les premiers jours du mois, & quoique le dégel ait commencé vers le 10, à la fin du mois il y avoit encore de la gelée en terre.

Comme l'été, l'automne & l'hiver précédens avoient été fort ſecs, les eaux étoient très-baſſes dans les puits & dans les rivières, ainſi que dans les étangs; le poiſſon s'étant trouvé pris dans la glace, qui avoit 17 pouces d'épaiſſeur, & dans la vaſe, a péri, ce qui a cauſé une perte conſidérable aux Marchands, qui n'ayant pu pêcher les étangs avant le carême, à cauſe de la gelée, ont trouvé au dégel une partie de leur poiſſon mort.

A la fin du mois, les blés étoient fort verds; les ouvrages de labour étoient fort retardés à cauſe de la gelée qui avoit été continuelle pendant deux mois; le 25 la perce-neige étoit en fleur.

MARS.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	—2 ½	9	— ½	27.	6 ½	beau avec nuages.
2	S.	—4 ½	9 ½	5	27.	2	couvert, le soir il tonne.
3	S. O.	5 ½	8 ½	5	27.	3 ½	variable avec pluie.
4	S. O.	½	8	5	27.	7 ½	variable avec petite gelée.
5	S. O.	4	8 ½	5	27.	11	variable avec petite pluie.
6	S. O.	5	8	5 ½	28.	1 ½	*idem.*
7	S. O.	6	11	5 ½	28.	1 ½	beau avec nuages.
8	N. E.	2 ½	11 ½	4 ½	28.		beau temps, petite gelée.
9	N. E.	2 ½	10	4 ½	27.	11 ½	beau temps, gelée à glace.
10	E.	1 ½	13	5	27.	11 ½	*idem.*
11	E.	1 ½	12 ½	6 ½	27.	10 ½	beau temps, gelée blanche.
12	E.	2 ½	14	6	27.	10	beau temps petite gelée.
13	E.	2 ½	13	5	27.	10	*idem.*
14	E.	3	14	6 ½	27.	9 ½	beau temps.
15	S. E.	2 ½	13 ½	6 ¼	27.	9 ½	beau temps.
16	S. E.	3 ½	13	6 ½	27.	8 ½	beau temps.
17	O.	3	14	6 ½	27.	9	beau avec nuages.
18	N.	3 ½	13 ½	3 ½	27.	10 ½	beau & venteux.
19	N.	1	½	0	27.	11	couvert avec gelée & neige.
20	N.	— 1	1 ½	1 ¼	28.		couvert & vent froid.
21	N.	— 1 ½	6	— ½	27.	11	beau & vent froid.
22	S.	— 3 ½	6 ½	3	27.	4 ½	variable avec pluie.
23	O.	0	3	— 1 ½	27.	6	variable avec vent & giboulées.
24	O.	— 1	1	— 1 ½	27.	5 ½	grand vent & neige.
25	S. O.	1	3	2 ¼	27.	4 ½	variable avec grêle.
26	S.	3	6 ¾	3	26.	11 ½	tempête avec pluie & grêle.
27	S.	2	5 ½	1	27.	2 ½	couvert & venteux.
28	S. O.	1	6	1	27.	5 ½	*idem.*
29	S.	1	8	5	27.	5	couvert & bruine.
30	E.	5	9	8 ¼	27.	2	couvert avec pluie & tonnerre.
31	S.	5	7	5	27.	9	beau avec nuages.

Ce mois a été variable, vers le milieu il a fait aſſez chaud, & la fin a été très-froide; il eſt tombé peu d'eau; le 2 il éclaira & tonna au ſud-oueſt avec du vent & une petite averſe. Le 4 on entendit chanter l'alouette; cependant il y avoit encore de la glace en terre ſur la crête des foſſés des prés bas.

Au commencement du mois on voyoit beaucoup de bécaſſes paſſagères, qui étoient en route pour quitter le pays.

Le 16, les abricotiers étoient en fleur; à la fin du mois les narciſſes jaunes, ainſi que les Jacinthes & la violette, étoient en pleine fleur.

On a taillé la vigne & ſemé les mars; les blés étoient extrêmement verds & paroiſſoient bien tallés. Le prix de ce grain s'eſt ſoutenu entre 17 & 18 livres le ſetier de Paris; la même meſure d'avoine valoit 7 livres 10 ſous à 7 livres 15.

Il y a eu beaucoup de rhumes opiniâtres & de maux de gorge pendant ce mois.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. E.	3	12	9	27.	7 ½	brouillard, vent & gelée blanche.
2	S.	9	8	7 ½	27.	5 ½	pluie & vent.
3	N. O.	6 ½	10	7	27.	6 ½	beau avec nuages.
4	S.	7	11	7 ½	27.	8	variable sans pluie.
5	N.	7	8	5 ½	28.		couvert & bruine.
6	N.	6	9	6	27.	2 ½	couvert.
7	N.	5	8 ½	5	27.	½	grand brouillard, beau après-midi.
8	N.	6 ½	9 ½	4 ½	27.	11	couvert & venteux.
9	N. E.	3 ½	10	5	27.	10	beau temps, gelée blanche.
10	N. E.	5 ½	12	7	27.	10	beau & venteux.
11	N. E.	6	14 ½	6	27.	9 ½	beau avec nuages.
12	N. E.	6 ½	15	9 ½	27.	8 ½	beau temps.
13	S.	8	17 ½	10	27.	6	beau avec nuages.
14	S. O.	9 ½	10 ½	7	27.	5 ½	grande pluie le soir.
15	O.	4	9 ½	6	27.	8	beau avec nuages.
16	N. O.	5	11 ½	6	27.	7	*idem.*
17	S. O.	7	11 ½	5	27.	7	variable avec vent, pluie & grêle.
18	S. O.	6	12 ½	7	27.	7	variable avec bruine.
19	O.	6 ½	9 ½	5	27.	8 ½	couvert & pluvieux.
20	O.	7 ½	10 ½	4 ½	27.	8 ½	beau avec nuages.
21	S. E.	5	12 ½	7	27.	7	beau temps, gelée blanche.
22	S. E.	8	15	10	27.	4	variable avec nuages.
23	E.	10	12	9 ½	27.	3	variable avec grand vent & pluie.
24	E.	9	15	9 ½	27.	4 ½	variable avec pluie.
25	S. O.	11 ½	14	9	27.	7 ½	*idem.*
26	S. O.	11 ½	15	10 ½	27.	9	beau avec nuages.
27	O.	10	14	10	27.	10	beau avec nuages.
28	O.	8	12	8	27.	10	beau avec nuages.
29	S.	9 ½	16 ½	11	27.	9	variable avec brouillard.
30	N. E.	11	17	12	27.	7	beau avec nuages & rosée.

Ce mois a été froid jusque vers le milieu, il a gelé presque tous les jours, mais ces gelées n'ont rien gâté; cependant il y a eu quelques jours chauds. Le 12 & le 13 le thermomètre à midi a monté à 15 & à 17 degrés & demi; il peut aussi passer pour sec, quoique le ciel ait presque toujours été couvert de nuages & qu'il y ait eu de temps en temps de petites pluies.

Le 1.er les narcisses jaunes étoient encore en pleine fleur, les jacinthes commençoient à se passer, les ellébores à feuilles d'aconit étoient passées, les *fumaria* du bois entroient en fleur, les ormes étoient aussi en fleur, mais les autres arbres ne donnoient encore aucune verdure.

Le 12, les pins qui étoient en fleur, étoient couverts d'abeilles. Il commençoit à y avoir des petites feuilles sur les érables; les épines blanches étoient toutes vertes & les pêchers étoient depuis quelques jours en pleine fleur.

On a dit avoir vu des hirondelles à des abris, dès le 28 Mars & le 2 Avril, mais ce n'est que du 14 Avril à cinq heures du soir qu'on les a vu s'occuper à rétablir leurs nids. Le 25 & le 26, celles qui sont domiciliées dans la plaine, voloient le soir autour des maisons, mais pendant le jour elles étoient encore dans les vallées & le long des rivières, où apparemment elles trouvoient des moucherons.

Le 13, on apercevoit une petite pointe de verdure sur les arbres, & le 14 au soir, jour de grande pluie, tout étoit verd; il y avoit des tilleuls garnis de feuilles. Le 18 au soir, le rossignol chanta pour la première fois; le 20 on entendit le coucou.

Le 25, on vit les premiers hannetons, & les derniers jours du mois il en sortit beaucoup de terre; il y avoit sur les ormes, sur les épines blanches & les chênes, une prodigieuse quantité de chenilles. Les pèches étoient nouées, les poiriers défleurissoient, les pommiers étoient en pleine fleur.

Les avoines avoient bien levé & étoient très-belles, ainsi que les blés, dans les bonnes terres, mais dans les terres noires ils n'étoient pas beaux; il n'y avoit rien dans les terres légères, parce que les gelées ayant soulevé la terre, la racine du blé s'est trouvée sur terre, ce qui l'a fait périr; ceux qui ont fait rouler leurs blés s'en sont bien trouvés.

Il y a eu pendant ce mois beaucoup de rhumes opiniâtres & de fluxions de poitrine qui ont été fâcheuses.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	10	12½	9	27.	7	couvert & pluvieux.
2	S.	10	15	11	27.	8½	beau avec nuages, il tonne au loin.
3	S.	12	17	12	27.	6	variable avec vent & tonnerre sans pluie.
4	S. E.	11	14½	9½	27.	6	variable avec pluie.
5	S.	10	12½	9½	27.	9	grand vent & pluie.
6	S. O.	10½	14	11	27.	11½	pluvieux.
7	S.	12	20	16	27.	9	beau temps.
8	S. O.	14½	19½	12	27.	8½	couvert.
9	S. O.	11	15	12	27.	6½	couvert & bruine.
10	S. O.	10	10	9½	27.	6	variable avec pluie & grand vent.
11	S. O.	9	12	8½	27.	7	variable sans pluie.
12	E.	9	10½	7	27.	6½	couvert & pluvieux.
13	S. O.	7½	11	6	27.	8½	variable avec pluie.
14	N.	7½	12½	9	28.	1	variable avec ondées.
15	N.	9	15	9½	28.	1½	beau avec nuages.
16	N.	10½	16	10½	28.		
17	N.	11	18	11¼	27.	10	
18	N. E.	11½	18½	12½	27.	9	
19	N. O.	13	11	7½	27.	8½	variable avec ondées & vent froid.
20	N.	7	12	9½	27.	10	variable sans pluie.
21	N.	11	18	12	27.	10	variable avec pluie & tonnerre.
22	N. E.	11	18½	14	27.	9	beau avec nuages.
23	E.	13	22	18	27.	8	
24	S. O.	13½	18	12	27.	8½	
25	E.	13½	16½	11½	27.	8	variable avec pluie.
26	O.	11	14½	11	27.	9½	beau avec nuages.
27	E.	12½	18	10½	27.	6½	variable avec pluie.
28	E.	12	17½	11	27.	5	variable avec pluie & tonnerre.
29	S.	10	15	10	27.	4½	variable avec ondées.
30	S. O.	11	13	19½	27.	5	variable avec bruine.
31	S.	10	12½	9	27.	6½	variable avec pluie.

Quoiqu'il ſoit tombé peu d'eau pendant ce mois, comme les pluies ſont venues par ondées & aſſez fréquemment, il peut paſſer pour humide; à quelques jours de chaleur près, tout le mois a été froid, & on a été obligé d'allumer du feu juſqu'à la fin.

Les hannetons ont commencé à s'accoupler le 20 ou le 25; les chenilles s'étant jointes aux hannetons, toute la verdure a été dévorée en pluſieurs endroits, & les arbres étoient comme en hiver.

Les blés étoient généralement beaux & même trop forts, on a été obligé de les faire effeuiller; les avoines étoient auſſi très-belles.

Le 31 on a ſervi les fraiſes écarlatte ou de Barbarie, ainſi que quelques fraiſes communes & des petits pois.

JUIN.

JUIN.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin			Baromètre		État du ciel.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	10	12½	10	27.	11½	variable avec bruine.
2	E.	11½	16½	11½	27.	10½	beau avec nuages.
3	S.	12	19	15½	27.	9	beau avec nuages, temps lourd.
4	S.	15	20½	15¼	27.	8½	variable avec petite pluie & tonnerre.
5	S.	14	17½	14	27.	7½	variable avec pluie.
6	O.	14	10	10	27.	8	grande pluie continue à verse.
7	O.	9	10½	10	27.	10	pluie fine & continue.
8	E.	12	14	12½	27.	10	couvert.
9	S. O.	12½	18½	15	27.	11	variable avec bruine.
10	N.	14½	17½	13½	27.	11	couvert, il tonne au loin.
11	S. O.	13	20½	12	27.	9	beau avec nuages.
12	S. O.	12	12	9	27.	9	variable avec pluie.
13	S. O.	10	15½	12	27.	10½	
14	O.	12½	15½	9½	27.	11½	beau avec nuages.
15	S. O.	9½	16	11½	27.	10½	
16	S.	11½	20	13	27.	7	variable avec pluie.
17	S. O.	13	13	10	27.	8½	*idem.*
18	S. O.	12	14½	9½	27.	9½	pluie par averses & tonnerre.
19	S. O.	11	15	10½	27.	11	pluie & vent froid.
20	S. O.	12½	13½	12	28.		couvert & bruine.
21	N.	13	17	13	28.		couvert avec gros nuages & ondées.
22	N.	13½	20	15	28.	1	
23	N. E.	15½	22	15	28.		beau avec nuages.
24	N. E.	15	18½	14	27.	9½	
25	S. O.	14	22	15½	27.	7½	chargé de nuages & pluvieux.
26	S.	11½	13½	10¼	27.	9½	variable avec ondées & vent froid.
27	E.	13	19	14	27.	9	variable avec petite pluie.
28	S.	13	16	14½	27.	9	*idem.*
29	S.	15½	13½	12½	27.	6½	variable avec ondées & vent froid.
30	S.	13	15	10½	27.	6	pluie par ondées & tonnerre.

Ce mois peut passer pour humide parce qu'il a plu très-souvent, mais il n'est tombé beaucoup d'eau à la fois que le 6 & le 7 qu'il a plu continuellement jour & nuit; il peut aussi passer pour froid, les nuits sur-tout ont été si froides qu'il auroit gelé si les petites pluies avoient humecté la terre, qui avant les pluies du 6 & du 7 étoit extrêmement sèche, & on desiroit de l'eau pour les mars, mais ces pluies étant survenues très-abondamment, elles ont fait verser les blés les plus forts; & en général les blés étoient d'une grande beauté & très-verds, ce qui faisoit appréhender que s'il survenoit tout-à-coup de grandes chaleurs ils ne fussent échaudés: le grain d'élite valoit au marché de Pithiviers 16 livres 10 sous à 17 livres 10 sous le setier pesant 240 livres. Les avoines étoient très-belles en Gâtinois & fort laides en Beauce où elles étoient mangées par les vers; elles se vendoient 6 livres le setier, même mesure que le froment.

On a encore vu quelques hannetons jusqu'à la fin du mois, mais dès le 9 il y en avoit beaucoup de morts, après avoir dépouillé toutes les feuilles & dévoré les fruits des noyers, qui n'étoient pas plus avancés que lorsqu'ils ont commencé à pousser leurs feuilles.

Le 11 on a commencé à cueillir la fleur d'orange en petite quantité, parce qu'il faisoit très-froid; par la même raison, la vigne qui avoit commencé à fleurir, n'avançoit point; on servoit depuis quelques jours des guignes qui étoient mûres, mais les cerises n'étoient bonnes qu'en compottes.

Les abeilles ont jeté leurs essaims à la fin de Mai & ont continué au commencement de celui-ci; les pluies les ont retardées pendant quelques jours, cependant elles ont beaucoup travaillé sur les sainfoins, les mélilots & les vesces.

Le 16 on leva toute la journée des sainfoins, mais il en restoit beaucoup aux champs, dont les uns ont été fauchés avant la pluie & d'autres depuis; en général ils étoient très-bas & fort clairs, sur-tout les vieux, parce que la gelée de l'hiver avoit fait périr beaucoup de pieds.

En vidant les granges on a trouvé fort peu de ſouris, parce que la longueur & la rigueur de l'hiver en avoit fait périr beaucoup, & pendant le fort de la gelée elles avoient quitté les granges & les greniers pour ſe réfugier dans les caves où elles ont apparemment péri de froid & de faim.

On peut dire que le 26 la vigne étoit en pleine fleur, quoiqu'il y eut encore beaucoup de grappes qui n'étoient point fleuries : on ſe plaignoit qu'elle n'avançoit point parce que les nuits étoient trop fraîches : le roſſignol a donné encore quelques coups de goſier, mais à la fin du mois on ne l'entendoit plus.

On mangeoit encore des fraiſes ; les ceriſes étoient rouges, mais elles n'étoient pas encore parfaitement mûres ; on commençoit à manger des groſeilles.

Il n'y a eu que peu de pigeonneaux à la première volée, & cet accident étoit général, car ils ont toujours été chers ; les poulets étoient encore très-petits & fort chers au marché.

Le temps a été favorable pour les pois, les veſces & les autres légumes.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degr	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	13½	17½	12	27.	7	pluie par ondées.
2	S. O.	12	15	11	27.	8½	*idem.*
3	N.	11½	17	12½	27.	7½	beau avec nuages.
4	N. O.	13	19½	15	27.	11½	
5	E.	15	20	16	27.	9½	
6	S. E.	14	16½	13	27.	8½	tonnerre & pluie par ondées.
7	N. O.	13	16	14½	27.	10	variable avec brouillard & pluie.
8	N.	14½	19½	14	27.	10½	couvert & pluvieux.
9	N. E.	15	20½	14	27.	9½	beau avec nuages, lourd & peſant.
10	S.	15	20	15½	27.	7	variable avec pluie & tonnerre.
11	S. O.	14	18½	13½	27.	6	variable avec ondées de pluie.
12	S. O.	12	12½	12	27.	8½	grand vent & grande pluie.
13	S. O.	13½	17	12	27.	11	variable avec grandes averſes.
14	S. O.	13	16	13½	27.	10	*idem.*
15	S. O.	14	14½	13½	27.	8½	couvert & pluvieux.
16	O.	13	15½	11½	27.	9½	couvert avec petites ondées & vent.
17	N. O.	12	17	14	27.	10	variable ſans pluie.
18	N. E.	14½	20	13	27.	10½	beau avec nuages.
19	N. E.	14	19½	15	27.	11	
20	S. O.	15½	18	20	27.	11	
21	S. O.	17	24	18½	27.	9½	beau temps.
22	N.	15½	16	12	27.	8½	gr. brouil. le mat. tonn. & pluie l'apr.-m.
23	N. E.	12	15	12	27.	10½	variable avec petites ondées.
24	S.	12	15	12	27.	9	pluie continuelle l'après-midi.
25	S.	14½	19	15½	27.	8	couvert avec gros nuages.
26	S.	15	17½	13	27.	8	pluie & tonnerre au loin.
27	S. O.	12½	17	13	27.	10½	beau avec brouillard tout le jour.
28	S.	13	19	15	27.	10½	variable avec bruine.
29	S.	15	21	15	27.	10	
30	S.	15	17½	16	27.	10	
31	S. O.	16	20	16	27.	11	variable avec bruine par petites ondées.

Ce mois a été extrêmement pluvieux, depuis le 1.er jusqu'au 17 il a plu tous les jours prodigieusement par de grandes averses, ou par des pluies continuelles qui ont duré plusieurs jours de suite, ou par de petites ondées qui ont tombé tous les jours; les chemins ont été aussi mauvais qu'en hiver & toutes les mares ont été remplies; il a fait aussi plusieurs jours de brouillard qui ont rouillé les blés en plusieurs endroits, & ces pluies continuelles donnoient de grandes inquiétudes pour la moisson, les blés approchant de leur maturité.

Le 17, on a servi l'avant-pêche blanche.

Le 18, les Fermiers ont commencé à faire couper les seigles; il y en a qui ont commencé la moisson des blés le 30 dans ceux qui avoient été couchés, mais ce grain n'étoit pas encore mûr, & une partie s'écrasoit encore sous le doigt; les avoines étoient belles en Gâtinois, mais elles réussissoient mal dans la Beauce & dans les terres noires; le blé de 1765 valoit 18 livres, le vieux 16 à 17 livres, l'avoine 8 livres.

Dans les vignes, beaucoup de grains étoient coulés; il y avoit des verjus de toute sorte de grosseur: comme les verjus faisoient assez mal à Orléans, le vin, qui valoit quinze jours auparavant 90 livres, étoit monté à 120 livres.

A la fin du mois, les cerises étoient passées, les avant-pêches blanches de même; on servoit l'avant-pêche de Troyes, ainsi que les abricots & les poires de Magdeleine.

AOUST.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	16½	22	16	27.	10½	beau avec nuages.
2	S. E.	17	22	16	27.	9	couvert & venteux.
3	N. E.	15½	18	14½	27.	11	couvert.
4	N. E.	15	20	14	27.	11½	variable avec brouillard.
5	N. E.	15	22	16½	27.	11½	beau temps, éclipſe de Soleil.
6	N. E.	16½	22½	17	28.		beau temps.
7	N. E.	17	22½	17	28.		beau avec nuages.
8	N. E.	16½	17	20	28.		beau temps.
9	N. E.	16½	23	16	27.	11½	beau avec nuages.
10	N.	13	17½	12	27.	10½	beau avec nuages & vent froid.
11	N.	11½	16	11	27.	10	*idem.*
12	N.	11¼	16	13	27.	11	couvert.
13	N. E.	12	17	11½	28.		variable avec brouillard.
14	N. E.	10½	15½	12	27.	10½	beau avec nuages.
15	O.	12½	15½	11½	27.	8½	variable avec petite pluie & grand vent.
16	N. O.	12½	14½	11	27.	9	*idem.*
17	N.	12	16	12	27.	11	brouillard.
18	N. E.	13	18	14	28.	1	couvert avec bruine.
19	N.	13½	20	14	28.	½	couvert.
20	N. E.	13½	19	14	28.	½	beau temps, éclipſe de Lune.
21	E.	13	22	15	27.	11	beau temps.
22	S. E.	13½	24	16	27.	9	*idem.*
23	N. E.	16½	20½	13	27.	11	chaud lourd, vent, bruine & tonnerre.
24	S.	13	19	14	27.	9½	beau avec nuages.
25	N.	12½	17	11	28.	¼	variable avec grande pluie.
26	N. E.	11½	17	12	28.	1	beau avec nuages.
27	E.	12	19	12	28.		beau temps.
28	S. E.	12	21½	15	27.	10½	beau temps.
29	S. E.	13	22¼	15	27.	11	beau temps.
30	S. E.	14	22	14	27.	11½	beau avec nuages.
31	N.	13	19	14½	28.		beau & couvert.

Heureuſement pour la moiſſon, les pluies ont ceſſé le 5 de ce mois au renouvellement de la Lune; le temps a depuis été frais & ſouvent couvert, ce qui a été très-favorable pour les Moiſſonneurs & pour deſſécher les blés, qui auroient été échaudés s'il étoit venu des chaleurs brûlantes; cependant les blés tardifs qui étoient verds, n'ont pas laiſſé que d'en être attaqués; les blés de ce pays n'ont point été verſés comme dans d'autres Provinces, ſi ce n'eſt dans quelques pièces où ils étoient fort hauts; la moiſſon des fromens a été achevée le 25; il n'y avoit point de Fermier qui n'eût fait des meules de froment dehors & qui ne fût obligé d'y mettre toutes ſes avoines.

Nos avoines étoient belles, mais il n'y en avoit point en Beauce ni dans les terres noires; la récolte des orges, des pois & des veſces a été fort abondante.

Les foins ont auſſi été fort beaux, mais les frais pour les faner ont été doubles des autres années, à cauſe des pluies.

Il n'y a point eu cette année de noix, parce que les noyers ont été mangés par les hannetons.

Il y a eu peu de prunes, beaucoup d'abricots, un peu de pêches & de poires, mais davantage de pommes.

Les verjus faiſoient aſſez bien ſur les gouas, mais il n'y avoit preſque rien ſur le fromenté & ſur le mélier, & en général ſur le haut plan; à la fin du mois, à peine trouvoit-on un ou deux grains de tournés ſur les grappes expoſées au Soleil; & dans la ſouche, il n'y en avoit pas un ſeul.

Vers la fin de ce mois, il s'eſt déclaré beaucoup de fièvres intermittentes qui n'étoient pas dangereuſes.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	12½	19	15	28.	½	beau avec nuages.
2	N.	13	23	13½	28.		beau temps, (le mat. S.O. bar. 27. 11)
3	N. E.	14	18	14½	27.	11½	beau avec nuages.
4	S. E.	12½	22¼	17	27.	9	beau temps.
5	O.	14	23	13½	27.	9½	beau & venteux.
6	N. O.	10	17	12	27.	10½	beau temps.
7	S. O.	11	18	14	27.	9	variable & couvert sans pluie.
8	S. O.	14	19	12	27.	8	pluie & tonnerre.
9	N.	9	12	8	28.	2	beau temps.
10	S. O.	12	14½	11	28.	2	beau avec nuages.
11	S. O.	11½	17½	13	27.	11	*idem.*
12	S.	12	18	12½	27.	9	couvert & temps lourd.
13	S. O.	11	14	9	27.	9½	venteux & pluvieux par ondées.
14	N. O.	7	10½	5½	28.	1	variable avec ondées & vent froid.
15	N. E.	4½	13	6½	28.	2	beau temps, gelée à glace.
16	N. E.	6	14½	8½	28.	2	beau temps.
17	N. O.	7½	16½	13	28.	2½	*idem.*
18	N. E.	12	19½	12½	28.	1	beau avec brouillard.
19	E.	11½	20	14	27.	11	beau temps.
20	E.	11½	21	15½	27.	11	beau avec brouillard.
21	E.	11½	19	13	27.	11½	beau temps.
22	S.	10½	20.	15	27.	11	
23	S. O.	13	21	13	28.		
24	N. E.	13½	17	13½	28.	½	beau avec brouillard.
25	N. E.	12½	19½	12	28.		*idem.*
26	N. E.	11½	21	13	27.	10½	grande rosée; beau.
27	E.	12½	20	13½	27.	9½	beau temps.
28	E.	11½	20	13½	27.	8¼	*idem.*
29	S.	10	20	14	27.	9	beau avec nuages.
30	E.	12½	17	12	27.	8½	variable avec vent & ondées.

Ce

Ce mois a été fort ſec & hâleux ; ainſi il a été très-favorable pour la vigne, dont il n'y avoit que peu de raiſins tournés au commencement ; vers le milieu, il y avoit encore beaucoup de grains & de grappes qui n'étoient que rouges ; cependant on ſe diſpoſoit à faire vendange.

Vers la fin du mois dernier, il a paru une grande quantité de papillons blancs qui font la chenille du chou ; & le 9, ils en étoient tout couverts ; on étoit obligé de les écheniller avec grand ſoin ; malgré cela, les choux ont été fort endommagés.

On ſervoit encore pendant ce mois la prune de vacance, pluſieurs eſpèces de pêches, ainſi que quelques melons tardifs, qui étoient fort bons.

Les hirondelles ont commencé à ſe mettre en bandes pour partir vers le 15, & à la fin du mois, on n'en voyoit preſque plus.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. E.	9	16 ½	11 ½	27.	8 ½	couvert.
2	E.	11	17	11	27.	9	beau avec nuages.
3	E.	10	17 ½	13	27.	8	variable avec petite pluie.
4	E.	13	19	15	27.	6 ½	couvert avec nuages.
5	S.	13	16	13	27.	4 ½	couvert & bruine.
6	S.	12	16	10	27.	6	variable avec petite pluie & vent.
7	S.	10	17	11	27.	3 ½	beau temps.
8	S.	12	15	11	27.	5	variable avec pluie & tonnerre au loin.
9	N. E.	7 ½	10 ½	7	27.	8	couvert & venteux.
10	N. E.	9 ½	12 ½	9	27.	5 ½	couvert.
11	N. E.	4 ½	14 ½	7 ½	27.	10	*idem.*
12	N. E.	5	12 ½	7	27.	10	variable & couvert ſans pluie.
13	N. O.	7 ½	15	11	27.	11 ½	beau avec nuages & brouillard.
14	N. O.	9 ½	15 ½	10	28.	1	beau avec nuages, il éclaire le ſoir.
15	N. O.	5	14	9	28.	1 ½	beau temps avec brouillard le matin.
16	N. E.	8	12 ½	10	28.	1 ½	beau avec nuages.
17	N. E.	5	8	3 ½	28.	3	beau temps.
18	N. E.	2	10	2 ½	28.	2	beau temps, gelée blanche.
19	S. E.	1 ½	12	7	28.	2	*idem.*
20	S.	3	14 ½	7 ½	28.	1	brouillard & petite gelée blanche.
21	S. E.	4 ½	16	9	27.	11 ½	beau avec nuages.
22	N. E.	7	11	4 ½	28.	1	variable avec vent & bruine.
23	S. E.	½	11	4	27.	11	variable avec gelée blanche & brouillard.
24	S. O.	6	11	4 ½	27.	11	variable avec bruine.
25	S. E.	3 ½	9 ½	4	27.	10	beau avec nuages.
26	S. O.	2	13	5	27.	8	beau temps, gelée blanche.
27	S. E.	7	16	12 ½	27.	5	beau avec nuages.
28	S.	11	15	11	27.	6	couvert & pluvieux.
29	S. O.	9	12 ½	7 ½	27.	8	variable avec nuages.
30	S. O.	9	7 ½	7 ½	27.	5 ½	grand vent & pluvieux.
31	S. O.	6	9 ½	3	27.	10 ½	beau avec nuages & vent.

On a commencé la vendange les derniers jours de Septembre, on l'a continuée les premiers jours d'Octobre; le vin s'eſt fait fort vîte. Les raiſins coupés avant la Saint-Denys, par le beau temps, ont bouilli très-promptement, les cuves n'ont jeté de l'écume que pendant une journée, elle étoit aſſez rouge; mais les raiſins coupés depuis la Saint-Denys, n'ont point du tout jeté d'écume, cependant le vin a bien bouilli & le raiſin n'a pas demeuré plus long-temps dans les cuves que les premières vendanges: comme les dernières vendanges ont été faites par un temps froid & pluvieux, le vin fait a un peu moins de couleur, mais en général le vin de cette année en a aſſez.

On a commencé les ſemences vers le 10 du mois, la terre étoit fort meuble & aſſez fraîche pour recevoir le grain. Le blé a toujours valu au marché 19 à 20 livres, & l'avoine 8 livres à 8 livres 10 ſous le ſetier.

Il y a eu pendant ce mois pluſieurs troupeaux où les agneaux ont été attaqués de dévoiemens qui en ont fait périr près d'un quart.

Il a règné auſſi des dyſſenteries dans beaucoup de villages; ceux qui ont négligé de ſe faire traiter dans les commencemens de la maladie, en ſont morts; mais ceux qui ont été ſaignés d'abord ont guéri.

Il y a eu beaucoup de petites-véroles à Pithiviers, ſur les enfans; quoiqu'elle n'ait pas eu de caractère de malignité, il en eſt mort un nombre aſſez conſidérable: pluſieurs adultes qui l'ont gagnée, en ſont morts auſſi.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	½	½	2½	28.	½	beau temps, gelée blanche.
2	E.	½	8	3	27.	11	*idem.*
3	E.	2½	8	3½	27.	10	beau avec nuages.
4	S. O.	3	11	7½	28.	1	beau temps, petite gelée blanche.
5	N. E.	7	9	4	28.	2½	couvert & venteux.
6	N. E.	1	8	1½	28.		beau temps, gelée blanche.
7	E.	1½	6	1	27.	9½	variable avec nuages sans pluie.
8	S. E.	—2½	3	—1	27.	10½	beau temps, gelée.
9	N. E.	—3	5		28.	2	beau temps.
10	N. E.	—2	6½	1	27.	11	*idem.*
11	S. O.	0	7	5	27.	11	beau temps, gelée blanche.
12	S.	2½	9	3	27.	9½	beau temps.
13	S.	5	8½	6	27.	7	variable avec bruine.
14	S.	7	9½	6½	27.	7½	*idem.*
15	E.	6½	7	7	27.	6½	grande pluie continuelle.
16	S.	6½	8	7½	27.	8½	pluvieux.
17	S. E.	8	12½	11	27.	7½	couvert.
18	S. E.	9	13½	10½	27.	3	variable avec grand vent.
19	E.	10	13	7½	27.	3½	couvert & vent forcé.
20	E.	8	10½	7	27.	5	couvert.
21	E.	7	10	8	27.	6	couvert & pluvieux.
22	N.	5	9	7	27.	11	variable avec nuages.
23	N.	4	8	4	28.	2	couvert.
24	E.	3½	8	4	28.	2	variable avec nuages & brouillard.
25	S. E.	4	7½	7	28.	1	couvert & bruine.
26	N.	6½	7	3	27.	11	variable & couvert sans pluie.
27	N.	1	4	0	28.		beau temps.
28	N.	2	4½	½	28.		beau & vent froid.
29	N. E.	—1	2½	0	27.	11	beau temps.
30	E.	—2½	3	— ½	28.		*idem.*

Ce mois a été très-favorable pour faire lever les blés, mais il n'a pas tombé assez d'eau pour labourer dans les terres noires, ce qui a beaucoup retardé les oüvrages.

Les dyssenteries ont continué pendant tout le mois, elles ont diminué vers la fin; la petite vérole s'est étendue dans les villages.

Ceux qui ont négligé de se purger après que les grands accidens de la dyssenterie ont été calmés, ont eu des dépôts, principalement dans les articulations & ils ont été long-temps impotens.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	— 2	3 ½	— 1	27.	11	beau temps avec brouillard.
2	N.	— 2 ½	1	½	27.	11	givre.
3	E.	½	½	— 2	27.	10 ½	couvert.
4	N. E.	— 3 ½	— 1	— 3	27.	10	beau temps.
5	N. E.	— 5	— ½	— 1	27.	11 ½	
6	N. E.	— 2 ½	1 ½	— 1	27.	9 ½	
7	N. E.	0	4 ½	— ½	27.	8 ½	
8	E.	— 2	4 ½	0	27.	8	
9	N. E.	— 3 ½	— 4	— 1	27.	9	
10	S. E.	— ½	6 ½	3	27.	6 ½	
11	S.	5	8 ½	6 ½	27.	6 ½	couvert avec ondées, barom. mat. 5 ½.
12	S. O.	4	9	6	27.	4 ½	beau avec nuages.
13	N. E.	3	7 ½	4	27.	8 ½	*idem.*
14	N. E.	1	2 ½	1 ½	27.	10	couvert.
15	S. O.	1	3	4	27.	7	couvert, pluie & vent.
16	S. O.	2	4	2	27.	9	couvert & petite pluie.
17	S. O.	1	4	4	27.	7	couvert & brouillard.
18	S. O.	2 ½	4	½	27.	4	variable avec pluie & vent.
19	N. O.	— 1	2 ½	— 1	27.	5 ½	beau temps.
20	S. O.	1	5	1	27.	½	couvert & nébuleux.
21	S. O.	— 1	2 ½	0	27.	1 ½	beau avec nuages.
22	S. O.	0	6	— 1 ½	27.	7	couvert & brouillard.
23	N.	— 1	0	— ½	27.	8	couvert.
24	N.	— 1 ½	0	— 1	28.	1	*idem.*
25	N.	— 2 ½	— 1	— 1 ½	28.	1	couvert & neige.
26	N.	— 2	— 1	— 1 ½	28.	1	couvert.
27	N. E.	— 2 ½	0	0	28.	1 ½	*idem.*
28	N. E.	— 3	½	— 2 ½	28.	1 ½	beau temps.
29	N. E.	— 3	1	— 3 ½	28.	1 ½	
30	N. E.	— 5	— 1	— 4	28.		
31	N. E.	— 6	0	— 1 ½	28.	1	beau & nébuleux.

Ce mois a été fort ſec & froid; les blés ſont beaux & ont bien levé dans les terres de Beauce & de Gatinois; mais dans les terres noires, où ils ont été faits tard à cauſe que la terre étoit trop sèche pour qu'on pût labourer, ils n'étoient pas encore levés.

Les dyſſenteries ont ceſſé au commencement du mois, mais les petites-véroles ont continué.

Idée générale des Productions de la terre, pendant l'année 1766.

Fromens.

La paille du froment a été fort haute, c'eſt pourquoi il n'y a point eu de Fermiers du Gâtinois qui n'ait été obligé de faire des meules, il faut ſeize ou vingt gerbes pour faire une mine peſant 80 livres; il en falloit même bien davantage pour les blés qui avoient été verſés ou échaudés; cet accident eſt arrivé aux blés venus dans les meilleures terres, car la paille étant fort haute & les tuyaux, ainſi que la feuille, encore verds lorſque les pluies ſont ſurvenues, ils ont été verſés & le grain échaudé; c'eſt pourquoi il y a beaucoup de choix, & ce n'eſt pas dans les meilleures terres où l'on a récolté le plus beau blé & en plus grande quantité: le prix a été de 16 à 17 livres, le vieux 18 à 19 livres, il a même valu juſqu'à 20 livres au marché de Pithiviers.

Avoines.

Les avoines ont été aſſez bonnes dans tout le Gâtinois, mais dans la Beauce elles n'ont rien valu, c'eſt pourquoi elles ſont fort chères & valent 8 livres à 8 livres 10 ſous le ſetier, même meſure que le froment.

Pois et Vesces, &c.

Les pois & les veſces ont très-bien réuſſi, & la récolte a été abondante, mais les pluies ont donné beacoup de peine pour les ſerrer; les haricots & les lentilles ont fourni une récolte avantageuſe, tant pour la quantité que pour la bonne qualité.

Foins et Sainfoins.

Les ſainfoins ont été bas pour les raiſons que nous avons rapportées au mois de Juin, la récolte ayant été faite avant les pluies, l'herbe eſt menue & de bonne qualité.

Les foins des prés hauts ayant été coupés pendant les pluies, ont donné beaucoup de travail pour les faner, & les frais ont été du double des années ordinaires; ceux qui ont apporté les ſoins néceſſaires ont eu une récolte abondante & d'aſſez bonne qualité, mais il y en a eu en général beaucoup de mouillés & de qualité fort médiocre.

Vins.

Il y a beaucoup de choix dans les vins de cette année, pour la qualité; celui des vignobles où les vignes ayant été gelées dans le mois de Septembre, ſe ſont dépouillées & dont le fruit s'eſt fané ſur la ſouche, ne vaut rien; entre les vignes qui n'ont point ſouffert de ces gelées, il faut encore diſtinguer les vins des vignes qui ont été vendangées avant les pluies, d'avec le vin de celles qui l'ont été depuis; la couleur & la qualité des premiers eſt beaucoup préférable: la quantité a été d'un quart moindre que l'année dernière.

Safrans.

La gelée du dernier hiver a fait périr les cinq ſixièmes des oignons de ſafran, & le ſixième des oignons qui ſont reſtés étoient ſi petits qu'ils ne donnoient point de fleurs, parce que les oignons ſe formant pendant l'hiver, ceux qui auroient dû parvenir à la groſſeur d'une pomme d'api, n'étoient pas plus gros qu'une aveline; c'eſt pourquoi la récolte n'a été environ que d'une once au lieu d'une livre; cependant le prix n'a pas augmenté en proportion, car la livre n'a valu que 48 à 50 livres, ce qui a fait une perte prodigieuſe pour la province.

Chanvres.

Le chanvre a été aſſez bon dans le Gâtinois, mais dans pluſieurs provinces d'où l'on en tire beaucoup, l'abondance des pluies l'a fait pourrir ſur pied & la filaſſe n'en eſt pas bonne.

Abeilles.

ABEILLES.

L'hiver dernier a fait périr les deux tiers des ruches ; le tiers restant a très-bien fait, tant pour les essaims que pour la récolte du miel, parce que le commencement de l'été ayant été humide, les fleurs ont duré long-temps, & en particulier celle de melilot, qui produit le meilleur miel.

MELONS.

Comme il n'y a point eu de chaleur pendant l'été, & que le commencement a été humide, les premiers melons ont été mauvais, mais la fin de l'été & le commencement de l'automne, qui ont été fort secs, leur ont donné de la qualité, & on en a mangé de très-bons à la fin de Septembre & au commencement d'Octobre.

FRUITS.

Il y a eu assez abondamment de cerises & de prunes, peu de pêches; elles ont été très-petites, mais d'un très-bon goût; il n'y a pas eu beaucoup de poires, les pommes ont donné assez abondamment ; tous les fruits ont été de bon goût, parce que l'automne a été sèche.

GLAND ET NOIX.

Le gland & les noix ont totalement manqué cette année.

INSECTES.

Il y a eu une grande quantité de hannetons, qui ont dépouillé les noyers dont le fruit est tombé; il y a eu aussi une prodigieuse quantité de chenilles communes; elles auroient tout dévoré si les pluies de l'été n'en avoient fait périr la plus grande partie: la chenille du chou a aussi été en assez grande quantité.

MALADIES DES HOMMES.

Il y a eu toute l'année quelques fièvres malignes, mais en moindre quantité que les années précédentes.

Vers la fin de l'été & pendant une partie de l'automne, il a règné des dyssenteries épidémiques qui ont fait périr beaucoup de monde dans les commencemens, mais depuis que le Gouvernement leur a fourni des secours, tant par la viande qu'on a fait distribuer, que par les Médecins qu'on a envoyés pour traiter les malades, il est mort fort peu de monde; mais il est bon d'observer que parmi ceux qui ont été guéris trop tôt & avant que les humeurs aient été consommées en partie par la maladie, la plupart ont eu des dépôts dans les jambes & dans les articulations des genoux, & que plusieurs n'avoient pas encore recouvré l'usage de leurs jambes trois mois après : l'usage de l'ypécacuanha a été le spécifique.

Il y a eu beaucoup de petites véroles à Pithiviers pendant tout l'été, dont tous les enfans & les jeunes gens ont été attaqués; dans les commencemens, elle étoit confluente, mais point maligne; dans les mois de Novembre & de Décembre, la maladie s'est répandue dans la campagne; il y en a eu de bénignes & de confluentes; celles-ci ont fait périr beaucoup d'enfans.

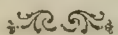
Gibier et Poisson.

Il y a eu peu de perdreaux, plus de cailles que l'année dernière, beaucoup de grives pendant la vendange & assez de lièvres.

Depuis plusieurs années, il n'y avoit point de poisson dans la rivière d'Essonne, il a commencé à reparoître cet automne.

Niveau des Eaux.

Les eaux sont toujours très-basses; la plupart des sources ne poussent point; les eaux dans les puits ont aussi beaucoup baissé; un puits fouillé en 1764, où il y avoit un pied d'eau, s'est trouvé à sec pendant l'automne, & il a fallu le fouiller de nouveau pour lui donner de l'eau; les mares ont presque toujours été à sec, ce qui étoit très à charge pour les Fermiers de la Beauce.



SUR LA THÉORIE DE MERCURE;

Où l'on détermine l'excentricité & le lieu moyen de cette Planète.

TROISIÉME MÉMOIRE.

Par M. DE LA LANDE.

APRÈS avoir établi dans les deux Mémoires précédens, le lieu de l'aphélie par mes propres observations, & le mouvement de Mercure par l'examen des observations anciennes, il ne reste, pour avoir la théorie entière de cette Planète, qu'à connoître la plus grande équation de son orbite & l'époque de sa longitude moyenne: cette partie est la dernière qu'on doive examiner, parce qu'elle dépend des deux autres; il faut connoître le moyen mouvement de Mercure & celui de son aphélie, pour calculer son excentricité par la méthode que j'ai été obligé d'employer. 27 Juillet 1767.

Si nous avions de plus grandes digressions de Mercure, observées précisément dans ses apsides, on auroit immédiatement la distance aphélie & la distance périhélie, & par conséquent leur somme & leur différence, qui sont le grand axe & l'excentricité de l'orbite; mais on a rarement le moyen de faire de semblables observations; je n'ai pu en trouver qu'une seule qui ait été faite près de son aphélie: on verra ci-après l'usage que j'en ai fait, *page 547.*

Les plus grandes digressions de Mercure aphélie, sont toujours difficiles à observer, parce que Mercure y étant, se trouve toujours à une déclinaison fort méridionale: je suppose le lieu de l'aphélie de Mercure à $8^{s}\ 13^{d}$, & la plus grande élongation de 27 degrés; le complément de 27 degrés, c'est-à-dire 63, est l'angle de commutation ou l'angle au Soleil qui a lieu dans le temps de la plus grande digression; si l'on ajoute cet angle avec la longitude de Mercure $8^{s}\ 13^{d}$, & qu'on l'en retranche, on aura $10^{s}\ 16^{d}$ & $6^{s}\ 10^{d}$ pour les lieux de la Terre aux temps des

plus grandes digreſſions aphélies; ce qui prouve qu'elles arrivent toujours vers le 8 Août ou le 30 de Mars. Dans les digreſſions aphélies qui s'obſervent le 8 Août vers le couchant, Mercure eſt plus avancé de 27 degrés que le Soleil, & par conſéquent il eſt beaucoup plus méridional que le Soleil; dans celles qui s'obſervent le 30 Mars au levant, Mercure eſt moins avancé que le Soleil, il eſt dans le ſigne des Poiſſons, & par conſéquent il a encore une déclinaiſon plus méridionale: ainſi dans nos régions boréales, on ne peut guère obſerver ces digreſſions avant le lever ou après le coucher du Soleil, l'intervalle de temps eſt trop court; c'eſt pourquoi Tycho & Hévélius n'en ont obſervé aucune, & on ne peut le faire actuellement même qu'avec beaucoup de peine.

Les digreſſions de Mercure périhélie ſont beaucoup plus faciles à obſerver: en ſuppoſant l'élongation de 18 degrés, ſon complément 72 degrés, qui eſt l'angle au Soleil ou l'angle de commutation, étant ajouté au lieu du périhélie $2^s\,13^d$, & retranché de cette longitude, donne $0^s\,1^d$ & $4^s\,25^d$ pour les lieux de la Terre dans ces temps-là; c'eſt donc le 13 Février & le 24 Septembre, ou environ, que les digreſſions périhélies ont lieu; dans ces deux cas, Mercure eſt toujours plus au nord que le Soleil, par exemple, dans les digreſſions périhélies du 27 Septembre 1766 & du 19 Septembre 1773, Mercure étant alors moins avancé que le Soleil dans les ſignes deſcendans, ſera auſſi moins éloigné du pôle boréal & du tropique du Cancer ou du ſolſtice d'été; quand elles arrivent vers le 13 Février au ſoir, Mercure, plus avancé que le Soleil dans les ſignes aſcendans, eſt auſſi plus boréal que lui.

Ne pouvant pas comparer des digreſſions aphélies avec des digreſſions périhélies, j'ai été obligé d'y ſuppléer par l'examen des paſſages de Mercure ſur le Soleil; cette méthode eſt auſſi très-bonne, elle eſt même la ſeule qu'on puiſſe employer pour trouver les longitudes moyennes; elle me ſervira tout-à-la fois pour l'excentricité & pour l'époque.

J'ai remarqué, dans mon premier Mémoire, que les paſſages ſur le Soleil étoient inſuffiſans pour déterminer à la fois l'aphélie, l'excentricité & l'époque; mais quand on a déterminé le lieu de

l'aphélie, comme je l'ai fait dans mon premier Mémoire, les conjonctions inférieures sont suffisantes pour donner exactement les deux autres parties de cette théorie.

En général pour que Mercure, dans ses plus grandes digressions, soit facile à observer, le soir ou le matin, il faut que dans les digressions du matin le Soleil soit descendant, & que dans celles du soir le Soleil soit ascendant; plus Mercure, dans les digressions du matin, approchera de l'équinoxe d'automne, & dans celles du soir de l'équinoxe du printemps, plus elles seront faciles à observer dans le crépuscule; Mercure étant alors plus près du pôle boréal que le Soleil de 8 degrés, plus ou moins, son lever précède de 37 minutes celui du Soleil, ou son coucher suit d'environ autant le Soleil à Paris, par le seul effet de la déclinaison, sans compter la quantité de sa plus grande digression, qui fait au moins $1^h\ 8'$, quelquefois $1^h\ 48'$ de différence pour les couchers.

Nous ne savons pas précisément par quelles méthodes ni sur quelles observations Képler, Stréet, M. de la Hire, M. Cassini, M. Halley avoient établi l'équation du centre de Mercure, qui se trouve dans les Tables de ces différens auteurs; en voici une liste où l'on verra que ces équations sont toutes trop grandes, à en juger par le résultat que j'ai trouvé.

Bouillaud *(Astron. philol.)*	$24^d\ 17'\ 20''$
M. de la Hire	24. 16. 52
Képler *(Tab. Rudolph.)*	24. 11. 17
M. Cassini, dans ses Tables	24. 2. 58
Stréet *(Astron. carol.)*	23. 54. 59
M. de Thury *(Mém. de l'Acad. 1753)*	23. 50. 0
M. Halley, dans ses Tables	23. 42. 36
Suivant les résultats de ce Mémoire	23. 40. 49.

Quoique M. Halley ait approché beaucoup de la véritable équation, les longitudes moyennes qu'il donne à Mercure, étant trop petites de $2'\ 23''$ pour 1753, & le lieu de l'aphélie trop peu avancé de 10 minutes, produisoient dans ses Tables des erreurs

d'une demi-heure pour les paſſages de Mercure ſur le Soleil dans le nœud deſcendant, tels que ceux de 1740 & de 1753, & des erreurs de $1'\frac{1}{2}$ ſur les élongations de Mercure.

Pour rectifier ces Tables, c'eſt-à-dire pour trouver l'équation de l'orbite de Mercure, j'ai ſuppoſé d'abord le lieu de l'aphélie à peu près tel qu'il réſulte de mon premier Mémoire, & les moyens mouvemens de Mercure & de ſes apſides, tels qu'ils réſultent du ſecond Mémoire; je choiſis les paſſages de Mercure obſervés en 1743 & en 1753, dans les deux nœuds oppoſés, comme étant les plus exacts & les plus récens : voici les temps moyens des conjonctions obſervées, avec les lieux de Mercure déduits de l'obſervation, mais comptés ſur l'orbite de la Planète & non pas ſur l'écliptique comme ils le ſont ordinairement dans les liſtes d'obſervations; j'en ai retranché le lieu de l'aphélie qui répond à chaque obſervation, corrigé d'après mes obſervations, afin d'avoir exactement l'anomalie vraie de Mercure dans chacune de ces obſervations.

TEMPS MOYEN DES OBSERVATIONS.	LONGITUDE de MERCURE obſervée.	LIEU DE L'APHÉLIE, corrigé par Obſervation.	ANOMALIE VRAIE donnée par Obſervation.
1743. 4 Novemb. $22^h\ 26'\ 10''$	$1^s\ 12^d\ 36'\ 21''$	$8^s\ 13^d\ 25'\ 51''$	$4^s\ 29^d\ 10'\ 30''$
1753. 5 Mai. . . . 18. 29. 50	7. 15. 48. 10	8. 13. 36. 56	11. 2. 11. 14

Ces anomalies vraies qui ſont exactes, puiſqu'elles ſont données par l'obſervation, doivent d'abord être converties en anomalies moyennes, ce qui eſt aiſé par la règle que j'ai démontrée ailleurs. (*Mémoires de l'Académie, année 1755, page 209; Aſtronomie, page 439 de la première édition*). Si la différence entre les anomalies moyennes, ainſi concluës, ſe trouve exactement conforme à celle qui eſt connue & donnée par les moyens mouvemens de Mercure & de ſon aphélie; on eſt aſſuré que l'excentricité employée pour faire cette converſion, eſt exacte,

c'eſt-à-dire qu'elle ſatisfait aux deux obſervations choiſies; en effet, ſi l'on prend une excentricité trop grande, on aura une trop forte équation, additive en 1743 & ſouſtractive en 1753, c'eſt-à-dire qu'on aura une différence d'anomalie moyenne trop petite par les deux raiſons; l'on ne pourra donc être d'accord avec la différence d'anomalie moyenne qui a véritablement lieu dans le Ciel, & que l'on ſuppoſe donnée.

Par exemple, ſuivant les Tables de M. Halley, on a la longitude moyenne en 1743 de $1^s\ 23^d\ 12'\ 4''$, & en 1753 de $7^s\ 3^d\ 4'\ 28''$, l'anomalie moyenne en 1743 de $5^s\ 9^d\ 50'\ 16''$, & en 1753 de $10^s\ 19^d\ 34'\ 21''$; la différence $5^s\ 9^d\ 44'\ 5''$ que l'on ſuppoſe donnée, eſt celle que l'on doit retrouver en convertiſſant les anomalies vraies en anomalies moyennes, ſi l'excentricité 7970, qui eſt employée dans les Tables, eſt exacte.

Mais à cauſe des corrections que j'ai faites aux moyens mouvemens, dans mon ſecond Mémoire ſur la théorie de Mercure, les anomalies moyennes doivent différer plus que dans M. Halley, j'ai ajouté 18 ſecondes au mouvement annuel de l'aphélie & j'ai ajouté 6 ſecondes au mouvement annuel de Mercure, c'eſt-à-dire que j'ai diminué de 12 ſecondes par année le mouvement d'anomalie, & l'on n'a plus que $5^s\ 9^d\ 42'\ 9''$ pour la différence des anomalies entre les obſervations de 1743 & de 1753.

Dans les premiers calculs que je fis ſur cette matière, j'avois corrigé de 11 minutes le lieu de l'aphélie tiré des Tables de M. Halley, c'eſt-à-dire que j'avois ſuppoſé les anomalies vraies $4^s\ 29^d\ 9'\ 36''$ & $11^s\ 2^d\ 10'\ 14''$; ſi l'on convertit ces anomalies vraies en anomalies moyennes en ſuppoſant l'excentricité 7960, on trouve pour les anomalies moyennes $5^s\ 9^d\ 47'\ 3''$, & $10^s\ 19^d\ 28'\ 29''$; la différence $5^s\ 9^d\ 41'\ 26''$ eſt trop grande de 43 ſecondes, mais en diminuant l'excentricité de 4 parties & demie, on trouveroit une différence d'anomalie moyenne à peu près d'accord avec celle qui eſt donnée; de même qu'en diminuant de trois quarts de minute le lieu de l'aphélie, & employant l'excentricité 7960, on trouveroit cette même différence d'anomalie moyenne, $5^s\ 9^d\ 42'\ 9''$.

On peut remarquer ici que la diminution de l'excentricité & celle du lieu de l'aphélie, font également trouver une trop grande différence d'anomalie moyenne; une partie de plus dans l'excentricité ou 9 secondes de plus dans la longitude de l'aphélie, augmentent également de 10 secondes la différence des anomalies moyennes entre 1743 & 1753, ainsi ces deux passages ne font trouver l'excentricité que lorsque le lieu de l'aphélie est déterminé; s'il étoit donc prouvé d'ailleurs qu'il faut diminuer l'excentricité, il s'ensuivroit qu'on doit augmenter le lieu de l'aphélie afin de satisfaire aux passages de 1743 & de 1753, mais j'ai cru devoir m'en tenir par préférence à la détermination du lieu de l'aphélie tirée de mes observations telle qu'elle est dans mon premier Mémoire.

J'ai supposé en nombres ronds qu'il falloit ajouter 10 minutes à l'aphélie des Tables de Halley, d'où il résulte qu'il faut employer l'excentricité 7960 pour trouver deux anomalies moyennes dont la différence soit $5^s\ 9^d\ 42'\ 9''$; avec cette excentricité l'on trouve qu'il faut ajouter $2'\ 22''$ à l'époque des Tables de Halley pour 1753, elle devient $1^s\ 28^d\ 24\ 47''$, & l'époque pour 1764, $10^s\ 1^d\ 35'\ 54''$.

Cette excentricité déterminée par les passages de Mercure sur le Soleil, observés en 1743 & 1753, représentent également bien les autres passages, ainsi le 10 Novembre 1736 à 23 heures la longitude de Mercure en conjonction étoit de $1^s\ 19^d\ 23'\ 24''$, suivant l'observation; mes nouveaux élémens la donnent de $1^s\ 19^d\ 23'\ 44''$, trop grande seulement de 20 secondes: on ne sauroit espérer d'éviter une erreur de 20 à 30 secondes, puisque les lieux du Soleil qui nous servent pour déterminer ceux de Mercure, sont eux-mêmes sujets à de pareilles erreurs.

Cette excentricité s'accorde aussi avec les observations des plus grandes digressions faites aux environs des apsides, je vais en rapporter quelques-unes pour confirmer ma détermination; on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1706, quelques observations de Mercure, par M. de la Hire, faites au méridien à son quart-de-cercle mural, je vais examiner celle du 21 Septembre 1701, la seule qu'il ait faite aux environs du périhelie &

de

de la plus grande digreſſion; j'en ai recommencé le calcul pour être aſſuré de ma détermination, cela étoit d'autant plus néceſſaire que M. de Thury avoit remarqué une erreur conſidérable dans le calcul de l'obſervation du 12 Avril 1707 (*Mémoires de l'Académie, année 1753, page 319*).

Le 20 Septembre 1701, à 22^h 57′ 28″, temps moyen, Mercure étoit au méridien, il étoit 55′ 30″$\frac{1}{4}$ de temps vrai, avant midi, ainſi la différence d'aſcenſion droite entre Mercure & le centre du Soleil, étoit de 13^d 52′ 37″, la hauteur méridienne vraie de Mercure étoit de 49^d 36′ 40″; je trouve pour ce moment-là que la longitude du Soleil étoit de 5^f 28^d 8′ 19″, & ſon aſcenſion droite 5^f 28^d 17′ 33″; ainſi l'aſcenſion droite de Mercure étoit 5^f 14^d 26′ 56″; ſuppoſant la hauteur de l'équateur à l'Obſervatoire royal de 41^d 9′ 46″, on a pour la déclinaiſon de Mercure 8^d 26′ 54″, de-là je conclus la longitude 5^f 12^d 23′ 55″, & ſon élongation 15^d 44′ 24″: cette longitude de Mercure eſt plus petite de 53 ſecondes que celle que M. de la Hire le fils avoit déduite de la même obſervation, parce que j'ai employé des Tables du Soleil, meilleures que celles de ſon père; mais l'élongation eſt la même à 5 ſecondes près, & c'eſt-là le plus eſſentiel.

Ayant calculé pour le même temps cette élongation par mes Tables, je la trouve de 15^d 43′ 54″, plus petite de 30 ſecondes que par l'obſervation, cela prouve la juſteſſe de l'excentricité que j'ai employée, car ſi elle étoit défectueuſe, toute l'erreur tomberoit ſur la digreſſion obſervée aux environs du périhélie; voilà pourquoi l'erreur des Tables de M. de la Hire eſt de 3′ 51″.

L'obſervation du 20 Septembre au matin, qui eſt auſſi rapportée dans le même volume des Mémoires de l'Académie, & que j'ai calculée comme celle du 21, ne s'accorde point avec elle; M. de la Hire lui-même trouvoit l'erreur de ſes Tables plus grande le 20 que le 21 de 1′ 27″, ce qui me paroît prouver qu'il y a eu 5 à 6 ſecondes d'erreur ſur le temps vrai du paſſage de Mercure, obſervé le 20 Septembre au matin.

Dans cette obſervation du périhélie de 1701, on a la longitude moyenne de Mercure $3^f 2^d 2'$ 18″, celle de l'aphélie $8^f 12^d 36'$ 12″,

l'équation de l'orbite $10^d\ 14'\ 59''$, la longitude héliocentrique $3^f\ 12^d\ 5'\ 38''$, & la longitude géocentrique $5^f\ 12^d\ 24'\ 25''$.

J'ai auſſi calculé une ſemblable obſervation de Mercure dans ſon périhélie, faite par M. Meſſier en 1753 à l'hôtel de Clugny; le 26 Septembre 1753 au matin, Mercure paſſa au Méridien à $11^h\ 9'\ 3''\frac{1}{4}$, temps d'une pendule réglée ſur les Étoiles fixes, & le centre du Soleil paſſa à $12^h\ 12'\ 31''\frac{1}{3}$; la diſtance de Mercure au pôle étoit de $83^d\ 0' + 306$ parties, & celle du bord ſupérieur du Soleil $91^d\ 20' - 776$. L'erreur de l'inſtrument des paſſages exige qu'on ajoute une ſeconde au paſſage du Soleil ou à la différence obſervée entre les deux paſſages, elle ſera donc de $1^h\ 3'\ 29''\frac{1}{8}$, ce qui donne $15^d\ 52'\ 17''$ pour la différence d'aſcenſion droite; ſuivant les Tables de M. l'abbé de la Caille, l'aſcenſion droite du Soleil à midi étoit de $183^d\ 12'\ 40''$, ainſi celle de Mercure étoit de $167^d\ 20'\ 23''$ au moment de ſon paſſage.

Les parties de ce micromètre ſe réduiſent en ſecondes, en ajoutant un cinquième, ainſi 305 parties ſont 366''; d'où il ſuit que la différence de déclinaiſon entre Mercure & le bord ſupérieur du Soleil étoit $7^d\ 58'\ 22''$: ajoutant $16'\ 1''$ pour le demi-diamètre du Soleil & 20 ſecondes pour la réfraction, & ſuppoſant la déclinaiſon du Soleil à midi $1^d\ 23'\ 16''$, on a la déclinaiſon de Mercure $6^d\ 57'\ 21''$ boréale; d'où je tire la longitude de Mercure $5^f\ 15^d\ 41'\ 14''$ le 25 Septembre 1753 à $22^h\ 47'\ 50''$. Ayant ſuppoſé pour la même heure le lieu du Soleil $6^f\ 3^d\ 27'\ 25''$, l'élongation obſervée eſt de $17^d\ 46'\ 11''$.

Ayant calculé le lieu de Mercure par mes Tables pour le même temps, je trouve la longitude moyenne de Mercure de $2^f\ 19^d\ 3'\ 43''$, celle de l'aphélie $8^f\ 13^d\ 41'\ 2''$, l'équation $2^d\ 56'\ 46''$, la longitude héliocentrique $2^f\ 21^d\ 48'\ 31''$, la longitude géocentrique $5^f\ 15^d\ 41'\ 13''$, plus petite ſeulement d'une ſeconde que par l'obſervation; cette obſervation, qui doit être naturellement plus exacte que celle de 1701, s'accorde auſſi beaucoup mieux avec mes Tables, ce qui eſt une nouvelle preuve de la juſteſſe de mon excentricité 7960.

Après avoir vu comment mes Tables repréſentent les obſervations faites dans le périhélie, voyons comment elles s'accordent avec les obſervations aphélies. Le 19 Août 1759 au ſoir, M. Meſſier obſerva Mercure au méridien, il étoit ſi foible de lumière & ſi difficile à obſerver, que ſa déclinaiſon ne fut obſervée qu'à peu-près, mais l'aſcenſion droite eſt la plus néceſſaire pour nos recherches; le centre du Soleil paſſa au fil du milieu dans le téleſcope des paſſages lorſque l'horloge à pendule marquoit $9^h 48' 38'' \frac{1}{2}$, & Mercure y paſſa à $11^h 27' 11'' \frac{1}{2}$; la différence $1^h 28' 33''$ doit être augmentée d'une ſeconde, à cauſe de l'erreur de l'inſtrument, & l'on a $1^h 38' 34''$; la pendule retardoit de 5 ſecondes par jour; ainſi l'on a $24^d 38' 36''$ pour la différence d'aſcenſion droite en degrés; le Soleil, ſuivant les Tables, avoit $148^d 20' 29''$ d'aſcenſion droite à midi, ainſi celle de Mercure étoit de $172^d 59' 5''$ le 19 Août à $1^h 41' 37''$ de temps moyen: la différence de déclinaiſon entre Mercure & le bord ſupérieur du Soleil parut de $11^d 30' +$ 390 parties ou $11^d 37' 48''$; ſi l'on ôte $15' 52''$ pour le demi-diamètre du Soleil, qu'on ajoute 21 ſecondes pour la réfraction, & qu'on ſuppoſe la déclinaiſon du Soleil à midi de $12^d 50' 26''$, on aura celle de Mercure $1^d 26' 9''$ boréale: par-là, je trouve ſa longitude $7^f 22^d 58' 43''$, & ſa latitude auſtrale $1^d 26' 20''$ ſuivant l'obſervation.

Le lieu du Soleil, pour le moment de cette obſervation, étoit de $4^f 26^d 9' 19''$; ainſi l'élongation obſervée étoit de $26^d 49' 25''$.

Mes tables donnent, pour ce moment, la longitude moyenne de Mercure $8^f 10^d 26' 51''$, celle de l'aphélie $8^f 13^d 44' 19''$, l'équation de l'orbite $1^d 4' 40''$, la longitude héliocentrique $8^f 11^d 21' 25''$, la longitude géocentrique $5^f 22^d 59' 4''$, plus grande de 21 ſecondes ſeulement que par l'obſervation, ou l'élongation calculée $26^d 49' 46''$, plus grande de 21 ſecondes que l'élongation obſervée; cette erreur eſt auſſi petite que je pouvois le deſirer, & prouve que mes Tables ſatisfont aux obſervations aphélies, de même qu'à celles du périhélie.

La combinaiſon de cette excentricité 7960 avec la correction de l'aphélie établie dans mon premier Mémoire de 10 minutes, forme des Tables qui repréſentent auſſi-bien les obſer-

vations de Mercure, faites sur les moyennes distances, que celles des apsides.

Dans mon observation du 16 Avril 1750, 22^h 49′ 52″, temps moyen, la longitude moyenne de Mercure, tirée de mes Tables, est de 11^s 0^d 50′ 58″, l'anomalie moyenne 2^s 17^d 17′ 7″, l'équation 21^d 15′ 33″, la longitude héliocentrique 2^s 17^d 44′ 1″, & la longitude géocentrique 0^s 6^d 52′ 55″ plus petite de 6 secondes seulement que la longitude observée 0^s 6^d 53′ 1″.

La longitude moyenne le 9 Mai 1758 à 1^h 22′ 54″, temps moyen, suivant les mêmes Tables, est de 4^s 19^d 15′ 10″, celle de l'aphélie 8^s 13^d 42′ 49″, l'équation 23^d 19′ 15″, la longitude héliocentrique 5^s 12^d 44′ 50″, la longitude géocentrique 2^s 10^d 1′ 51″, plus grande de 5 secondes que la longitude observée 2^s 10^d 1′ 46″, ainsi cette position, quoiqu'à 3^s 1^d de l'aphélie, s'accorde aussi bien avec mes Tables que la précédente qui étoit à 1^s 26^d de l'aphélie.

L'observation que je fis le 17 Novembre 1763 à 18^h 30′ 8″, de temps moyen, s'accorde à peu près de même à 3^s 22^d de l'aphélie, avec mes Tables; la longitude moyenne de Mercure se trouve de 4^s 0^d 35′ 47″, celle de l'aphélie 8^s 13^d 49′ 22″, l'équation 20^d 21′ 15″, la longitude héliocentrique 4^s 20^d 59′ 26″, la longitude géocentrique 7^s 6^d 13′ 25″, plus petite de 9 secondes seulement que la longitude observée 7^s 6^d 13′ 34″.

Pour le 24 Mai 1764, je trouve l'erreur des Tables de 10 secondes; la longitude moyenne des Tables 5^s 22^d 17′ 15″, celle de l'aphélie 8^s 13^d 50′ 0″, l'anomalie 9^s 8^d 27′ 15″, l'équation 21^d 54′ 53″, la longitude héliocentrique 6^s 14^d 23′ 30″, la longitude géocentrique 2^s 26^d 50′ 45″, plus grande de 10 secondes que la longitude observée 2^s 26^d 50′ 35″.

L'erreur est de 17 secondes dans l'observation du 17 Juillet 1764, 15^h 58′ 4″ temps moyen: la longitude moyenne par mes Tables est pour ce moment-là de 1^s 4^d 36′ 45″ & celle de l'aphélie 8^s 13^d 50′ 8″, l'anomalie 4^s 20^d 46′ 37″, l'équation de l'orbite 18^d 14′ 19″, la longitude héliocentrique 0^s 16^d 33′ 19″, la longitude géocentrique 3^s 8^d 59′ 23″, au lieu de 3^s 8^d 59′ 6″, longitude observée; cette observation jointe aux

précédentes, donne les élongations de Mercure dans les points de son orbite, les plus différens qu'il soit possible d'avoir, 2ᵈ, 30ᵈ, 56ᵈ, 91ᵈ, 113ᵈ, 122ᵈ, 156ᵈ, 172ᵈ, en sorte que j'ai tout lieu de croire que toute autre observation sera également bien représentée par mes nouvelles Tables, en voici les principaux élémens, elles se trouvent avec tous les détails dans la Connoissance des mouvemens célestes de 1767.

Époque pour 1764	$10^{s}\ 1^{d}\ 35'\ 54''$
Aphélie pour 1764	8. 13. 49. 30
Nœud pour 1764	1. 15. 31. 45
Mouvement annuel	1. 23. 43. 8,2
Mouvement de l'aphélie	1. 10,5
Mouvement du nœud	45,0

Le demi-axe en parties dont la moyenne distance du Soleil contient 100000 est de 38710.

L'excentricité ou la distance du centre au foyer de l'ellipse 7960, le demi petit axe 37883.

La plus grande équation, qui soit possible dans cette orbite, ayant lieu nécessairement lorsque la distance de Mercure au Soleil est moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, on trouve qu'elle a lieu lorsque l'anomalie vraie est de $92^{d}\ 59'\ 44''6$ (*Astronomie, page 452*); convertissant cette anomalie vraie en anomalie moyenne on trouve $104^{d}\ 45'\ 41''$, ainsi la plus grande équation est $23^{d}\ 40'\ 49''$, & elle a lieu à $104^{d}\ 45'\frac{2}{3}$ d'anomalie moyenne; dans les Tables de M. Cassini où l'excentricité est de 8083, c'est-à-dire plus grande de 123, l'on trouve que la plus grande équation est de $24^{d}\ 3'\ 5''$, & qu'elle a lieu à $104^{d}\ 59'\ 24''$ d'anomalie moyenne; cette différence de $22'\ 16''$ dans la plus grande équation, ne doit pas être répartie proportionnellement, c'est-à-dire qu'on ne sauroit construire une nouvelle Table d'équation en distribuant cette différence proportionnellement, cela paroît visiblement dans la double Table d'équation que j'ai donnée: entre l'excentricité 7970 & l'excentricité 7930, il y a $7'\ 12''$ de différence quand l'équation est de $23^{d}\ 42'$,

quand l'équation eſt réduite à moitié, ou qu'elle eſt de 11^d 51', la différence n'eſt plus que de 2' 55" entre les deux hypothèſes, & quand l'équation eſt réduite au quart ou à 5^d 55' la différence eſt ſeulement 1' 25" entre les deux hypothèſes d'excentricité; c'eſt pour cela que j'ai donné une Table particulière dans la Connoiſſance des mouvemens céleſtes, pour 1767, dans laquelle on voit l'équation & la diſtance de Mercure pour deux excentricités différentes. Je ne parlerai point ici des latitudes de Mercure, l'inclinaiſon 6^d 59' 20", qui eſt dans les Tables de M. Halley m'a paru repréſenter aſſez bien les latitudes obſervées; quand au mouvement du nœud, j'en ai parlé fort au long dans les Mémoires de 1754.

Pour terminer mon travail ſur la théorie de Mercure, il ne me reſtera qu'à examiner les inégalités que l'attraction de Vénus & de la Terre doivent produire dans ſes longitudes & dans ſes diſtances au Soleil; peut-être que les différences que j'ai trouvées ci-deſſus, entre mes Obſervations & mes Tables, ſeront produites en partie par ces inégalités; c'eſt ce que je me propoſe de diſcuter dans un autre Mémoire, en appliquant à Mercure les formules que j'ai détaillées à l'occaſion des troubles de Mars & de Vénus. Cependant les Tables de Mercure, dont je viens de donner les élémens, repréſentent ſi bien toutes les obſervations, ſans tenir compte des inégalités de l'attraction, que ce ſeroit mettre dans nos Tables une complication inutile, quant à préſent, que d'y faire entrer ces inégalités; elles ſont très-petites dans Mercure, à cauſe de la rapidité de ſon mouvement.



ÉCLAIRCISSEMENT

Sur les Méthodes de trouver les Courbes qui jouissent de quelque propriété du maximum *ou du* minimum.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

LE premier Problème de ce genre que les Géomètres aient résolu, est celui du solide de la moindre résistance, donné par l'illustre Newton dans son livre des Principes Mathématiques: ce ne fut que dix ans après la publication de ce livre que M. Jean Bernoulli proposa aux Mathématiciens de l'Europe le problème de la ligne de la plus vîte descente; ce problème & celui des isopérimètres, donné bientôt après par M. Jacques Bernoulli, tournèrent les vues des Géomètres du côté de ces sortes de recherches: on s'exerça sur plusieurs questions de même genre, & on inventa quelques méthodes pour les résoudre, mais ces méthodes ne s'étendoient encore qu'à des questions trop particulières lorsque M. Euler donna son livre intitulé: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimi-ve proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti.* Cet ouvrage plein d'invention & de science de calcul, répondit parfaitement à la grande célébrité de l'auteur, mais la méthode qu'il contenoit n'ayant pas paru assez simple à M. de la Grange, ce dernier auteur qui s'étoit déjà fait en Géométrie une réputation aussi brillante que rapide, reprit de nouveau toute la question & en donna, dans le second volume des Mémoires de l'Académie de Turin, une solution fondée sur les seuls principes du Calcul intégral qui s'appliquoit avec une facilité étonnante à tous les problèmes que M. Euler s'étoit proposé. Cette solution que je regarde comme une des plus belles productions analytiques de notre siècle, a été bientôt adoptée par M. Euler lui-même, qui en a donné une explication détaillée dans le volume de 1766 de l'Académie de Pétersbourg: cet illustre Savant a même eu la

générosité d'élever la méthode de M. de la Grange fort au-dessus de la sienne, en insistant particulièrement sur ce qu'elle fournit certaines équations déterminées qui servent à résoudre les problèmes d'une manière plus générale, mais il faut avouer que tous les Savans ne sont pas sur cela du sentiment de M. Euler; quelques-uns trouvent que l'usage de ces équations déterminées, n'est ni rigoureusement démontré, ni suffisamment indiqué dans la solution de M. de la Grange; & même un grand Géomètre qui vient de lire à notre Académie un Mémoire sur cette matière, va beaucoup plus loin, puisqu'il prétend que ces équations sont illusoires & n'appartiennent nullement à la question. Cette différence dans les jugemens qu'on a portés sur cette méthode, m'ayant donné la curiosité de l'examiner, j'ai voulu voir d'abord s'il ne seroit pas possible d'avoir une autre solution qui pût servir à décider la question, & enfin j'en ai trouvé une qui est simple & incontestable & qui renferme nécessairement toutes les équations qui peuvent avoir rapport au problème: j'ai vu par cette solution, qu'en effet, il y avoit dans la question générale dont il s'agit, d'autres questions particulières qui étoient résolues par les équations déterminées, données par M. de la Grange: mais j'ai trouvé en même temps, pour le premier & le dernier point de l'intégrale, des équations un peu différentes de celles de ce célèbre auteur, ainsi qu'on va le voir dans la suite de ce Mémoire.

Qoique ma solution soit indépendante de toute considération géométrique, je me servirai cependant de figures pour mieux fixer les idées.

PROBLEME.

Fig. 1. *Soient deux courbes données* PCQ, RMS, *on demande de trouver une troisième courbe* CKM *terminée par les deux premières qui ait cette propriété, qu'une certaine fonction intégrale de ses coordonnées & de leurs différences, soit un* maximum *ou un* minimum.

SOLUTION.

PREMIER CAS. Supposons d'abord que par la nature du problème

problème on prenne pour l'origine des abſciſſes un point fixe A hors de la courbe, & ſoit l'abſciſſe AB, qui répond au premier point $C = x$, $AD = x'$, $AF = x''$, $AH = x'''$, &c. & enfin $AL = x^{\omega}$, la première ordonnée $BC = y$, $DE = y'$, $FG = y''$, $HK = y'''$, &c. & enfin $LM = y^{\omega}$.

Soit à préſent $\int Z$ la fonction intégrale qui doit être un *maximum ;* cette fonction pourra être repréſentée par $Z + Z' + Z'' + Z''' +$ &c. & il eſt clair qu'il faut, pour que tous les points ſoient arrangés convenablement pour le *maximum*, qu'en ſuppoſant fixes tous ces points à l'exception d'un ſeul quelconque, & faiſant enſuite varier ce point, le changement que cette variation introduira dans la quantité $Z + Z' + Z'' +$ &c. puiſſe être égalé à zéro; on aura donc la ſolution de ce problème ſi, après avoir différencié toute la ſomme $Z + Z' + Z'' +$ &c. en faiſant varier toutes les quantités, & après avoir diſtingué dans cette différenciation générale ce qui appartient ſéparément à la variation de chaque point C, E, G, K, &c. on fait chacune de ces variations égale à zéro; il eſt évident que, par-là, on aura autant d'équations qu'on aura ſuppoſé qu'il y a de points dans la courbe; il ne reſtera plus qu'à ſavoir ſi ces équations pourront être repréſentées par une équation générale entre des variables indéterminées.

Cela poſé, ſi on différencie $Z + Z' + Z'' +$ &c. en marquant la variation de chaque quantité par la caractériſtique δ, on aura une différencielle de cette forme,

$$n\,\delta x + p\,\delta(dx) + q\,\delta(ddx) + r\,\delta(d^3x) + \&c. + N\,\delta y + P\,\delta(dy) + \&c.$$
$$+ n'\,\delta x' + p'\,\delta(dx') + q'\,\delta(ddx') + r'\,\delta(d^3x') + \&c. + N'\,\delta y' + \&c.$$
$$+ n''\,\delta x'' + p''\,\delta(dx'') + \&c. + \&c.$$
$$+ n'''\,\delta x''' + p'''\,\delta(dx''') + \&c. + \&c.$$
$$+ \&c. + \&c.$$

dans laquelle il eſt évident que n, p, q, &c. n', p', q', &c. N, P, Q, &c. N', P', Q', &c. &c. ſont les mêmes que ſi on avoit différencié à l'ordinaire la fonction $Z + Z' + Z'' +$ &c. par conſéquent ces coëfficiens ſeront connus.

Maintenant je remarque que $dx = x' - x$, $ddx = x'' - 2x' + x$,

$d^3x = x''' - 3x'' + 3x' - x$, &c. $dx' = x'' - x'$, &c. &c. donc $\delta(dx) = \delta(x' - x) = \delta x' - \delta x$, $\delta(ddx) = \delta(x'' - 2x' + x) = \delta x'' - 2\delta x' + \delta x$, &c. &c. $\delta(dy) = \delta y' - \delta y$, &c. &c. mettant ces valeurs dans la ſuite, & ordonnant l'équation par rapport à chaque δx & chaque δy, cette ſuite ſe changera en celle-ci :

$$
\begin{array}{lllllll}
\delta x & .(n & -\,p & +\,q & -\,r & +\,\&c.) & +\,\delta y\,.(N - P + Q - R + \&c.) \\
+\,\delta x' & .(n' & -\,p' & +\,q' & -\,r' & +\,\&c.) & +\,\delta y'\,.(N' - P' + \&c.) \\
 & & +\,p & -\,2q & +\,3r & +\,\&c. & \qquad +\,P - \&c. \\
+\,\delta x'' & .(n'' & -\,p'' & +\,q'' & -\,r'' & +\,\&c.) & +\,\&c. \\
 & & +\,p' & -\,2q' & +\,3r' & -\,\&c. & \\
 & & & +\,q & -\,3r & +\,\&c. & \\
+\,\delta x''' & .(n''' & -\,p''' & +\,q''' & -\,r''' & +\,\&c.) & +\,\&c. \\
 & & +\,p'' & -\,2q'' & +\,3r'' & -\,\&c. & \\
 & & & +\,q' & -\,3r' & +\,\&c. & \\
 & & & & +\,r & -\,\&c. & \\
+\,\&c.\ \&c. & & & & & & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
+\,\delta x^{\omega-2}\,.(p^{\omega-1} & -\,2q^{\omega-3} & +\,3r^{\omega-1} & -\,\&c.) + \&c. \\
 & +\,q^{\omega-4} & -\,3r^{\omega-4} & +\,\&c. \\
 & & +\,r^{\omega-5} & -\,\&c. \\
+\,\delta x^{\omega-1}\,.(q^{\omega-3} & -\,3r^{\omega-3} & +\,\&c.) + \&c. & \\
 & +\,r^{\omega-4} & -\,\&c. & \\
+\,\delta x^{\omega}\,.(r^{\omega-3} - \&c.) + \delta y^{\omega}\,.(R^{\omega-3} - \&c.) & & & \\
\end{array}
$$

Diſtinguons à préſent dans cette ſuite les quantités qui viennent de la variation de chaque point C, E, G, K, &c. & faiſons chacune de ces quantités $= 0$; 1.° la variation du point c donnera les quantités $\delta x\,.(n - p + q - r + \&c.) + \delta y\,.(N - P + Q - R + \&c.)$ dont la ſomme ſera égale à o : 2.° la variation du ſecond point E pouvant ſe faire en prenant y' ou x' pour variables, les coëfficiens de $\delta x'$ & de $\delta y'$ ſeront chacun égaux à zéro; donc on aura $\left\{\begin{array}{l} n' - p' + q' - r' + \&c. \\ +\,p - 2q + 3r\ \&c. \end{array}\right\} = 0,$

$\&\left\{\begin{array}{l} N' - P' + Q' - R' + \&c. \\ \quad + P - 2Q + 3R - \&c. \end{array}\right\} = o$: 3.° on pourra aussi égaler à zéro tous les coëfficiens des autres δx & δy, à l'exception cependant de ceux de δx^{ω} & δy^{ω} qui, appartenant par l'hypothèse à la même courbe RMS, sont nécessairement liés l'un à l'autre; on aura donc, en réunissant toutes les équations trouvées,

$$\delta x \,.\, (n - p + q - r + \&c.) + \delta y \,.\, (N - P + Q - R + \&c.) = o.$$

$$\begin{array}{l} n' - dp + q' - r' + \&c. = o, \quad N' - \&c. = o. \\ \qquad\quad - 2q + 3r - \&c. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n'' - dp' + ddq - r'' + \&c. = o, \quad N'' - \&c. = o. \\ \qquad\qquad\qquad + 3r' \\ \qquad\qquad\qquad - 3r \end{array}$$

$$n''' - dp'' + ddq' - d^3 r + \&c. = o, \quad N''' - \&c. = o.$$

$$+ \&c. + \&c.$$

$$\begin{array}{l} + p^{\omega - 3} - 2q^{\omega - 3} + 3r^{\omega - 3} = o, \quad P^{\omega - 3} - \&c. = o. \\ \qquad\quad + q^{\omega - 4} - 3r^{\omega - 4} \\ \qquad\qquad\qquad + r^{\omega - 5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} q^{\omega - 3} - 3r^{\omega - 3} + \&c. = o, \quad Q^{\omega - 3} - \&c. = o. \\ \quad + r^{\omega - 4} \end{array}$$

$$\delta x^{\omega} \,.\, (r^{\omega - 3} - \&c.) + \delta y^{\omega} \,.\, (R^{\omega - 3} - \&c.) = o.$$

Mais ces quantités doivent être réduites, parce qu'elles contiennent des quantités de différent ordre; pour faire cette réduction je mets dans les coëfficiens de δx & de δy de la première équation les valeurs de q, r, &c. & de Q, R, &c. prises dans les équations suivantes, & après avoir effacé les quantités infiniment petites des ordres inférieurs, j'ai pour le premier point de la courbe l'équation $\delta x(- p + dq - ddr + \&c.) + \delta y . (- P + dQ - ddR + \&c.) = o$. Je mets de même dans les deux secondes équations les valeurs de r, R, &c. prises dans les suivantes, & j'ai pour le second point, en négligeant les quantités des ordres inférieurs $q - dr + \&c. = o$, & $Q - dR + \&c. = o$, on trouvera de même pour le troisième point $r - \&c. = o$, $R - \&c. = o$; & ainsi de suite : enfin on aura en général pour tous les autres points, à

l'exception des derniers, $n^m - dp^{m-1} + \&c. = 0$, & $N^m - dP^{m-1} + ddQ^{m-2} - \&c. = 0$; ou (m étant infini) $n^m - dp^m + ddq^m - \&c. = 0$. &c. &c. Quant aux équations des derniers points, on les trouvera abſolument pareilles à celles qui déterminent les premiers points. C. Q. F. 1.° T. & D.

SECOND CAS. Suppoſons que le premier point C de la courbe, ſoit lui-même l'origine des abſciſſes, il eſt évident qu'alors la variation de ce point C fera varier tous les Z, Z', Z'' &c. mais ce changement ne tombera que ſur les valeurs de x & y, de x' & y' &c. & non ſur celles de dx & dy, dx' & dy', &c. & on verra en y faiſant quelque attention que ſi la variation horizontale de C eſt δx, celle de Z ſera $- n\delta x$, celle de Z' ſera $- n'\delta x$, celle de Z'' ſera $- n''\delta x$ &c. par la même raiſon δy étant la variation verticale de C, celle de Z ſera $- N\delta y$, celle de Z' ſera $- N'\delta y$, celle de Z'' ſera $- N''\delta y$, &c. par conſéquent la variation du point C introduira dans l'équation que nous avons trouvée ci-deſſus pour le premier point, les quantités $\delta x\,(- n - n' - n'' - n''' - \&c.) + \delta y\,.(- N - N' - N'' - N''' - \&c.)$ qui ſont les mêmes que celles-ci $\delta x \int - n + \delta y \int - N$; on aura donc pour ce premier point $\delta x\,.\,(- p + dq - ddr + \&c. + \int - n) + \delta y\,.(- P + dQ - ddR + \&c. + \int - N) = 0$. quant aux autres équations, elles ſeront les mêmes que pour le premier cas. C. Q. F. 2.° T. & D.

Comparons à préſent cette ſolution avec celle de M. de la Grange, ce célèbre auteur trouve d'abord par une méthode très-courte & très-belle cette équation.

$\int [(n - dp + ddq - d^3r + \&c.)\,\delta x + (N - dP + ddQ - d^3R + \&c.)\,\delta y] + (p - dq + ddr - \&c.)\,\delta x + (P - dQ + ddR - \&c.)\,\delta y + (q - dr + \&c.)\,\delta dx + (Q - dR + \&c.)\,\delta dy + (r - \&c.)\,\delta ddx + (R - \&c.)\,\delta ddy + \&c. \&c. = 0$. Mais voyons l'uſage que lui & M. Euler font de cette équation générale.

M. de la Grange la ſépare d'abord en deux parties, dont l'une

contient tous les termes qui sont sous le signe intégral, & l'autre est composé des termes qui sont hors du signe : selon cet auteur, la première partie détermine la courbe en général, & la seconde a rapport au dernier point de l'intégrale; je conviens facilement de la première proposition, mais il me semble que la seconde n'est pas entièrement exacte; en effet, si tous ces termes appartenoient au dernier point de l'intégrale, tous ces termes s'évanouiroient lorsque le dernier point de l'intégrale seroit donné : or cela n'est vrai, comme on le verra bientôt, que lorsque la fonction $\int Z$ ne contient que des différences premières. Je remarque encore que M. de la Grange, dans quelques applications qu'il fait de sa solution à des problèmes particuliers, détermine le dernier point de l'intégrale en égalant à zéro la quantité hors du signe qui multiplie δx ou δy, au lieu que j'ai fait voir que l'équation de ce dernier point étoit composée du terme affecté de δx, joint au terme affecté de δy; quant aux termes $\delta x\, (\int - n)$ & $\delta y\, (\int - N)$ qui dans le second cas que nous avons examiné, entrent dans l'équation du premier point de la courbe, M. de la Grange n'en a pas fait mention.

Examinons à présent les équations de M. Euler, on verra (*page 119 des Mémoires de Péterſbourg, année 1766*) que ce grand Géomètre détermine les premiers points de la courbe par les équations $p - dq +$ &c. $= 0$, $Q - dR +$ &c. $= 0$, &c. &c. & les derniers points par des équations pareilles : si on compare ces équations avec celles de ma solution, on trouvera 1.° que celles de M. Euler qui ont rapport au premier & au dernier point de la courbe, manquent des termes qui sont affectés de δx & δx^{ω}, ce qui revient à la même chose que si on supposoit que x & x^{ω} sont donnés, ou que la courbe cherchée dut être terminée par deux droites données perpendiculaires aux abscisses. 2.° Que même dans ce cas limité, le premier point de la courbe n'est pas bien déterminé, parce que la quantité $\delta y \int - N$ ne se trouve pas dans l'équation de ce premier point.

Après avoir montré les différences qui se trouvent entre la solution des deux grands Géomètres déjà cités & la mienne, je vais appliquer celle-ci à quelques problèmes particuliers, pour mieux faire entendre l'usage des équations déterminées.

EXEMPLE I.

Prenons celui auquel M. de la Grange a appliqué ſa ſolution, qui demande de trouver la ligne ſur laquelle un corps doit ſe mouvoir pour deſcendre d'une courbe donnée à une autre courbe donnée dans le plus petit temps poſſible.

SOLUTION.

y étant l'ordonnée, x l'abſciſſe, & s l'arc de la courbe; l'élément du temps ſera $\frac{ds}{\sqrt{y}}$ ou $\frac{\sqrt{(dx^2 + dy)^2}}{\sqrt{y}}$ dont il faudra que l'intégrale ſoit un *minimum ;* différenciant & employant les dénominations de la ſolution générale, on aura $n = 0$, $p = \frac{dx}{ds\sqrt{y}}$, $N = \frac{-ds}{2y^{\frac{3}{2}}}$, $P = \frac{dy}{ds\sqrt{y}}$; & la ſolution donnera $\delta x.(-p + \int - n) + \delta y.(-P + \int - N) = 0$, pour le premier point de la courbe; $n''' - dp''' = 0$, ou $N''' - dP''' = 0$ pour la courbe en général; & $p^\omega \delta x^\omega + P^\omega \delta y^\omega = 0$, pour le dernier point : ſubſtituant dans ces équations les valeurs de n, N, p & P, & faiſant les intégrations néceſſaires, on trouvera pour les deux points extrêmes les deux équations $\frac{\delta x^\omega}{\delta y^\omega} = -\frac{dy^\omega}{dx^\omega}$, & $\frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\delta x^\omega}{\delta y^\omega}$; * il ſuit de la première équation que les lignes RMS & CKM doivent ſe couper à angles droits au point M, il ſuit de la ſeconde équation que la tangente menée par le point C à la ligne PCQ, doit être parallèle à la tangente menée par le point M à la ligne RMS: quant à la courbe CKM en général, on trouvera par l'équation $n''' - dp''' = 0$ que c'eſt un cycloïde.

J'ai déjà dit que M. de la Grange avoit appliqué ſa ſolution à ce problême, mais ce célèbre Géomètre trouve que la courbe cherchée, doit couper à angles droits les deux courbes données, au lieu que ma ſolution ne donne cette condition que pour la

* On doit ſe rappeler que par ces expreſſions dy^ω, dx^ω, &c. nous n'entendons pas les puiſſances ω de dy ou dx, mais que nous déſignons le dy qui répond à l'abſciſſe ωdx.

ſeconde courbe; pour faire voir qu'en effet cette condition ne peut convenir à la première courbe, je remarquerai que le premier côté de la brachyſtochrone doit toujours être vertical, ce qui exclut évidemment le réſultat de M. de la Grange; outre cela quoiqu'il ſoit vrai que la brachyſtochrone doive couper la ſeconde courbe à angles droits, ainſi que M. de la Grange le dit & que M. Jean Bernoulli l'avoit trouvé autrefois, néanmoins cela n'eſt pas donné par les équations $p^{\omega} = 0$, ou $P^{\omega} = 0$, dont M. de la Grange s'eſt ſervi au lieu de la vraie équation $p^{\omega}\,\delta x^{\omega} + P^{\omega}\,\delta y^{\omega} = 0$.

EXEMPLE II.

L'exemple précédent nous a montré l'uſage de la ſolution dans le cas où la fonction donnée ne contient que des différences du premier ordre; ſuppoſons à préſent que la fonction contienne des différences du ſecond ordre, la ſolution générale donnera alors les équations ſuivantes $\delta x.[-p + dq + \int(-n)] + \delta y.[-P + dQ + \int(-N)] = 0$, pour le premier point; $q = 0$, $Q = 0$ pour le ſecond point; $n''' - dp''' + ddq''' = 0$, ou $N''' - dP''' + ddQ''' = 0$ pour la courbe en général; $q^{\omega} = 0$, ou $Q^{\omega} = 0$ pour l'avant-dernier point; & enfin $(p^{\omega} - dq^{\omega})\,\delta x^{\omega} + (P^{\omega} - dQ^{\omega})\,\delta y^{\omega} = 0$, pour le dernier point: pour concevoir l'uſage de ces équations, ſuppoſons d'abord qu'on ſe ſerve de la ſeule équation $n''' - dp''' + ddq''' = 0$: cette équation pouvant contenir des différences quatrièmes, il eſt clair qu'en intégrant on introduira quatre conſtantes dans l'intégration; ſuppoſons, pour ſimplifier, que le premier & le dernier point ſoient donnés, cette ſuppoſition ſervira à déterminer deux conſtantes, mais il en reſtera deux encore qui permettront de donner au premier & au dernier côté de la courbe, une poſition quelconque par rapport à l'axe des abſciſſes; par conſéquent l'équation $n''' - dp''' + ddq''' = 0$, répondra ſeulement à cette queſtion: parmi toutes les courbes qui aboutiſſent à deux points donnés, & dont le premier & le dernier côté ont des poſitions données, trouver celle dans laquelle $\int Z$ eſt un *maximum:* il eſt évident que par le ſeul énoncé de la queſtion les deux

équations $q = 0$, $q^{\omega} = 0$ n'ont pas lieu, puiſqu'elles ſuppoſent la variation du ſecond & avant-dernier point de la courbe; mais on peut faire d'autres queſtions par rapport à la fonction $\int Z$, on peut demander, par exemple, que le premier & le dernier point étant donnés, ainſi que la poſition d'un des côtés extrêmes, on trouve la poſition que doit avoir l'autre côté extrême pour que la fonction ſoit un *maximum*, ou plutôt un *maximum maximorum:* il eſt clair qu'alors une des deux équations $q = 0$, $q^{\omega} = 0$, n'aura pas lieu, & que l'autre déterminera la poſition du côté variable : on pourra encore demander le *maximum* dans le cas où les poſitions des deux côtés extrêmes ſeroient variables, & alors les deux équations auront lieu en même temps; enfin on pourra ſuppoſer que le premier & le dernier point, ſont variables & ſont liés à des courbes données; & dans ce dernier cas les quatre équations détermineront les quatre conſtantes.

Voici une application très-ſimple de ce que nous venons d'expoſer. Soit donnée la fonction $\int \frac{ddy}{dx^3}$ qu'il faut rendre un *minimum*. On ſuppoſe qu'on a fait dx conſtant, on trouvera par la ſolution générale $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$; pour déterminer les quatre conſtantes, ſuppoſons qu'au commencement de la courbe on ait $x = 0$, $y = 0$, $\frac{dx}{dy} = m$; & qu'à la fin de la courbe on ait $x = a$, $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = \mu$; introduiſant ces quantités à la place des conſtantes, on aura $y = \frac{m + \mu}{a^2} x^3 - \frac{2m + \mu}{a} x^2 + mx$ qui déterminera la courbe dans le cas où m, μ, & a, ſeront donnés; mais ſi l'on veut qu'il n'y ait qu'un ſeul côté extrême, par exemple le premier dont la poſition ſoit donnée (les deux points extrêmes étant toujours fixes) & qu'on veuille trouver la poſition que doit avoir le dernier côté pour le *minimum minimorum*; on fera $Q^{\omega} = 0$, c'eſt-à-dire $\frac{2ddy^{\omega}}{dx^3} = 0$: or $\frac{ddy^{\omega}}{dx^2} = 2m + 4\mu$; donc

on

on aura $2m + 4\mu = 0$; mettant cette valeur dans l'équation générale, on aura $y = \frac{mx^3}{2aa} - \frac{3mx^2}{2a} + mx$; enfin si on veut que m soit encore variable, les deux équations $Q = 0$ & $Q^{\omega} = 0$ auront lieu en même temps, & on trouvera $m = 0$; par conséquent $y = 0$, ce qui indique que la ligne cherchée est une ligne droite.

J'ai donné, dans les deux exemples que je viens d'examiner, la manière de se servir des équations de la solution, lorsque la fonction $\int Z$ contient des différentielles du premier & du second ordre; la difficulté ne sera pas plus grande pour les différentielles d'un ordre plus élevé, ainsi je ne m'y arrêterai pas : on trouvera en général que chacune de ces équations sert à déterminer un ordre de *maximum*, & que toutes ensemble donnent le dernier *maximum maximorum;* au lieu que la première solution de M. Euler ne donnoit que le premier *maximum*, & laissoit plusieurs constantes indéterminées, sur lesquelles il falloit opérer de nouveau pour avoir les *maxima maximorum* subséquens.

Je vais finir ce Mémoire par l'application de ma méthode à un problème donné par M. de la Grange, problème qui est, par rapport aux surfaces, ce que le premier problème que nous avons traité est par rapport aux lignes. On demande parmi toutes les surfaces courbes qui sont terminées par le même périmètre, de déterminer celle qui est la plus petite possible; mais pour rendre le problème plus général, je supposerai qu'on veuille trouver la surface dans laquelle $\int Z = maximum$.

SOLUTION.

Soient AB & BC deux coordonnées horizontales de cette surface courbe, & CK l'ordonnée verticale; j'appelle AB x, BC y, CK u; soit $DI = u'$, $EH = u''$, &c. $FL = u_{,}$, $GM = u_{,,}$, &c. c'est-à-dire que les quantités u' u'' u''', &c. désigneront les ordonnées qui croissent en supposant x constant, Fig. 2.

& que les quantités $u_{\prime}\, u_{\prime\prime}\, u_{\prime\prime\prime}$, &c. désigneront celles qui croissent en supposant y constant; je marquerai les différences du premier cas par la caractéristique d, & celles du second par la caractéristique ∂; quant aux différences de x & y, que je supposerai toutes deux constantes, je les marquerai par $\dot{x}$ & $\mathring{y}$.

Cela posé, je remarque que la fonction $\int Z$ pourra être représentée par $Z + Z' + Z'' + Z''' +$ &c. $+ Z'_{\prime} + Z''_{\prime} + Z'''_{\prime} +$ &c. $+ Z'_{\prime\prime} + Z''_{\prime\prime} + Z'''_{\prime\prime} +$ &c. $+ Z'_{\prime\prime\prime} + Z''_{\prime\prime\prime} + Z'''_{\prime\prime\prime\prime} +$ &c. $+$ &c. Or en suivant le raisonnement employé dans le premier problème, on verra facilement qu'il faut pour que la surface soit déterminée convenablement pour le *maximum*, que tous ses points étant supposés fixes, à l'exception d'un seul quelconque qu'on fera varier, le changement que cette variation introduira dans la fonction $\int Z$ puisse être égalé à zéro. Supposons donc qu'on différencie $\int Z$ en marquant de la caractéristique δ la variation de chaque ordonnée, on aura une différentielle de cette forme:

$$M\delta x + M'\delta y + N\delta u + (P\delta du + P'\delta\partial u) + (Q\delta ddu + Q'\delta d\partial u + Q''\delta\partial\partial u) + (R\delta dddu + R'\delta dd\partial u + R''\delta d\partial\partial u + R'''\delta\partial\partial\partial u) + \text{\&c. \&c.}$$

on opèrera ensuite sur cette différentielle, comme on l'a fait pour le premier problème, en observant que la suite générale doit contenir toutes les variations de Z dans tous les sens, & enfin après avoir égalé à zéro le coëfficient de la variation de chaque point, on trouvera en général pour la surface cherchée l'équation

$$N - (dP + \partial P') + (ddQ + d\partial Q' + \partial\partial Q'') - (dddR + dd\partial R' + d\partial\partial R'' + \partial\partial\partial R''') + \text{\&c.} = 0;$$

on pourroit aussi trouver les termes qui serviroient à déterminer les extrémités de cette surface, mais je n'en ai pas tenté le calcul à cause de sa longueur.

Appliquons cette solution générale au problème de M. de la Grange; il s'agit de trouver parmi toutes les surfaces isopérimétriques celle qui est la plus petite possible; pour cela, on cherchera

d'abord l'élément *IKLS* de cette surface, & on trouvera qu'il est $= \dot{x}\dot{y}\sqrt{(1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2})}$; différenciant & employant les dénominations de la solution générale, on aura

$$N = 0,\ P = \frac{\dot{x}\,du}{\dot{y}\sqrt{(1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2})}};$$

& $P' = \frac{\dot{y}\,\partial u}{\dot{x}\sqrt{(1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2})}}$, $Q = 0$, $Q' = 0$, &c. &c.

donc l'équation générale se réduira à celle-ci $-dP - \partial P' = 0$, ou

$$d\left(\frac{du}{\dot{y}^2\sqrt{(1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2})}}\right) + \partial\left(\frac{\partial u}{\dot{x}^2\sqrt{(1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2})}}\right) = 0;$$

ce qui est en d'autres termes le résultat de M. de la Grange.



MÉMOIRE SUR UN MOUVEMENT PARTICULIER DÉCOUVERT DANS UNE PLANTE APPELÉE TREMELLA.

Par M. ADANSON.

24 Mars 1767.

OCCUPÉ de plusieurs ouvrages & expériences utiles qui exigent toute mon attention, j'ai été comme forcé malgré moi de mettre de côté quelques découvertes dont je destinois à l'Académie la lecture que j'ai différée depuis l'année 1759 jusqu'à ce jour. Une de ces découvertes intéressantes pour l'Histoire naturelle & la Physique, & que l'on cherche depuis long-temps, étoit de trouver un mouvement spontané, un mouvement de vitalité non équivoque, dans les Plantes reconnues pour telles.

On avoit cru trouver cette propriété dans les filets des étamines de la *marchantia,* de la prêle, de l'*opuntia* appelée figue-d'inde, dans ceux de l'élianteme & de quelques plantes de la famille des composées, & encore plus marquée dans les feuilles de la sensitive; & faute de mieux, on s'en étoit tenu à l'espèce de sensibilité de cette dernière plante, pour la regarder comme celle qui sert de passage naturel des végétaux aux animaux; mais on sentoit toujours combien ce mouvement, que quelques-uns ont confondu avec l'irritabilité ou la sensibilité, ainsi que celui de la famille des plantes légumineuses, dont les feuilles ont la propriété singulière de s'incliner la nuit & de se relever le jour, étoit différent d'un mouvement spontané, presque animal, intrinsèque & indépendant des causes externes, au moins sensibles.

Leuwenhoeck avoit découvert dans les infusions des matières animales & végétales, des espèces d'êtres qui avoient un mouvement progressif spontané & même très-varié : depuis Leuwenhoeck, Joblot, M.rs de Buffon & Needham, avec des vues plus générales

Fig. 1.

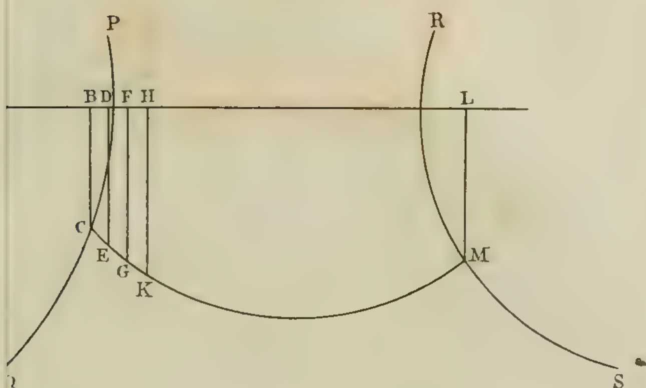


Fig. 2.

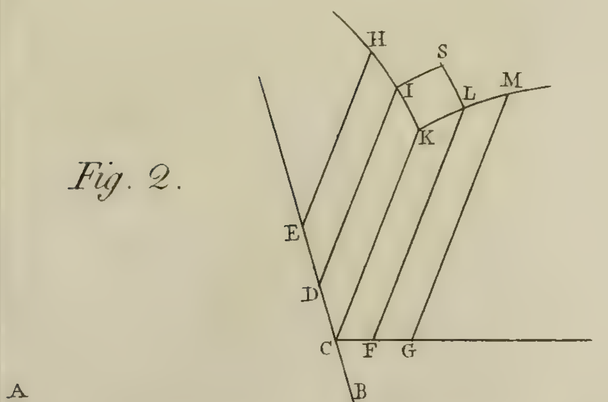
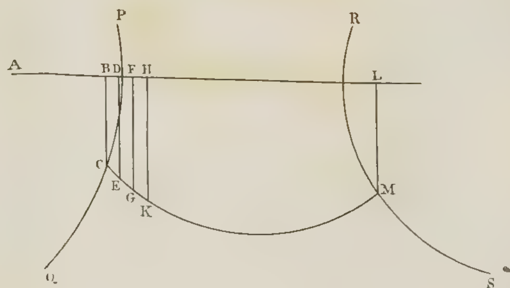


Fig 1.



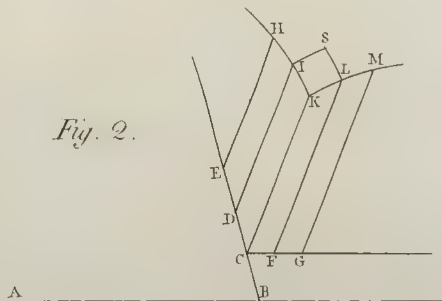


Fig. 2.

& beaucoup plus étendues, ont ſuivi cet objet & ont remarqué que, dans l'immenſe quantité de ces êtres microſcopiques, dont l'apparition eſt d'autant plus prompte que les matières des infuſions ſont plus tenues, plus pénétrables à l'eau ou plus faciles à ſe diſſoudre, les uns ſe multiplient par une ſorte de génération analogue à celle des animaux, mais ſans accouplement, les autres par diviſion d'une manière analogue aux plantes; enfin que tous augmentent de volume à un certain point, c'eſt-à-dire juſqu'à ce que la matière des infuſions, dans laquelle ils paroiſſent contenus, ſe ſoit diſcute ou développée entièrement, après quoi la fermentation ceſſant, comme il arrive dans les barriques d'eau douce qu'on tranſporte ſur la mer, où l'exſiccation du liquide arrivant peu à peu, ils diminuent de volume & de mouvement par degrés, & entrent dans un parfait repos où ils reſtent juſqu'à ce que de nouvelle eau, ou l'humidité, ou ſeulement le changement d'air & de température leur rendent leur premier mouvement: j'ai remarqué que c'eſt par le ſeul changement de température que l'eau douce embarquée, ſe corrompt, c'eſt-à-dire, donne naiſſance juſqu'à ſix ou ſept fois à ces êtres que M. de Buffon appelle des *molécules organiques vivantes*. Le mouvement de ces êtres organiques eſt ſeulement local & oſcillatoire dans les uns, & tranſlatif ou progreſſif & très-varié dans d'autres. M. Needham, en me donnant connoiſſance de ſes expériences dès l'année 1747, m'engagea à les ſuivre avec attention; je m'y livrai dès-lors entièrement & les variai de mille manières; mais parmi le nombre preſqu'infini d'eſpèces de ces êtres dont j'occaſionnai la production dans les infuſions & fermentations, ſoit au moyen des eaux douces de pluies, d'étang ou de rivière, ſoit dans l'eau de mer, je n'en ai remarqué aucun qui pût être annoncé comme participant de la plante & de l'animal en même-temps.

Le haſard m'a fait découvrir ce mouvement ſpontané, & pour ainſi dire animal, dans une plante nullement douteuſe, de la famille des *biſſus*, appelée *tremella* par les Botaniſtes; & je dois dire ici que c'eſt à l'occaſion d'une converſation à ce ſujet avec M. Needham, qui m'en a demandé la communication pour donner lieu à M. Spalanzani, Profeſſeur au collége royal

de Modène, de ſuivre cet objet plus amplement, que j'ai cru ne devoir pas différer plus long-temps à en donner connoiſſance à l'Académie.

J'obſervai pour la première fois, en 1759, ce mouvement que je ne fis alors qu'indiquer dans mes familles des Plantes *; en 1761 je réitérai ces obſervations dont voici les réſultats que je diviſerai en autant d'articles.

Nom. L'eſpèce de *tremella*, dans laquelle je remarquai ce mouvement ſpontané, eſt celle que Dillen appelle *conferva gelatinoſa omnium tenerrima & minima, aquarum limo innaſcens*. Dillen, hiſt. muſc. *page 15*, & dont il ne donne pas de figure.

Lieu. Elle ſe trouve communément au printemps & en automne dans les mois de Mars, Avril ou Novembre & Décembre, après de longues pluies, & par une température de 6 à 10 degrés, ſur le limon gras, au fond des eaux qui ſéjournent dans les ornières, dans les foſſés, & quelquefois ſur la terre humide, entre les pavés, enfin ſur l'écorce du pied de certains arbres, dans les lieux expoſés à l'ombre du côté du nord; celle-ci a été trouvée dans la Sauſſaie qui eſt entre le Jardin du Roi & la Salpétrière.

Subſtance. Au premier abord, cette végétation paroît ſous la forme d'une lame ou croûte, d'un beau vert foncé *(figure A)* glaireuſe, qui fait corps avec le limon qu'elle tapiſſe, & qui lui donne une épaiſſeur d'un quart de ligne à une ligne *(figure B)*. Sa ſubſtance eſt gliſſante, lubrique, tendre comme une gelée, & les lames qu'elle forme ont depuis 2 pouces juſqu'à un pied de diamètre en tout ſens. Voilà tout ce qu'on en voit à l'œil nu.

Grandeur. Mais lorſqu'on examine ces lames glaireuſes avec une lentille ſimple de 2 à 3 lignes de foyer, on voit aſſez clairement qu'elles ſont entièrement compoſées de filets cylindriques obtus aux deux bouts, croiſés & entrelaſſés les uns dans les autres à peu près comme les poils d'un feutre *(figure C)*.

Figure. Ces filets, expoſés au microſcope du ſieur George, armé d'une forte lentille du N.° 9, d'un dixième de ligne de foyer, qui donne 16 lignes de champ ou de jour, & qui groſſit au moins de quatre cents fois le diamètre, parurent alors avoir une ligne de

* Familles des Plantes, 2.e *partie*, *page 2*.

diamètre ou treize fois plus fin qu'un de mes plus fins cheveux, que je plaçai à côté pour objet de comparaison ; ils sembloient entièrement composés d'articulations séparées par des diaphragmes, & dont la longueur étoit égale à leur diamètre *(figure D)*; ces articulations ne se distinguoient plus avec un objectif moins fort, même avec celui du N.° 9 ; & avec l'objectif du N.° 10, elles ne se montroient que comme des cercles ou anneaux superficiels, & qu'en certaines situations ou expositions de lumière plus favorables ; mais j'ai trouvé le moyen de les voir & de les rendre sensibles en toutes circonstances, avec des objectifs parfaitement sphériques, d'un effet double ou même triple de l'objectif N.° 10 que j'avois eu autrefois l'art de fondre avec le cristal le plus dur auquel je conservois toute sa transparence.

Ces filets, dont la longueur réelle est d'une à trois lignes au plus, sont constamment droits & assez roides ; malgré cette roideur apparente ils ont un mouvement spontané latéral, par lequel ils se rapprochent & s'écartent successivement les uns des autres, tantôt à droite, tantôt à gauche ; ce mouvement qui n'est bien sensible que dans les filets du bord du tissu, ne s'exerce pas dans tous les filets en même temps, ni de la même manière ; il y en a qui paroissent se raccourcir, c'est-à-dire reculer en arrière sans aucune contraction sensible, & s'entrelasser pour serrer le tissu, mais le plus grand nombre paroît s'avancer, je me suis assuré que ce mouvement progressif est d'une ligne en une minute, sous l'objectif du N.° 10, c'est-à-dire de $\frac{1}{400}$e de ligne, & que tous les divers mouvemens que se donnent ces filets, se compensent les uns les autres, de sorte qu'ils ne changent pas sensiblement de place. Mouvemens.

Outre le mouvement latéral, le progressif & celui de recul, qui sont tous des mouvemens spontanés, les filets du *tremella* dont il s'agit, en ont aussi un qu'on pourroit appeler *mouvement d'accroissement*, par lequel ils s'alongent jusqu'à près de 3 lignes en une nuit. Pour m'assurer bien positivement de la quantité de cet accroissement, j'avois mis à part quelques-uns de ces filets dans divers bocaux remplis d'eau bien limpide, & il m'a été facile de remarquer que cet accroissement étoit accéléré d'autant plus Accroissement.

que la chaleur de l'air approchoit de la température de 9 degrés, & qu'il étoit au contraire retardé à proportion que la chaleur étoit au-dessus ou au-dessous de ce terme; c'est ainsi que la nuit du 3 au 4 Novembre 1761, où le thermomètre se soutint à 9 degrés, l'accroissement fut de près de 3 lignes, tandis que la nuit du 5 au 6 suivant, où la chaleur ne fut que de 4 degrés, le même accroissement ne fut que de deux lignes; cette expérience variée de plusieurs autres manières, m'a appris encore qu'un filet du *tremella*, long de 2 lignes, mis seul dans un bocal exposé au dehors à 3 degrés de chaleur ne s'étoit accru que d'une ligne, comme celui qui avoit été exposé à 15 degrés sur ma cheminée, & qu'au-dessus de 20 degrés la végétation n'avoit plus lieu, ces filets tombant en dissolution; c'est sans doute pour cette raison que cette plante ne se trouve point dans les climats très-chauds: cependant la lame gélatineuse qui croît au fond des bassins des eaux chaudes de Plombières, dont la température se soutient entre 36 & 39 degrés, suivant les observations communiquées à l'Académie par M. Morand fils, en 1755, paroît avoir avec notre *tremella*, au moins à l'extérieur, un certain rapport que l'observation microscopique, faite sur les lieux, peut seule détruire ou confirmer.

Propagation. En observant ainsi ces filets du *tremella*, mis seuls à seuls dans des bocaux, j'ai eu lieu de remarquer la manière dont se fait leur propagation; lorsqu'ils sont parvenus à leur dernier période de grandeur, qui ne passe pas 3 lignes *(figure E)*, ils se séparent en deux portions inégales *(figures F & G)*, de manière que la plus petite *F* n'a guère qu'une demi-ligne de longueur, celle-ci s'alonge ensuite par les deux bouts qui s'arrondissent, & parvenue à la longueur de 3 lignes, elle se divise de même, pendant que la plus grande portion *G* répare aussi sa pointe.

Je n'ai pu m'assurer si un filet qui s'est partagé une fois se partage une seconde fois ou davantage, ni si toutes ses articulations se séparent successivement pour former chacune une nouvelle plante, comme je l'ai vu arriver très-souvent dans le *conferva;* mais ce que j'ai bien vu, & cela en réitérant mes observations pendant plusieurs mois & en différentes années; c'est

c'eſt que ces filets ainſi engendrés ou multipliés, s'approchoient les uns des autres pour ſe croiſer & s'entrelaſſer, inclinés ſous des angles différens *(figure I)*. Ce mouvement eſt, comme l'on voit, fort différent de celui des aiguilles criſtallines qui ſe rapprochent les unes des autres pour former des criſtaux toujours uniformes & ſemblables, puiſque ces aiguilles une fois fixées, reſtent immobiles, au lieu que le mouvement des filets du *tremella*, perſiſte & continue même après qu'ils ſe ſont entrelaſſés pour former le tiſſu ſerré de la lame gélatineuſe qu'ils compoſent.

Les lames du *tremella* vivent aſſez long temps lorſque la température de l'air ſe ſoutient à 9 degrés; mais lorſqu'elle deſcend à la congélation de l'eau, comme il arrive à la fin de l'automne, ou qu'elle monte à 20 degrés & au-deſſus, comme au printemps, alors celles qui ſont ſans eau dépériſſent en ſe ſéchant, & celles qui ſont recouvertes d'eau s'élèvent du fond à la ſurface où elles flottent, en enlevant avec elles une couche du limon qu'elles tapiſſoient, & qui leur donne, comme il a déjà été dit, une épaiſſeur d'un quart de ligne à une ligne *(figure B)*: ces lambeaux de lames qui s'élèvent ainſi, n'ont guère que 1 à 3 pouces de diamètre *(figure I)*; leur ſurface eſt peu unie, comme ondée, d'un vert cendré, & toute couverte de bulles d'air hémiſphériques, bombées, d'une demi-ligne à 1 ligne de diamètre, contiguës pour la plupart, qui venant à crever, laiſſent une petite cavité en entonnoir, vert noirâtre, compoſée de la glaire aſſez pure des filets du *tremella*; ces bulles imitent aſſez la figure des écuſſons de certains lichens: j'ai obſervé beaucoup de lambeaux de *tremella* dans cet état le 3 Novembre de l'année 1761. Dépériſſement.

Le *tremella* venant à périr & à être détruit entièrement, au moins en apparence, deux fois l'année, ſavoir par les fortes gelées de l'hiver & par les grandes chaleurs de l'été, & reparoiſſant néanmoins deux fois l'année, au printemps & en automne, dans les mêmes endroits ou à peu près, il ſe préſente naturellement la queſtion ſuivante; ſavoir ſi la reproduction de cette végétation eſt dûe à une nouvelle création ſpontanée, dont la puiſſance tiendroit à l'humidité tempérée de la terre, ou bien ſi elle ne provient que de ce que malgré les intempéries de l'air, il ſe

conſerve quelque part des portions comme inſenſibles de ſes filets qui ſuffiſent pour la peupler de nouveau, ce qui rentreroit dans l'ordre naturel des plantes parfaites, qui ſe multiplient la plupart au moyen de leurs graines. Pour m'aſſurer de ce dernier point, qui me paroiſſoit tendre à la découverte d'un fait aſſez important pour l'Hiſtoire naturelle, j'avois gardé dans des cornets de papier, non-ſeulement des lambeaux de *tremella*, mais même de ceux du *conferva Plinii* & de quelques autres végétations analogues de la famille des *biſſus*, dans le deſſein de les ſemer dans les ſaiſons & les lieux les plus convenables, afin de ſavoir ſi elles auroient la vertu reproductive à la façon des graines, ſi cette vertu ſe conſerveroit après pluſieurs années d'exſiccation de ces plantes, enfin à quel nombre d'années s'arrêteroit cette faculté reproductive; mais les circonſtances ne ſe ſont pas montrées aſſez favorables pour ſuivre rigoureuſement cet objet, d'où dépend la ſolution d'un problème d'Hiſtoire naturelle qui n'a point encore été appuyé de preuves ſolides, & qui conſiſte à *trouver des plantes bien reconnues telles, qui reparoiſſent par l'effet d'une nouvelle création, c'eſt-à-dire dont la reproduction ſe faſſe naturellement ſans le ſecours d'aucunes graines ou d'aucunes parties qui leur ſoient analogues.* Le *tremella* & le *conferva* de Pline me paroiſſent deux plantes très-capables de réſoudre cette fameuſe queſtion qui doit éclaircir bien des difficultés & lever bien des doutes qui nous reſtent ſur les facultés des végétaux; & ne prévoyant pas pouvoir me livrer de long-temps à des expériences délicates & ſi déciſives à ce ſujet, je profite avec plaiſir de l'occaſion que me préſente un Naturaliſte auſſi éclairé que M. Needham de communiquer mes idées à M. Spalanzani, qui eſt plus à portée que perſonne de les répéter & de les étendre, faiſant aujourd'hui ſon occupation principale des obſervations microſcopiques, que l'affoibliſſement de ma vue & le dérangement de ma ſanté ne me permettent guère de ſuivre actuellement.

Il ſuit des expériences rapportées précédemment, que le mouvement latéral, ainſi que le mouvement progreſſif & de recul du *tremella*, qui n'eſt qu'un mouvement oſcillatoire en tout ſens, diffère eſſentiellement par ſa continuité de celui des aiguilles

cristallines qui forment les sels ou des végétations minérales, & que sa structure, sa substance, son défaut de sensibilité & autres qualités qui le différencie des animaux, le placent nécessairement dans la classe des végétaux, de sorte que s'il y a quelque plante qui participe réellement du végétal & de l'animal en même temps, & qui semble faire la liaison intime de ces deux règnes, c'est, sans contredit, le *tremella;* c'est aussi cette conséquence qui me parut naturelle en 1759, qui me détermina à placer ce genre de plante à la tête des familles des plantes que je publiai alors, après en avoir lû le plan à l'Académie & obtenu son approbation: au reste, par le terme *spontané,* je n'entends pas désigner un mouvement volontaire; il y a encore loin du mouvement volontaire des animaux à celui de la plante en question.

Parmi les filets du *tremella,* j'ai observé des molécules organiques, sphériques, vertes, aussi fines que les filets, c'est-à-dire de $\frac{1}{400}$.e de ligne, & d'autres une fois plus petites, très-vives, allant en avant & reculant en arrière comme un trait, circulant & pirouettant ensuite sur elles-mêmes; j'ai rencontré aussi d'autres êtres organiques plus gros, assez semblables à des anguilles ou plutôt à des ascarides, pleins de molécules ovoïdes sans mouvement; mais mon objet n'est pas de parler ici de ces êtres microscopiques, dont le nombre presqu'immense que j'ai observé depuis l'année 1747, peut faire la matière d'un Traité particulier.

EXPLICATION DES FIGURES.

Figure A. Lame ou plaque de *Tremella,* semblable à une glaire vert noirâtre, appliquée sur le limon au fond des eaux des ornières & des fossés.

Figure B. La même lame vue de côté pour faire voir son épaisseur, qui est d'un quart de ligne au plus, & qui enlève avec elle une couche de limon qui lui donne une ligne d'épaisseur.

Figure C. Portion de lame du *tremella,* vue à travers une lentille de 2 à 3 lignes de foyer, au moyen de laquelle son tissu paroît comme un feutre composé de filets qui se croisent.

Figure D. Un de ces filets grossi de quatre cents fois par le moyen d'un fort microscope qui montre les articulations dont il est formé.

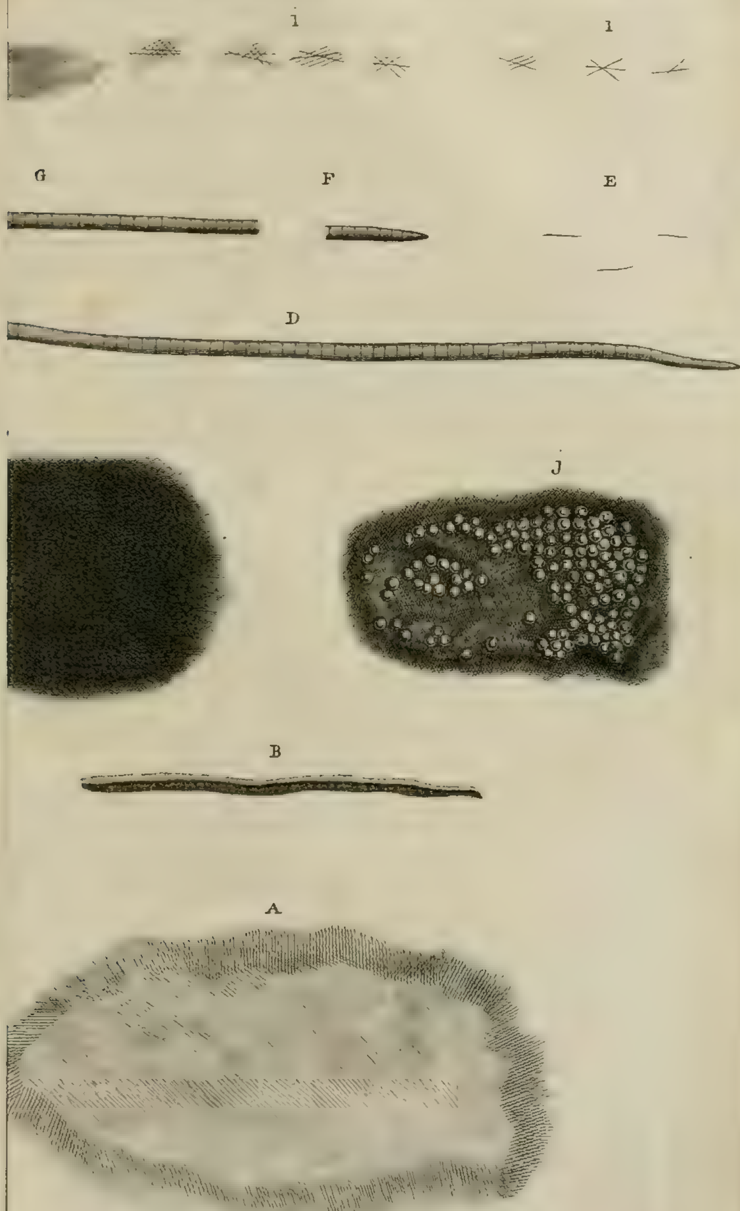
Figure E. Un de ces filets dans sa longueur naturelle de 3 lignes, mais grossi pour le rendre sensible à la vue, son diamètre n'étant naturellement que de $\frac{1}{400}$.e de ligne.

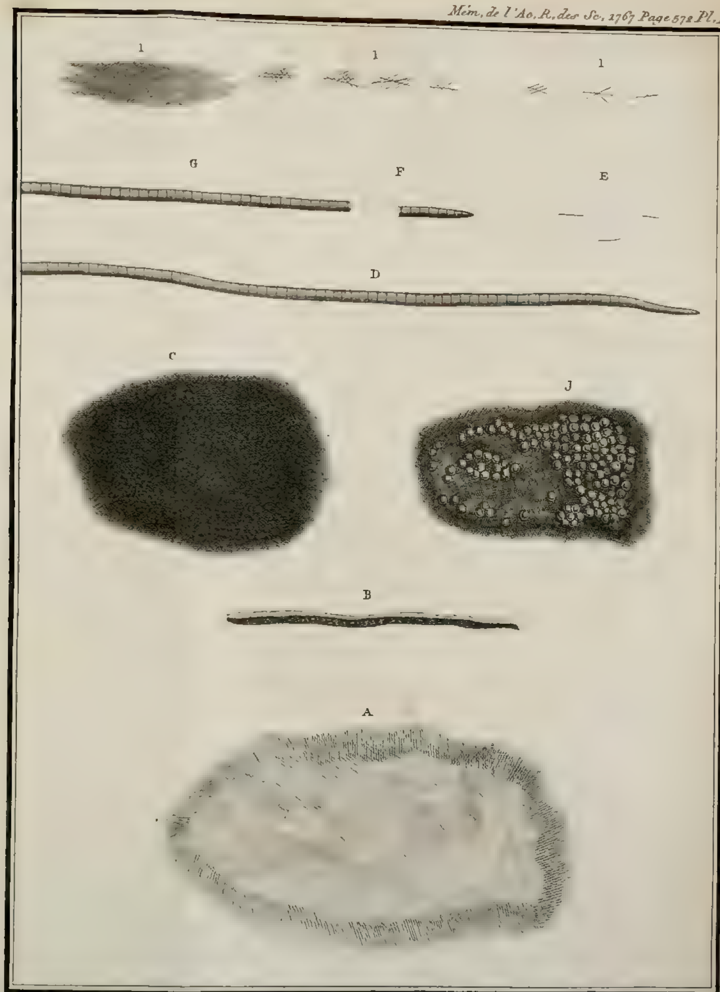
Figures F & G. Portions d'un filet grossi qui s'est divisé naturellement pour se multiplier & propager son espèce.

Figure I. Filets représentés à peu près dans leur grandeur naturelle, & rassemblés en divers faisceaux pour faire voir les diverses inclinaisons avec lesquelles ils se croisent réciproquement pour former le feutre ou la lame *C*, qui ne paroît que comme une glaire *A*.

Figure J. Lame ou glaire de *tremella*, qui après avoir vieilli sous les eaux, s'élève & flotte à leur surface, en formant des bulles hémisphériques dont quelques-unes se crèvent & lui donnent l'apparence de certains lichens.




I
I
G
F
E
D
J
B
A


Mém. de l'Ac. R. des Sc. 1767 Page 572 Pl. 10
1
1
1
G
F
E
D
C
J
B
A

RECHERCHES SUR LE CALCUL INTÉGRAL.

Par M. D'ALEMBERT.

JE me contente de donner, pour le présent, l'énoncé des Propositions suivantes, dont je réserve la démonstration pour un autre Mémoire.

(1.) Soit v un angle variable, & Vdv une différentielle dans laquelle V soit une fonction rationnelle de sinus & de cosinus de tant d'angles qu'on voudra, $pv + a$, $qv + b$, $rv + c$, &c. a, b, c, &c. étant des constantes quelconques, & p, q, r, &c. des coëfficiens entiers ou rompus, positifs ou négatifs, & même incommensurables, mais dont le rapport soit rationnel; je dis que cette différentielle s'intégrera toujours par la méthode des fractions rationnelles.

(2.) Toute quantité de cette forme Vdv, dans laquelle V est une fonction rationnelle de tant de quantités qu'on voudra, $a^{pv + \alpha}$, $a^{qv + \beta}$, $a^{rv + \delta}$, peut être intégrée de même par les fractions rationnelles, &c. α, β, δ, &c. étant des constantes, & p, q, r, &c. des coëfficiens quelconques entiers ou rompus, positifs ou négatifs, & même incommensurables ou imaginaires, pourvu que leur rapport soit rationnel.

(3.) On peut intégrer, par les méthodes connues pour l'intégration des quantités exponentielles, toute quantité de cette forme Vdv, V étant une fonction rationnelle & sans dénominateur, de v & de tant d'exponentielles différentes qu'on voudra, $a^{pv + \alpha}$, $b^{qv + \beta}$, $c^{rv + \delta}$, &c. p, q, r, &c. ayant les mêmes conditions que dans l'*article précédent*, & a, b, c, &c. ainsi que α, β, δ, &c. étant des constantes quelconques.

(4.) On pourra donc intégrer par cette méthode toute quantité

Vdv, dans laquelle V eſt une fonction rationnelle ſans dénominateur, formée de v & des ſinus & coſinus de tant d'angles $pv + \alpha$, $qv + \beta$, $rv + \delta$, &c. qu'on voudra, p, q, &c. ayant un rapport rationnel.

(5.) Soit $Vdv \times a^{g(v^m) + b}$ une quantité dans laquelle V ſoit une fonction rationnelle de v, g & b des conſtantes quelconques, & m l'unité ou une fraction dont le numérateur ſoit l'unité; je dis que l'intégration de cette différentielle ſe réduira à celle d'une quantité de cette forme $\frac{dz}{\log. z}$: il en eſt de même de toute quantité de cette forme $\frac{Ac^{g(v^m)} dv}{v}$, m étant un nombre quelconque.

(6.) J'ai donné dans les Mémoires de Berlin de 1746 & 1748, la forme d'une grande quantité de différentielles, réductibles ou aux fractions rationnelles ou aux arcs de ſections coniques; il n'eſt pas difficile de trouver, d'après ces formes, une quantité très-conſidérable de différentielles Vdv (v étant un angle variable, & V une fonction dépendante de v) qui s'intègrent par des fractions rationnelles ou des arcs de ſections coniques. Pour cela, il ſuffit de ſe ſouvenir que ſi on nomme x le ſinus de v, on aura $dv = \frac{dx}{\sqrt{(1 - xx)}}$, & coſ. $v = \sqrt{(1 - xx)}$; que ſin. pv & coſ. pv, p étant un nombre entier pair ou impair, s'expriment par une fonction ſans dénominateur qui ne peut jamais contenir d'autre radical que $\sqrt{(1 - xx)}$; que ſin. $2pv = xX\sqrt{(1 - xx)}$, X étant une fonction de x, dans laquelle il n'entre que des puiſſances paires ſans radical; que coſ. $2pv = X'$ X' étant une quantité de même eſpèce que X; que ſin. $qv = xX$, ſi q eſt un nombre entier impair, & coſ. $qv = X'\sqrt{(1 - xx)}$; d'où il eſt clair que dv ſin. $2pv$ & dv coſ. qv ne contiennent point de radical, non plus que ſin. $(2p + 1)v$, & coſ. $(q + 1)v$.

(7.) On peut donc réduire à l'intégration des fractions rationnelles toutes les différentielles ſuivantes:

1.° $\dfrac{U\,dv\,(a + b\,\text{fin.}\,v^2)^{\frac{m}{2}}}{U'(e + f\,\text{fin.}\,v^2)^{\frac{n}{2}} + U''(g + h\,\text{fin.}\,v^2)^{\frac{l}{2}}}$, m, n, l étant des nombres entiers poſitifs, U ne renfermant que des ſinus de multiples pairs de v, & U', U'' des coſinus de multiples pairs de v, avec un terme conſtant, ſi l'on veut.

2.° U ne renfermant que des ſinus de multiples impairs de v, & U', U'' des coſinus de multiples impairs, ſans terme conſtant.

3.° U ne renfermant que des coſinus de multiples pairs de v, avec un terme tout conſtant, ſi l'on veut, & U' U'' des ſinus de multiples pairs, ſans terme conſtant.

4.° U ne renfermant que des coſinus de multiples impairs de v, & U', U'' des ſinus de multiples impairs, ſans terme conſtant.

(8.) On peut intégrer de même la différentielle

$$\frac{U\,dv}{U'(a + b\,\text{fin.}\,v + c\,\text{fin.}\,v^2)^{\frac{n}{2}} + U''(e + f\,\text{fin.}\,v + g\,\text{fin.}\,v^2)^{\frac{l}{2}}};$$

1.° U ne contenant que des ſinus de multiples pairs, & des coſinus de multiples impairs, & U', U'' des coſinus de multiples pairs, & des ſinus de multiples impairs, avec des termes conſtans, ſi on le veut.

2.° U ne contenant que des ſinus de multiples impairs, & des coſinus de multiples pairs, avec un terme conſtant ſi l'on veut, & U', U'' des coſinus de multiples impairs, & des ſinus de multiples pairs, ſans terme conſtant.

3.° b & f étant égaux à zéro, & U ne contenant que des ſinus de multiples de v, tous pairs ou impairs, & U', U'' des coſinus de multiples de v, tous pairs ou impairs dans le premier cas & dans le ſecond.

4.° b & f étant encore égaux à zéro, & U ne contenant que des coſinus de multiples de v, tous pairs avec un terme conſtant, ſi l'on veut, ou impairs ſans terme conſtant, & U', U'' des ſinus de multiples de v, tous pairs ou impairs dans le premier cas

& dans le ſecond, ou bien des coſinus de multiples impairs de v dans le premier cas, & des coſinus de multiples pairs dans le ſecond.

(9.) On peut intégrer de même la différentielle

$$\frac{U\,dv}{U' + U''(a + b\,\text{ſin.}\,v)^{\frac{n}{2}} + U'''(e + f\,\text{ſin.}\,v)^{\frac{l}{2}}}.$$

1.° U ne contenant que des ſinus de multiples pairs de v, & des coſinus de multiples impairs, & U', U'', U''' des coſinus de multiples pairs, & des ſinus de multiples impairs, avec des termes tout conſtans, ſi on le juge à propos.

2.° U ne contenant que des ſinus de multiples impairs, & des coſinus de multiples pairs, avec un terme conſtant, ſi l'on veut, & U', U'', U''' des coſinus de multiples impairs, & des ſinus de multiples pairs, ſans terme conſtaut.

(10.) On peut toujours intégrer *par logarithmes ſeulement*, toute différentielle de cette forme $\frac{dv}{[B + A\,\text{coſ.}(rv + \alpha)]^m}$, ou bien $\frac{dv}{[B + A\,\text{ſin.}(rv + \alpha)]^m}$, r étant un nombre rationnel quelconque, & m un nombre entier poſitif, pourvu que A^2 ſoit $=$ ou $< B^2$. La même méthode peut s'étendre à beaucoup d'autres différentielles de cette forme $\frac{U\,dv}{[B + A\,\frac{\text{ſin.}}{\text{coſ.}}\,(rv + \alpha)]^m}$, pourvu que U ſoit aſſujetti à de certaines conditions qu'il eſt aiſé de déterminer.

(11.) On peut intégrer par des arcs de ſections coniques toute différentielle de cette forme $U\,dv\,[A + B\,\text{ſin.}(a + v) + G\,\text{coſ.}(c + v) + D\,\text{ſin.}(g + v) + F\,\text{coſ.}(l + u)\text{\&c.}]^{\frac{n}{2}}$, n étant un nombre entier quelconque, poſitif ou négatif, & U une fonction rationnelle ſans diviſeur, dans laquelle il n'entre que des ſinus & coſinus d'angles multiples de v, augmentés, ſi l'on veut, d'angles conſtans.

(12.)

(12.) On peut intégrer de même $Udv\,(A + B\ \text{fin.}\ v)^{\frac{m}{2}}$ $\times\,(C + D\ \text{fin.}\ v + E\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{n}{2}}$, m & n étant des nombres entiers pofitifs ou négatifs, & U une fonction rationnelle fans dénominateur, qui ne contienne que des finus de multiples pairs de v, ou des cofinus de multiples impairs.

(13.) On peut intégrer de même $Udv\,(a + b\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{m}{2}}$ $\times\,(g + h\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{n}{2}}$, m & n étant des nombres entiers pofitifs ou négatifs, & U une fonction rationnelle fans divifeur, qui contienne des cofinus de multiples impairs de v, ou des finus de multiples impairs.

(14.) Il en eft de même de $Udv\,[(a + b\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{m}{2}}$ $\times\,(g + h\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{n}{2}}\,(e + f\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{r}{2}}]$, U étant une fonction rationnelle fans divifeur, qui ne contienne que des finus de multiples pairs de v.

(15.) Il en eft de même de $Udv\,(a + b\ \text{fin.}\ v + g\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{n}{}}$; n étant un nombre entier pofitif, & U une fonction rationnelle fans divifeur qui ne contienne que des finus de multiples pairs de v, ou des cofinus de multiples impairs.

Il en eft de même encore de $Udv\,(a + bv + g\ \text{fin.}\ v^2)^{\frac{n}{4}}$; n étant un nombre entier pofitif ou négatif, & U étant de la même forme que dans le cas précédent.

(16.) Toute différentielle de cette forme . . . .

$$\frac{z^{\theta}\,dz}{(f + gzz)^{\frac{\omega}{2}}\,(p + qzz)^{\frac{\lambda}{2}}\,(l + rzz)^{\frac{\sigma}{2}}},\ f,\ g,\ p,\ q,\ l,\ r,$$

étant des conftantes, ω, λ, σ des nombres entiers pofitifs, & θ un nombre entier quelconque, pofitif ou négatif, peut fe réduire à

la rectification des sections coniques, si $-\frac{\theta}{2}-\frac{3}{2}+\frac{\lambda}{2}+\frac{\omega}{2}+\frac{\sigma}{2}$ est $=$ o, ou un nombre entier $>$ o.

De-là il est aisé de voir dans quels cas une différentielle de cette forme $z^{\theta} dz \times (f + gzz)^{\frac{n}{2}} \times (p + qzz)^{\frac{m}{2}} \times (l + rzz)^{\frac{s}{2}}$, n, m, s étant des nombres entiers positifs ou négatifs, sera réductible à des arcs de sections coniques; puisqu'on peut la partager en différens termes, tous de la forme de l'article précédent, & qu'il est aisé de s'assurer si chacun de ces termes a la condition exprimée dans cet article.

(17.) Par-là on trouvera aisément encore les cas dans lesquels la différentielle $U dv (a + b \text{ fin. } v^2)^{\frac{m}{2}} (e + f \text{ fin. } v^2)^{\frac{n}{2}} \times (g + h \text{ fin. } v^2)^{\frac{s}{2}}$ peut se réduire à des arcs de sections coniques, U étant une fonction rationnelle sans diviseur, qui contienne des cosinus de multiples impairs de v.

(18.) 1.° Toute quantité de cette forme,

$$\frac{x^m dx}{(1 - xx)^{\frac{s}{2}} (a + bx)^{\frac{q}{2}} (e + fx)^{\frac{p}{2}}},$$ s, q, p étant positifs, entiers & impairs, & m un entier quelconque, peut se réduire à la rectification des sections coniques, si $-m-2+s+\frac{q+p}{2}$ est $=$ o ou $>$ o.

2.° De-là il est encore aisé de déterminer dans quels cas on pourra réduire aux arcs de sections coniques une quantité de cette forme, $U dv (a + b \text{ fin. } v)^{\frac{n}{2}} (e + f \text{ fin. } v)^{\frac{l}{2}}$, l & n étant des nombres entiers quelconques, & U une fonction de sinus & de cosinus de multiples de v, dont les différens termes aient, si l'on veut, pour dénominateur $A (\text{fin. } v)^k$ ou $B (\text{cof. } v)^k$,

k étant un nombre entier; car on peut toujours réduire cette quantité en différens termes, tous de la forme précédente.

(19.) Si les coordonnées x, y d'une courbe, sont telles qu'on ait $\Delta(x, y) = \phi(x, y)$, $\Delta(x, y)$ & $\phi(x, y)$ étant deux fonctions homogènes sans dénominateur, dont la première surpasse la seconde d'une ou de deux dimensions; ϕ, x, y contenant d'ailleurs tant de quantités radicales qu'on voudra de cette forme, $\sqrt{(\alpha x + \beta y)}$, où α & β sont des constantes quelconques, différentes, si l'on veut, pour chaque radical, & $\Delta(x, y)$ contenant aussi, si l'on veut, un seul radical de cette forme $\sqrt{(\varepsilon x + \delta y)}$, où δ & ε sont des constantes quelconques; je dis que la quadrature de cette courbe se réduira à l'intégration d'une fraction rationnelle.

La même chose aura lieu si $\Delta(x, y)$ ne contient aucun radical, $\phi(x, y)$ contenant tant de quantités radicales qu'on voudra de la forme $\sqrt{(\alpha x x + \beta x y + \varepsilon y^2)}$.

(20.) On peut réduire à la rectification des sections coniques la quadrature d'une courbe dont l'équation est $x^p y^q (\alpha x^2 + \beta y^2)^{\frac{m}{2}} = \phi(x, y)$, $\phi(x, y)$ étant une fonction homogène de x & de y, sans dénominateur, dont la dimension soit $p + q + m - 2$, & qui contienne tant de radicaux qu'on voudra de la forme $\sqrt{(\delta x^2 + \gamma y^2)}$, δ & γ étant des constantes; dans cette équation, p ou q peuvent être tels qu'on voudra, pourvu que l'un des deux soit un nombre entier positif ou négatif; & m est un nombre entier quelconque positif ou négatif impair.

Il en seroit de même si l'équation étoit $x^p y^q (\alpha x^2 + \beta y^2)^{\frac{m}{4}} = \phi(x, y)$, cette dernière quantité étant de la dimension $p + q + \frac{m}{2} - 2$, & ne contenant point de radical; dans ce dernier cas, l'un des deux nombres p, q doit aussi être un entier positif ou négatif.

Il en seroit de même si l'on avoit $x^p y^q (\alpha x + \beta y)^{\frac{m}{2}} = \phi(x, y)$,

p ou q étant égal à $\frac{n}{2}$, n un nombre entier impair positif ou négatif, & $\varphi\,(x,\,y)$ une fonction homogène de dimension $p + q + \frac{m}{2} - 2$, laquelle renfermât tant de radicaux qu'on voudroit de cette forme $\sqrt{(\delta x + \gamma y)}$.

(21.) Soit une equation dans laquelle les trois variables x, y, z & leurs différences dx, dy, dz, entrent de la manière qu'on voudra; soit supposé $dx = 0$ & $dz = \omega dy$, on aura une équation finie & algébrique entre ω, x, y, z, que j'appelle (A); soit ensuite supposé $dy = 0$ & $dz = p\,dx$, on aura de même une équation finie entre p, x, y, z, que je nomme (B); soit différenciée l'équation A, en prenant y constant & en mettant $p\,dx$ pour dz, & $\sigma\,dx$ pour $d\omega$, on aura une équation entre $\sigma, \omega, p, x, y, z$, que je nomme (C); soit différenciée de même l'équation (B) en faisant x constant, & mettant $\omega\,dy$ pour dz, & $\theta\,dy$ pour dp, on aura une équation (D) entre $\theta, p, \omega, x, y, z$. Qu'on fasse évanouir ω & p par le moyen de ces quatre équations, je dis que l'équation entre θ, x, y, z & l'équation entre σ, x, y, z, doivent être absolument les mêmes pour que l'équation différentielle proposée ait une intégrale générale possible.

(22.) Soit N une fonction quelconque de x & de y, M une autre fonction quelconque des mêmes quantités; soit fait $\frac{M\,dN}{dx} + \frac{dN}{dy} = z$, ce qui donnera une équation entre x, y, z; soit fait de même $N = u$, ce qui donnera une équation entre x, y, u; qu'on fasse ensuite évanouir à volonté une des deux variables x, y, je dis que si l'équation qui en résultera entre x, z, u ou y, z, u, est telle qu'en faisant $z = 0$ on ait $u = 0$, on aura $N = 0$ pour une des intégrales de l'équation $dx - M\,dy = 0$.

Si $z = 0$ donnoit $u = a$, l'intégrale particulière seroit $N = a$.

(23.) Soient M, N, P, Q des fonctions de x & de y;

ſoit $\frac{NdP}{dx} + \frac{MdP}{dy} + \frac{NdQ}{dx} + \frac{MdQ}{dy} = z$, & $P + Q = u$; je dis que ſi après avoir fait les mêmes opérations que dans l'*article précédent*, $z = 0$ donne $u = 0$ ou $= a$, on aura $P + Q = 0$ ou $= a$ pour une des intégrales de l'équation $Mdx - Ndy = 0$.

(24.) Soit une équation différentielle quelconque entre t, u, dt, du, équation dans laquelle on peut toujours ſuppoſer (au moyen d'une transformation très-ſimple, s'il eſt néceſſaire) que $t = 0$ donne $u = 0$. Qu'on faſſe évanouir par les méthodes connues les radicaux & les fractions de ces équations; je dis que ſi dans tous les termes du coëfficient de la plus haute puiſſance de du, l'expoſant de t eſt égal ou plus grand que la ſomme des expoſans de t & de dt dans chacun de tous les autres termes de l'équation, la ſuppoſition de $t = 0$ donnera pour u telle valeur qu'on voudra. Cette méthode eſt facilement applicable aux équations différentielles d'un ordre & d'un degré quelconques; & elle donne le moyen de découvrir ſouvent l'intégrale finie & algébrique d'une équation différentielle par la ſeule inſpection de ſes termes.

(25.) On peut intégrer toute équation différentielle de cette forme $y^2 d^3 y + a dy^3 + b y dy ddy = 0$, ou $d(y^2 ddy) + a dy^3 + b y dy ddy = 0$, ou $y^p ddy + b y^{p-1} dy^2 + a dx^2 = 0$, ou enfin $d(y^p dy) + b y^{p-1} dy^3 + a dx^2 = 0$ *.

(26.) Soit une équation formée de tant de termes qu'on voudra de cette forme $Ay^n dy^k ddy^p dx^q$, dans leſquels A, n, k, p, q, ſont conſtans, & $k + 2p + q$ conſtant, je dis que ſi $n + k + p$ eſt auſſi conſtant, l'équation ſera intégrable.

(27.) Toute équation dont le premier terme eſt ddp, & dont les autres ſont de la forme $+ Bp^q dp^r dx^{2-r}$, en tel nombre qu'on voudra, dx étant ſuppoſé conſtant, & B, q, r,

* Dans ces équations & toutes les ſuivantes, on ſuppoſe dx conſtant.

des constantes quelconques, est intégrable si $\frac{q+3-r}{2-r}$ est une quantité constante dans chaque terme.

(28.) Toute équation de cette forme $d^3 y\,(A + \frac{B\,dy^p}{y^p\,dx^p} + \frac{C\,dy^r}{y^r\,dx^r}$, &c.$) + d^2 y\,(D + \frac{E\,dy^k}{y^k\,dx^{k-1}} + \frac{F\,dy^l}{y^l\,dx^{l-1}}$, &c.$) + dy\,(H + \frac{G\,dy^\omega}{y^\omega\,dx^{\omega-2}} + \frac{M\,dy^\nu}{y^\nu\,dx^{\nu-2}}$, + &c.$) + y\,(N + \frac{L\,dy^\mu}{y^\mu\,dx^{\mu-2}} + \frac{K\,dy^\pi}{y^\pi\,dx^{\pi-3}}$, $) = 0$, dans laquelle p, r, k, &c. sont des exposans quelconques, sera intégrable si les coëfficiens & les exposans sont tels, qu'en prenant une indéterminée quelconque q, on puisse avoir l'une des deux équations suivantes $3q\,(A + Bq^p + Cq^r +$ &c.$) + D\,(Eq^k + Fq^l$, &c.$) = 0$; ou $q^3\,(A + B\,q^p + C\,q^r$, &c.$) + q^2\,(D + Eq^k + Fq^l$, &c.$) + q\,(H + Gq^\omega + Mq^\nu$, &c.$) + N + Lq^\mu + Kq^\pi$, &c. $= 0$. L'une ou l'autre de ces deux équations doit avoir lieu quelle que soit q. De-là il est facile de tirer les cas d'intégration.

(29.) Toute équation de cette forme $ddy + \frac{a\,dy^2}{y} + \frac{b\,dy\,dx}{x} + \frac{cy\,dx^2}{x^2} + \frac{e\,dy^m.x^{m-2}}{y^{m-1}\,dx^{m-2}} + \frac{f\,dy^k.x^{k-2}}{y^{k-1}\,dx^{k-2}} + \frac{g\,dy^\omega.x^{\omega-1}}{y^{\omega-1}\,dx^{\omega-2}}$, &c. $= 0$ est intégrable, a, b, c, d, &c. étant des constantes quelconques ainsi que les exposans m, k, ω, &c.

(30.) Toute équation de cette forme $d\,d\,y + \frac{a\,dy^2}{y} + (G\,x^n\,dx + \frac{H\,dx}{x})\,d\,y + B\,y\,x^{2n}\,dx^2 = 0$ est intégrable.

(31.) Toute équation de cette forme $\frac{ddu}{u} + \frac{a\,du^2}{u^2}$

$+ \frac{\xi du dx}{x} + \frac{X u^{\omega} du^{\rho}}{dx^{\rho - 2}} = 0$, dans laquelle a eſt ſuppoſée conſtante ainſi que dx, & ξ, X des fonctions quelconques de x, eſt intégrable pourvu que $a = \frac{\omega + 1}{\rho - 1}$.

(32.) Si l'équation $ddy + yXdx^2 = 0$ eſt intégrable, X étant une fonction quelconque de x, l'équation $y^3 ddy + y^4 Xdx^2 + Edx^2 = 0$ le ſera auſſi, X étant la même fonction de x, & E une conſtante quelconque.

(33.) En général, ſi y eſt une fonction connue de x, on pourra intégrer toute équation de cette forme $y\,ddz + A\,dy\,dz + Ey^{-2A+1} z^q\,dx^2 = 0$, A & E étant des conſtantes.

(34.) Il en eſt de même de l'équation $yz\,ddz + Cy\,dz^2 + Az\,dy\,dz + Ey^{-2A+1} z^q\,dx^2 = 0$, y étant une fonction connue de x, & C, A, E des conſtantes.

(35.) Si l'équation $ddy + Xy\,dx^2 = 0$ eſt intégrable, l'équation $\frac{ddy}{y} + \frac{a\,dy^2}{y^2} + Dy^{-4a-4} dx^2 + Xdx^2 = 0$, le ſera auſſi, D étant une conſtante quelconque ainſi que a.

(36.) Toute équation de cette forme $ddy + \zeta dy^2 + \frac{\sigma dx^k}{dy^{k-2}} = 0$, eſt intégrable, ζ, σ étant des fonctions quelconques de y, dx conſtante, & k un nombre quelconque.

(37.) Toute équation de cette forme $ddy + \frac{\rho\,dx\,dy}{x} + \zeta dy^2 + \frac{\sigma x^{\omega} d^k}{dy^{k-2}} = 0$, eſt intégrable, ρ & ω étant des conſtantes, ſi $\rho k = -\omega$.

(38.) On peut trouver aiſément des équations différentielles du ſecond ordre qui ſoient intégrables, en prenant une équation différentielle du premier ordre qui le ſoit en général, & dont les

variables ſoient p & x, & en ſubſtituant dans cette équation $\frac{dy}{x^m dx}$ à la place de p & $d\left(\frac{dy}{x^m dx}\right)$ à la place de dp, dx ou dy étant ſuppoſée conſtante. Par exemple, on trouvera par cette méthode que toute équation réductible à cette forme $ddy + dx^2 \times \varphi\left(\frac{dy}{xdx}\right) = 0$ eſt intégrable, ou $ddx + \frac{dx^3}{dy}\varphi\left(\frac{dy}{xdx}\right) = 0$, dy étant ſuppoſé conſtant; on peut même généraliſer encore ces formules, en prenant $p = Xdx^m \times Ydy^{-m}$, X & Y étant des fonctions, l'une de x, & l'autre de y, & m étant un nombre quelconque; par-là on trouvera que toute équation de cette forme $ddy + \frac{dx^{m+1}}{dy^{m-1}}\varphi\left(\frac{dy^m}{xdx^m}\right) = 0$, ou $ddx + \frac{dx^{m+2}}{dy^m}\varphi\left(\frac{dy^m}{xdx^m}\right) = 0$ eſt intégrable, m étant un nombre quelconque entier ou rompu, poſitif ou négatif.

(39.) Si l'équation $tddt + \xi tdtdx + \zeta dt^2 + Xt^2dx^2 = 0$, dans laquelle ζ eſt conſtant, & ξ, X des fonctions quelconques de x, eſt telle qu'on ait une valeur particulière de t qui y ſatisfaſſe, on pourra avoir en général l'intégrale de la même équation, augmentée d'un terme de cette forme $X't^{1-\zeta}dx^2$, X' étant une fonction quelconque de x.

(40.) Si on a n valeurs de θ qui ſatisfaſſent à l'équation $d^n\theta + Zd^{n-1}\theta dz + \zeta d^{n-2}\theta dz^2 + \ldots\ldots \xi dz^n = 0$, Z, ζ, &c. & ξ étant des fonctions quelconques de z, on pourra toujours trouver l'intégrale complette de la même équation en mettant pour ξ telle autre fonction de z qu'on voudra*.

(41.) Si on a l'intégrale complette de l'équation précédente, ξ étant une certaine fonction de z, on aura l'intégrale complette de la même équation en mettant au lieu de ξ telle autre fonction de z qu'on voudra.

(42.) Le théorème que M. de la Grange & moi avons

* Dans cette équation & dans les ſuivantes dz eſt ſuppoſé conſtant.

démontré

démontré dans les Mémoires de Turin, *tome III, pages 179 & 381*, a besoin de cette restriction, que les valeurs de θ qui satisfont à l'équation précédente, privée de son terme $\xi\, d\, z^n$, ne soient pas en raison constante entre elles, c'est-à-dire que ces valeurs particulières ne soient pas $A\theta'$, $B\theta'$, $C\theta'$, &c. comme elles le peuvent être, mais qu'elles soient exprimées par des variables différentes, représentées par différentes fonctions de z.

(43.) Si on a n valeurs de θ qui satisfassent à l'équation précédente, privée de son dernier terme $\xi\, d z^n$, & que ces valeurs soient θ', θ'', θ''', &c. l'intégrale générale & complette de cette même équation sera $\theta = A\theta' + B\theta'' + C\theta'''$, &c. A, B, C, &c. étant des constantes quelconques.

(44.) Si en rétablissant le terme $\xi\, d z^n$, on a $n + 1$ valeurs qui satisfassent à l'équation, savoir ϑ, θ', θ'', θ''', &c. l'intégrale générale & complette sera $\theta = \vartheta + A(\vartheta - \theta') + B(\vartheta - \theta'') + C(\vartheta - \theta''')$, &c. A, B, C, &c. étant aussi des constantes quelconques.

(45.) Si on a m valeurs de θ qui satisfassent à l'équation précédente privée de son dernier terme $\xi\, d z^n$, p valeurs de θ qui satisfassent à la même équation en donnant à ξ une certaine valeur, q valeurs de θ qui satisfassent à la même équation en donnant à ξ une autre valeur, l'équation sera intégrable quelle que soit ξ, pourvu que $p + m + q = n + 2$.

S'il y avoit encore r valeurs de θ qui satisfissent à l'équation pour une valeur particulière de ξ, l'équation seroit intégrable quelle que fût ξ, pourvu que $p + q + m + r$ fût $= n + 3$, & ainsi de suite.

(46.) Si on a n ou $n - 1$ valeurs de θ dans l'équation $d^n\theta +$ &c. $= 0$ privée de son dernier terme $\xi\, d\, z^n$, l'intégration générale & complette de l'équation, en rétablissant le terme $\xi\, d z^n$, & supposant ξ une fonction quelconque de z, dépend d'une équation de cette forme $du + uZdz + \xi Z' dz = 0$, Z & Z' étant des fonctions connues de z. Or si le nombre des valeurs de θ est n, on aura aisément la valeur

générale de u dans l'équation $du + uZdz = 0$. Soit ϑ cette valeur de u, je dis que la valeur générale de u dans l'équation $du + uZdz + \xi.Z'dz = 0$ sera donnée par l'équation $\frac{uA}{\vartheta} + \int \frac{A\xi.Z'dz}{\vartheta} = B$, ou simplement $\frac{u}{\vartheta} + \int \frac{Z'.\xi dz}{\vartheta} = D$, D étant une constante quelconque.

(47.) La méthode précédente peut servir à trouver d'une manière fort simple la valeur générale de θ dans l'équation $dd\theta + Zd\theta dz + \zeta\theta dz^2 + \xi dz^2 = 0$, en supposant qu'on ait deux valeurs qui satisfassent à cette équation privée de son dernier terme; & cette méthode peut s'étendre facilement à l'équation $d^n\theta + Zd^{n-1}\theta dz \ldots\ldots + \xi dz^n = 0$; en supposant qu'on ait n intégrales de l'équation privée de son dernier terme. Il suffit pour cela de considérer, 1.° que si on a n valeurs de θ, savoir θ', θ'', θ''', &c. & qu'on fasse $\theta = \theta'u$, les valeurs générales de u, dans l'équation privée de son dernier terme, seront A, $\frac{B\theta''}{\theta'}$, $\frac{C\theta'''}{\theta'}$, &c. 2.° que la valeur générale & complette de θ, dans l'équation privée de son dernier terme, sera $A\theta' + B\theta'' + C\theta''' +$ &c. Par cette considération, & en employant une méthode semblable à celle de l'article précédent, on trouvera d'abord la valeur générale de θ dans une équation différentielle du second ordre du genre supposé, de-là dans une du troisième, & ainsi de suite.

(48.) Toute équation de cette forme

$$\frac{ddy}{dx^2} + \frac{bx^q dy}{dx} + \frac{ady}{xdx} + eyx^{q-1} = 0,$$

est intégrable si $\frac{-e}{b(q+1)}$ ou $\frac{-e-b+ba}{b(q+1)}$ est égal à un nombre entier positif.

(49.) Soit $d^nt + Ad^{n-1}tdz + Bd^{n-2}tdz^2 \ldots\ldots + \alpha Tdz^n = 0$, α étant une quantité très-petite, & T une fonction composée de puissances de t & d'une quantité ω qui soit donnée par l'équation $d^p\omega + A'd^{p-1}\omega dz$

$+ B' d^{p-2} \omega d z^2 \ldots\ldots + D' d z^p = 0$; qu'on différentie deux, trois, &c. fois la première équation, & qu'on mette dans les termes affectés de α, au lieu de $d^n t$ sa valeur tirée de cette première équation, & au lieu de $d^p \omega$ sa valeur tirée de la seconde, je dis qu'on parviendra par ces différentiations & substitutions successives à une équation de cette forme

$$d^k t + A'' d^{k-1} t d z + B'' d^{k-2} t d z^2 \ldots + \alpha^\varrho \Gamma' d z^k = 0;$$

ϱ étant un nombre entier aussi grand qu'on voudra, & Γ' une fonction de t & de ω. Cette méthode qui a une très-grande étendue, peut être fort utile en une infinité de cas pour intégrer par approximation bien des équations différentielles; je ne dois point oublier de dire que A, B, &c. A', B', &c. A'', B'', &c. & α sont supposés constans.

Les démonstrations de ces Théorèmes, avec un grand nombre de conséquences qui en résultent, ont été lûes à l'Académie dans le courant du mois de Juillet 1769; on les trouvera dans le volume de cette année-là.



ADDITION

À la Méthode pour la ſolution des Problèmes de Maximis & Minimis.

Par M. FONTAINE.

LORQUE je trouvai la méthode de rendre l'intégrale d'un élément donné, la plus grande ou la moindre poſſible, qui ſe trouve dans le Recueil des Mémoires lûs à l'Académie, que j'ai donné au Public, j'étois bien loin de penſer à l'appliquer à tous les cas que M. Euler a imaginés depuis, il y a même grande apparence qne je ne m'en ſerois jamais aviſé ſans un ouvrage de M. de la Grange ſur le même ſujet, qui eſt dans le ſecond volume de l'Académie de Turin, lequel me donna la curioſité de voir celui de M. Euler qui y eſt beaucoup cité, & de reprendre de nouveau toute cette matière.

Le ſuccès du premier eſſai que je fis de la méthode dont je viens de parler, m'engagea à en tenter un ſecond, celui-ci un troiſième, & de cette manière je réſolus par cette méthode, l'un après l'autre, tous les problèmes de M. Euler, comme on le verra; enſuite je me mis à examiner le Mémoire de M. de la Grange, je trouvai qu'il s'étoit égaré dans la route nouvelle qu'il avoit priſe, pour n'en avoir pas connu la vraie théorie; ayant découvert cette théorie, il en réſulta une méthode nouvelle très-ſimple & très-élégante pour la ſolution de tous les problèmes que je venois de réſoudre par l'ancienne; le Lecteur qui a le goût de ces choſes verra avec plaiſir l'accord des réſultats des deux méthodes qui ſont tout-à-fait différentes l'une de l'autre.

AVERTISSEMENT.

Dans les calculs que nous allons faire, les mêmes quantités variant de deux manières différentes, nous déſignerons leurs variations différemment, les unes à la manière des Géomètres

Anglois, par des fluxions, les autres à notre manière par des différences; ainsi $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, &c. ne seront pas la même chose que dx, ddx, $dddx$, &c. on aura,

$\dot{x}, = x' - x, dx = {}'x - x$, & $'x$ ne sera pas le même que x'.

Quelquefois nous désignerons une fluxion par la caractéristique f; ainsi fx sera la même chose que $\dot{x}$, $f\dot{x}$, ou ffx la même chose que $\ddot{x}$, &c.

Lorsque nous mettrons une quantité sous le signe FL, cela signifiera que cette quantité est une fluxion, & que nous en désignons la FLuente; lorsque nous la mettrons sous le signe $\int$, cela signifiera que c'est une différence, & que nous en désignons l'intégrale.

Au reste, $\frac{fA}{fx}$ exprimera la même chose que ce que les Géomètres, depuis qu'ils ont commencé à avoir connoissance de nos méthodes, entendent par $\frac{dA}{dx}$;

$\frac{ffA}{fxfx}$ la même chose que ce qu'ils entendent par $\frac{dda}{dxdx}$;

$\frac{ffA}{fxfy}$ la même chose que $\frac{ddA}{dxdy}$, &c.

LEMME.

Si Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. Z', Z'', Z''', &c. seront des fonctions pareilles de $x', y', z'; \dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'; \ddot{x}', \ddot{y}', \ddot{z}'$, &c. de $x'', y'', z''; \dot{x}'', \dot{y}'', \dot{z}''; \ddot{x}'', \ddot{y}'', \ddot{z}''$, &c. de $x''', y''', z'''; \dot{x}''', \dot{y}''', \dot{z}'''; \ddot{x}''', \ddot{y}''', \ddot{z}'''$, &c.

$'''Z, ''Z, 'Z$ seront des fonctions pareilles de $'x, 'y, 'z; '\dot{x}, '\dot{y}, '\dot{z}; '\ddot{x}, '\ddot{y}, '\ddot{z}$, &c. de $''x, ''y, ''z; ''\dot{x}, ''\dot{y}, ''\dot{z}; ''\ddot{x}, ''\ddot{y}, ''\ddot{z}$, &c. de $'''x, '''y, '''z; '''\dot{x}, '''\dot{y}, '''\dot{z}; '''\ddot{x}, '''\ddot{y}, '''\ddot{z}$, &c.

On aura

$${}^{IV}\dot{x} = {}'''x - {}^{IV}x.$$
$${}^{IV}\ddot{x} = {}''x - 2\,{}'''x + {}^{IV}x.$$
$${}^{IV}\dddot{x} = {}'x - 3\,{}''x + 3\,{}'''x - {}^{IV}x.$$
$${}^{IV}\ddddot{x} = x - 4\,{}'x + 6\,{}''x - 4\,{}'''x - {}^{IV}x.$$
$${}^{IV}\overset{:\cdot:}{x} = x' - 5\,x + 10\,{}'x - 10\,{}''x + 5\,{}'''x - {}^{IV}x.$$

&c. &c.

$${}'''\dot{x} = {}''x - {}'''x.$$
$${}'''\ddot{x} = {}'x - 2\,{}''x + {}'''x.$$
$${}'''\dddot{x} = x - 3\,{}'x + 3\,{}''x - {}'''x.$$
$${}'''\ddddot{x} = x' - 4\,x + 6\,{}'x - 4\,{}''x + {}'''x.$$
$${}'''\overset{:\cdot:}{x} = x'' - 5\,x' + 10\,x - 10\,{}''x + 5\,{}''x - {}'''x.$$

&c. &c.

$${}''\dot{x} = {}'x - {}''x.$$
$${}''\ddot{x} = x - 2\,{}'x + {}''x.$$
$${}''\dddot{x} = x' - 3\,x + 3\,{}'x - {}''x.$$
$${}''\ddddot{x} = x'' - 4\,x' + 6\,x - 4\,{}'x + {}''x.$$
$${}''\overset{:\cdot:}{x} = x''' - 5\,x'' + 10\,x' - 10\,x + 5\,{}'x - {}''x.$$

&c. &c.

$${}'\dot{x} = x - {}'x.$$
$${}'\ddot{x} = x' - 2\,x + {}'x.$$
$${}'\dddot{x} = x'' - 3\,x' + 3\,x - {}'x.$$
$${}'\ddddot{x} = x''' - 4\,x'' + 6\,x' - 4\,x + {}'x.$$
$${}'\overset{:\cdot:}{x} = x^{IV} - 5\,x''' + 10\,x'' - 10\,x' + 5\,x - {}'x.$$

&c. &c.

$\dot{x} = x' - x.$

$\ddot{x} = x'' - 2x' + x.$

$\dddot{x} = x''' - 3x'' + 3x' - x.$

$\ddddot{x} = x^{\text{IV}} - 4x''' + 6x'' - 4x' + x.$

$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{x} = x^{\text{V}} - 5x^{\text{IV}} + 10x''' - 10x'' + 5x' - x.$

&c. &c.

$\dot{x}' = x'' - x'.$

$\ddot{x}' = x''' - 2x'' + x'.$

$\dddot{x}' = x^{\text{IV}} - 3x''' + 3x'' - x'.$

$\ddddot{x}' = x^{\text{V}} - 4x^{\text{IV}} + 6x''' - 4x'' + x'.$

$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{x}' = x^{\text{VI}} - 5x^{\text{V}} + 10x^{\text{IV}} - 10x''' + 5x'' - x'.$

&c. &c.

$\dot{x}'' = x''' - x''.$

$\ddot{x}'' = x^{\text{IV}} - 2x''' + x''.$

$\dddot{x}'' = x^{\text{V}} - 3x^{\text{IV}} + 3x''' - x''.$

$\ddddot{x}'' = x^{\text{VI}} - 4x^{\text{V}} + 6x^{\text{IV}} - 4x''' + x''.$

$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{x}'' = x^{\text{VII}} - 5x^{\text{VI}} + 10x^{\text{V}} - 10x^{\text{IV}} + 5x''' - x''.$

&c. &c.

$\dot{x}''' = x^{\text{IV}} - x'''.$

$\ddot{x}''' = x^{\text{V}} - 2x^{\text{IV}} + x'''.$

$\dddot{x}''' = x^{\text{VI}} - 3x^{\text{V}} + 3x^{\text{IV}} - x'''.$

$\ddddot{x}''' = x^{\text{VII}} - 4x^{\text{VI}} + 6x^{\text{V}} - 4x^{\text{IV}} + x'''.$

$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{x}''' = x^{\text{VIII}} - 5x^{\text{VII}} + 10x^{\text{VI}} - 10x^{\text{V}} + 5x^{\text{IV}} - x'''.$

&c. &c.

&c.

PROBLEME I.

Soit Z une fonction de $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \dddot{x}, \dddot{y}, \dddot{z}$, &c. infiniment petite du premier ordre.

Trouver une équation entre x, y, z, telle que FLZ soit plus grande ou moindre qu'avec toute autre équation entre ces quantités.

Puisque $FLZ =$ un *plus grand*, ou *un moindre*, cette suite-ci, &c. $+ Z^{IV} + Z''' + Z'' + Z'$ qui lui est égale sera aussi $=$ un *plus grand*, ou *un moindre*, & parce que chaque terme de cette suite-ci FLZ', FLZ'', FLZ''', FLZ^{IV}, est également un *plus grand* ou *un moindre*, on aura en général la suite infinie des deux sens,

$$\&c. + {}^{IV}Z + {}'''Z + {}''Z + {}'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + Z^{IV} + Z^{V}, \&c. = \text{un } \textit{plus grand} \text{ ou un } \textit{moindre}.$$

Donc, $\&c. + d^{V}Z + d'''Z + d''Z + d'Z + dZ + dZ' + dZ'' + dZ''' + dZ^{IV} + \&c. = 0$.

Maintenant, au moyen du lemme, l'on pourroit réduire chaque Z de la suite générale, à n'être fonction que de quantités finies.

Par exemple, dans la fonction Z l'on y substitueroit $x' - x$; $y' - y$, $z' - z$, au lieu de $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; l'on y substitueroit $x'' - 2x' + x$, $y'' - 2y' + y$, $z'' + 2z' + z$ au lieu de $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$; l'on y substitueroit $x''' - 3x'' + 3x' - x$, $y''' - 3y'' + 3y' - y$, $z''' - 3z'' + 3z' - z$ au lieu de $\dddot{x}, \dddot{y}, \dddot{z}$; l'on y substitueroit $x^{IV} - 4x''' + 6x'' - 4x' + x$, $y^{IV} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y$, $z^{IV} - 4z''' + 6z'' - 4z' + z$, au lieu de $\ddddot{x}, \ddddot{y}, \ddddot{z}$, &c. & ainsi des autres fonctions qui précèdent & qui suivent Z.

1.° S'il n'entre que des premières fluxions dans Z, en faisant varier x', y', z', on aura $dZ' + dZ = 0$; car x', y', z', ne se trouvant que dans Z' & dans Z, tous les dZ qui précèdent dZ & qui suivent dZ' seront $= 0$.

On

On aura donc

$$\frac{dZ'}{dx'}dx' + \frac{dZ'}{d\dot{x}'}\,.-dx' + \frac{dZ'}{dy'}dy' + \frac{dZ'}{d\dot{y}'}\,.-dy' + \frac{dZ'}{dz'}dz' + \frac{dZ'}{d\dot{z}'}\,.-dz' = 0,$$
$$+\frac{dZ}{d\dot{x}}dx' \qquad\qquad +\frac{dZ}{d\dot{y}}dy' \qquad\qquad +\frac{dZ}{d\dot{z}}dz'$$

ou $\left[\frac{dZ'}{dx'} - \left(\frac{dZ'}{d\dot{x}'} - \frac{dZ}{d\dot{x}}\right)\right].dx + \&c. = 0$, ou $\left(\frac{dZ'}{dx'} - f\frac{dZ}{d\dot{x}}\right)dx' + \&c. = 0$,

ou enfin $\left(\frac{dZ}{dx} - f\frac{dZ}{d\dot{x}}\right)dx' + \left(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}}\right)dy + \left(\frac{dZ}{dz} - f\frac{dZ}{d\dot{z}}\right)dz = 0.$

2.° S'il n'entre dans Z que des premières & des secondes fluxions, en faisant varier x'', y'', z'', on aura $dZ'' + dZ' + dZ = 0$,

$$\text{ou}\quad \frac{dZ''}{dx''}dx'' + \frac{dZ''}{d\dot{x}''}\,.-dx'' + \frac{dZ''}{d\ddot{x}''}dx'' + \&c. = 0,$$
$$+\frac{dZ'}{d\dot{x}'}dx'' \quad + \frac{dZ'}{d\ddot{x}'}\,.-2dx'',$$
$$+\frac{dZ}{d\ddot{x}}dx'',$$

ou $\frac{dZ''}{dx''}dx'' - \left(\frac{dZ''}{d\dot{x}''} - \frac{dZ'}{d\dot{x}'}\right)dx'' + \left(\frac{dZ''}{d\ddot{x}''} - 2\frac{dZ'}{d\ddot{x}'} + \frac{dZ}{d\ddot{x}}\right)dx'' + \&c. = 0,$

ou $\left(\frac{dZ''}{dx''} - f\frac{dZ'}{d\dot{x}'} + ff\frac{dZ}{d\ddot{x}}\right)dx'' + \&c. = 0,$

ou enfin $\left(\frac{dZ}{dx} - f\frac{dZ}{d\dot{x}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{x}}\right)dx + \left(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{y}}\right)dy$

$$+\left(\frac{dZ}{dz} - f\frac{dZ}{d\dot{z}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{z}}\right)dz = 0.$$

3.° S'il n'entre que des premières, des secondes & des troisièmes fluxions dans Z en faisant varier x''', y''', z''', on aura $dZ''' + dZ'' + dZ' + dZ = 0$,

$$\text{ou}\ \frac{dZ'''}{dx'''}dx''' + \frac{dZ'''}{d\dot{x}'''}\,.-dx''' + \frac{dZ'''}{d\ddot{x}'''}dx''' \quad + \frac{dZ'''}{d\dddot{x}'''}\,.-dx''' + \&c. = 0,$$
$$+\frac{dZ''}{d\dot{x}''}dx''' \quad + \frac{dZ''}{d\ddot{x}''}\,.-2dx''' + \frac{dZ''}{d\dddot{x}''}\,.\,3dx''',$$
$$+\frac{dZ'}{d\ddot{x}'}dx''' \quad + \frac{dZ'}{d\dddot{x}'}\,.-3dx''',$$
$$+\frac{dZ}{d\dddot{x}}dx''',$$

ou $\left(\frac{dZ'''}{dx'''} - f\frac{dZ''}{d\dot{x}''} + ff\frac{dZ'}{d\ddot{x}'} - fff\frac{dZ}{d\dddot{x}}\right)dx''' + \&c. = 0,$

ou enfin
$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{dZ}{dx} - f\frac{dZ}{d\dot{x}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{x}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{x}}\right)dx\\ &+\left(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{y}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{y}}\right)dy\\ &+\left(\frac{dZ}{dz} - f\frac{dZ}{d\dot{z}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{z}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{z}}\right)dz\end{aligned}\right\} = 0.$$

Il y aura des problèmes où Z ne ſera fonction que de deux quantités x, y, & où il ne faudra faire varier que l'une de ces deux quantités; d'autres où il les faudra faire varier toutes les deux en même temps. Il y aura des problèmes où Z ſera fonction de trois quantités x, y, z, & où il ne faudra faire varier que deux des trois; & pour que notre ſolution convînt à tous les cas, nous avons ſuppoſé Z fonction de trois quantités; & nous les avons fait varier toutes les trois.

REMARQUE.

Si Z étoit une fluxion exacte, chaque terme du premier membre de l'équation que nous venons de trouver pour que FLZ ſoit un plus grand ou un moindre, s'anéantiroit de lui-même; & on n'auroit par conſéquent dans ce cas pour équation, que $0 = 0$.

Pour le démontrer,

ſoit A une fonction de $x\ \dot{x}\ \ddot{x}\ \dddot{x}$, &c. $y\ \dot{y}\ \ddot{y}\ \dddot{y}$, &c. $z\ \dot{z}\ \ddot{z}\ \dddot{z}$, &c.

Et ſoit $FLA = B$, B étant elle-même une fonction de $x, \dot{x}, \ddot{x}$, &c. $y, \dot{y}, \ddot{y}$, &c. $z, \dot{z}, \ddot{z}$, &c.

On aura
$$A = \frac{fB}{fx}\dot{x} + \frac{fB}{f\dot{x}}\ddot{x} + \frac{fB}{f\ddot{x}}\dddot{x} + \frac{fB}{fy}\dot{y} + \frac{fB}{f\dot{y}}\ddot{y} + \frac{fB}{f\ddot{y}}\dddot{y} + \frac{fB}{fz}\dot{z} + \frac{fB}{f\dot{z}}\ddot{z} + \frac{fB}{f\ddot{z}}\dddot{z}$$

Donc $\frac{fA}{fx} = \frac{ffB}{fxfx}\dot{x} + \frac{ffB}{fxf\dot{x}}\ddot{x} + \frac{ffB}{fxf\ddot{x}}\dddot{x} + \frac{ffB}{fxfy}\dot{y} + \frac{ffB}{fxf\dot{y}}\ddot{y}$

$$+ \frac{ffB}{fxf\ddot{y}}\dddot{y} + \frac{ffB}{fxfz}\dot{z} + \frac{ffB}{fxf\dot{z}}\ddot{z} + \frac{ffB}{fxf\ddot{z}}\dddot{z} = f\frac{fB}{fx}.$$

Par conséquent on aura $\frac{fA}{fx} = f\frac{fB}{fx}$;

$$\frac{fA}{f\dot{x}} = f\frac{fB}{f\dot{x}} + \frac{fB}{fx}.$$

$$\frac{fA}{f\ddot{x}} = f\frac{fB}{f\ddot{x}} + \frac{fB}{f\dot{x}}.$$

$$\frac{fA}{f\dddot{x}} = \frac{fB}{f\ddot{x}}.$$

Je prends la fluxion de la dernière de ces équations pour avoir à substituer $f\frac{fA}{f\dddot{x}}$ au lieu de $f\frac{fB}{f\ddot{x}}$ dans celle qui la précède, j'aurai $\frac{fA}{f\ddot{x}} = f\frac{fA}{f\dddot{x}} + \frac{fB}{f\dot{x}}$; je prends la fluxion de celle-ci pour avoir à substituer $f\frac{fA}{f\ddot{x}} - ff\frac{fA}{f\dddot{x}}$ à la place de $f\frac{fB}{f\dot{x}}$; dans celle qui la précède, j'aurai $\frac{fA}{f\dot{x}} = f\frac{fA}{f\ddot{x}} - ff\frac{fA}{f\dddot{x}} + \frac{fB}{fx}$; enfin je prends la fluxion de cette équation pour avoir à substituer $f\frac{fA}{f\dot{x}} - ff\frac{fA}{f\ddot{x}} + fff\frac{fA}{f\dddot{x}}$ à la place de $f\frac{fB}{fx}$ dans la première, j'aurai,

$$\frac{fA}{fx} - f\frac{fA}{f\dot{x}} + ff\frac{fA}{f\ddot{x}} - fff\frac{fA}{f\dddot{x}} = 0.$$

Et par un calcul tout pareil, j'aurai,

$$\frac{fA}{fy} - f\frac{fA}{f\dot{y}} + ff\frac{fA}{f\ddot{y}} - fff\frac{fA}{f\dddot{y}} = 0.$$

$$\frac{fA}{fz} - f\frac{fA}{f\dot{z}} + ff\frac{fA}{f\ddot{z}} - fff\frac{fA}{f\dddot{z}} = 0.$$

Ce théorème eſt de M. Euler, & comme il vient de le communiquer aux Géomètres ſans aucune démonſtration; voici comment je crois qu'il l'a trouvé.

Il avoit démontré autrefois dans ſon livre de *Maximis & Minimis*, que ſi Z étoit une fluxion exacte, alors il n'y auroit point d'équation entre *x, y, z,* pour que *F L Z* fût un plus grand ou un moindre; cependant il trouvoit cette équation généralement & indépendamment de la nature de Z, il falloit donc pour qu'il n'y eût pas de contradiction, que le premier membre de ſon équation fut o par lui-même, lorſque Z ſe trouvoit être une fluxion exacte.

L'analyſe que nous venons d'en donner eſt d'après celle de M. le Marquis de Condorcet, qui la trouva preſqu'auſſitôt qu'il en eut connoiſſance.

Enſuite M. de Condorcet ſe propoſa ce problème-ci, *étant donnée l'équation* V = o, *&* V *étant une fonction de* x, y, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{y}$, *&c. trouver ſi cette équation a une intégrale.*

Mais M. de Condorcet n'a qu'à ſe propoſer celui-ci; V *étant une fonction de* x, y, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{y}$, *&c. dans laquelle les plus hautes fluxions, par exemple* $\dddot{x}$, $\dddot{y}$, *ſont à la première dimenſion, & où l'une de ces deux fluxions, par exemple* $\dddot{x}$, *a l'unité pour coëfficient; trouver ſi en multipliant la fonction* V *par quelque fonction* A *des mêmes variables & de leurs fluxions, on pourroit la rendre la fluxion exacte de quelque fonction* B, qui eſt préciſément le même que le ſien, pour voir que la ſolution dans laquelle il fait uſage de l'équation *V* = o, ne peut pas être bonne.

L'on peut voir dans la première méthode du calcul intégral la manière dont je le réſous.

SOLUTION du même Problème par une autre Méthode.

La méthode dont il s'agit ici, eſt fondée ſur ce que ſi Z eſt une fluxion exacte, alors il n'y aura pas de problème, & l'équation qui l'exprimera deviendra o = o; & ſur ce que par conſéquent, ſi Z eſt la ſomme de deux élémens dont l'un ſoit

une fluxion inexacte & l'autre une fluxion exacte, le réſultat ſera le même que ſi l'on ne ſubſtituoit dans l'équation à la place de Z que la ſeule fluxion inexacte.

Maintenant, puiſque $FLZ =$ un *plus grand* ou un *moindre*, on aura $dFL.Z = 0$, ou, ce qui eſt la même choſe, $FLdZ = 0$ [n.° 1], d'où il ſemble que l'on pourroit conclure tout de ſuite que $dZ = 0$, mais l'on ſe tromperoit beaucoup; il faut auparavant ſavoir quel eſt ce dZ qu'il faut faire $= 0$, il faut que le ſigne FL, ſous lequel il eſt engagé, ait eu ſon effet: car ſi Z étoit, par exemple $= Y + fX$, on auroit $FLdZ = FL(dY + dfX) = FL(dY + fdX)$ [n.° 2], & fdX, par ce que nous venons de dire, ne devroit pas ſe trouver dans l'équation que nous cherchons.

Il faudra donc avant de pouvoir conclure que $dZ = 0$, en retrancher tous les termes qui pourront ſe dégager de deſſous le ſigne FL, & ne laiſſer ſous ce ſigne qu'une expreſſion qui ne puiſſe plus ſe changer; cette expreſſion ſera le dZ, qui étant fait $= 0$ réſoudra le problème, on entendra ceci dans l'application que nous allons en faire.

En ſuppoſant que les plus hautes fluxions qui ſoient dans la fonction Z ſont $\dddot{x}, \dddot{y}, \dddot{z}$, on aura,

$$FL\Big(\frac{dZ}{dx}dx + \frac{dZ}{d\dot{x}}dfx + \frac{dZ}{d\ddot{x}}dffx + \frac{dZ}{d\dddot{x}}dfffx$$
$$+ \frac{dZ}{dy}dy + \frac{dZ}{d\dot{y}}dfy + \frac{dZ}{d\ddot{y}}dffy + \frac{dZ}{d\dddot{y}}dfffy$$
$$+ \frac{dZ}{dz}dz + \frac{dZ}{d\dot{z}}dfz + \frac{dZ}{d\ddot{z}}dffz + \frac{dZ}{d\dddot{z}}dfffz\Big)$$
$$= 0.$$

n.° 1. Ce théorème ſe trouve dans les calculs de la ſolution du problème des courbes tautochrones, que je donnai en 1734. Voici comment je l'ai démontré:

$$dFLZ = FLZ' - FLZ = FL(Z' - Z) = FLdZ.$$

n.° 2. Ce ſecond théorème ſe trouve au même endroit que le précédent, & je l'ai démontré de même,

$$dfx = fx' - fx = f(x' - x) = fdx,$$
$$dffx = fdfx = ffdx, \quad dfffx = ffdfx = fffdx, \text{\&c.}$$

Et en vertu du théorème que nous avons déjà rappelé, on aura

$$FL\Big(\frac{dZ}{dx}\,dx + \frac{dZ}{d\dot{x}}\,f\,dx + \frac{dZ}{d\ddot{x}}\,ff\,dx + \frac{dZ}{d\dddot{x}}\,fff\,dx$$
$$+ \frac{dZ}{dy}\,dy + \frac{dZ}{d\dot{y}}\,f\,dy + \frac{dZ}{d\ddot{y}}\,ff\,dy + \frac{dZ}{d\dddot{y}}\,fff\,dy$$
$$+ \frac{dZ}{dz}\,dz + \frac{dZ}{d\dot{z}}\,f\,dz + \frac{dZ}{d\ddot{z}}\,ff\,dz + \frac{dZ}{d\dddot{z}}\,fff\,dz\Big)$$
$$= 0.$$

Mais $\frac{dZ}{d\dot{x}}\,dx - FL\,(f\frac{dZ}{d\dot{x}} \times dx)$ étant la même chose que $FL\,\frac{dZ}{d\dot{x}}\,fdx$,

$\frac{dZ}{d\ddot{x}}\,fdx - f\frac{dZ}{d\ddot{x}} \times dx + FL(ff\frac{dZ}{d\ddot{x}} \times dx)$ la même chose que $FL\,\frac{dZ}{d\ddot{x}}\,ffdx$,

$\frac{dZ}{d\dddot{x}}\,ffdx - f\frac{dZ}{d\dddot{x}} \times fdx + ff\frac{dZ}{d\dddot{x}} \times dx - FL\,(fff\frac{dZ}{d\dddot{x}} \times dx)$

la même chose que $FL\,\frac{dZ}{d\dddot{x}}\,fffdx$ [n.° 3],

on aura

$$\left.\begin{array}{l}
FL\Big[\Big(\frac{dZ}{dx} - f\frac{dZ}{d\dot{x}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{x}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{x}}\Big) \times dx \\
+ \Big(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{y}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{y}}\Big) \times dy \\
+ \Big(\frac{dZ}{dz} - f\frac{dZ}{d\dot{z}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{z}} - fff\frac{dZ}{d\dddot{z}}\Big) \times dz \\
+ f\Big(\Big(\frac{dZ}{d\dot{x}} - f\frac{dZ}{d\ddot{x}} + ff\frac{dZ}{d\dddot{x}}\Big) \times dx + \Big(\frac{dZ}{d\dot{y}} \\
- f\frac{dZ}{d\ddot{y}} + ff\frac{dZ}{d\dddot{y}}\Big) \times dy + \Big(\frac{dZ}{d\dot{z}} - f\frac{dZ}{d\ddot{z}} \\
+ ff\frac{dZ}{d\dddot{z}}\Big) \times dz + \Big(\frac{dZ}{d\ddot{x}} - f\frac{dZ}{d\dddot{x}}\Big) \times d\dot{x} \\
+ \Big(\frac{dZ}{d\ddot{y}} - f\frac{dZ}{d\dddot{y}}\Big) \times d\dot{y} + \Big(\frac{dZ}{d\ddot{z}} - f\frac{dZ}{d\dddot{z}}\Big) \times d\dot{z} \\
+ \Big(\frac{dZ}{d\dddot{x}}\,d\ddot{x} + \frac{dZ}{d\dddot{y}}\,d\ddot{y} + \frac{dZ}{d\dddot{z}}\,d\ddot{z}\Big)\Big)\Big]
\end{array}\right\} = 0;$$

n.° 3. Ce théorème est de M.rs Jean Bernoulli & Taylor, & se démontre par le fait en prenant les fluxions.

& en retranchant tout ce qui eſt ſous le ſigne f, que nous avons vu ne devoir pas entrer dans l'expreſſion du dZ que nous cherchons, on aura,

$$\left.\begin{aligned} FL\,[&(\tfrac{dZ}{dx} - f\tfrac{dZ}{d\dot{x}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{x}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{x}}) \times dx \\ &+ (\tfrac{dZ}{dy} - f\tfrac{dZ}{d\dot{y}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{y}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{y}}) \times dy \\ &+ (\tfrac{dZ}{dz} - f\tfrac{dZ}{d\dot{z}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{z}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{z}}) \times dz] \end{aligned}\right\} = 0.$$

Et parce que cette expreſſion qui eſt reſtée ſous le ſigne FL ne peut plus ſe changer, elle ſera celle du dZ qui étant fait $= 0$ réſoudra le problème.

On aura donc enfin,

$$\left.\begin{aligned} &(\tfrac{dZ}{dx} - f\tfrac{dZ}{d\dot{x}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{x}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{x}})\, dx \\ &+ (\tfrac{dZ}{dy} - f\tfrac{dZ}{d\dot{y}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{y}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{y}})\, dy \\ &+ (\tfrac{dZ}{dz} - f\tfrac{dZ}{d\dot{z}} + ff\tfrac{dZ}{d\ddot{z}} - fff\tfrac{dZ}{d\dddot{z}})\, dz \end{aligned}\right\} = 0,$$

Si à la place de Z l'on ſubſtitue dans cette dernière équation une fluxion exacte, les coëfficiens de dx, de dy, de dz, s'anéantiront, & on aura $0 = 0$, comme M. Euler a démontré que le problème l'exige; mais pour que cela arrivât, il falloit auparavant avoir retranché en entier l'expreſſion générale de $FLdZ$ dans ce cas, & c'eſt préciſément ce que nous avons fait en ſupprimant tous les termes qui ſe ſont trouvés ſous le ſigne f.

PROBLEME II.

Si Z eſt une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}; \dddot{x}, \dddot{y}, \dddot{z}$, &c. & de FLY, Y étant elle-même une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & qu'il faille faire en ſorte que FLZ ſoit un *plus grand* ou un *moindre*.

1.° J'écrirai Π, aulieu de FLY, quant cela me sera plus commode.

2.° Je désignerai la différence de Z en faisant Π constant par $\bar{d}Z$; on aura

$$\begin{aligned}
dZ &= \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi}\, dFLY,\\
dZ' &= \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'}\, dFLY',\\
dZ'' &= \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''}\, dFLY'',\\
dZ''' &= \bar{d}Z''' + \frac{dZ'''}{d\Pi'''}\, dFLY''',\\
&\quad \&c.\\
dZ^{\text{IV}} &= \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}}\, dFLY^{\text{IV}},\\
dZ^{\text{V}} &= \frac{dZ^{\text{V}}}{d\Pi^{\text{V}}}\, dFLY^{\text{V}},\\
\&c. &\qquad \&c.
\end{aligned}$$

Ensuite, parce que $FLY = FL'Y + 'Y$, & que nous supposons que les quantités que l'on sera varier seront toujours prises de manière que leur variation n'influera pas au-delà de Z & de Y, comme nous avons fait dans le *problème I*, on aura

$$\begin{aligned}
dFLY &= 0,\\
dFLY' &= dY\\
dFLY'' &= dY + dY',\\
dFLY''' &= dY + dY' + dY'',\\
\&c. &\qquad \&c.
\end{aligned}$$

$$\text{Donc } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' + \&c. + \begin{matrix} \frac{dZ'}{d\Pi'} \\ + \frac{dZ'}{d\Pi''} \\ + \frac{dZ''}{d\Pi''} \\ + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \\ + \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}} \\ \&c. \end{matrix} dY + \begin{matrix} \frac{dZ''}{d\Pi''} \\ + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \\ + \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}} \\ \&c. \end{matrix} dY' + \begin{matrix} \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \\ + \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}} \\ \&c. \end{matrix} dY'' + \begin{matrix} \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}} \\ \&c. \end{matrix} dY''' + \&c. = 0$$

Donc

Donc $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' +$ &c. $= FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY + FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' + FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + FL\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dY''' +$ &c.

SOLUTION par la seconde Méthode.

On aura $FL\,dZ = 0$, ou $FL\left(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi}\,FLdY\right) = 0$; mais $FL\,\frac{dZ}{d\Pi}\,FLdY$ étant $= FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY - FL\left(FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY\right)$, en supprimant le terme hors du signe, on aura l'équation

$$FL\left(\bar{d}Z - FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY\right) = 0,$$

qui est dans le cas de celle du *I.er problème.*

PROBLEME III.

Z fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de FLY.

Y fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de FLX.

X fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. seulement.

Faire en sorte que FLZ soit un plus grand ou un moindre.

En écrivant Π au lieu de FLY, & μ pour FLX, d'après la solution du *problème précédent*, on aura

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \text{\&c.} = FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY + FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' + FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + FL\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dY''' + \text{\&c.}$$

Ensuite, parce que $dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\mu}\,dFLX$, & que $dFLX = 0$, on aura,

$$dY = \bar{d}Y,$$
$$dY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\mu'}\,dX,$$
$$dY'' = \bar{d}Y'' + \frac{dY''}{d\mu''}\,dX + \frac{dY''}{d\mu''}\,dX',$$
$$dY''' = \qquad \frac{dY'''}{d\mu'''}\,dX + \frac{dY'''}{d\mu'''}\,dX' + \frac{dY'''}{d\mu'''}\,dX''.$$
&c. &c.

& notre équation fera

$$\begin{aligned}
\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. = {} & FL\,\frac{dZ}{d\Pi}\times\bar{d}Y + FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'}\times\bar{d}Y' + FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''}\times\bar{d}Y'' + \&c. \\
& + \frac{dY'}{d\mu'}\,FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'}\times dX + \frac{dY''}{d\mu''}\,FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''}\times dX' + \frac{dY'''}{d\mu'''}\,FL\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''}\times dX'' + \&c. \\
& + \frac{dY''}{d\mu''}\,FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''} \qquad + \frac{dY'''}{d\mu'''}\,FL\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''} \qquad \&c. \\
& + \frac{dY'''}{d\mu'''}\,FL\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''} \qquad \&c. \\
& \&c.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ou } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. = {} & FL\,\frac{dZ}{d\Pi}\times\bar{d}Y + FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'}\times\bar{d}Y' + FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''}\times\bar{d}Y'' + \&c. \\
& - FL\,\frac{dY}{d\mu}\,FL\,\frac{dZ}{d\Pi}\times dX - FL\,\frac{dY'}{d\mu'}\,FL\,\frac{dZ'}{d\Pi'}\times dX' - FL\,\frac{dY''}{d\mu''}\,FL\,\frac{dZ''}{d\Pi''}\times dX'' - \&c.
\end{aligned}$$

ou enfin

$$\left.\begin{aligned}
& [\,(\frac{dZ}{dx} - FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dY}{dx} + FL\frac{dY}{d\mu}\,FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dX}{dx}) \\
& - f\,(\frac{dZ}{d\dot{x}} - FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dY}{d\dot{x}} + FL\frac{dY}{d\mu}\,FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dX}{d\dot{x}}) \\
& + ff\,(\frac{dZ}{d\ddot{x}} - FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dY}{d\ddot{x}} + FL\frac{dY}{d\mu}\,FL\frac{dZ}{d\Pi}\times\frac{dX}{d\ddot{x}}) \\
& + \&c.\,]\,dx + \&c.
\end{aligned}\right\} = 0.$$

IIe SOLUTION.

On a toujours $FLdZ = 0$, par conféquent ici on aura

$$FL\,(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi}\,FLdY) = 0;$$

mais $FL \frac{dZ}{d\Pi} FLdY$ étant $= FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY - FL\,(FL \frac{dZ}{d\Pi} . dY)$, en supprimant le terme hors du signe, on aura l'équation

$$FL\,(\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} . dY) = 0,$$

qui se changera en celle-ci,

$$FL\,(\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dY}{d\mu} FLdX) = 0.$$

Mais $FL\,(\frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdX)$ étant $= FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdX - FL\,(FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dX)$,

en supprimant le terme hors du signe, on aura enfin

$$FL\,(\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y + FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dX) = 0.$$

PROBLEME IV.

Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de Π.

Et Π n'est donnée que par une équation entre $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \dddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. Π & $\dot{\Pi}$.

Il faut rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

A la place de Π, je mets FLY, $\dot{\Pi}$ sera $= Y$, & Y se trouvera être une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de FLY; on aura

$$dZ = \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} dFLY = \bar{d}Z,$$

$$dZ' = \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'} dY,$$

$$dZ'' = \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY',$$

$$dZ''' = \text{\&c.} + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY' + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY'',$$

$$dZ^{IV} = + \frac{dZ^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY + \frac{dZ^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY' + \frac{dZ^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY'' + \frac{dZ^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY''',$$

&c. &c.

& notre équation sera

$$\left.\begin{array}{l} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. - FL\dfrac{dZ}{d\Pi} \times dY - FL\dfrac{dZ'}{d\Pi'} \\ \times dY' - FL\dfrac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' - FL\dfrac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dY''' - \&c. \end{array}\right\} = 0.$$

Soit $-FL\dfrac{dZ}{d\Pi} = \alpha$, on aura

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha dY + \alpha' dY' + \alpha'' dY'' + \alpha''' dY''' + \&c. = 0;$$

mais dY étant $= \bar{d}Y + \dfrac{dY}{d\Pi} dFLY = \bar{d}Y,$

$$\begin{array}{lll} dY' & = \bar{d}Y' + \dfrac{dY'}{d\Pi'} dY, & \\ dY'' & = \bar{d}Y'' + \dfrac{dY''}{d\Pi''} dY & + \dfrac{dY''}{d\Pi''} dY', \\ \&c. & \quad\quad\quad\quad \&c. & \end{array}$$

on aura

$$\begin{array}{llll} & \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' + \&c. & & \\ + \alpha' \dfrac{dY'}{d\Pi'} \times dY & + \alpha'' \dfrac{dY''}{d\Pi''} \times dY' & + \alpha''' \dfrac{dY'''}{d\Pi'''} \times dY'' & + \&c. = 0, \\ + \alpha'' \dfrac{dY''}{d\Pi''} & + \alpha''' \dfrac{dY'''}{d\Pi'''} & \&c. & \\ + \alpha''' \dfrac{dY'''}{d\Pi'''} & \&c. & & \\ \&c. & & & \end{array}$$

ou $$\left.\begin{array}{l} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' + \&c. \\ - FL\alpha\dfrac{dY}{d\Pi} \times dY - FL\alpha'\dfrac{dY'}{d\Pi'} \times dY' - FL\alpha''\dfrac{dY''}{d\Pi''} \times dY'' - \&c. \end{array}\right\} = 0.$$

Soit $\beta = -FL\alpha\dfrac{dY}{d\Pi}$,

on aura

$$\left.\begin{array}{l} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' + \&c. \\ + \beta dY + \beta' dY' + \beta'' dY'' + \beta''' dY''' + \&c. \end{array}\right\} = 0;$$

&, par une opération pareille à la précédente, on aura

$$\left.\begin{array}{l} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + (\alpha + \beta)\,\bar{d}Y + (\alpha' + \beta')\,\bar{d}Y' \\ + (\alpha'' + \beta'')\,\bar{d}Y'' + \&c. + \gamma dY + \gamma' dY' + \gamma'' dY'' + \&c. \end{array}\right\} = 0,$$

& γ sera $= - FL\beta \frac{dY}{d\Pi}$;

en supposant $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon +$ &c. $= s$; on aura donc enfin

$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' +$ &c. $+ s\bar{d}Y + s'\bar{d}Y' + s''dY'' +$ &c. $= 0$.

On aura de plus $\alpha = - FL \frac{dZ}{d\Pi}$,

$$\beta = - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\gamma = - FL\beta \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\delta = - FL\gamma \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\varepsilon = - FL\delta \frac{dY}{d\Pi},$$

&c. &c.

donc $s = - FL \frac{dZ}{d\Pi} - FLs \frac{dY}{d\Pi}$,

ou $\dot{s} = - \frac{dZ}{d\Pi} - s \frac{dY}{d\Pi}$;

d'où l'on tirera $s = \dfrac{- FL \frac{dZ}{d\Pi} e^{FL \frac{dY}{d\Pi}}}{e^{FL \frac{dY}{d\Pi}}}$.

SOLUTION par la seconde Méthode.

Z fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de FLY.

Et Y aussi fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de FLY.

Rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

J'écrirai Π à la place de FLY.

On aura $FLdZ = 0$, ou $FL(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FLdY) = 0$.

Mais $FL\frac{dZ}{d\Pi}FLdY$ étant $= FL\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY - FL(FL\frac{dZ}{d\Pi}.dY)$, en ſupprimant le terme hors du ſigne, on aura

$FL(\bar{d}Z - FL\frac{dZ}{d\Pi}.dY) = 0$; ſoit $\alpha = -FL\frac{dZ}{d\Pi}$, on aura $FL(\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$: mais $dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\Pi}FLdY$, on aura donc $FL(\bar{d}Z + \alpha Y + \alpha\frac{dY}{d\Pi}FLdY) = 0$.

Mais $F\alpha\frac{dY}{d\Pi}FLdY$ étant $= FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times FLdY - FL(FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times dY)$, en ſupprimant le terme hors du ſigne, on aura

$FL(\bar{d}Z + \alpha\bar{d}Y - FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times dY) = 0$; je fais $\beta = -FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}$; j'aurai $FL(\bar{d}Z + \alpha\bar{d}Y + \beta dY) = 0$, &, par la même opération que celle que nous venons de faire, j'aurai

$$FL[\bar{d}Z + (\alpha + \beta).\bar{d}Y + \gamma dY] = 0;$$

& γ ſera $= -FL\beta\frac{dY}{d\Pi}$;

en ſuppoſant $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon +$ &c. $= s$,

on aura donc enfin $FL(\bar{d}Z + s\bar{d}Y) = 0$.

On aura de plus $\alpha = -FL\frac{dZ}{d\Pi}$,

$$\beta = -FL\alpha\frac{dY}{d\Pi};$$

$$\gamma = -FL\beta\frac{dY}{d\Pi};$$

$$\delta = -FL\gamma\frac{dY}{d\Pi};$$

&c. &c.

donc $s = -FL\frac{dZ}{d\Pi} - FLs\frac{dY}{d\Pi}$;

ou $\dot{s} = -\frac{dZ}{d\Pi} - s\frac{dY}{d\Pi}$.

PROBLEME V.

Z eſt une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de Π.

Et Π n'eſt donnée que par une équation entre $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. $\Pi, \dot{\Pi}, \ddot{\Pi}$.

Il faut rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

A la place de Π, je mets $FLFLY$, $\dot{\Pi}$ ſera $= FLY$ & $\ddot{\Pi} = Y$.

Et Y ſe trouvera être une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. de FLY & de $FLFLY$.

Pour la facilité des calculs dans leſquels nous allons entrer, il ſera bon d'avoir ſous ſes yeux ces deux Tables-ci :

	$dFLFLY = 0$,
$dFLY = 0$,	$dFLFLY' = 0$,
$dFLY' = dY$,	$dFLFLY'' = dY$,
$dFLY'' = dY + dY'$,	$dFLFLY''' = 2dY + dY'$,
$dFLY''' = dY + dY' + dY''$,	$dFLFLY^{\text{IV}} = 3dY + 2dY' + dY''$,
&c. &c.	$dFLFLY^{\text{V}} = 4dY + 3dY' + 2dY'' + dY'''$,
	&c. &c.

Nous aurons

$$dZ = \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi}\, dFLFLY = \bar{d}Z,$$

$$dZ' = \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'}\, dFLFLY' = \bar{d}Z',$$

$$dZ'' = \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''}\, dY,$$

$$dZ''' = \bar{d}Z''' + 2\,\frac{dZ'''}{d\Pi'''}\, dY + \frac{dZ'''}{d\Pi'''}\, dY',$$

$$dZ^{\text{IV}} = \quad 3\,\frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}}\, dY + 2\,\frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}}\, dY' + \frac{dZ^{\text{IV}}}{d\Pi^{\text{IV}}}\, dY'',$$

&c. &c.

Donc
$$\left.\begin{matrix} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' + \text{\&c.} + FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY \\ + FLFL\,\frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' + FLFL\,\frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + \text{\&c.} \end{matrix}\right\} = 0.$$

Je fais $FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} = \alpha$,

on aura $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' +$ &c. $+ \alpha dY + \alpha' dY' + \alpha'' dY'' +$ &c. $= 0$;

mais

$$dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\dot{\Pi}}\, dFLY + \frac{dY}{d\Pi}\, dFLFLY = \bar{d}Y,$$

$$dY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\dot{\Pi}'}\, dY + \frac{dY'}{d\Pi'}\, dFLFLY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\Pi'}\, dY,$$

$$dY'' = \bar{d}Y'' + \frac{dY''}{d\dot{\Pi}''}\, dY + \frac{dY''}{d\dot{\Pi}''}\, dY' + \frac{dY''}{d\Pi''}\, dY,$$

$$dY''' = \frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''}\, dY + \frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''}\, dY' + \frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''}\, dY'' + 2\,\frac{dY'''}{d\Pi'''}\, dY + \frac{dY'''}{d\Pi'''}\, dY',$$

$$dY^{iv} = \frac{dY^{iv}}{d\dot{\Pi}^{iv}}\, dY + \frac{dY^{iv}}{d\dot{\Pi}^{iv}}\, dY' + \frac{dY^{iv}}{d\dot{\Pi}^{iv}}\, dY'' + \frac{dY^{iv}}{d\dot{\Pi}^{iv}}\, dY''' + 3\,\frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}}\, dY$$
$$+ 2\,\frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}}\, dY' + \frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}}\, dY'',$$

&c. &c.

donc $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' +$ &c. $+ \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' +$ &c.

$$+ \alpha'\,\frac{dY'}{d\dot{\Pi}'}\, dY + \alpha''\,\frac{dY''}{d\dot{\Pi}''}\, dY' + \alpha'''\,\frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''}\, dY'' + \text{\&c.}$$

$$+ \alpha''\,\frac{dY''}{d\dot{\Pi}''} \qquad + \alpha'''\,\frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''} \qquad \text{\&c.}$$

$$+ \alpha'''\,\frac{dY'''}{d\dot{\Pi}'''} \qquad \text{\&c.}$$

&c.

$$+ \alpha''\,\frac{dY''}{d\Pi''}\, dY + \alpha'''\,\frac{dY'''}{d\Pi'''}\, dY' + \alpha^{iv}\,\frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}}\, dY'' + \text{\&c.} = 0;$$

$$+ 2\alpha'''\,\frac{dY'''}{d\Pi'''} \qquad + 2\alpha^{iv}\,\frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}} \qquad \text{\&c.}$$

$$+ 3\alpha^{iv}\,\frac{dY^{iv}}{d\Pi^{iv}} \qquad \text{\&c.}$$

&c.

où

$$\left.\begin{aligned}&\text{ou } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' + \&c.\\ &+ \left(FLFL\alpha\frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}}\right)dY + \left(FLFL\alpha'\frac{dY'}{d\Pi'}\right.\\ &\left.- FL\alpha'\frac{dY'}{d\dot{\Pi}'}\right)dY' + \left(FLFL\alpha''\frac{dY''}{d\Pi''} - FL\alpha''\frac{dY''}{d\dot{\Pi}''}\right)dY'' + \&c.\end{aligned}\right\} = 0.$$

Je fais $FLFL\alpha\frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}} = \beta$,

$$\left.\begin{aligned}&\text{on aura } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha\bar{d}Y + \alpha'\bar{d}Y' + \alpha''\bar{d}Y'' + \&c.\\ &+ \beta dY + \beta' dY' + \beta'' dY'' + \beta''' dY''' + \&c.\end{aligned}\right\} = 0;$$

soit $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \&c. = s$,

notre équation sera

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + s\bar{d}Y + s'\bar{d}Y' + s''\bar{d}Y'' + \&c. = 0,$$

& on aura $\alpha = FLFL\frac{dZ}{d\Pi}$,

$$\beta = FLFL\alpha\frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\gamma = FLFL\beta\frac{dY}{d\Pi} - FL\beta\frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\delta = FLFL\gamma\frac{dY}{d\Pi} - FL\gamma\frac{dY}{d\dot{\Pi}};$$

$$\varepsilon = FLFL\delta\frac{dY}{d\Pi} - FL\delta\frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

&c. &c.

donc $s = FLFL\frac{dZ}{d\Pi} + FLFLs\frac{dY}{d\Pi} - FLs\frac{dY}{d\dot{\Pi}}$,

$$\dot{s} = FL\frac{dZ}{d\Pi} + FLs\frac{dY}{d\Pi} - s\frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\&\ \ddot{s} = \frac{dZ}{d\Pi} + \left(\frac{dY}{d\Pi} - f\frac{dY}{d\dot{\Pi}}\right)s - \frac{dY}{d\dot{\Pi}}\dot{s}.$$

SOLUTION par la seconde Méthode.

Z étant une fonction de x, y, z; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. & de Π.

Et Π n'étant donnée que par une équation entre x, y, z; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. Π, $\dot{\Pi}$, $\ddot{\Pi}$.

Rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

Je fais $\Pi = FLFLY$, $\dot{\Pi}$ sera $= FLY$ & $\ddot{\Pi} = Y$.

Et Y se trouvera être une fonction de x, y, z; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. de FLY & de $FLFLY$.

On aura $FLdZ = 0$, donc $FL\,(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FLFLdY) = 0$; mais

$FL\,\frac{dZ}{d\Pi} FLFLdY$ étant $= FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLFLdY - FL\,(FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY)$,

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL\,(\bar{d}Z - FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY) = 0,$$

& $FL\,(FL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY)$ étant $= FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY - FL\,(FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY)$,

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL\,(\bar{d}Z + FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} \times dY) = 0.$$

Soit $FLFL\,\frac{dZ}{d\Pi} = \alpha$, on aura $FL\,(\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$;

& en mettant pour dY sa valeur, on aura

$$FL\,(\bar{d}Z + \alpha\bar{d}Y + \alpha\frac{dY}{d\Pi} FLFLdY + \alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}} FLdY) = 0.$$

Mais $FL\,(\alpha\frac{dY}{d\Pi} FLFLdY$ étant $= FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times FLFLdY - FL\,(FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times FLdY)$,

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL\,(\bar{d}Z + \alpha\bar{d}Y - FL\alpha\frac{dY}{d\Pi} \times FLdY + \alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}} \times FLdY) = 0;$$

& $FL\left[\left(\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}}-FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right).FL\,dY\right]$ étant $= FL\left(\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}}\right.$ $\left.-FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right)\times FL\,dY - FL\left[FL\left(\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}}-FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right).dY\right]$,
en ſupprimant le terme hors du ſigne, on aura

$$FL\left[\bar{d}Z + \alpha dY - FL\alpha\left(\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right).dY\right] = 0.$$

Soit $-FL\left(\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right) = \beta$,

on aura $FL(\bar{d}Z + \alpha\bar{d}Y + \beta dY) = 0$.

Si l'on fait ſur cette équation les mêmes opérations que celles que l'on vient de faire ſur l'équation $FL(\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$,

On aura $FL[\bar{d}Z + (\alpha + \beta).\bar{d}Y + \gamma dY] = 0$,

& Y ſera même fonction de β que β de α; par conſéquent

γ ſera $= -FL\left(\beta\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\beta\frac{dY}{d\Pi}\right)$.

Soit $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon +$ &c. *à l'infini* $= s$,

on aura $FL(\bar{d}Z + s\bar{d}Y) = 0$,

& $\alpha = FLFL\frac{dZ}{d\Pi}$;

$\beta = -FL\left(\alpha\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\alpha\frac{dY}{d\Pi}\right)$,

$\gamma = -FL\left(\beta\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\beta\frac{dY}{d\Pi}\right)$,

$\delta = -FL\left(\gamma\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FL\gamma\frac{dY}{d\Pi}\right)$,

&c. &c.

donc $s = FLFL\frac{dZ}{d\Pi} - FL\left(s\frac{dY}{d\dot{\Pi}} - FLs\frac{dY}{d\Pi}\right)$,

$\dot{s} = FL\frac{dZ}{d\Pi} - s\frac{dY}{d\dot{\Pi}} + FLs\frac{dY}{d\Pi}$),

& $\ddot{s} = \frac{dZ}{d\Pi} + \left(\frac{dY}{d\Pi} - f\frac{dY}{d\dot{\Pi}}\right)s - \dot{s}\frac{dY}{d\dot{\Pi}}$;

PROBLEME GÉNÉRAL.

1.° L'on veut que $FLZ \times FLY$ soit un *plus grand* ou un *moindre*:

L'on aura $(\&c. + '''Z + ''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + Z^{\text{iv}} + \&c.) \times (\&c. + '''Y + ''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) =$ un *plus grand* ou un *moindre*.

C'est-à dire $(\&c. + '''Z + ''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.) \times d(\&c. + '''Y + ''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) + (\&c. + '''Y + ''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) \times d(\&c. + '''Z + ''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.) = 0.$

Si lorsque x sera $= c$ & $y = e$, ceci $(\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.)$ est $= A$, ceci $(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.)$ est $= B$, $\dot{Z}$ est $= a$, Y est $= b$, notre équation (en supposant, par exemple, que Z & Y ne sont fonctions que de $x, y;\ \dot{x}, \dot{y};\ \ddot{x}, \ddot{y}$, &c. comme dans le *problème I.er*) sera

$$A\left(\frac{d''b}{d''e} - f\frac{d''b}{d''\dot{e}} + ff\frac{d''b}{d''\ddot{e}}\right)de + B\left(\frac{d''a}{d''e} - f\frac{d''a}{d''\dot{e}} + ff\frac{d''a}{d''\ddot{e}}\right)de = 0.$$

Or si l'équation que nous cherchons est

$$A\left(\frac{dY}{dy} - f\frac{dY}{d\dot{y}} + ff\frac{dY}{d\ddot{y}}\right)dy'' + B\left(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}} + ff\frac{dZ'}{d\ddot{y}}\right)dy'' = 0;$$

elle renfermera la précédente, & elle résoudra par conséquent le problème proposé.

2.° si c'est $\frac{FLZ}{FLY}$ qui doive être un *plus grand* ou un *moindre*.

On aura $(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.) . d(\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.) - (\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.) . d(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.) = 0.$

C'est-à-dire

$$B\left(\frac{dZ}{dy} - f\frac{dZ}{d\dot{y}} + ff\frac{dZ}{d\ddot{y}}\right) - A\left(\frac{dY}{dy} - f\frac{dY}{d\dot{y}} + ff\frac{dY}{d\ddot{y}}\right) = 0;$$

3.° Si *w* est une fonction de $x, y; \dot{x}, \dot{y}; \ddot{x}, \ddot{y}$, &c. de *FLZ*, de *FLY*, de *FLX*, &c. & qu'il faille que cette fonction soit un *plus grand* ou un *moindre*.

L'on commmencera par la rendre une fonction de $c, e; \dot{c}, \dot{e}; \ddot{c}, \ddot{e}$, &c. de *A*, de *B*, de *C*, &c. ensuite l'on en prendra la différence en ne faisant varier que *A, B, C*, &c. qu'on fera $= 0$, l'on substituera dans cette équation pour *dA, dB, dC*, &c. c'est à-dire pour d(&c. + $'Z$ + Z + Z' + &c.), pour d(&c. + $'Y$ + Y + Y' + &c.), pour d(&c. + $'X$ + X + X' + &c.) &c. leurs valeurs générales prises d'après les problèmes précédens, & le problème sera résolu.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MÉMOIRE
SUR LES CONTRE-COUPS.

Par M. LAFOSSE.

L'EXISTENCE des contre-coups, ſi long-temps conteſtée par des auteurs, d'ailleurs pleins de mérite, n'eſt plus révoquée en doute de nos jours; le grand nombre d'obſervations qui l'appuyent & que tant d'auteurs ont raſſemblées, ſuffiroit pour la démontrer, ſi nous n'avions encore le témoignage de tant d'auteurs célèbres, parmi leſquels on peut nommer Hippocrate, Celſe, Paré & les plus illuſtres d'entre les modernes : ces maîtres de l'art ont établi cette vérité par les preuves les plus authentiques contre les partiſans de la doctrine contraire, à la tête deſquels on voit Paul d'Égine, Gui de Chauliac & Diemerbroëck; ceux-ci donnoient pour grande raiſon de l'impoſſibilité des contre-coups, l'interpoſition des ſutures qui devoient empêcher la communication du mouvement entre les différens os du crâne, & ils ſe

récrioient fort sur la disparité qu'il y avoit entre le crâne & les différens vaisseaux de verre & autres matières dont on se servoit pour faire les expériences. Les bornes & l'objet de ce Mémoire ne me permettent point de répondre à ces différentes objections avec détail, il me suffit de citer l'observation constamment répétée & saisie par des yeux incapables de rien donner au préjugé; telles sont les observations de Tulpius, d'Amatus, de Valsalva, de M.[rs] Garangeot, le Dran, & la plupart de celles que M. Quesnay a recueillies dans les Mémoires de l'Académie de Chirurgie.

On entend par contre-coup *(resonitus oppositio)* la lésion qui résulte du choc d'une cause mécanique quelconque contre le crâne, lésion qui se manifeste dans un endroit différent de celui où s'est fait le choc.

Le contre-coup est une expression générique, comme je le dirai ci-dessous, & il est en cela très-distinct de la commotion, qui n'est qu'une secousse du cerveau dans la cavité du crâne, d'où s'ensuit la dépravation ou l'abolition des fonctions qui en dépendent; la commotion est conséquemment une affection du cerveau lui seul, & elle est souvent l'effet du contre-coup.

Les contre-coups proprement dits, peuvent avoir lieu dans toute l'étendue du crâne, à sa partie supérieure ou à sa base, aux parties latérales, à la partie antérieure ou postérieure; ils ont lieu d'une tempe à l'autre, & ces exemples sont même les plus fréquens, du front vers l'occiput, &c. [a]

En considérant l'inégale épaisseur des différentes régions du crâne, & sur-tout la ferme connexion des os qui le composent dans l'adulte; on sent que le crâne étant frappé dans un point, il est possible qu'il se casse dans un autre endroit, non-seulement par la raison de la plus forte résistance du point frappé & de la moindre des parties circonvoisines ou des parties opposées, mais encore par la raison de la direction du mouvement communiqué: on sait que les parties foibles cèdent, & que les fortes résistent (comme l'avance M. Grima) [b]; mais on sait aussi que cette règle n'est pas constante dans tous les cas de contre-coups. Pourquoi,

[a] *Voy. Paré, Tulpius, Mém. de l'Académie de Chirurgie.*

[b] *Voyez Mém. couronné par l'Académie de Chirurgie.*

dans ces violentes fractures où l'apophyse cunéiforme de l'os occipital, le corps de l'os sphénoïde, l'apophyse pierreuse du temporal sont fracturées, ne remarque-t-on pas des fractures aux parties les plus minces des autres os du crâne, puisqu'elles ont nécessairement dû résister beaucoup moins? C'est, sans doute, parce que dans l'instant du choc, le mouvement imprimé aux parties du crâne, s'est dirigé vers les parties fracturées.

Mille expériences communes, sans invoquer à notre secours les expériences physiques faites à dessein, nous démontrent que le mouvement imprimé à un corps dur qui résiste, ne se communique point de la même façon que celui qu'on imprime aux liquides; on voit le mouvement suivre dans sa communication certaines directions de préférence à d'autres & se porter constamment, soit directement, soit par des directions combinées, vers le lieu opposé à la puissance qui frappe *(a)*. Cette règle ou cet axiome général qui appartient aux corps parfaitement élastiques, souffre quelques modifications lorsqu'on l'applique aux corps physiques qui nous environnent, & ces modifications sont celles de la résistance du milieu & du différent degré de ténacité des parties de ces corps.

Je m'écarterois de mon objet si j'entreprenois de prouver plus au long cette restriction avec laquelle il faut entendre le principe de M. Grima; lorsque le coup portera avec violence sur un endroit qui présentera une résistance supérieure à la force de cette percussion (le plus souvent parce qu'il sera appuyé par les parties environnantes), il n'arrivera rien dans l'endroit frappé, mais toutes les parties continues en seront nécessairement ébranlées; celles dont les principes d'union seront plus foibles que la portion de secousse & d'ébranlement qu'elles ont reçu, & sur lesquelles l'effort du coup se dirigera, se sépareront comme si un coup de pareille intensité les avoit frappées immédiatement. J'ajoute à cette explication de M. Grima, ces mots, *sur lesquelles l'effort du coup se*

(a) Les effets de la percussion diffèrent entièrement de ceux de la pression continuée : cette distinction sensible par le seul exposé, donne la solution du faux principe de M. Grima.

dirigera;

Brigera; car l'obſervation démontre bien que toutes les parties continues étant ébranlées, ce ne ſont pas toujours les plus foibles qui ſe fracturent, ce qui devroit pourtant arriver ſi le principe poſé par cet auteur étoit effectivement fondé.

La direction plus ou moins oblique du corps qui heurte, donne la ſolution de cette difficulté; on ſent bien que les parties frappées ſe trouvant plus ou moins rapprochées du centre du mouvement de ce corps, il y aura inégalité de diſtribution dans le mouvement imprimé.

Il eſt vrai qu'à cauſe des différentes variétés qu'on obſerve dans les os du crâne, il n'eſt pas poſſible d'établir aucune règle ſûre à cet égard, ainſi il ne peut y avoir d'autre moyen exact de connoître le contre-coup que par ſes effets; m'étant néanmoins propoſé d'établir la théorie des contre-coups, je crois utile de tracer quelques idées qui tendent à expliquer la manière dont ſe communique ce mouvement imprimé, pour ne pas laiſſer une lacune auſſi ſenſible dans l'expoſé de cette théorie.

En conſidérant le crâne dans l'état adulte, on le peut concevoir diviſé en différens cercles oſſeux & élaſtiques, ſoit verticaux, ſoit obliques, ſoit horizontaux, leſquels ſe coupent en différens ſens. Suppoſons encore qu'un corps ſolide quelconque vienne heurter ſur un point de la circonférence d'un de ces cercles, qu'arrivera-t-il? Ce point ſouffrira une dépreſſion, ou pour mieux dire, en cédant au choc il ſe rapprochera du centre, mais il ne peut s'en rapprocher qu'en écartant les points circonvoiſins qui l'aſſujétiſſent, & ainſi ſucceſſivement juſqu'aux autres points de la circonférence qui ſont diſtans d'un quart de cercle, leſquels ſeront au contraire écartés du centre; c'eſt-à-dire que le cercle ceſſera d'être cercle dans cet inſtant & deviendra ellipſe; il ſuit donc de-là que le point de cette ſection circulaire diamétralement oppoſé à celui du coup, ſe rapprochera de même du centre; c'eſt ce qui eſt démontré par une infinité d'expériences que nous avons ſous les yeux. En effet, tous les corps ſonores qui ont une forme cylindrique ou circulaire, ſont dans ce cas; telles ſont les cloches, les cylindres, les cônes creux, &c. On conçoit également ces corps diviſés en portions annulaires, leſquelles étant frappées dans un de leurs

points, ſe vibrent alternativement en changeant ſenſiblement de figure *(b)*.

Il ſuffira de citer ici une expérience de Léibnitz, faite à deſſein de prouver le changement de figure des corps ſolides & circulaires, conſéquemment à la percuſſion; cet homme fameux à tant de titres, ſuſpendoit horizontalement à un point fixe, un anneau
Fig. 1. de fer d'environ 4 pieds de diamètre, par le moyen de trois cordons qui interceptoient entre eux un arc de 120 degrés: il attachoit enſuite avec un fil une petite boule de métal, qu'il plaçoit dans la partie intérieure de l'anneau, de façon qu'elle ſût en contact avec lui, il frappoit enſuite l'anneau extérieurement à la partie diamétralement oppoſée à celle que touchoit la boule; & cette boule étoit auſſitôt renvoyée vers l'endroit de la percuſſion; preuve évidente que la partie oppoſée à celle qui avoit été frappée, avoit ſouffert une dépreſſion ſemblable, c'eſt-à-dire vers le centre, ou bien que cet anneau, de circulaire qu'il étoit avant la percuſſion, étoit devenu elliptique dans l'inſtant indiviſible de la percuſſion.

Il ſuit de cette notion, que ſi la force qui comprime l'anneau étoit plus conſidérable que l'adhéſion de ſes parties entre elles, alors l'anneau ſe romproit préciſément dans l'endroit de ſa circonférence oppoſé à celui du coup, par les raiſons que j'expoſerai ci-deſſous, à moins qu'il ne ſe trouvât quelque partie de l'anneau plus foible que la partie oppoſée.

Tout ce qui a été dit ſur cet anneau, eſt applicable au crâne lui-même, en y joignant quelques modifications qui rendent la parité plus exacte: le crâne eſt un compoſé de parties dures & qui, à raiſon de leur forte connexion entre elles, ne doivent être regardées que comme un même corps continu, qui varie en ſolidité & épaiſſeur dans différens endroits déterminés: outre cela, les différentes ſections qu'on peut faire du crâne ſont très-variées
Figures 2, 3 & 4. entre elles, tant par rapport à leur totalité que par rapport à leur

(b) Du reſte, tout ce que je dis ici des propriétés d'une ſection circulaire du crâne, doit s'appliquer aux ſections elliptiques; ſi ces ellipſes ſont frappées au point qui répond à leur diamètre le plus court, elles deviennent encore plus elliptiques; ſi au contraire la percuſſion s'eſt faite ſur le diamètre le plus long, elles ſe rapprochent de la forme circulaire.

parties. Les ſections horizontales qui ſéparent la calotte du crâne d'avec ſa baſe, ſont oviſormes, les verticales & les tranſverſales ſont preſque circulaires, les verticales d'avant en arrière ſont oviſormes comme les horizontales, & ainſi du reſte à meſure qu'elles ont différens degrés d'obliquité & qu'elles paſſent ſur tel ou tel os. On conçoit encore des ſections circulaires ou cercles particuliers qui peuvent avoir un centre différent du centre commun du crâne. Il eſt encore à remarquer que dans certaines ſections comme les horizontales, la partie de ces ſections qui paſſe par l'os coronal & les temporaux, fait une portion de cercle ou d'ellipſe plus petite & plus mince que la poſtérieure qui correſpond à l'occipital.

Qu'un corps étranger quelconque vienne heurter ſur un endroit déterminé du crâne, la tempe droite, par exemple, il ſe fera une dépreſſion ſur cette portion des ſections circulaires ou oviformes qui y correſpondent, la portion diamétralement oppoſée, ou la tempe gauche, ſera auſſi déprimée dans un ſens diamétralement oppoſé, comme il a été dit ci-deſſus, ou bien ces ſections du crâne repréſenteront une ellipſe plus alongée qu'auparavant; donc le principal effort ſe ſera ſur les deux tempes: il ne reſte à préſent qu'à démontrer comment la fracture ou ſente ſe maniſeſte ſouvent à l'endroit oppoſé préférablement à celui du coup.

C'eſt ce qu'il me paroît aiſé de déduire, ſi l'on fait attention que l'effort du corps qui choque la tempe droite (pour me ſervir du même exemple) ſe tranſmet tout de ſuite aux parties collatérales, & ainſi ſucceſſivement juſqu'à la tempe oppoſée où le mouvement eſt non-ſeulement auſſi conſidérable, mais encore accompagné d'une circonſtance qui ne ſe trouve pas au choc reçu par la tempe droite: cette différence eſt en effet évidente, car la tempe gauche reçoit l'impreſſion du coup par deux routes contraires, qui ſe rencontrent préciſément au point diamétralement oppoſé à celui ſur lequel il a porté; le choc y ſera donc d'autant plus violent qu'il ne peut être tranſmis par ſucceſſion à d'autres parties, comme il arrive à la tempe oppoſée: il doit donc s'y faire un coup ſec, qui n'eſt diminué par aucune cauſe concourante.

Le principe général que j'ai admis avec M. Grima, & les

modifications que j'y ai jointes, font assez entendre qu'il ne faut pas conclure de ce que je viens de dire, que les endroits du crâne opposés à ceux qui reçoivent le coup, doivent toujours être lésés, tandis que les autres ne le seroient point : les observations les plus communes démentiroient cette conséquence qui ne suit point de la théorie que je viens d'établir; il est évident qu'il doit y avoir proportion entre la force du corps qui frappe & la ténacité ou l'adhésion mutuelle des parties du crâne : si la force du corps qui est lancé contre le crâne est de beaucoup supérieure à cette ténacité, il se fera dès ce premier instant une dépression trop considérable des parties frappées, la force par laquelle elles adhèrent entre elles étant inférieure à celle du corps qui tend à les désunir, l'adhésion doit être rompue; si la force du corps qui heurte est égale ou presque égale à cette ténacité, la partie du crâne frappée résistera, tandis que l'opposée cèdera par les raisons ci-dessus énoncées, & c'est dans ce cas que le contre-coup produira fente ou fracture à l'os : si enfin cette force du corps qui heurte est beaucoup inférieure à cette adhérence des parties, il n'y aura ni fente ni fracture ou autre accident pareil dans aucun endroit du crâne, mais comme il se fait toujours un aplatissement ou complanation des os du crâne à la partie frappée & à celle qui est diamétralement opposée, il pourra y avoir une contusion ou rupture des vaisseaux, ou même un dérangement dans la substance diploïque, à l'endroit opposé à celui du coup, ou en d'autres endroits où cette substance aura moins résisté *(c)**.

* *Voy. Tulpius Observ. liv. 1, chap. 2.*

(c) Que le coup porte sur le diamètre le plus long de l'ellipse, cet aplatissement se fera de même, c'est ce qui est démontré par l'observation que rapporte Ambroise Paré, au sujet de Henri II, Roi de France, qui ayant reçu un coup de lance au-dessus de l'œil droit, mourut le onzième jour de sa blessure; on trouva des morceaux de bois dans la substance de l'œil, sans qu'il y eût fracture des os, mais ayant ouvert le crâne, on trouva au côté opposé, c'est-à-dire vers l'occipital, beaucoup de sang répandu entre la dure & la pie-mère, on vit même une partie du cerveau d'environ un pouce d'étendue, qui étoit devenue jaunâtre & qui avoit acquis un commencement de putréfaction.

Une femme en tombant à la renverse sur l'os occipital, eut un contre-coup si violent que l'œil fut entièrement déplacé, elle mourut le jour de sa chute. Ces observations si péremptoires pour prouver ce que je viens de dire, prouvent encore que l'épaisseur des os ne les met point à l'abri d'une pareille modification.

J'ai dit que le contre-coup pouvoit être ſuivi d'épanchement au côté oppoſé, ou même d'une forte contuſion au cerveau, qui peut dégénérer en abſcès, en gangrène, &c. L'explication de ces accidens connus de tout le monde, découle encore de la théorie que j'ai établie; en effet, on ſent qu'un coup violent porté ſur une partie déterminée du crâne, déprime cette partie, & par conſéquent le cerveau qui lui répond; ce viſcère eſt donc mû fortement vers la partie oppoſée du crâne, mais cette même partie oppoſée, ſe meut dans un ſens directement contraire à celui du cerveau (ainſi qu'il a été prouvé ci-deſſus); il doit donc ſe faire un nouveau choc entre le cerveau & cette partie, dont les mouvemens ſont diamétralement oppoſés; il y aura donc contuſion ou ébranlement du cerveau, puiſqu'il eſt moins capable de réſiſtance que le crâne. Il paroît au premier abord que le cerveau qui remplit la cavité du crâne, ne peut point être ainſi balotté d'un côté du crâne au côté oppoſé: mais indépendamment des obſervations qui ôtent tout lieu de doute ſur cette matière, l'Anatomie & l'analogie indiquent un eſpace entre le cerveau & la dure-mère, on le voit ſenſiblement dans le canal médullaire des vertèbres; & le mouvement particulier dont jouit le cerveau dans tous les animaux qui reſpirent, fait le complément de la démonſtration: il me paroît inutile de s'appuyer ſur des autorités dans une choſe démontrable.

Qu'un corps ſolide quelconque ſoit lancé avec force contre la tête, ou que la tête heurte contre un pareil corps ſolide qui lui réſiſte, les effets ſeront toujours les mêmes; c'eſt-à-dire qu'il s'enſuivra une léſion de la tête plus ou moins conſidérable: je ne m'arrête qu'au ſeul contre-coup qui peut être l'effet de l'un & de l'autre cas.

Le contre-coup, comme je l'ai dit ci-deſſus, eſt différent de la commotion dont il eſt la cauſe la plus ordinaire, d'où il arrive que ſe trouvant le plus ſouvent réunis, il en réſulte une complication de ſymptômes capable de dérouter l'obſervateur le plus exact & le plus attentif; M. Petit croit que la perte de connoiſſance & l'aſſoupiſſement, ne ſont que l'effet de la commotion du cerveau quand ils ſurviennent à l'inſtant même du coup, & que

lorſqu'ils arrivent enſuite, ils ſont au contraire cauſés par un épanchement qui s'eſt fait ſous le crâne depuis le coup; d'où il diviſe les ſymptômes des coups à la tête en primitiſs ou qui attaquent ſubitement le bleſſé dans l'inſtant du coup, & en ſymptômes conſécutifs ou qui ſurviennent quelque temps après.

Il faut remarquer là-deſſus que la perte de connoiſſance cauſée par commotion, peut être ſuivie d'une autre qui dépende d'un épanchement & qu'il arrive quelqueſois qu'il n'y a aucun intervalle qui les ſépare; d'où l'on doit concluie que ces épanchemens ſont encore à craindre lorſque ces ſymptômes ſaiſiſſent promptement le malade, & qu'il ne faut jamais précipiter une déciſion ſur des ſignes qui ne ſont pas plus poſitifs.

Voyez Ledran, Obſ. de Chir.

La plupart des conjectures propoſées par les auteurs, comme des indices très-poſitifs, ſe réduiſent à peu de choſe lorſqu'on les ſoumet à un examen rigoureux; les obſervations prouvent que le détachement du péricrâne n'indique pas plus les léſions du crâne, que ſon adhérence n'en indique l'intégrité; la direction, la maſſe & la rapidité du corps qui choque, n'offrent rien de plus ſatisfaiſant, conſidérés ſeuls, puiſqu'un coup de poing ou un ſoufflet *(d)*, cauſent des épanchemens mortels, tandis que des corps très-peſans tombent avec force ſur la tête, ſans qu'il arrive d'accident fâcheux.

Il eſt certain que, ſoit que la tête ſoit léſée du côté droit ou du côté gauche, devant ou derrière, ſoit qu'il y ait fracture ſimple ou compliquée, épanchement ou ſimple commotion, ou même affaiſſement du cerveau, les ſymptômes qui s'enſuivent ne diffèrent pour la plupart entre eux que par leur prompte ou tardive apparition, ou par leur intenſité, qui eſt toujours relative à la violence du coup & à la diſpoſition du ſujet; on voit dans ces différens cas des vertiges, des convulſions, la paralyſie, l'aſſoupiſſement, le délire, la dépravation des ſens ou leur abolition, la perte de la voix, le vomiſſement bilieux, les hémorragies par le nez, la bouche, les oreilles, &c. quelqueſois on ne voit que quelques-uns

(d) Voyez l'obſervation d'Hippocrate dans ſes Épidémies, & celle de M. Garengeot.

de ces symptômes, d'autres fois plusieurs ensemble; il est néanmoins avéré qu'on n'en peut assigner presque aucun qui ne puisse appartenir ou être la suite des différentes lésions de la tête, pourvu qu'il y ait proportion entre la violence du coup & la disposition du sujet, avec le degré de lésion qu'exige tel ou tel symptôme.

Il est inutile d'avertir qu'il faut commencer, lorsque la chose est praticable, par s'assurer de la situation du malade lorsqu'il a reçu le coup, de la grosseur, de la figure & de la dureté du corps lancé, de sa vîtesse & de sa direction; ces circonstances quoique étrangères en apparence, peuvent concourir à augmenter ou à diminuer l'effet du choc. Si dans tous les coups à la tête il n'y a pas de contre-coup, c'est le plus souvent aux vêtemens, aux tégumens, aux cheveux qu'on en a l'obligation; ces corps mous cèdent à l'action, & alors le crâne n'est plus censé former un sphéroïde élastique; mais si le coup est violent, l'amortissement des tégumens ou autres corps, sera peu considérable, & il restera assez de mouvement ou de force au corps lancé pour faire une forte impression sur le crâne lui-même.

L'examen de la direction du corps qui frappe, peut être d'une grande utilité dans le diagnostic des contre-coups, pour en indiquer le siége [a].

[a] Obs. de M. Feste, Mém. de l'Acad. de Chir.

Le son de pot cassé, remarqué par le Chirurgien en frappant sur l'os mis à nu, ou par le malade dans l'instant du coup, peut être un signe qui indique le contre-coup avec fracture, si ce n'est aux deux tables, du moins à l'interne, & l'on peut y avoir recours, lorsqu'après avoir mis à nu l'os à l'endroit du coup, on n'aperçoit point de fracture : M. de la Mothe se détermina dans un cas semblable à faire l'opération du trépan, & il trouva effectivement une fracture à la table interne du crâne, & un épanchement considérable sur la dure-mère [b].

[b] Obs. de Chir. tome II.

Les tumeurs qui se forment sur le trajet des contrefractures, sont quelquefois très-promptes à se former, & cette circonstance est très-heureuse pour les malades, puisqu'alors le Chirurgien a un signe des plus positifs, qui lui annonce l'existence du contre-coup.

& le genre de lésion qui en résulte; mais ces tumeurs sont en général trop tardives. Quelques auteurs ont proposé différens cataplasmes, soit à dessein de favoriser la formation de quelques points d'œdématie ou d'empâtement, soit à dessein de reconnoître sur ces cataplasmes desséchés, l'empreinte de la contrefissure: l'observation rapportée par M. Louis, dans son discours prononcé à l'Académie de Chirurgie, *(observation tirée de Borel)* fait voir que cette manœuvre peut quelquefois suppléer aux autres moyens que l'on n'a pas; il convient cependant d'ajouter qu'un Chirurgien exercé & attentif, n'a pas besoin d'une tumeur qui frappe des yeux vulgaires par une élévation sensible; il discerne souvent par le tact, le vice de l'os à travers les tégumens sains & entiers; c'est en vain que je tâcherois d'exprimer cette sensation qu'il éprouve, par l'interruption de l'uniformité de la partie qu'il tâte, par une plus grande mobilité des tégumens en cet endroit, je ne rendrois jamais une chose qu'on sent, mais qu'il est impossible de bien peindre. Borel propose un cataplasme de farine de féves, qu'on applique après avoir fait raser la tête; Paré & quelques autres proposent un emplâtre composé d'encens, de labdanum, de térébenthine, de farine de féves, de cire & de vinaigre: ceux-ci prétendent que la plus grande sécheresse de l'emplâtre, découvrira le lieu de la fracture, & Borel prétend au contraire, que son cataplasme est plus humide à l'endroit de la division de l'os; cette diversité, comme l'observe M. Louis, devient absolument indifférente, si le tact d'un homme exercé peut suppléer à ces moyens & même l'emporter sur eux en certitude.

Il est utile de faire attention que dans des cas où il y a tumeur aux tégumens, & qu'on tâte avec les doigts les bords de la tumeur, en pressant un peu sur la partie saine, le crâne paroît souvent enfoncé dans ces endroits, quoiqu'il n'ait effectivement souffert aucune dépression; cette remarque que ma propre expérience m'a quelquefois rappelée, n'a rien d'intéressant pour ceux dont le tact est exercé, & devient utile pour quelques autres. Ruysch rapporte dans sa soixantième observation que le défaut de cette connoissance en avoit imposé à un homme peu expert, dans un coup à la tête.

Les

Les expériences de M. Du Petit & une foule d'obſervations éparſes dans les auteurs, établiſſent la vérité de cette propoſition, ſavoir que *lorſqu'il ſurvient des paralyſies après des coups à la tête, ſi cette paralyſie attaque le côté droit du corps, la cauſe en réſide dans le côté gauche de la tête, & réciproquement.* Dulaurens avoit déjà cité dans ſon Anatomie une propoſition de Salicet, ſemblable à celle que je viens d'énoncer : Hippocrate avoit avancé dans le 7.ᵉ livre de ſes Épidémies, que *ceux qui étoient bleſſés à la tête devenoient paralytiques du côté gauche ſi la bleſſure étoit du côté droit, & qu'ils le devenoient du côté droit ſi elle étoit du côté gauche.* Le titre ſeul que Baillou a mis à ſon Traité des convulſions, prouve combien cette réflexion l'avoit frappé; enfin ſans multiplier les autorités qui, dans des temps plus voiſins deviennent plus nombreuſes & plus déciſives, je crois pouvoir aſſurer qu'il n'eſt preſque point d'obſervations de coup à la tête, ſuivi de paralyſie, où ce ſymptôme ne ſe ſoit manifeſté au côté du corps oppoſé à celui du coup; & ſi l'on a des obſervations où la paralyſie ſoit ſurvenue du même côté que le coup, je crois avec M. Morgagni qu'elles ne ſervent qu'à démontrer le peu d'attention des auteurs qui les ont recueillies ou des Obſervateurs qui les ont faites; en effet, ces Obſervateurs trouvant au côté du coup, des fractures & des épanchemens dans le crâne, & ſe perſuadant que ces léſions ſuffiſoient pour expliquer tous les ſymptômes qui s'étoient préſentés après le coup & durant le traitement, ſe ſont diſpenſés le plus ſouvent de faire des recherches ultérieures & d'ouvrir le côté oppoſé du crâne, dans lequel ils auroient infailliblement trouvé une cauſe bien plus ſatisfaiſante & plus conforme à la bonne obſervation. Eſt-on en droit de dire, lorſqu'après un coup à la tête, du côté droit, la paralyſie eſt ſurvenue du même côté du corps, que c'eſt la léſion du côté droit du cerveau qui en eſt la cauſe? & ne pourroit-on pas penſer avec plus de fondement que dans ces cas il y a toujours contre-coup, & qu'en léſant le côté gauche du cerveau il eſt ſeul la cauſe de cette variété qui n'eſt qu'apparente.

Ce point une fois admis, il en reſte un autre à décider; la plupart des obſervations de Valſalva que M. Morgagni a

recueillies, celles que nous ont transmises Hildan, Diemerbroëck; Dodonée & autres, prouvent qu'à la suite des coups à la tête, il survient quelquefois la paralysie d'un seul côté, tandis que l'autre reste sain, quelquefois encore la paralysie d'un côté & les mouvemens convulsifs de l'autre[a]. Il paroît alors intéressant de savoir si c'est la paralysie ou les convulsions qui surviennent au côté du corps opposé à celui du coup.

[a] *Voy. Morgagni, de caus. & sed. morb.*

La plupart des auteurs qui ont traité cette question, ont non-seulement confondu indistinctement la paralysie & les convulsions, mais quelques-uns même ont soutenu que les convulsions avoient lieu du côté opposé, ainsi que Baillou le fait entendre par le titre qu'il donne à son Traité sur les convulsions: *Cur sauciatis dexterâ capitis parte, convulsio sanæ partis contingat.* Si l'on prend soin néanmoins de confronter les observations, on verra qu'elles s'accordent toutes à prouver que la paralysie ou *résolution* des parties a eu lieu du côté opposé, & que les convulsions survenoient du même côté du corps que celui du coup à la tête[b]; il me semble d'ailleurs que la parfaite paralysie d'un membre, exige dans les nerfs une lésion plus considérable que les simples mouvemens convulsifs.

[b] *Voy. Obs. de Morgagni*, loco cit. *Hoffmann.*

Ce seroit sans doute une entreprise bien hardie, d'essayer d'expliquer les différens symptômes qui surviennent en conséquence des coups portés sur toutes les parties de la tête: l'art n'a pu encore découvrir aucune liaison entre les causes & les effets de ce genre, faute d'avoir pu saisir les nuances particulières qui font varier les causes de ces lésions; les uns deviennent paralytiques de différentes parties, d'autres sont sujets à des accidens épileptiques, quelques-uns perdent la raison, d'autres la mémoire; en un mot, il semble que la Nature se joue dans ces occasions, & l'on peut à peine en confrontant les observations, en trouver de parfaitement semblables qui puissent fournir des règles pour l'avenir. Les travaux des plus illustres Anatomistes, tels que M.[rs] Petit, Winslow, Morgagni, Santorini, ont démontré que les nerfs se croisent à leur origine, de façon que ceux qui présidoient aux mouvemens du corps du côté gauche, prenoient leur origine du côté droit de la tête,

& réciproquement *(e)*. Cette obſervation anatomique paroît donner l'explication des paralyſies du côté du corps oppoſé à celui du coup, quoiqu'elle n'ajoute rien pour le préſent à la certitude ni à l'importance du phénomène.

L'écartement des ſutures à la ſuite d'un coup, ne peut ſe faire en conſidérant la cauſe, ſans une commotion du cerveau, & ſi l'on a égard à l'effet, il eſt clair qu'il ne peut avoir lieu ſans une violente léſion des fibres de la dure-mère, qu'on ſait être très-adhérente dans tout le trajet des ſutures. Cet écartement peut encore donner occaſion à des accidens particuliers, lorſqu'il s'étend au loin, ou qu'il a lieu dans des ſutures qui donnent attache aux différentes productions de la dure-mère, telle que la faulx ou la tente du cervelet; on ſait que la dure-mère enveloppe le cerveau & toutes ſes dépendances, & que par le moyen de ſes différens prolongemens, elle en ſoutient les parties qu'elle ſépare, & dont elle prévient les affaiſſemens.

Cette membrane mérite encore des attentions particulières à cauſe des effets qui peuvent ſuivre ſes léſions: on connoît beaucoup d'obſervations de plaies portées ſur les bords des orbites, dans l'intérieur des oreilles par où la dure-mère s'échappe après avoir tapiſſé le crâne, & l'on y voit les ſymptômes atroces qui ont ſuivi ces bleſſures; il eſt vrai qu'il y a dans ces endroits une grande quantité de nerfs, mais il ne paroît pas, en comparant ces obſervations aux expériences que l'on fait à deſſein, que ce ſoit aux ſeuls nerfs que ſont dûs ces funeſtes accidens; les obſervations les plus claires & les plus ordinaires ſont voir que la dure-mère s'enflamme, s'abſcède, ſe gangrène conſéquemment à l'irritation produite, ſoit par des eſquilles des os du crâne lorſqu'ils ſont fracturés, ſoit par de violentes ſecouſſes ou de fortes contuſions, ou même des épanchemens de matières âcres, purulentes,

Voy. Expér. & Obſerv. de M. Du Petit, Recueil d'Obſer.

(e) J'ai vu pluſieurs fois ce croiſement des nerfs d'une manière très-ſenſible, en emportant par couches toute la ſubſtance du cerveau, & ne conſervant que la protubérance annulaire & une portion des quatre péduncules qui la forment; alors je déchirois avec les doigts cette partie médullaire par le milieu, à peu près dans le même ſens qu'on ouvre une grenade, & à meſure que je tiraillois par ſecouſſes, je voyois les filets nerveux un peu tendus, paſſer les uns au-deſſus des autres pour ſe porter vers le côté oppoſé à celui d'où ils partoient.

corrosives. L'idée la plus simple qu'on se forme de l'inflammation annonce avec elle une tension contre nature dans la partie enflammée, une pulsation ou un battement local & douloureux; si à cette considération on ajoute l'analogie du tissu de la dure-mère avec celui de la partie tendineuse du diaphragme, il sera difficile de ne pas convenir avec M. Morgagni, contre l'assertion de M. Louis, que cette membrane est susceptible de convulsion dans l'état de maladie, ou si l'on veut, d'une augmentation de ton.

Le terme de convulsion n'offre qu'une expression générique dont les différentes espèces peuvent varier; on sait que le ris sardonien, que la rétraction d'une paupière ou d'une narine, sont bien différens du mouvement convulsif des bras ou des jambes: les uns & les autres sont cependant susceptibles de convulsion; on trouve quelquefois le mésentère froncé, même déchiré dans certaines femmes hystériques, d'autres fois la plèvre dans le même état par de violentes pleurésies; j'en ai vu plusieurs exemples en ouvrant des cadavres.

Revenons au détail des symptômes qui constituent le diagnostic des contre-coups & des effets qui en résultent.

On remarque sur certains malades un penchant automatique ou machinal, à porter la main vers la partie lésée; il est fâcheux que ce signe si univoque n'existe pas dans tous les cas, & sur-tout ceux où il n'y a point de lésion extérieure; il pourroit être regardé comme un signe démonstratif, mais malheureusement il faut pour qu'il existe, que le malade n'ait ses fonctions animales lésées qu'à un certain degré; si l'assoupissement est violent, s'il y a apoplexie, si le malade a de violens mouvemens convulsifs, il est impossible d'avoir recours à ce signe; lorsqu'au contraire il a lieu, il suffira au Chirurgien de remarquer si le malade porte la main à une partie différente du coup, & pour lors il soupçonnera avec raison qu'il y a eu contre-coup & qu'il s'en est ensuivi une lésion vers l'endroit désigné: il faut cependant bien distinguer ce mouvement involontaire d'avec tout autre mouvement ou volontaire ou fortuit; un observateur intelligent saura bien-tôt les distinguer l'un de l'autre en s'assurant en premier lieu de l'état du malade & en lui laissant réitérer ce mouvement plusieurs fois s'il le juge à propos.

Des obſervations ſans nombre, témoignent qu'il exiſte une ſympathie, peut-être inexplicable, entre différentes parties du corps humain : on peut encore tirer de là quelques inductions, foibles à la vérité, mais qu'on peut rendre importantes en les multipliant. Si, par exemple, le coup eſt porté au côté gauche, & qu'il y ait eu contre-coup, il aura pu s'enſuivre fracture de l'os au côté oppoſé, ou même épanchement de ſang par la rupture des vaiſſeaux; ſi ce dernier cas eſt arrivé, on pourra le ſoupçonner en examinant ſcrupuleuſement les deux côtés du viſage: ſi l'un des deux yeux eſt rouge, enflammé, on peut en conclure qu'il y a fracture vers cette partie, ou épanchement de matières qui irritent; s'il eſt morne, paralyſé même, on peut en déduire qu'il y a compreſſion ou ſtagnation des fluides qui y circulent.

On tire des inductions de l'écoulement du ſang par les oreilles, & cet écoulement indique pour l'ordinaire une léſion dans la cavité du crâne, du même côté que l'oreille par où ſe fait l'écoulement. Les nouveaux trous découverts par Valſalva, qui vont de l'intérieur du crâne dans la cavité du tambour, rendent raiſon des écoulemens ſanguins purulens ou ſereux, qui ſe font par les oreilles, le nez & la bouche; puiſqu'en effet ſi l'on ſuppoſe que ces liquides parviennent, par le moyen de ces trous, dans la cavité du tambour, ils peuvent de-là être portés par la trompe d'Euſtache, vers les arrières-narines, où ils s'écouleront ou par le nez ou par la bouche; ces différens flux pourront avoir lieu dans ces fractures terribles qui s'étendent vers la baſe du crâne & paſſent ſur les os pierreux.

Ne pourroit-on pas s'aider par des conjectures tirées de l'obſervation de M. Du Petit & de celle de M. de la Peyronie, qui remarquèrent une vivacité de ſentiment tout-à-fait ſingulière dans une plaie du cervelet ?... On peut par des pas ſucceſſifs parvenir à reconnoître le ſiége des léſions qui ſuivent le contre-coup, car il eſt clair qu'il ne ſuffit point d'établir ſon exiſtence, il faut encore, autant qu'il eſt poſſible, en déterminer le ſiége. Deux obſervations de Tulpius me fourniſſent une réflexion à peu près pareille; cet auteur remarqua que les fractures de l'os occipital, étoient ſuivies de perte de mémoire, les Anciens eux-mêmes, pour

cette raiſon, appeloient l'os occipital, *os de mémoire,* fondés ſur les obſervations qui leur avoient démontré que c'étoit un des ſignes des léſions de cet os: M. Morgagni rapporte encore une obſervation d'un jeune homme qui avoit reçu deux bleſſures à la tête, l'une au front & l'autre à l'occiput, & ſur lequel on ne put jamais exciter le vomiſſement: ſeroit-il probable que dans ce jeune homme les nerfs qui portent la ſenſibilité à l'eſtomac, euſſent été interrompus dans leurs fonctions ?. . . Je ne prétends point rappeler l'idée de Willis, qui vouloit que les nerfs qui préſident aux mouvemens vitaux, vinſſent du cervelet, & que ceux qui exécutent les mouvemens volontaires, vinſſent du cerveau (idée d'ailleurs démentie par l'Anatomie), mais ce point prête infiniment à la ſagacité des Obſervateurs; pluſieurs phénomènes de l'économie animale, nous indiquent que tous les nerfs n'ont pas les mêmes propriétés, qu'il y en a de choiſis pour telle ou telle fonction, & qu'ils ne ſe ſuppléent point les uns par les autres; on auroit beau déterminer un rayon de lumière ſur le nerf acouſtique, on n'éprouveroit point la ſenſation de la vue, ainſi que le ſon qui frapperoit le nerf optique ne nous feroit point entendre.

Il eſt poſſible, en mettant à profit les obſervations éparſes & peſant les circonſtances qui les accompagnent, d'en tirer des conſéquences lumineuſes qui, réunies enſemble, peuvent mériter l'autorité de précepte; mais ſi nous n'avons pas encore aſſez obſervé à cet égard pour avancer le diagnoſtic des contre-coups, il eſt utile d'offrir un but aux Obſervateurs. Pluſieurs circonſtances utiles s'omettent aſſez ſouvent faute d'être annoncées comme telles, & l'on voit tous les jours qu'en ſe propoſant un but dans des recherches, les moyens de l'atteindre ſe préſentent en foule aux gens inſtruits.

On ſait qu'il ſe fait très-rarement des fractures au crâne, conſéquemment à un contre-coup dans les jeunes ſujets, leurs ſutures, qui ne ſont pas bien formées, n'affermiſſent pas aſſez ces os entre eux pour les faire conſidérer comme une ſeule & même pièce; ils ne peuvent donc pas être regardés comme des cercles élaſtiques, ils ne ſeront donc pas ſuſceptibles des mêmes

modifications, mais il peut s'ensuivre des contusions du cerveau, d'autant plus fâcheuses que la substance en est plus délicate ; il peut se faire des épanchemens ou subitement, ou à la longue, des abscès, des déchiremens des membranes, des commotions, &c. Il faudra donc s'attendre à ne pas trouver des fractures aussi fréquentes sur ces sujets, & il ne faut pas, lorsqu'on sera convaincu qu'il n'en existe point, que cette considération empêche de faire des recherches ultérieures; on sait combien plus facilement il aura pu se faire quelque enfoncement du crâne, quelque contusion du cerveau ou déchirement de quelques vaisseaux.

Il paroît même par les observations, que les vieillards sont très-sujets aux contre-coups, soit à cause de la dureté de leurs os, qui résistent beaucoup & ne peuvent céder qu'en se fracturant, soit parce que leurs sutures, qui sont très-souvent ossifiées, facilitent beaucoup plus la transmission du mouvement d'une partie de la tête à la partie opposée.

Qu'on me permette de rappeler ici l'idée que j'ai proposée sur le mécanisme du contre-coup, pour en déduire une vue qui porte sur le diagnostic de cette maladie; il me paroît, conséquemment à cette idée, que les fractures ou fentes des os qui se font à la partie opposée à celle du coup, doivent se faire plus souvent & préférablement à la table interne, & qu'au contraire la table externe doit se fracturer ou se fendre de préférence à l'interne dans les endroits intermédiaires, c'est-à-dire aux points des sections circulaires ou elliptiques, distans d'un quart-de-cercle ou d'ellipse du point contre lequel s'est fait le choc; on sent la raison de ceci en ce que la distension des lames osseuses de ces tables, s'exécute en sens opposés dans ces différentes parties; je vais éclaircir cet article.

En concevant toujours le crâne divisé en sections circulaires ou elliptiques, la partie du cercle ou anneau osseux, diamétralement opposée à celle du coup, se rapproche du centre; donc les deux tables s'applatiront en cet endroit, ou bien leurs parties disposées en forme de voute, tendront à former un plan; il y aura donc distension de ces parties, & cette distension sera d'autant plus grande qu'elles s'écarteront davantage de leur forme

primitive; au contraire les deux points intermédiaires, ou qui sont éloignés d'un quart-de-cercle ou d'ellipse du point qui a été frappé, ces points, dis-je, sont éloignés du centre, comme il a été dit ci-dessus, ou bien ils terminent l'axe le plus long de l'ellipse instantanée qui se forme dans l'instant du coup; ces parties tendront donc à s'arrondir davantage, la distension se fera donc dans un sens opposé à celui du cas précédent, elle sera donc d'autant plus grande que ces parties s'écarteront davantage de leur forme primitive.

Ceci peut être prouvé par une expérience familière; qu'on fléchisse un arc, en rapprochant avec force ses extrémités l'une de l'autre, jusqu'à ce qu'il commence à se rompre; on voit la fracture commencer par la partie de l'axe qui fait la convexité, & se continuer successivement jusqu'à celle qui en fait la concavité, si au contraire on s'efforce d'étendre cet arc pour le dresser en ligne droite, on le voit commencer à se rompre par sa partie concave, & de-là successivement jusqu'à sa partie convexe.

Fig. 5 & 6.

J'avoue que ce que je viens de dire n'a pour le présent d'autre fondement que la théorie que j'ai établie; si l'un est vrai, l'autre doit nécessairement s'ensuivre, & c'est à l'observation la plus scrupuleuse & la plus multipliée, à faire le complément de la démonstration: j'oserois même avancer que la plupart des observations de fractures au crâne, qui me sont connues, prouvent que les fractures de la table interne, se sont constamment faites ou à l'endroit du coup, ou à la partie diamétralement opposée; peut-être d'autres observations prouveront-elles davantage, mais il m'est impossible d'anticiper sur les temps.

Les désordres produits par les coups à la tête, ne se bornent point à la cavité du crâne, on les voit souvent s'étendre bien au-delà & affecter tous les viscères de la poitrine ou du bas-ventre; il est très-ordinaire de voir des épanchemens dans l'intérieur du crâne, produire dans la suite du temps différentes affections des viscères situés dans les cavités inférieures, ou même différentes maladies des extrémités *: ces observations prouvent la possibilité du flux d'une humeur viciée, d'une partie vers une autre: ce transport de matières si connu sous le nom de *métastase*, peut

* *Voy. Bohnius, de renunt. vuln.*

peut fournir des indices très-intéressans pour des yeux exercés aux phénomènes de l'économie animale, sur-tout si la partie primitivement affectée se trouvoit hors de la portée de l'Observateur, telle est la cavité du crâne, & qu'au contraire celle qui l'est en second lieu ne se dérobât pas aux recherches facilitées par les moyens connus.

Mais on peut dire que dans ces cas, on voit toujours se montrer en premier lieu les symptômes qui annoncent les lésions de la tête, d'où l'on doit nécessairement conclure que l'autre maladie n'a été que secondaire? Cette conséquence n'a rien de contraire à l'utilité de ma remarque; d'ailleurs il est très-ordinaire de voir le vomissement bilieux, la difficulté de respirer, la suppression des urines, le dévoiement suivre immédiatement les coups à la tête, sans observer néanmoins aucun des autres symptômes qui dépendent immédiatement des maladies de la tête, & qui sont essentiellement liés au dérangement de son organisation.

Voy. Bohnius, Smet. miscell. lib. 10, page 561.

Les pustules qui s'élèvent sur la langue avec stupeur de cet organe, ou même perte de la voix, annoncent bien souvent la gangrène ou le sphacèle du cerveau.

L'examen des viscères du bas-ventre à la suite des chutes ou des fractures à la tête, a quelque chose d'intéressant, sur-tout s'il s'est écoulé quelques jours depuis l'accident; les intestins, la rate, le foie, &c. se ressentent assez souvent des lésions du cerveau; la compression de ce dernier viscère entraîne un état d'inaction dans la plupart des viscères des fonctions naturelles, lors même que cette compression est légère *.

* *Morgagni*, de caus. & sed. pachioni, *Deraux.*

Quelques auteurs ont écrit que dans toutes les plaies de la tête, le foie se trouvoit constamment affecté par sympathie, & qu'on y remarquoit le plus souvent des inflammations & des suppurations qui avoient leur siége dans ce viscère, préférablement à tous les autres: plusieurs observations ont paru favoriser cette opinion, mais M. Molinelli, dans les Commentaires de l'Institut de Bologne, & M. Morgagni dans son Ouvrage *de Caus. & sed. morb. per Anat. indag.* ont assuré que ces auteurs avoient été beaucoup plus empressés à expliquer qu'à observer; les faits qu'ils rapportent l'un & l'autre, annoncent des lésions à la plupart des

autres viſcères & démontrent preſque toujours l'intégrité du foie; je n'oſe rien décider ſur cela, faute d'avoir aſſez obſervé par moi-même; il me ſuffit de dire que le témoignage de M.rs Molinelli & Morgagni me paroît revêtu de tout ce qui peut le rendre authentique, puiſqu'ils ont eu cet examen pour objet dans leurs obſervations, & qu'ils étoient incapables de s'en laiſſer impoſer par des apparences.

Je ſuis autoriſé par l'objet de ce Mémoire à eſſayer de développer les cauſes des ſymptômes qui ont rapport à mon ſujet; cette diſcuſſion exigeant de moi un détail ſcrupuleux dans l'examen, peut fixer mon attention ſur des circonſtances omiſes ou négligées par les autres.

Sans rappeler ici tout ce qu'Hippocrate nous a laiſſé d'intéreſſant au ſujet des fluxions & du tranſport des matières d'une partie vers une autre, je me borne à ce que l'hiſtoire du tiſſu cellulaire nous offre d'utile; la marche rapide des éryſipèles d'une partie à l'autre, marche qu'on ſuit pour ainſi-dire avec les yeux, la rentrée prompte des *effloreſcences cutanées*, des éruptions ou *exanthêmes*, la ſuppreſſion des différens écoulemens, n'ont rien de ſatisfaiſant lorſqu'elles ſont expliquées par les voies de la circulation ordinaire; on aperçoit un vide conſidérable entre la nature du fait & l'explication qu'en donne l'Art, quoiqu'étayé en cela de tout ce que la Phyſique moderne a de plus apparent: ce vide ſemble diſparoître lorſqu'on admet le tiſſu cellulaire comme l'organe qui facilite ce flux & ce reflux; la vapeur abondante qui a coutume de s'évacuer par la partie chevelue de la tête, par les narines & la bouche, retenue en divers recoins par les cauſes extérieures, forme des dépôts ſereux qui roulent d'un lieu dans un autre, qui font quelquefois le tour de la tête pour aller aboutir aux yeux, au nez, au tiſſu cellulaire du cou: cette matière dont la marche a été ſi bien décrite par M. de Bordeu dans ſes excellentes recherches ſur l'organe cellulaire, engorge les glandes, pénètre l'intérieur des parties charnues & ne trouve d'autre obſtacle dans le corps que les parties oſſeuſes dont elle altère quelquefois le tiſſu avec le temps.

Je connois les objections faites contre la doctrine des Anciens

ſur les catharres par *Van-helmont* & *Schneider*, mais je ſais auſſi qu'en écartant tout ce qu'il peut y avoir de précaire dans leur opinion, elle ſe trouve appuyée par le témoignage des plus grands hommes d'entre les modernes; la connoiſſance de l'économie animale & l'obſervation anatomique en établiſſent la poſſibilité, peut-être même l'abſolue néceſſité. Kaw-Boerhaave a démontré l'énorme quantité des liqueurs qui s'évaporent par les ventricules du cerveau & la ſurface des membranes qui l'enveloppent, Diemerbroëck vouloit que quelques-uns des trous de l'os cribleux donnaſſent paſſage aux matières du cerveau pour tomber dans les narines *(f)*. Valſalva a trouvé, dans la baſe de l'apophyſe pierreuſe de l'os des tempes, des trous qui conduiſent de l'intérieur du crâne dans l'oreille, de-là à la gorge par la trompe d'Euſtache. Dominique Cotunni, Anatomiſte Italien, vient de démontrer l'exiſtence d'un liquide qui remplit les cavités de l'oreille interne, & qui eſt repompé par deux aqueducs dont il a donné la plus exacte deſcription; enfin les os de la baſe du crâne ſont mous, ſpongieux, la dure-mère communique dans pluſieurs endroits de la face avec le tiſſu cellulaire extérieur, & ce tiſſu cellulaire accompagnant les nerfs, les vaiſſeaux & les fibres charnues, juſque dans les plus petits recoins du corps humain, forme une chaîne non interrompue de cavités & de cellules qui vont de l'extérieur à l'intérieur du corps & établiſſent cette communication & cette réaction des différentes parties les unes ſur les autres.

L'obſervation me paroît mettre le dernier ſceau à cette idée que je viens de propoſer: Pierre *Marchettis* aſſure qu'après des coups à la tête, s'il ſurvient une douleur au cou, & notamment à la partie antérieure & un peu latérale, c'eſt un ſigne infaillible que la matière purulente ou viciée de toute autre manière, deſcend vers les parties inférieures; ce ſymptôme dont l'exiſtence eſt

(f) J'ai vu ſur deux crânes différens, un trou conſidérable qui, perçant directement le milieu du corps de l'os ſphénoïde dans le centre de la foſſe pituitaire, établiſſoit une communication immédiate entre la cavité du crâne & celle des arrières-narines; j'ai fait voir l'un de ces crânes à la Société royale: ce trou me parut plus propre à ſervir d'égoût qu'à tout autre uſage, car je n'aperçus point de nerf ou de vaiſſeau ſanguin ſenſible dans tout ſon trajet.

prouvée par le fait, fournit une réflexion bien utile dans le traitement des coups à la tête ou des contre-coups : en effet, si la disette des symptômes univoques & démonstratifs, laisse un Observateur irrésolu dans le commencement du traitement d'un contre-coup, si l'épanchement ne s'annonce par aucun signe qui décide le Chirurgien à user des moyens connus, on n'emploie pour l'ordinaire que des remèdes généraux, & l'on attend l'effort de la Nature en silence, ou même, ce qu'il y a de plus triste, on annonce une mort prochaine qu'une inévitable nécessité fait attendre dans l'inaction ; mais si dans ces extrémités, ou même à la veille d'employer les opérations majeures dans les cas qu'on dit désespérés, cette douleur du cou survient, on est alors assuré de l'existence de l'épanchement, ou tout au moins de l'affection des parties intérieures : l'amélioration ou la détérioration des autres symptômes donne lieu de faire un pronostic certain, & l'on peut dès-lors annoncer la réussite ou le mauvais succès d'une opération qu'on se préparoit à mettre en œuvre ; un exemple va rendre cette réflexion sensible.

Comment. in Boerh.

M. Van-Swieten rapporte qu'un Prince étant tombé d'un peu haut, heurta si rudement contre des degrés, qu'il resta presque tout un jour privé du sentiment, du mouvement & de la parole : il revint un peu à lui après une saignée, mais il éprouva bientôt une cruelle douleur de tête qui le tourmentoit jour & nuit, & le tenoit dans une insomnie continuelle. Cet illustre malade ayant été examiné par des personnes expérimentées, il fut décidé d'un avis unanime, qu'il falloit employer le trépan ; l'opération alloit se commencer, lorsqu'il se fit un écoulement séreux par l'oreille gauche, & cet écoulement persista au point de donner issue à huit livres de matière. Nous voyons dans cette observation que l'intervalle qui s'écoula entre la chute du malade & l'écoulement de ce liquide, suffit à la Nature pour se ménager cette évacuation, & les circonstances qui retardèrent la consultation & l'opération elle-même, sauvèrent à ce Prince le désagrément d'en subir une qui eût été du moins inutile, pour ne pas dire plus. Cette observation nous fournit encore un exemple bien frappant de ces salutaires efforts de la Nature,

dont les reſſources ſont infinies, & qu'il ſeroit très-dangereux de déranger.

Il eſt clair qu'il n'y eut que l'écoulement lui-même, qui tourna de ce côté l'attention des perſonnes conſultées; que ſi par haſard cet écoulement ſe fut un peu retardé, & qu'il eût permis de faire l'opération propoſée, comme on n'avoit aucun ſigne antécédent qui annonçat une criſe de cette eſpèce, on n'auroit point balancé à l'entreprendre, & le malade eût été vexé en pure perte. On auroit encore plus d'obligation à M. Van-Swieten, s'il avoit noté minucieuſement les plus petits accidens qui précédèrent & accompagnèrent cette évacuation; on auroit peut-être vu quelque ſigne précieux qui, comparé avec d'autres obſervations du même genre, auroit avancé la ſolution d'un problème ſi difficile & ſi important: mais qui ignore que les progrès de l'art ſont ſucceſſifs?

Si cet écoulement, au lieu de ſe faire par l'oreille, ſe fût porté vers les parties inférieures, ou du moins au-deſſous du cou *, la douleur à la partie antérieure & latérale du cou qui eût précédé, auroit pu fixer l'attention des conſultans, & les porter à ſuſpendre l'opération qui dès-lors dirigée par des vues poſitives, n'auroit pas été ſoumiſe aux inconvéniens du haſard.

* *Voy. Baillou, Bonet, Marchettis.*

Le mouvement critique de la Nature qui dirige ces humeurs à travers le cou, peut être ſalutaire ou pernicieux; dans ces deux cas l'utilité de cette connoiſſance eſt toujours la même; s'il eſt ſalutaire, on a le plaiſir de prévoir le bien avant même qu'il arrive, on le ſeconde & l'on n'emploie à cet effet que des ſecours indifférens ou favorables qui ne peuvent point le troubler: s'il eſt pernicieux, l'on ſe hâte de le prévenir autant qu'il eſt poſſible, ou du moins en annonçant ce qui va arriver, on a la ſatisfaction de le prévoir & de ſauver l'honneur de l'art ſans vexer le malade. Pluſieurs ſignes acceſſoires, connus de tout le monde, peuvent aider à faire ſoupçonner la criſe ou à diſtinguer ſi elle eſt ſalutaire ou pernicieuſe: ainſi l'on peut la prévoir lorſqu'après quelque temps & peu d'accidens primitifs, il ſurvient des friſſons, une légère fièvre, une douleur fixe & aiguë qui paroît profonde, un léger aſſoupiſſement. On peut en prévoir l'effet, ou ſalutaire ou funeſte, par le changement dans les ſignes antérieurs; les

ſymptômes augmentent ou diminuent, les fonctions ſe développent ou s'affaiſſent, en un mot l'état du malade ſe manifeſte aſſez ſenſiblement pour laiſſer apercevoir les effets ou les préludes de cette révolution.

Il eſt vrai que de pareilles criſes ne ſe font pas tout de ſuite, & qu'elles exigent un intervalle plus ou moins long après le coup, mais il n'eſt malheureuſement que trop ordinaire de voir des coups ou des contre-coups, ne produire leurs funeſtes effets, qu'après un long eſpace de temps; d'ailleurs l'apparition des ſymptômes, fût-elle ſubite, n'exclut point l'utilité de cette conſidération : il me ſuffit qu'il y ait des coups à la tête dont le traitement ſoit aſſez long pour permettre de pareilles criſes: c'eſt ce que perſonne ne ſauroit conteſter *.

* Voy. Hildan Obſerv.

Sennert nous fournit une idée aſſez lumineuſe, & qui peut devenir bien intéreſſante pour le prognoſtic. « Les différens ſym- » tômes qu'on obſerve, dit-il, dans les léſions du cerveau, peuvent » être de deux ſortes; ou ils portent atteinte aux fonctions animales, » telles que ſont les ſens internes & externes, le jugement, &c. ou » aux vitales, telles que le pouls (entendons la circulation), la reſpiration, &c. » Ces derniers ſymptômes ſont très-fâcheux & annoncent le danger le plus éminent, le plus ſouvent même une mort inévitable; les autres au contraire, quoique multipliés, ne doivent point inſpirer le découragement; ainſi la perte de la vue, de l'ouie, de la parole, l'aſſoupiſſement, n'ont rien d'auſſi alarmant que le pouls abattu ou inégal, la reſpiration difficile ou eſſoufflée, &c.

J'ai déjà dit que le contre-coup pouvoit ſe borner au dérangement de la ſubſtance diploïque du côté oppoſé, ce vice dans le tiſſu, ſe manifeſte quelquefois ſenſiblement aux yeux, par la tumeur qui s'y élève en conſéquence; mais cette tumeur eſt, pour l'ordinaire, tardive, & quelquefois même la diſpoſition du dérangement dans ce tiſſu eſt telle que l'épanchement des humeurs viciées ſe fait en dedans. Si les effets du contre-coup ſe bornent à ce dérangement du diploé, les ſymptômes qui le ſuivent ne ſont point graves peu après, ou s'ils le ſont dans le moment, ils cèdent bientôt aux ſaignées; alors il eſt poſſible de ſavoir du

malade s'il ſent une douleur fixe au lieu où l'on ſoupçonne le dérangement; le tact même peut quelquefois l'indiquer, ſur-tout ſi en preſſant diverſement & en interrogeant ſoigneuſement le malade, à meſure qu'on parcourt différentes parties du crâne avec les doigts, on parvient à lui faire éprouver quelque légère ſenſation qui differe de la ſenſation générale qu'il éprouve lorſqu'on tâte les parties exactement ſaines; c'eſt ſans doute dans des cas de cette eſpèce qu'on doit avoir égard au précepte de Celſe, qui recommande d'ouvrir le côté oppoſé, lorſque le lieu du coup ne préſente point la cauſe des ſymptômes; une inciſion n'a rien de ſi redoutable.

Les contre-coups qui ſont ſuivis d'épanchement intérieur, offrent une complication plus embarraſſante encore: en ſuppoſant ce que j'ai dit là-deſſus, l'obſervation nous démontre qu'il eſt des extravaſations qui ſont repompées par des voies naturelles, & il eſt bien eſſentiel de s'aſſurer par toutes ſortes de moyens ſi la Nature travaille à cette réſorption; ce n'eſt plus le cas d'employer des remèdes artificiels & majeurs pour la ſuppléer: ne ſavons-nous pas qu'elle eſt prodigieuſe dans ſes reſſources, & qu'il n'appartient pas à tout le monde de juger ſi elle eſt épuiſée ou ſi elle ne l'eſt pas? il n'eſt aucun Praticien, pour peu qu'il ſoit verſé dans la Médecine, qui ne ſache qu'il exiſte des mouvemens ineſpérés qui étonnent & raniment une vie prête à s'éteindre?

Obſervons cependant qu'on ne peut eſpérer de réſorption complète dans les extravaſations qui ſe font à l'intérieur du corps, que dans les ſujets dont les forces ſont encore en vigueur, car il faut une force vitale pour faciliter cette réſorption, même dans les cas où l'on fait uſage des aromatiques & autres médicamens appropriés: c'eſt une vérité prouvée par une expérience bien commune, puiſqu'on voit tous les jours des purgatifs doux & d'autres remèdes très-foibles, produire leur effet dans des ſujets qui ont encore des forces, tandis que les plus énergiques n'excitent pas la ſenſation la plus légère dans les ſujets agoniſans ou épuiſés: cette réflexion admiſe, il s'enſuit qu'il eſt toujours prudent d'employer le trépan & les ſecours de ce genre, lorſqu'on s'eſt aſſuré de l'exiſtence d'une extravaſation ou d'une léſion

intérieure aussi grave, pourvu néanmoins que les signes ci-dessus ne donnent point de contre-indication positive qui oblige à s'en abstenir.

La fièvre n'a rien d'alarmant lorsqu'elle est légère & qu'elle a lieu dans des coups ou des fractures qui ne sont pas considérables : on sait que la circulation est très-lente dans l'intérieur de la tête & sur-tout dans le cerveau, ainsi la fièvre qui succède aux plaies contuses ou aux extravasations, est souvent nécessaire, & son absence embarrasse quelquefois le Chirurgien, qui ne sauroit la réparer par aucun moyen sans courir des dangers ; une légère augmentation dans les mouvemens de la circulation, démontre dans des cas compliqués, que la Nature a assez de ressources pour faire des efforts utiles, & que son épuisement n'est pas complet; c'est à cette fièvre salutaire qu'on doit ces cures surprenantes, où des extravasations énormes, se sont peu à peu dissipées, où des corps étrangers ont été entraînés au-dehors par des suppurations intérieures qui paroissoient à la suite du temps.

Le coup d'œil le plus rapide sur l'histoire des maladies, suffit pour convaincre que la fièvre est l'agent dont se sert la Nature pour *atténuer*, pour *résoudre*, pour *évacuer*, & d'ailleurs les plaies contuses exigent de toute nécessité, une fièvre ou locale ou générale, pour être guéries.

Je pourrois encore m'étendre, si le sujet me le permettoit, sur le nombre des saignées prodiguées mal-à-propos vers le milieu ou à la fin du traitement d'une plaie contuse à la tête ou à toute autre partie : les observations ne me manqueroient pas pour démontrer que le peu d'attention aux crises, a fait prendre à des Chirurgiens un mouvement intérieur & salutaire pour un commencement d'inflammation dont il falloit promptement arrêter les progrès : cette attention aux mouvemens critiques seroit-elle moins utile aux Chirurgiens qu'aux Médecins eux-mêmes?

Il arrive assez souvent que le sang extravasé sur la dure-mère ou sur le cerveau, par la dissipation de sa partie la plus fluide, devient visqueux, ou même se caille sur ces parties par la longueur du temps ou par d'autres causes *; dans ces circonstances on voit qu'il ne sauroit céder au trépan seul, puisque intimement adhérent à la

* *Voy. Valsalva.*

à la dure ou à la pie-mère, il ne coule point vers le lieu le plus déclive où l'on a ménagé l'ouverture par cette opération. Doit-on cependant s'en tenir à cette opération dans ce cas & attendre que la ſuppuration détache ces parties qu'on peut regarder comme étrangères ? . . . Les inconvéniens qui réſultent du ſéjour de ces caillots, prouvent bien qu'on a tort de les négliger vulgairement: outre le poids qui, s'il eſt conſidérable, ſuffit pour exciter les ſymptômes les plus fâcheux ; il eſt ſûr que ce ſang en ſe deſſéchant, fronce la dure-mère ou la pie-mère à laquelle il adhère, d'où doit réſulter une irritation quelquefois inflammatoire, d'autres fois capable de ſe tranſmettre, par communication, aux prolongemens de ces membranes qui vont revêtir les nerfs à leur naiſſance de la baſe du crâne ; que ſi par le continuel mélange des humeurs qui s'exhalent du cerveau ou de l'intérieur du crâne, ce ſang vient à ſe diſſoudre, il eſt évident que les parties avec leſquelles il eſt en contact pourront contracter les mêmes altérations: la chaleur & l'humidité continuelle qu'on obſerve dans la cavité du crâne, annoncent combien elle eſt propre à favoriſer la putréfaction.

Si le ſang eſt extravaſé vers la baſe du crâne, l'Art ne fournit encore aucune reſſource pour l'en tirer, mais s'il ſe trouve répandu ſur la dure-mère ou la pie-mère, vers la région des pariétaux, ou les régions ſupérieures du coronal, des temporaux, de l'occipital, & qu'il paroiſſe exiger d'être rendu plus fluide pour ſortir avec plus de facilité, je ne crois pas qu'on doive héſiter à employer les injections *; le miel roſat dont on ſe ſert quelquefois à cet effet, eſt rejeté par quelques-uns comme trop chaud & trop âcre pour une partie auſſi délicate que le cerveau, mais c'eſt un préjugé bien combattu par l'expérience.

* *Voy. Paré, la Peyronnie, Mém. de l'Acad.*

Lorſqu'on eſt dans la néceſſité de faire des inciſions à la dure-mère, il paroît important de les faire conſidérables; on ſait que les parties tendineuſes & membraneuſes jouiſſent d'une ſenſibilité exquiſe, quoique les expériences de M.rs Haller, Zimmermann & autres, paroiſſent contraires à cette aſſertion; j'ai aſſez ſouvent répété ces expériences ſur différens animaux, & j'ai conſtamment trouvé que ces parties, lorſqu'elles étoient ſaines,

l'emportoient en ſenſibilité ſur toutes les autres parties du corps [a].

Je croirois même utile de ne pas ſe borner à une ſeule incision ſur cette membrane ſi ſenſible; nous voyons en effet des fractures du crâne avec fracas, dans leſquelles la dure-mère ſe trouve déchirée en pluſieurs ſens, & dont la guériſon s'opère avec facilité, ſans qu'il ſurvienne d'accident conſidérable, tandis qu'au contraire, des petites déchirures ou des irritations de cette membrane, excitent des convulſions énormes qui ſont bientôt ſuivies de la mort, ſi l'on n'y remédie promptement [b].

Il ſeroit ſuperflu d'étendre ce Mémoire par le détail circonſtancié de la curation des contre-coups & de leurs ſuites différentes; on a là-deſſus pluſieurs excellens auteurs, & d'ailleurs tout ce qui pourroit s'ajouter aux connoiſſances qu'ils nous ont tranſmiſes, ſe trouve encore trop hors de notre portée; contentons-nous de faire quelques pas qui nous rapprochent ſucceſſivement du comble où l'Art peut un jour parvenir; cette marche lente, mais ſûre, eſt annexée à tous les Arts, & ſpécialement à celui qui a pour objet la conſervation de la vie.

[a] *Voy. Gerard de Villars, fils, Sav. Etrang. vol. IV.*

[b] *Voyez ma Differtation ſur les contre-coups en général.*

EXPLICATION DES FIGURES.

Figure 1.re Expérience de M. Leibnitz.

A, centre de l'anneau vers lequel la petite boule de métal *B*, eſt renvoyée dans le moment de la percuſſion.

C, point contre lequel ſe fait la percuſſion.

Figure 2. Coupe horizontale du crâne, qui ſépare la calotte du crâne d'avec ſa baſe.

Figure 3. Coupe verticale & tranſverſale, qui paſſe par le ſommet de la tête, les deux tempes & le milieu de la baſe du crâne.

Figure 4. Coupe verticale & longitudinale qui, paſſant par le trajet de la ſuture ſagittale, diviſe par le milieu tous les os impairs de la cavité du crâne.

Figure 5. Arc dont on rapproche les extrémités.

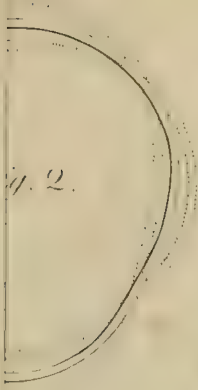
A, point par où commence la fracture.

Figure 6. Arc dont on écarte les extrémités.

A, point par où l'arc commence à ſe rompre.

FIN.





ig. 2.

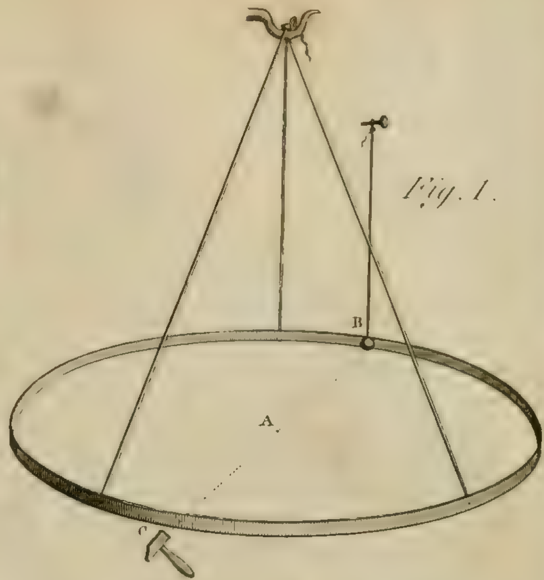
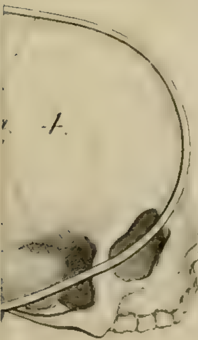


Fig. 1.
B
A
C



4.

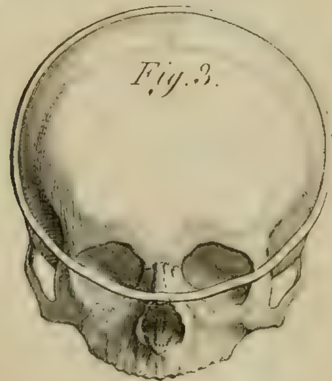
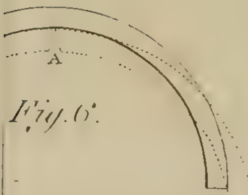
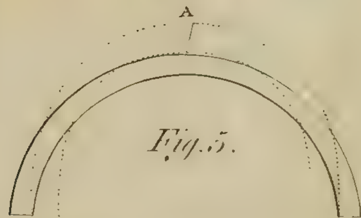


Fig. 3.

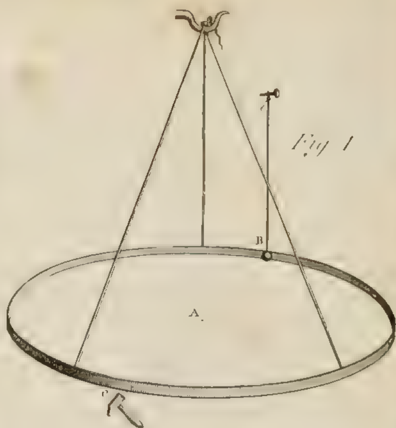


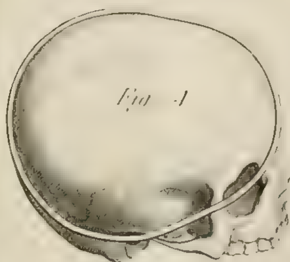
A
Fig. 6.

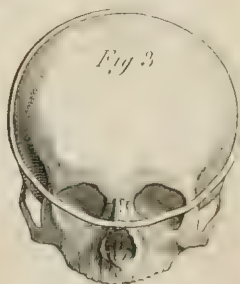


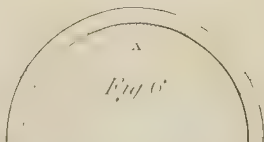
A
Fig. 5.

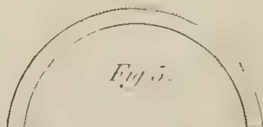

Fig 2


Fig 1
B
A.


Fig 4


Fig 3


A
Fig 6


A
Fig 5.

OBSERVATIONS
DU
PASSAGE DE VÉNUS SUR LE SOLEIL,
Du 3 Juin 1769;
Faites par M.rs les Astronomes de l'Académie Royale des Sciences.

	LIEUX où ont été faites les OBSERVATIONS.	NOMS des ASTRONOMES.	Premier CONTACT. H. M. S.	Second CONTACT. H. M. S.
48d 50′ 14″ latit.	À l'Observatoire royal.	M. DE THURY. .	. . . .	7. 38. 53
		M. le Duc DE CHAULNES. . .	. . . .	7. 38. 58
		M. MARALDI. . .	. . . .	7. 38. 50
1′ 56″ ½ à l'ouest. 48d 43′ 20″ latit.	À S.t-Hubert.	M. LE MONNIER.	. . . .	7. 34. 56 ½
		M. DE CHABERT.	. . . .	7. 35. 32 ½
0′ 0″,1 à l'est. 48d 51′ 29″ latit.	Au Collége Mazarin.	M. DE LA LANDE.	. . . .	7. 35. 55
0′ 14″ ½ à l'ouest. 48d 51′ 30″ latit.	À la Muette.	M. DE BORY. . .	. . . .	7. 38. 31
		M. BAILLY.	7. 21. 6	
		M. DE FOUCHY. .	. . . .	7. 38. 31
4h 56′ 40″ à l'ouest 19d 50′ latitude.	Au Cap françois de S.t-Domingue	M. PINGRÉ.	2. 26. 12	2. 44. 44

Les différences de longitude à l'est & à l'ouest, sont comptées du méridien de l'Observatoire; & toutes les latitudes sont septentrionales.



FAUTES à corriger dans les Mémoires de 1754.

Page 420, ligne 22, au lieu de $(1 - yy)$, *lisez* $\sqrt{(1 - yy)}$.
ligne 23, au lieu de $\sqrt{(1 - yy)}$, *lisez* $1 - yy$.
Page 424, ligne 24, au lieu de $- 3S$, *lisez* $+ 3S$.
ligne 25, au lieu de $- 3L$, *lisez* $+ 3L$.

FAUTES à corriger dans les Mémoires de 1764.

Page 131, lignes 14 & 15, au lieu de 4^{v}, *lisez* 40^{v}.
Page 132, ligne 21, au lieu de $\frac{1}{60}$, *lisez* $\frac{1}{6}$.

FAUTES à corriger dans les Mémoires de cette année.

Page 138, ligne 7. Je dois avertir que j'ai appelé *fil horaire* ce que l'on appelle ordinairement *fil parallèle* ou *fil équatorial.*

Page 211, après le §. 84, ajoutez:

Des équations $\sqrt{(m^2 + n^2)} = B + m$, $mP = 2n^2$, on tire $n^2 P - B^2 P - 4 n^2 B = 0$, mais (§. 81) $P = 4H$; donc $n^2 H - B^2 H - n^2 B = 0$; $n = \frac{B\sqrt{(H)}}{\sqrt{(H - B)}}$, $m = \frac{B^2}{2(H - B)}$, $\frac{n}{m} = 2 \frac{\sqrt{(H^2 - BH)}}{B}$. Comme des calculs préliminaires m'avoient appris que dans le cas que je considérois, B étoit infiniment petit, relativement à H, j'ai supposé tout de suite $\frac{n}{m} = \frac{2H}{B}$.

Page 271, ligne 18, par secondes, *lisez* par seconde.
Page 274, ligne 5, $(B = V)^2$, *lisez* $(B - V)^2$.
ligne 12, vîtesses des fluides, *lisez* vîtesses du fluide.
Page 281, ligne 24, mettant u pour sa valeur, *lisez* mettant pour u sa valeur.
Page 284, ligne 2, $\frac{E}{1''} \times H$, *lisez* $\frac{E \times H}{1''}$.
Page 285, ligne 24, & en sortant, *lisez* & en sortent.
Page 286, ibidem, $\frac{11^{\text{pieds}}}{1}$, &c. *lisez* $\frac{11^{\text{pieds}}}{2}$, &c.
ligne 33, par secondes, *lisez* par seconde.

